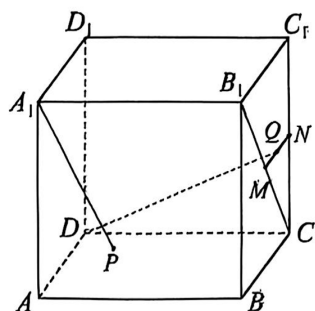


1. (多选) 已知 P 是棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 表面上的动点, M, N 分别是线段 B_1C 和 C_1C 的中点, 点 Q 满足 $\overrightarrow{MQ} = \lambda \overrightarrow{MN}$ ($0 \leq \lambda \leq 1$), 且 $A_1P \perp DQ$, 设 P 的轨迹围成的图形为多边形 Ω , 则
- A. Ω 为平行四边形
 - B. 存在 λ , 使得 Ω 的面积为 $\sqrt{22}$
 - C. 存在 λ , 使得 Ω 和底面 $ABCD$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$
 - D. 点 B 和 Ω 形成的多面体的体积不变



2. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1B = A_1C = A_1A = 2$, $BA \perp BC$, $BA = BC$ 。

- (1) 证明: 平面 $ABC \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
- (2) 若直线 A_1B 与平面 ABC 所成角为 60° , 求平面 A_1B_1C 与平面 ABC 夹角的余弦值。

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 25 项和为

A. 2

B. 12

C. 13

D. 14

4. (多选) 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 2$, 且对任意正整数 n , $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ 成等比数列, $a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}$ 成等差数列, 则

A. $a_n \in \mathbb{N}^*$ B. $\sqrt{a_{2n-1}} \in \mathbb{Q}$ C. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} < 3$ D. $\sum_{k=1}^9 a_{2k} = 330$

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{3a_n}{a_n + 2}$. 令 $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$, 证明: $b_n < b_{n+1} < 1$.

6. 若对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{n}{n+1} + \frac{1}{k \cdot 2^n} < 1$, 求 k 的取值范围。

7. 已知 F_1, F_2 是椭圆 Ω 的两个焦点, P 是椭圆 Ω 上一点, $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心为 Q 。若 $5\overrightarrow{QF_1} + 3\overrightarrow{QF_2} + 3\overrightarrow{QP} = \vec{0}$, 则椭圆 Ω 的离心率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{3}{8}$

8. (多选) 已知曲线 $G: \frac{x|x|}{4} - \frac{y|y|}{2} = 1$, 则:

- A. 点 $(\sqrt{2}, -1)$ 在曲线 G 上
 B. 曲线 G 关于 x 轴对称
 C. 直线 $\sqrt{2}x - 2y = 0$ 与曲线 G 无交点
 D. 当直线 $\sqrt{2}x - 2y + m = 0$ 与曲线 G 有两个公共点时, m 的取值范围为 $(-4, 0)$

9. 已知 $\triangle DEF$ 的顶点 E 在 x 轴上, $F\left(\frac{1}{4}, 0\right)$, $|DF| = |EF|$, 且边 DE 的中点 M 在 y 轴上, 设 D 的轨迹为曲线 Γ .

- (1) 求 Γ 的方程;
 (2) 若正三角形 ABC 的三个顶点都在 Γ 上, 且直线 AB 的倾斜角为 45° , 求 $|AB|$.

10. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. 设 $l: x - 2y = 0$. 过点 $P(2, 1)$ 的直线与椭圆 E 交于 C, D 两点, 问直线 l 上是否存在定点 Q , 使得 $k_{QC} \cdot k_{QD}$ 为定值. 若存在, 求出 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

11. 线段 MN 的长度为 3, 端点 M, N 分别在 y 轴和 x 轴上运动, 点 E 满足 $\overrightarrow{ME} = 2\overrightarrow{EN}$, 记点 E 的轨迹为曲线 C .

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 曲线 C 与 x 轴的左右两个交点分别为 A, B , P 为 C 上异于 A, B 的点, 过点 $D(1, 0)$ 分别作直线 $l_1 \parallel AP$, 直线 $l_2 \parallel BP$, 其中 l_1 与曲线 C 交于点 G, H 两点, l_2 交直线 $x = -1$ 于点 R , 点 I 满足 $|\overrightarrow{DG}|\overrightarrow{IH} = |\overrightarrow{DH}|\overrightarrow{IG}$.

(i) 求点 I 的轨迹方程;

(ii) $\triangle IDR$ 的面积是否有最小值? 若存在, 求出最小值; 若不存在, 请说明理由。

12. 设抛物线 $E: y^2 = 4x$ 上有三点 A, B, C , 且 $\triangle ABC$ 的垂心为 E 的焦点 F 。

(1) 若 $A(0, 0)$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 证明: $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB}$ 为定值。