机密★考试结束前

（在本试卷上答题无效）

山河·大联考 2026 届限时训练试题（二）

数　　学

选题：王良涛，宋昱越　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 将 10 个相同的小球放入 6 个不同的盒子，每个盒子可空，一共的安排方法数目为

A. C_{10}^6　　B. C_{16}^{10}　　C. C_{15}^5　　D. C_{15}^6

C

2. $(x^3+x^2+1)^5$ 的展开式中 x^{11} 的系数为

A

$3+2\times4$

$3\times3+2\times1$

$C_5^1C_4^4+C_5^3C_2^1C_1^1=5+10\times2=25$

A. 25　　B. 30　　C. 31　　D. 35

3. 若函数 $f(x)=e^{x+1}+e^{a-x}+(x+b)^2$ 关于直线 $x=2$ 对称，则 $a+b=$

A

$(x-2)^2$

$g(x+1)+g(3-x)$

A. 1　　B. 3　　C. 5　　D. 7

$a_1=0$　$a_2=1$　$a_3=2$

4. 小红举办生日派对，来参加的 7 位好友都送上了一份独一无二的礼物，但是他们都忘记在礼物上写下自己的姓名。在派对结束后，小红凭借记忆给礼物标上名字，那么她恰好标注错 3 个礼物的概率是

$\frac{C_7^3\times2}{7!}$

$=\frac{\frac{7!}{4!3!}\times2}{7!}=\frac{1}{6\times12}$

A

1. 2. 3. -i- — n

$\boxed{n-1}$　i

A. $\frac{1}{72}$　　B. $\frac{1}{64}$　　C. $\frac{1}{93}$　　D. $\frac{1}{52}$

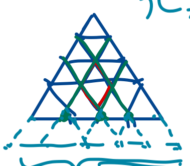
$a_n=(n-1)\cdot(a_{n-1}+a_{n-2})$

即 $a_1=0$，$a_2=1$，$a_3=2\times(1+0)=2$.

5. 把一个等边三角形 ABC 的各边 2025 等分，过各等分点在三角形内部作各边的平行线，得到的图案一共有（　）个平行四边形

$3C_{2025+2}^4$

D



$3\boxed{C_{4+2}^4}$

A. $3(C_{2025}^2)^2$　　B. $(C_{2025}^2)^2$　　C. C_{2027}^4　　D. $3C_{2027}^4$

6. 设随机变量 $X(\omega):\Omega\to\{1,2,\cdots 2025\}$，满足

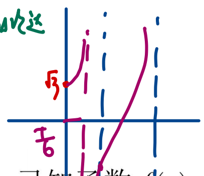
$$P(X\geqslant k)=\frac{1}{2}+\frac{1}{k(k+1)},\quad k=1,2,\cdots 2025$$

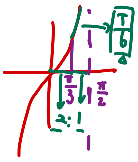
则 $E(2X-2025)=$

A. $\frac{4048}{2025}$　　B. $\frac{4047}{2025}$　　C. $\frac{2024}{2025}$　　D. $\frac{2026}{2025}$

$2\left(\frac{1}{2}\times2025+\frac{1}{1}-\frac{1}{2026}\right)-2025$

$=\frac{4050}{2026}$





$\tan(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{12})=\tan(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{12})=\frac{1}{\tan\frac{\pi}{12}}$

$\tan\frac{\pi}{6}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2x}{1-x^2}$ $\quad x^2+2\sqrt{3}x-1=0$ $\quad \Delta=12+4=16$

$\frac{-2\sqrt{3}\pm4}{2}=-\sqrt{3}\pm2$ $\quad \boxed{2-\sqrt{3}}$

7. 已知函数 $f(x)=\tan(\omega x+\frac{\pi}{3})(\omega>0)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6})$ 上有定义，则 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值不可能是

A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ D

8. 在市面上的小浣熊干脆面中均匀分布着 6 名球员的球星卡，为了收集所有球员的球星卡，小明购买的干脆面数量 X 的数学期望 $E(X)=$

A. $\frac{197}{10}$ B. $\frac{147}{10}$ C. $\frac{237}{20}$ D. $\frac{69}{5}$

B

$1+\frac{6}{5}+\frac{6}{4}+\frac{6}{3}+\frac{6}{2}+6$

$=1+6+2+3+\frac{3}{2}+\frac{6}{5}$

$=12+\frac{15+12}{10}$

$=\frac{120+27}{10}$

$X=X_1+\cdots+X_6$

$E(X)=\sum_{i=1}^{6}E(X_i)=\frac{1}{1}+\frac{1}{\frac{5}{6}}+\frac{1}{\frac{4}{6}}+\cdots+\frac{1}{\frac{1}{6}}$

