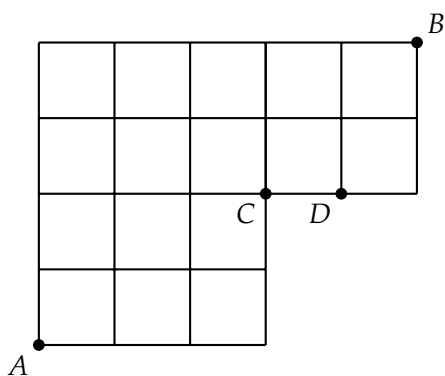


1. (1) 4 名同学分别报名参加学校的足球队、篮球队、乒乓球队，每人限报其中的一个运动队，不同报法的种数是 3^4 还是 4^3 ?
- (2) 3 个班分别从 5 个景点中选择一处游览，不同选择的种数是 3^5 还是 5^3 ?
2. 把一个等边三角形 ABC 的各边 2025 等分，过各分点在三角形内部作各边的平行线，得到的图案中一共有多少个平行四边形?
3. 2160 有多少个不同的正因数？这些正因数的和是多少？
4. 用 0 ~ 9 这 10 个数字，可以组成多少个没有重复数字的三位数？
5. 将 7 个人从左到右排成一排；若甲、乙、丙 3 人中至少有 2 人相邻，且甲不站在最右端，则不同的站法有 ____ 种.
6. 从排成一排的 9 位同学中，随机选出 3 位同学，这 3 位同学互不相邻的概率是 ____.
7. 15 个人围坐在圆桌旁，从其中任选 4 人，两两不相邻的概率是 ____.
A. $\frac{30}{91}$ B. $\frac{25}{91}$ C. $\frac{10}{91}$ D. $\frac{31}{90}$
8. 甲、乙、丙、丁、戊 5 名志愿者参加社区组织的志愿者活动，现有 A、B、C 三个小区可供选择，每个志愿者只能选择其中一个小区。则每个小区至少有一名志愿者，且甲不在 A 小区的概率为 ____.
A. $\frac{193}{243}$ B. $\frac{100}{243}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{9}$
9. (1) 将 6 个不同小球放入三个不同盒子，有多少种安排方法？
- (2) 将 6 个不同小球放入三个不同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？
- (3) 将 6 个相同小球放入三个不同盒子，有多少种安排方法？
- (4) 将 6 个相同小球放入三个不同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？
- (5) 将 6 个不同小球放入三个相同盒子，有多少种安排方法？

- (6) 将 6 个不同小球放入三个相同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？
- (7) 将 6 个相同小球放入三个相同盒子，有多少种安排方法？
- (8) 将 6 个相同小球放入三个相同盒子，每个盒子均非空，有多少种安排方法？
10. 给定不定方程 $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{10} = 2025$. 当 $x_k \geq 2k + 1$ ($k = 1, 2, \cdots, 10$) 时，有多少组不同的整数解？
11. 安排 6 个班的班主任监考 6 个班，则其中恰好有两个班的班主任监考自己班的安排总数有多少种？
12. 在某城市中，A、B 两地之间有如图所示的道路网，甲沿道路随机关选一条最短路径，从 A 地出发去往 B 地，若甲途经 C 地，且经过 D 地，则不同的路径共有 ____ 条。



13. 将一个圆环分成 n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) 个区域，用 m ($m \in \mathbb{N}, m \geq 3$) 种颜色给这个 n 个区域染色，要求相邻区域不使用同一种颜色，但同一种颜色可重复使用，则不同的染色方案有多少种？
14. 五名运动员 A, B, C, D, E 相互传球。每个人在接到球后随机传给其他四人中的一人。设首先由 A 开始进行第 1 次传球，求恰好在第 2025 次传球把球传回到 A 手中的概率。
15. 已知 $n \geq 2$ ，且平面内有 n 条直线，其中任意两条不平行，任意三条不共点，证明：这些直线的交点的个数为

$$f(n) = \frac{n(n-1)}{2}.$$

16. 求证：平面上 n 个圆最多把平面划分成 $n^2 - n + 2$ 个区域，其中 $n \geq 1$.

17. 已知

$$\frac{1}{(n+1)C_n^r} + \frac{1}{(n+1)C_n^x} = \frac{1}{nC_{n-1}^r},$$

其中 n, r 是使组合数有意义的正整数。且 n 为奇数, 则 x 的值是 _____. (用含有 n, r 的代数式表示)

18. 设数列 $\{y_k\}$ 的通项公式为 $y_k = C_n^k$, 其中 $k = 0, 1, 2, \dots, n$.

(1) 讨论数列 $\{y_k\}$ 的单调性;

(2) 证明:

$$y_0^2 + y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2 = \frac{(2n)!}{(n!)^2};$$

(3) 已知 $x_1 = 1$, 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$.

(a) 若 $\{x_n\}$ 为 6 为公比的等比数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(b) 若 $\{x_n\}$ 为 1 为公差的等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;

(c) 若 $x_n = (-1)^n n$, 证明: $\{a_n\}$ 是常数列。

19. (1) 求 $\left(9x + \frac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$ 的展开式的常数项;

(2) 已知 $(1 + \sqrt{x})^n$ 的展开式中第 9 项、第 10 项、第 11 项的二项式系数构成等差数列, 求 n ;

(3) 求 $(1 + x + x^2)(1 - x)^{10}$ 的展开式中 x^4 的系数;

(4) 求 $(x^2 + x + y)^5$ 的展开式中 $x^5 y^2$ 的系数。

20. 在 $(1+x)^3 + (1+x)^4 + \dots + (1+x)^{n+2}$ 的展开式中, 含 x^2 项的系数是多少?

21. 求 $1 - 90C_{10}^1 + 90^2 C_{10}^2 - 90^3 C_{10}^3 + \dots + (-1)^k 90^k C_{10}^k + \dots + 90^{10} C_{10}^{10}$ 除以 88 的余数。

22. 已知 $(x^2 + 1)(4x - 3)^8 = a_0 + a_1(2x - 1) + a_2(2x - 1)^2 + \dots + a_{10}(2x - 1)^{10}$, 则 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{10} =$ ____;

$a_3 =$ ____.

23. 假设今天是星期六, 则 2^{2025} 天后是星期几? 3^{2025} 天后是星期几?

24. 求证: 任意无穷等差数列中均存在无穷等比子列, 即若 $\{a_n\}$ 为无穷等差数列, 那么可以取出无穷子列 $\{a_{n_k}\}$ 是等比数列。