1. (1) 4 名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，不同报法的种数是 3^4 还是 4^3？

   (2) 3 个班分别从 5 个景点中选择一处游览，不同选择的种数是 3^5 还是 5^3？

2. 把一个等边三角形 ABC 的各边 2025 等分，过各分点在三角形内部作各边的平行线，得到的图案中一共有多少个平行四边形？

3. 2160 有多少个不同的正因数？这些正因数的和是多少？

4. 用 0 ～ 9 这 10 个数字，可以组成多少个没有重复数字的三位数？

5. 将 7 个人从左到右排成一排；若甲、乙、丙 3 人中至少有 2 人相邻，且甲不站在最右端，则不同的站法有 ____ 种.

6. 从排成一排的 9 位同学中，随机选出 3 位同学，这 3 位同学互不相邻的概率是 ____.

7. 15 个人围坐在圆桌旁，从其中任选 4 人，两两不相邻的概率是 ____.

   A. $\frac{30}{91}$　　B. $\frac{25}{91}$　　C. $\frac{10}{91}$　　D. $\frac{31}{90}$

8. 甲、乙、丙、丁、戊 5 名志愿者参加社区组织的志愿者活动，现有 A、B、C 三个小区可供选择，每个志愿者只能选择其中一个小区。则每个小区至少有一名志愿者，且甲不在 A 小区的概率为 ____.

   A. $\frac{193}{243}$　　B. $\frac{100}{243}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{5}{9}$

9. (1) 将 6 个不同小球放入三个不同盒子，有多少种安排方法？

   (2) 将 6 个不同小球放入三个不同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？

   (3) 将 6 个相同小球放入三个不同盒子，有多少种安排方法？

   (4) 将 6 个相同小球放入三个不同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？

   (5) 将 6 个不同小球放入三个相同盒子，有多少种安排方法？

(6) 将 6 个不同小球放入三个相同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？

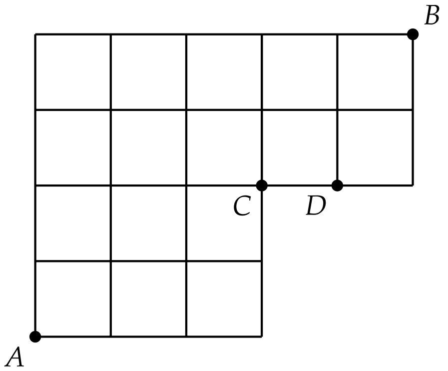
(7) 将 6 个相同小球放入三个相同盒子，有多少种安排方法？

(8) 将 6 个相同小球放入三个相同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？

10. 给定不定方程 $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{10} = 2025$. 当 $x_k \geq 2k+1$ $(k = 1, 2, \cdots, 10)$ 时，有多少组不同的整数解？

11. 安排 6 个班的班主任监考 6 个班，则其中**恰好**有两个班的班主任监考自己班的安排总数有多少种？

12. 在某城市中，A、B 两地之间有如图所示的道路网，甲沿道路随机关选一条最短路径，从 A 地出发去往 B 地，若甲途经 C 地，且不经过 D 地，则不同的路径共有 ____条。



13. 将一个圆环分成 n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) 个区域，用 m ($m \in \mathbb{N}, m \geq 3$) 种颜色给这个 n 个区域染色，要求相邻区域不使用同一种颜色，但同一种颜色可重复使用，则不同的染色方案有多少种？

14. 五名运动员 A, B, C, D, E 相互传球。每个人在接到球后随机传给其他四人中的一人。设首先由 A 开始进行第 1 次传球，求恰好在第 2025 次传球把球传回到 A 手中的概率。

15. 已知 $n \geq 2$，且平面内有 n 条直线，其中任意两条不平行，任意三条不共点，证明：这些直线的交点的个数为

$$f(n) = \frac{n(n-1)}{2}.$$

16. 求证：平面上 n 个圆最多把平面划分成 $n^2 - n + 2$ 个区域，其中 $n \geq 1$.

17. 已知
$$\frac{1}{(n+1)C_n^r}+\frac{1}{(n+1)C_n^{r+1}}=\frac{1}{nC_n^{r-1}},$$
其中 n,r 是使组合数有意义的正整数。且 n 为奇数，则 x 的值是 ____. (用含有 n,r 的代数式表示)

18. 设数列 $\{y_k\}$ 的通项公式为 $y_k=C_n^k$，其中 $k=0,1,2,\dots,n$.

(1) 讨论数列 $\{y_k\}$ 的单调性；

(2) 证明：
$$y_0^2+y_1^2+y_2^2+\cdots+y_n^2=\frac{(2n)!}{(n!)^2};$$

(3) 已知 $x_1=1$，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n$.

(a) 若 $\{x_n\}$ 为 6 为公比的等比数列，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n；

(b) 若 $\{x_n\}$ 为 1 为公差的等差数列，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n；

(c) 若 $x_n=(-1)^n n$，证明：$\{a_n\}$ 是常数列。

19. (1) 求 $\left(9x+\frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$ 的展开式的常数项；

(2) 已知 $(1+\sqrt{x})^n$ 的展开式中第 9 项、第 10 项、第 11 项的二项式系数构成等差数列，求 n；

(3) 求 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 的展开式中 x^4 的系数；

(4) 求 $(x^2+x+y)^5$ 的展开式中 x^5y^2 的系数。

20. 在 $(1+x)^3+(1+x)^4+\cdots+(1+x)^{n+2}$ 的展开式中，含 x^2 项的系数是多少？

21. 求 $1-90C_{10}^1+90^2C_{10}^2-90^3C_{10}^3+\cdots+(-1)^k90^kC_{10}^k+\cdots+90^{10}C_{10}^{10}$ 除以 88 的余数。

22. 已知 $(x^2+1)(4x-3)^8=a_0+a_1(2x-1)+a_2(2x-1)^2+\cdots+a_{10}(2x-1)^{10}$，则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}=$____;
$a_3=$____.

23. 假设今天是星期六，则 2^{2025} 天后是星期几？3^{2025} 天后是星期几？

24. 求证：任意无穷等差数列中均存在无穷等比子列，即若 $\{a_n\}$ 为无穷等差数列，那么可以取出无穷子列 $\{a_{n_k}\}$ 是等比数列。