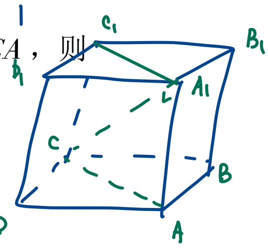
二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9. 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为边长为 1 的正方形，$AA_1\perp CA$，则

A. BA_1 一定与 DA_1 垂直 B. $\angle CC_1A_1$ 可能为 $45°$

C. 六面体的体积一定小于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 六面体的各面面积可能相等

BC



10. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，点 M 在线段 AO（O 为坐标原点）上，且 C 与圆 M 有且只有一个公共点 A，设点 $P(x_0,y_0)$，Q 分别为 C 和圆 M 上的动点，则

A. $|OP|$ 的最大值为 2 B. $\frac{|PF|}{4-x_0}$ 为定值

C. 圆 M 半径的最大值为 1 D. $|PQ|+2|PF|$ 的最小值为 3

11. 已知 A_1，A_2 为样本空间 Ω 的非空子集，设随机变量

$$X_i:\Omega\to\{0,1\},\ X_i(\omega)=\begin{cases}1, & \omega\in A_i\\ 0, & \omega\notin A_i\end{cases},\quad i=1,2$$

若 $P(A_1\mid A_2)=P(A_1\mid\overline{A_2})$，$P(A_i)=p_i(i=1,2)$，则

A. $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)$ B. $P(\overline{A_2}\mid A_1)+P(A_2)=1$

C. $E[(X_1-p_1)^2]\leqslant E[(X_1-p_2)^2]$ D. $D(|X_1-X_2|)>D(X_1+X_2)$ 可能成立

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 过点 $(2,0)$ 且被圆 $x^2-4x+y^2-2y+4=0$ 截得的弦长为 $\sqrt{2}$ 的一条直线方程为______.

13. 中国救援力量在国际自然灾害中为救生做出了重要贡献，广受地震灾区国家赞誉。现有 5 支救援队前往 A，B，C 三个受灾点执行救援任务，若每支救援队只能去其中一个受灾点，每个受灾点至少安排一支救援队，其中甲救援队只能去 B，C 两个受灾点，则符合条件的不同安排方法有________种.

$5\to 2+2+1$ $\quad C_5^2C_3^2/A_2^2\cdot2\cdot A_2^2$

$3+1+1$ $\quad C_5^3\cdot2\cdot A_2^2$

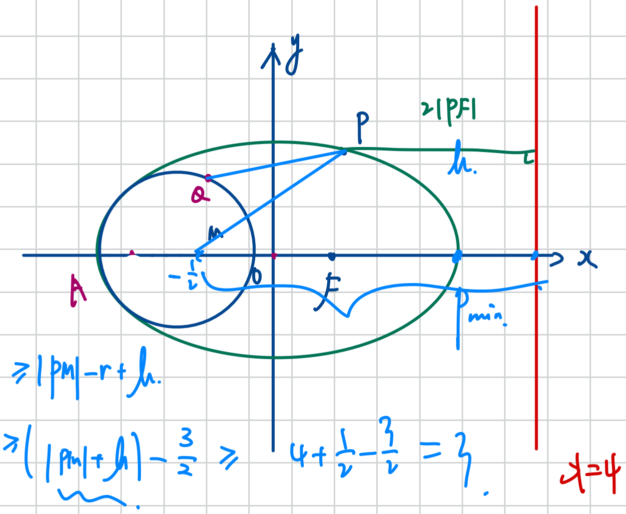
10. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，点 M 在线段 AO（O 为坐标原点）上，且 C 与圆 M 有且只有一个公共点 A，设点 $P(x_0,y_0)$，Q 分别为 C 和圆 M 上的动点，则

A. $|OP|$ 的最大值为 2 ✓

B. $\frac{|PF|}{4-x_0}$ 为定值 $=\frac{1}{2}$ ✓ $\Rightarrow 2|PF| = 4-x_0$

C. 圆 M 半径的最大值为 1 ✗

D. $|PQ|+2|PF|$ 的最小值为 3 ✓



$x=4$

$\geq |PM|-r+d$

$\geq (|PM|+d)-\frac{3}{2} \geq 4+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=3$

$e=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ $\quad |PF| = a-ex = 2-\frac{1}{2}x$

$d_{PM}^2=(x_0-x_m)^2+y_0^2=(x_0-x_m)^2+3\left(1-\frac{x_0^2}{4}\right)$

$=\frac{1}{4}x_0^2-2x_m\cdot x_0+x_m^2+3=f(x_0)$

$x_0=-2$ 取 min.

