机密★考试结束前

（在本试卷上答题无效）

山河·大联考 2026届限时训练试题（一）

数 学

选题：王良涛　排版、校对：山河文化试题研究中心

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题所给的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\mid x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x=\log_2 x<3\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{2,4\}$　　B．$\{4,6\}$　　C．$\{0,2,4\}$　　D．$\{2,4,6\}$

2．复数 z 满足 $z(1+\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，其中 i 为虚数单位，则 $|z|=$

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

3．已知平面向量 $\boldsymbol{\alpha}$，$\mathbf{b}$ 的夹角为 60°，且 $|\boldsymbol{\alpha}|=2$，$|\boldsymbol{\alpha}+\mathbf{b}|=2\sqrt{3}$，则 $|\mathbf{b}|=$

A. 1　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

4．若 l，m 为两条不同的直线，α，β 为两个不同的平面，则

A. 若 $l/\!/\alpha$，$m\subset\alpha$，则 $l/\!/m$

B. 若 $l/\!/\alpha$，$m/\!/\alpha$，则 $l/\!/m$

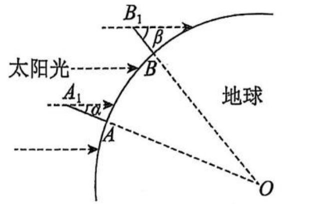
C. 若 $l\perp\alpha$，$m\perp\beta$，$l\perp m$，则 $\alpha\perp\beta$

D. 若 $l/\!/\alpha$，$\alpha/\!/\beta$，则 $l/\!/\beta$

5．下列四组数据中，方差最小的为

A. 29，25，37　　B. 30，46，25　　C. 38，40，35　　D. 40，18，30

6．早在两千年前，古人就通过观测发现地面是球面，并会运用巧妙的方法估算地球半径，如图所示，将太阳光视为平行光线，O 为地球球心，A，B 为北半球上同一经度上的两点，且 A，B 之间的经线长度为 L，于同一时刻在 A，B 两点分别竖立一根长杆 AA_1 和 BB_1，通过测量得到两根长杆与太阳光的夹角为 α 和 β（α 和 β 的单位为弧度）由此可计算地球的半径为



A．$\dfrac{L}{\beta-\alpha}$　　B．$\dfrac{L}{\sin(\beta-\alpha)}$　　C．$\dfrac{L}{\beta+\alpha}$　　D．$\dfrac{L}{\sin(\beta+\alpha)}$

7. 平面直角坐标系 xOy 中，满足不等式组 $\begin{cases}x^2+y^2-2x\le 1\\ x^2+y^2+2x\le 1\end{cases}$ 的点 (x,y) 表示的区域面积为

A. $\dfrac{\pi}{2}-1$　　B. π　　C. $\pi-1$　　D. $\pi-2$

8. 已知抛物线 $y^2=4x$ 的弦 AB 的中点横坐标为 5，则 $|AB|$ 的最大值为

A. 12　　B. 11　　C. 10　　D. 9

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题所给的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分。

9．已知直线 $l:kx-y+2k=0$ 和圆 $O:x^2+y^2=9$，则

A. 直线 l 恒过定点 $(2,0)$

B. 存在 k 使得直线 l 与直线 $x-2y+2=0$ 垂直

C. 直线 l 与圆 O 相交

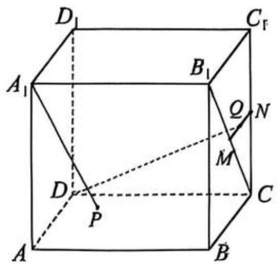
D. 若 $k=-1$，直线 l 被圆 O 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$

10. 在△ABC 中，$C=45°$，$(\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则

A. $\sin B=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\tan A=2$

C. $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BC}$ 方向上的投影向量为 $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$　　D. 若 $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{2}$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$

11. 已知 P 棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 表面上一动点，M，N 分别是线段 B_1C 和 CC_1 的中点，点 Q 满足 $\overrightarrow{MQ}=\lambda\overrightarrow{MN}(0\le\lambda\le 1)$，且 $A_1P\perp DQ$，设 P 的轨迹围成的图形为多边形 Ω，则



A. Ω 为平行四边形

B. 存在 λ，使得 Ω 的面积为 $\sqrt{22}$

C. 存在 λ，使得 Ω 和底面 $ABCD$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$

D. 点 B 和 Ω 形成的多面体体积为定值

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分

12．双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{6}=1$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，点 P 在双曲线右支上，若 $|PF_1|=4$，则 $\angle F_1PF_2=$ ________.

13. 在△ABC 中，已知 $C=\dfrac{2\pi}{3}$，$\tan A\cdot\tan B=2-\sqrt{3}$，则 $\cos(A-B)=$ ________.

14. 直线 l 过双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点 F，交 C 的渐近线于 A，B 两点，若 $\overrightarrow{FB}=3\overrightarrow{FA}$，且 $|\overrightarrow{FA}|=b$，则 C 的离心率为 ________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

已知等差数列$\{a_n\}$满足a_n，a_{n+1}是关于x的方程$x^2-4nx+b_n=0$的两个根.

（1）求a_1；

（2）求数列$\{(-1)^n\cdot\dfrac{4n}{b_n}\}$的前$n$项和$S_n$.

16.（15 分）

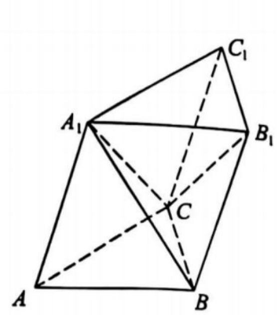
在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，AD为边BC上的中线.

（1）证明：$AD=\dfrac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$；

（2）若$A=\dfrac{\pi}{3}$，$a=2$，求AD的最大值.

17.（15 分）

如图，在三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$A_1B=A_1C=A_1A=2$，$BA\perp BC$，$BA=BC$.



（1）证明：平面$ABC\perp$平面ACC_1A；

（2）若直线A_1B与平面ABC所成角为60°，求平面A_1B_1C与平面ABC夹角的余弦值.

18.（17 分）

已知△DEF的顶点E在x轴上，$F(\dfrac{1}{4},0)$，$|DF|=|EF|$，且边DE的中点M在y轴上，设D的轨迹为曲线Γ.

（1）求Γ的方程；

（2）若正三角形ABC的三个顶点都在Γ上，且直线AB的倾斜角为45°，求$|AB|$.

19.（17 分）

线段 MN 的长为 3，端点 M，N 分别在 y 轴和 x 轴上运动，点 E 满足 $\overrightarrow{ME}=2\overrightarrow{EN}$，记点 E 的轨迹为曲线 C.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）曲线 C 与 x 轴的左右两个交点分别为 A，B，P 为 C 上异于 A，B 的动点，过点 $D(1,0)$ 分别作直线 $l_1 // AP$，直线 $l_2 // BP$，其中 l_1 与曲线 C 交于 G，H 两点，l_2 交直线 $x=-1$ 与点 R，点 I 满足 $|DG|\overrightarrow{IH}=|DH|\overrightarrow{IG}$.

（i）求点 I 的轨迹方程；

（ii）$\triangle IDR$ 的面积是否存在最小值？若存在，求出最小值；若不存在，请说明理由.