机密★考试结束前

（在本试卷上答题无效）

山河·大联考 2026 届限时训练试题（二）

数　学

选题：王良涛，宋昊越　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 将 10 个相同的小球放入 6 个不同的盒子，每个盒子可空，一共的安排方法数目为

A． C_{10}^{6}　　B. C_{16}^{10}　　C. C_{15}^{5}　　D. C_{15}^{6}

2．$(x^3+x^2+1)^5$ 的展开式中 x^{11} 的系数为

A. 25　　B. 30　　C. 31　　D. 35

3．若函数 $f(x)=e^{x+1}+e^{a-x}+(x+b)^2$ 关于直线 $x=2$ 对称，则 $a+b=$

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 7

4．小红举办生日派对，来参加的 7 位好友都送上了一份独一无二的礼物，但是他们都忘记在礼物上写下自己的姓名。在派对结束后，小红凭借记忆给礼物标上名字，那么她恰好标注错 3 个礼物的概率是

A. $\dfrac{1}{72}$　　B. $\dfrac{1}{64}$　　C. $\dfrac{1}{93}$　　D. $\dfrac{1}{52}$

5. 把一个等边三角形 ABC 的各边 2025 等分，过各等分点在三角形内部作各边的平行线，得到的图案一共有（ ）个平行四边形

A. $3(C_{2025}^{2})^2$　　B. $(C_{2025}^{2})^2$　　C. C_{2027}^{4}　　D. $3C_{2027}^{4}$

6. 设随机变量 $X(\omega):\Omega\to\{1,2,\cdots 2025\}$，满足

$$P(X\geqslant k)=\frac{1}{2}+\frac{1}{k(k+1)},\ k=1,2,\cdots 2025$$

则 $E(2X-2025)=$

A. $\dfrac{2025}{1013}$　　B. $\dfrac{2024}{1013}$　　C. $\dfrac{2024}{2025}$　　D. $\dfrac{2026}{2025}$

7. 已知函数 $f(x)=\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$ 在区间 $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上有定义，则 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值不可能是

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

8. 在市面上的小浣熊干脆面中均匀分布着 6 名球员的球星卡，为了收集所有球员的球星卡，小明购买的干脆面数量 X 的数学期望 $E(X)=$

A. $\frac{197}{10}$　　B. $\frac{147}{10}$　　C. $\frac{237}{20}$　　D. $\frac{69}{5}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题所给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9．平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面四边形 $ABCD$ 为边长为 1 的正方形，$AA_1\perp CA_1$，则

A. BA_1 一定与 DA_1 垂直　　B. $\angle CC_1A_1$ 可能为 45°

C. 六面体的体积一定小于等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. 六面体的各面面积可能相等

10. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，点 M 在线段 AO（O 为坐标原点）上，且 C 与圆 M 有且只有一个公共点 A，设点 $P(x_0,y_0)$，Q 分别为 C 和圆 M 上的动点，则

A. $|OP|$ 的最大值为 2　　B. $\frac{|PF|}{4-x_0}$ 为定值

C. 圆 M 半径的最大值为 1　　D. $|PQ|+2|PF|$ 的最小值为 3

11. 已知 A_1，A_2 为样本空间 Ω 的非空子集，设随机变量

$$X_i:\Omega\to\{0,1\},\ X_i(\omega)=\begin{cases}1,&\omega\in A_i\\0,&\omega\notin A_i\end{cases},\ i=1,2$$

若 $P(A_1\mid A_2)=P(A_1\mid\overline{A_2})$，$P(A_i)=p_i(i=1,2)$，则

A. $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$　　B. $P(\overline{A_2}\mid A_1)+P(A_2)=1$

C. $E[(X_1-p_1)^2]\leqslant E[(X_1-p_2)^2]$　　D. $D(|X_1-X_2|)>D(X_1+X_2)$ 可能成立

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．过点 $(2,0)$ 且被圆 $x^2-4x+y^2-2y+4=0$ 截得的弦长为 $\sqrt{2}$ 的一条直线方程为______.