$x_0=\frac{-2x_m}{-\frac{1}{2}}=4x_m\leq -2$

$\Rightarrow x_m\leq -\frac{1}{2}$

11. 已知 A_1，A_2 为样本空间 Ω 的非空子集，设随机变量

X_i 记为 A_i 的显性函数

$$X_i:\Omega\to\{0,1\},\ X_i(\omega)=\begin{cases}1, & \omega\in A_i\\ 0, & \omega\notin A_i\end{cases},\quad i=1,2$$

$E(X_i)=1\cdot P(A_i)+0\cdot(1-P(A_i))=P(A_i)=p_i$ ~ 事件发生的概率

A_1, A_2 独立.

若 $P(A_1|A_2)=P(A_1|\overline{A_2})$，$P(A_i)=p_i(i=1,2)$，则

A_1, A_2 互斥时 $P(A_1A_2)=0$ $\quad P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2)>0$

A. $P(A_1\cup A_2)=P(A_1)+P(A_2)-P(A_1A_2)$ ✗

B. $P(\overline{A_2}|A_1)+P(A_2)=1$ ✓ $\quad P(\overline{A_2})$

C. $E[(X_1-\boxed{p_1})^2]\leq E[(X_1-\boxed{p_2})^2]$ ✓ $\quad E(X_1) \quad E(X_2)$

D. $D(|X_1-X_2|)>D(X_1+X_2)$ 可能成立

$\arg\min_{a\in\mathbb{R}} E[(X-a)^2]=E(X)$

$\Updownarrow$

$E[(X-E(X))^2]=D(X)\leq E[(X-a)^2],\ \forall a\in\mathbb{R}.$

$\lvert X_1-X_2\rvert$	0	1
	$p_1p_2+(1-p_1)(1-p_2)$	$p_1(1-p_2)+p_2(1-p_1)$

X_1+X_2	0	1	2
	$(1-p_1)(1-p_2)$	$(1-p_1)p_2+p_1(1-p_2)$	p_1p_2

$E[(|X_1-X_2|)]=p_1+p_2-2p_1p_2.$

$E(X_1+X_2)=p_1+p_2.$

14. 随机将 $1,2,\cdots 2n(n\in\mathbf{N}^*$，$n\geqslant 2)$ 这 $2n$ 个连续正整数分为 A，B 两组，每组 n 个数，A 组最大数为 a，B 组最大数为 b，记 $\xi=|a-b|$，~~当 $n=3$ 时，ξ 的数学期望 $E(\xi)=$~~______；若对任意 $n\geqslant 2$，$E(\xi)<c$ 恒成立，则 c 的最小值为 2.

ξ 可能取值. 1, 2, 3, 4, ——— , n

P $\quad \dfrac{C_{2n-2}^{n-1}}{\frac{1}{2}C_{2n}^{n}}$ $\quad \dfrac{C_{2n-3}^{n-1}}{\frac{1}{2}C_{2n}^{n}}$ ——— $\dfrac{C_{2n-(n+1)}^{n-1}}{\frac{1}{2}C_{2n}^{n}}$

check: $\dfrac{\sum_{k=1}^{n} C_{2n-1-k}^{n-1}}{\frac{1}{2}C_{2n}^{n}} \overset{?}{=} 1 = \sum_{k=1}^{n} P\{X=k\}$

$C_{2n-2}^{n-1}+C_{2n-3}^{n-1}+C_{n+1}^{n-1}+\boxed{C_{n}^{n-1}}+\boxed{C_{n-1}^{n-1}}$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad C_{n}^{n}$

$\cdots\cdots \quad C_{n+2}^{n} \quad C_{n+1}^{n}$

$C_{2n-1}^{n} \overset{?}{=} \frac{1}{2}C_{2n}^{n} = \frac{1}{2}\cdot\dfrac{(2n)!}{n!\,n!} = \dfrac{n\cdot(2n-1)!}{n!\,n!} = C_{2n-1}^{n}$

$(n-1)!$

$\sum_{k=1}^{n} kC_{n}^{k} = \sum_{k=1}^{n} nC_{n-1}^{k-1}$

$\sum_{k=1}^{n} k\,C_{2n-1-k}^{n-1}$, $\quad 2n-1-k = m$

$\sum_{m=n-1}^{2n-2} (2n-1-m)\,C_{m}^{n-1}$

$(2n-1)\sum_{m=n-1}^{2n-2} C_{m}^{n-1} - \sum_{m=n-1}^{2n-2} (1+m)\,C_{m}^{n-1}$

$2n\,C_{2n-1}^{n} - \sum_{m=n-1}^{2n-2} n\,C_{m+1}^{n}$

$kC_{n}^{k} = nC_{n-1}^{k-1}$

$= 2n\,C_{2n-1}^{n} - n\,C_{2n}^{n+1}$

$= \dfrac{2n\,C_{2n-1}^{n} - n\,C_{2n}^{n-1}}{C_{2n-1}^{n}}$

$\xi(x)$

$= 2n - n\cdot\dfrac{\frac{(2n)!}{(n-1)!\,(n+1)!}}{\frac{(2n-1)!}{n!\,(n-1)!}} = 2n - \dfrac{2n^2}{n+1} < c$

$2n - \dfrac{2n^2+2n-2n}{n+1}$

$= 2n - 2n + \dfrac{2n}{n+1} = \dfrac{2n+2-2}{n+1} = 2 - \dfrac{2}{n+1} \to 2.$

$C_{min} = 2.$

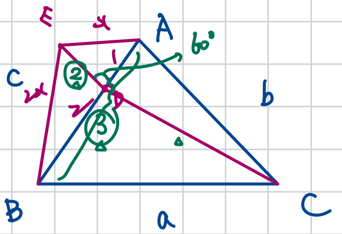
18.（17 分）

在$\triangle ABC$中，角 A,B,C所对的边分别为 a,b,c，已知 $a^2-ab\cos C=2bc\cos A$，$B=45°$ $\triangle ABC$外一点 E满足 $BE=2AE$，$\angle AEB$的平分线交 AB于点 D.

（1）求 $\cos A$；

（2）求证：$CD\perp AB$；

（3）若 $c=3$，$DE=2$，求 CE.



$\Rightarrow a^2-(a^2+b^2-c^2)=2(b^2+c^2-a^2)$

$a^2+c^2-b^2=2b^2+2c^2-2a^2$

$\Rightarrow 3a^2-3b^2=c^2.$

$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\dfrac{1}{\sqrt2}$

$\Rightarrow a^2+c^2-b^2=\sqrt2 ac.$

$\Rightarrow \frac{4}{3}c=\sqrt2 a \Rightarrow \frac{4}{3}c=\frac{4}{\sqrt5}b \Rightarrow \frac{c}{b}=\frac{3}{\sqrt5}$

$\Rightarrow \boxed{2\sqrt2 c=3a}$ $\quad 4(6a^2-6b^2)=9a^2.$

$\Rightarrow 15a^2=24b^2 \Rightarrow 5a^2=8b^2$

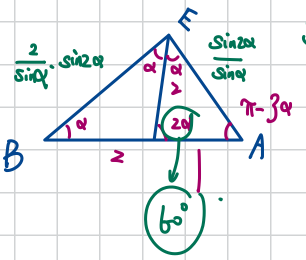
$\Rightarrow 2\sqrt2 b=\sqrt5 a$

$\Rightarrow a=\frac{2\sqrt2}{\sqrt5}b.$

$\dfrac{BD}{AD}=2 \quad \Leftarrow \quad CH\perp AB$

$\dfrac{BH}{AH}=\dfrac{a\cos B}{b\cos A}=\dfrac{2\sqrt2}{\sqrt5}\cdot\dfrac{\frac{1}{\sqrt2}}{\frac{1}{\sqrt5}}=2$

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{\frac{2}{3}c}{2b}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{c}{b}=\dfrac{1}{\sqrt5}$