13. 中国救援力量在国际自然灾害中为救生做出了重要贡献，广受地震灾区国家赞誉。现有 5 支救援队前往 A，B，C 三个受灾点执行救援任务，若每支救援队只能去其中一个受灾点，每个受灾点至少安排一支救援队，其中甲救援队只能去 B，C 两个受灾点，则符合条件的不同安排方法有________种.

14. 随机将$1,2,\cdots 2n(n\in \mathbf{N}^*$，$n\geqslant 2)$这$2n$个连续正整数分为$A$，$B$两组，每组$n$个数，$A$组最大数为$a$，$B$组最大数为$b$，记$\xi=|a-b|$，当$n=3$时，$\xi$的数学期望$E(\xi)=$______；若对任意$n\geqslant 2$，$E(\xi)<c$恒成立，则$c$的最小值为_______.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13分）

一个数轴上的质点在外力的作用下，从原点O出发，每隔1秒随机向左或向右移动一个单位，设向右移动的概率为$p(0<p<1)$，移动n次后位于位置X_n.

（1）若$p=\dfrac{1}{2}$，求$P(X_6=4)$；

（2）求$E(X_n)$，$D(X_n)$.

16.（15分）

设点A, B是平面α上不同的两点，点C, D不在平面α上，已知$AC\perp\alpha$，$BD\perp\alpha$，且$AC=BD$.

一名同学对上述条件展开思考，认为$CD//\alpha$，他的证明过程如下：

因为$AC\perp\alpha$，$BD\perp\alpha$，所以$AC//BD$
又$AC=BD$，所以四边形$ABCD$是平行四边形，所以$AB//CD$.
而$CD\not\subset\alpha$，$AB\subset\alpha$，所以$CD//\alpha$.

（1）判断该同学的结论和证明过程是否正确，若正确，写出证明过程中使用的依据，否则请找出错误的原因；

（2）若$AC=AB$，是否存在平面α上的点P，使得$\angle CDP=90^\circ$，$\angle DCP=60^\circ$？若存在，求平面α与平面CDP的夹角，若不存在请说明理由.

17.（15分）

已知有两个袋子：A袋和B袋。A袋装有1个红球和10个黑球，B袋装有10个红球和1个黑球。

（1）不放回地从A袋中抽取3次，求第3次抽到红球的概率；

（2）等可能的选择其中一个袋子，从中取出一球发现是黑球，求选择的袋子是A袋的概率；

（3）同时从两袋中分别**独立**选取一个球，若两球异色，则交换袋子，若同色，则放回原袋。这样操作$n(n\in\mathbf{N}^*)$次后，求从A袋中抽出红球的概率p_n.

18.（17 分）

在$\triangle ABC$中，角 A,B,C所对的边分别为a,b,c，已知$a^2-ab\cos C=2bc\cos A$，$B=45^\circ$，$\triangle ABC$外一点 E满足 $BE=2AE$，$\angle AEB$的平分线交 AB于点 D.

（1）求$\cos A$；

（2）求证：$CD\perp AB$；

（3）若$c=3$，$DE=2$，求 CE.

19.（17 分）

已知 P，Q分别为直线$x+\sqrt{2}y=0$和$x-\sqrt{2}y=0$上的动点，且满足$|PQ|=\sqrt{2}$，W是平面上一动点，满足$\overrightarrow{OW}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}$，记点$W$的轨迹为曲线 C.

（1）求 C的方程；

（2）设 C与 x 轴交于点 A_1，A_2（A_1在 A_2左侧），与 y 轴交于点 B_1，B_2（B_1在 B_2下方）. 点 T在线段 A_2B_2上，过点 A_1作直线 $l\,//\,OT$，交 C于点 A（异于点 A_1，B_2），交 y 轴于点 B. 直线 AT交 C于点 M（异于点 A），直线 BT交 x 轴于点 N.

（i）求直线 l斜率的取值范围；

（ii）求证：$\triangle ATN$和$\triangle BTM$的面积相等.