$S=\frac{1}{2}(4+2)\sin2\alpha$

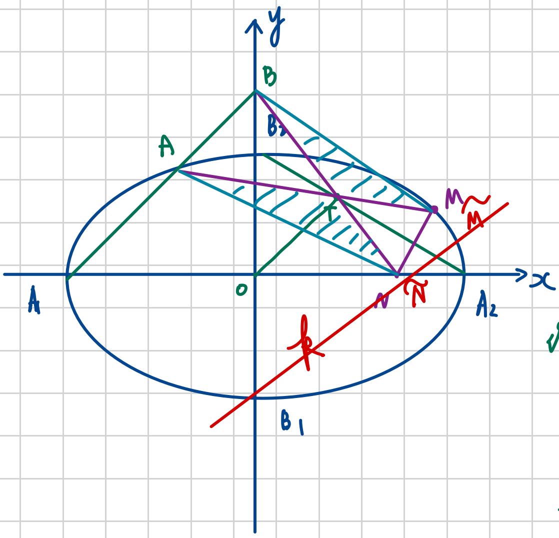
$=\frac{1}{2}\cdot 2\cos\alpha\cdot 4\cos\alpha\cdot\sin2\alpha$

$\Rightarrow 3=4\cos^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt3}{2} \Rightarrow \alpha=30°.$

（2）设 C 与 x 轴交于点 A_1，A_2（A_1 在 A_2 左侧），与 y 轴交于点 B_1，B_2（B_1 在 B_2 下方）．点 T 在线段 A_2B_2 上，过点 A_1 作直线 $l \,//\, OT$，交 C 于点 A（异于点 A_1，B_2），交 y 轴于点 B. 直线 AT 交 C 于点 M（异于点 A），直线 BT 交 x 轴于点 N.

（i）求直线 l 斜率的取值范围；

（ii）求证：$\triangle ATN$ 和 $\triangle BTM$ 的面积相等.



$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+y=1 \\ y=kx \end{cases} \Rightarrow x+2kx-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{1+2k} \quad y=\frac{2k}{1+2k}$$

设 l: $y=kx-1$. $\tilde{M}\cdot\tilde{N}$

$$\begin{cases} y=kx-1 \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2+4(k^2x^2-2kx+1)-4=0$$

$$\Rightarrow (1+4k^2)x^2-8kx=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{8k}{1+4k^2}, \quad y=\frac{8k^2-1-4k^2}{1+4k^2}=\frac{4k^2-1}{1+4k^2}$$

$$\tilde{N}\left(\frac{1}{k},0\right) \quad \tilde{M}\left(\frac{8k}{1+4k^2}, \frac{4k^2-1}{1+4k^2}\right)$$

$$\begin{cases} y=k(x+2) \\ x^2+4y^2=4 \end{cases} \Rightarrow x=-\frac{8k}{1+4k^2} \quad y=\frac{1-4k^2}{1+4k^2}$$

$$x^2+4k^2(x^2+4x+4)=4$$

$$\Rightarrow (1+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-4=0$$

$$x_1x_2=\frac{16k^2-4}{1+4k^2}$$

$$\Rightarrow x_2=\frac{2-8k^2}{1+4k^2} \quad +2.$$

$$y_2=\frac{4k}{1+4k^2}$$

$$A\left(\frac{2-8k^2}{1+4k^2}, \frac{4k}{1+4k^2}\right) \quad B(0,2k)$$

$$k=\frac{4k^2-4k-1}{8k+8k^2-2}.$$

$$T\left(\frac{2}{1+2k}, \frac{2k}{1+2k}\right)$$

$$k=\frac{4k(1+2k)-2k(1+4k^2)}{(2-8k^2)(1+2k)-2(1+4k^2)} = \frac{2(1+2k)-(1+4k^2)}{2[-2k-4k^2+1-2k]} = \frac{1\ \cancel{2}+4k-\cancel{1}-4k^2}{-8k^2-8k+2.}$$

$$=-8k^2(1+2k)+2(2k-4k^2).$$

$$=4k[-2k(1+2k)+1-2k].$$

14. 随机将$1,2,\cdots 2n(n\in \mathbf{N}^*，n\geqslant 2)$这$2n$个连续正整数分为$A$，$B$两组，每组$n$个数，$A$组最大数为$a$，$B$组最大数为$b$，记$\xi=|a-b|$，当$n=3$时，$\xi$的数学期望$E(\xi)=$______；若对任意$n\geqslant 2$，$E(\xi)<c$恒成立，则$c$的最小值为______．

$$\sum_{m=n-1}^{2n-2}(2n-1-m)C_m^{n-1}$$

$$=(2n-1)\sum_{m=n-1}^{2n-2}C_m^{n-1}-\sum_{m=n-1}^{2n-2}\boxed{mC_m^{n-1}}$$

$$\xi(x)=\frac{\sum_{k=1}^{n}C^{n-1}_{2n-1-k}\,k}{\frac{1}{2}C_{2n}^{n}}$$

令 $m=2n-1-k$，$\boxed{k=2n-1-m}$

ξ	1,	2.	— — — .	n
P	$\frac{C_{2n-2}^{n-1}}{\frac12 C_{2n}^{n}}$	$\frac{C_{2n-3}^{n-1}}{\frac12 C_{2n}^{n}}$	- - -	$\frac{C^{n-1}_{2n-(n+1)}}{\frac12 C_{2n}^{n}}$

$$=\frac12\cdot\frac{(2n)!}{n!\cdot n!}=\frac{(2n-1)!}{(n-1)!\,n!}=C_{2n-1}^{n-1}$$

$$C_{n-1}^{n-1}+\cdots+C_{2n-2}^{n-1}=C_n^n+C_n^{n-1}+\cdots$$

$$=C_{n+1}^{n}+\cdots$$

$$=C_{2n-1}^{n}\quad\frac{(2n-1)!}{n!\,(n-1)!}=C_{2n-1}^{n-1}$$

$$\xi(x)=\frac{\sum_{k=1}^{n}C^{n-1}_{2n-1-k}\,k}{C_{2n-1}^{n-1}}=\frac{\sum_{m=2n-1-k=n-1}^{2n-2}C_m^{n-1}(2n-1-m)}{C_{2n-1}^{n-1}}$$

$$(2n)C_{2n-1}^{n-1}-\sum_{m=n-1}^{2n-2}(1+m)C_m^{n-1}=2nC_{2n-1}^{n-1}-n\sum_{m=n-1}^{2n-2}C_{m+1}^{n}$$

$$(1+m)C_m^{n-1}=nC_{m+1}^{n}\quad=2nC_{2n-1}^{n-1}-nC_{2n}^{n-1}$$

$$\boxed{kC_n^k=nC_{n-1}^{k-1}}$$

$$2n-n\cdot\frac{C_{2n}^{n-1}}{C_{2n-1}^{n-1}}=2n-n\cdot\frac{\frac{\cancel{2n!}\;2n}{\cancel{(n-1)!}\,\cancel{(n+1)!}\;n+1}}{\frac{\cancel{(2n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}\,\cancel{n!}}}$$

$$=2n-\frac{2n^2+2n-2n}{n+1}$$

$$=2n-2n+\frac{2(n+1-1)}{n+1}$$

$$=2-\frac{2}{n+1}<2.$$

17.（15 分）

已知有两个袋子：A 袋和 B 袋。A 袋装有 1 个红球和 10 个黑球，B 袋装有 10 个红球和 1 个黑球。

（1）不放回地从 A 袋中抽取 3 次，求第 3 次抽到红球的概率；

（2）等可能的选择其中一个袋子，从中取出一球发现是黑球，求选择的袋子是 A 袋的概率；

（3）同时从两袋中分别**独立**选取一个球，若两球异色，则交换袋子，若同色，则放回原袋。这样操作 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 次后，求从 A 袋中抽出红球的概率 p_n.

$$p_n=\left(p_{n-1}-\frac{1}{11}\right)\underbrace{p_{n-1}^2}_{\boxed{A红}}+\left(p_{n-1}+\frac{1}{11}\right)(1-p_{n-1})^2+2p_{n-1}^2(1-p_{n-1})$$

$$=\cancel{p_{n-1}^3}-\cancel{\frac{1}{11}p_{n-1}^2}+\left(p_{n-1}+\frac{1}{11}\right)\left(1-2p_{n-1}+\cancel{p_{n-1}^2}\right)+\cancel{2p_{n-1}^2}-\cancel{2p_{n-1}^3}$$

$$p_{n-1}-\cancel{2p_{n-1}^2}+\cancel{p_{n-1}^3}+\frac{1}{11}-\frac{2}{11}p_{n-1}+\cancel{\frac{1}{11}p_{n-1}^2}$$

$$p_n=\frac{9}{11}p_{n-1}+\frac{1}{11}$$