

DIGITAL SUM

01

अंकीय योग

Introduction/परिचय

It is a method not used for quick calculation but for quick checking of answers. This technique has different useful applications for students giving competitive & other exams as they are already provided with four options to every answer.

यह एक ऐसी विधि है जिसका उपयोग त्वरित गणना के लिए नहीं बल्कि उत्तरों की त्वरित जांच के लिए किया जाता है। प्रतियोगी और अन्य परीक्षाएं देने वाले छात्रों के लिए इस तकनीक के अलग-अलग उपयोगी अनुप्रयोग हैं क्योंकि उन्हें पहले से ही प्रत्येक उत्तर के लिए चार विकल्प प्रदान किए जाते हैं।

What is digital sum/डिजिटल योग क्या है:

A single digit obtained by adding all digits of a number, is called digit sum.

किसी संख्या के सभी अंकों को जोड़ने पर प्राप्त एक अंक को अंकीय योग कहा जाता है।

For example, Digit sum of 135 = $1 + 3 + 5 = 9$

Digit sum of 68 = $6 + 8 = 14 = 1 + 4 = 5$

'OR'

Remainder obtained by dividing a number by 9, is called digit sum.

किसी संख्या को 9 से विभाजित करने पर जो शेषफल प्राप्त होता है, उसे अंकीय योग कहते हैं।

For example, Digit sum of 34 = $3 + 4 = 7$

'OR'

Remainder When 34 is divided by 9 = 7

Another example, digit sum of 58 = $5 + 8 = 13$

$= 1 + 3 = 4$

Remainder when 58 is divided by 9 = 4

The digit sum method can be used to check answers involving different arithmetic operations like multiplication, division, addition, subtraction, squares, square roots, cube roots etc.

अंकीय योग पद्धति का उपयोग गुणा, भाग, जोड़, घटाव वर्ग, वर्गमूल, घनमूल आदि जैसे विभिन्न अंकगणितीय परिचालनों से जुड़े उत्तरों की जांच करने के लिए किया जा सकता है।

Digit sum of LHS = Digit Sum of RHS.

LHS का अंकीय योग = RHS का अंकीय योग।

Digit sum can be implemented on percentage or decimals as well.

अंकीय योग को प्रतिशत अथवा दशमलव पर भी लागू किया जा सकता है।

For decimals, digit sum work exactly the same way, but we don't pay attention to the decimal points the digit sum of 6.256 is $(6 + 2 + 5 + 6) = 19$, eliminate 9, digit-sum is 1

दशमलव के लिए, अंकीय योग बिल्कुल उसी तरह काम करता है, लेकिन हम दशमलव बिंदुओं पर ध्यान नहीं देते हैं, 6.256 का अंकीय योग $(6 + 2 + 5 + 6) = 19$ अंक-योग 1 है

Note: (i) Digit sum can be any of following the numbers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 or 0.

अंकीय योग निम्नलिखित संख्या 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 या 0 में से कोई भी हो सकता है।

By adding 9 in any of above digits, digit sum does not change this means while adding consider 9 as zero.

उपरोक्त किसी भी अंक में 9 जोड़ने पर अंकीय योग नहीं बदलता अर्थात जोड़ते समय 9 को शून्य मानें।

Therefore, while calculating the digit sum of a number, you can eliminate all the nines and all the digits that add up to nine. By doing this you will be able to calculate the digit sum of any number much faster the elimination will have no effect on the final result.

Remember that 9 is synonymous with 0 and can be used interchangeably as 9 is also divisible by 9 leaves remainder 0.

$(9 = 0, \text{ in digit sum})$

इसलिए, किसी संख्या के अंकों के योग की गणना करते समय, आप सभी 9 और जोड़ने पर 9 प्राप्त करने वाले सभी अंकों को विलोपित सकते हैं। ऐसा करने से आप किसी भी संख्या के अंकीय योग की गणना बहुत तेजी से कर पाएंगे, विलोपन का अंतिम परिणाम पर कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। याद रखें कि 9, 0 का पर्याय है और इसे एक दूसरे के स्थान पर इस्तेमाल किया जा सकता है क्योंकि 9 भी 9 से विभाज्य है, शेषफल 0 है।

$(9 = 0, \text{ अंकीय योग में})$

Ex. Find the digit-sum of 2467539.

2467539 का अंकीय योग ज्ञात कीजिए।

HINTS:

We will eliminate the numbers that add up to 9 (2 & 7, 4 & 5, 6 & 3 and also eliminate the 9). We obtain 0 or 9.

Ex. Find the digit-sum of 6372819923

6372819923 का अंकीय योग ज्ञात कीजिए

HINTS:

We will eliminate the numbers that add up to 9 (6 & 3, 7 & 2, 8 & 1 and also eliminate the two 9's). We are left with the digits 2 & 3 which also add up to 5.

(ii) Digit sum of any multiple of 9 is 9.

9 के किसी गुणज का अंकीय योग 9 होता है।

For example/उदाहरण के लिए

$$9 \times 14 = 126 = 1 + 2 + 6 = 9$$

$$9 \times 43 = 387 = 3 + 8 + 7 = 18 = 1 + 8 = 9$$

9 का यह एक बेहद महत्वपूर्ण गुणधर्म है। विद्यार्थी यदि इसका Application अच्छे से समझ लें तो कई प्रश्नों में बिना पूरा calculation किए options eliminate करके सही उत्तर तक पहुँचा जा सकता है।

यदि किसी भी Multiplication प्रक्रिया में 9 दिखे या 9 का कोई multiple दिखे और यह 9 denominator से cancel out ना हो रहा हो, तो गुणनफल का digit sum हमेशा 9 होगा।

कुछ PYQ के माध्यम से इसके अनुप्रयोग को और अच्छे से समझते हैं।

Ex. Due to pandemic, the population of city reduces at the rate of 2% per annum. What will be its total population after 2 years if the present population of the city is 45,000?

महामारी के कारण एक शहर की जनसंख्या 2% प्रतिवर्ष की दर से घटती है। यदि शहर की वर्तमान जनसंख्या 45,000 है, 2 वर्ष बाद इसकी कुल जनसंख्या क्या होगी?

- (a) 40538 (b) 44521
(c) 41568 (d) 43218

HINTS:

Population After Two year

$$= 45000 \times \frac{49}{50} \times \frac{49}{50} = 43218$$

चूँकि 45000, 9 का multiple है और यह D से cancel out भी नहीं होगा इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (d) का ही digit sum 9 है।

Ex. 2000 employees are assigned to complete a project. At the end of the first year, 15% of the number of employees are decreased and at the end of the second year again 10% of the number of employees are decreased. However, to complete the project in time, the number of employees are increased by 10% at the end of the third year. What was the number of employees working during the fourth year?

2000 कर्मचारियों को एक परियोजना को पूरा करने का कार्य सौंपा गया है। पहले वर्ष के अंत में, कर्मचारियों की संख्या 15% कम हो जाती है और दूसरे वर्ष के अंत में कर्मचारियों की संख्या पुनः 10% कम हो जाती है। हालाँकि, परियोजना को समय पर पूरा करने के लिए तीसरे वर्ष के अंत में कर्मचारियों की संख्या 10% बढ़ा दी जाती है। चौथे वर्ष में काम करने वाले कर्मचारियों की संख्या कितनी है?

- (a) 1786 (b) 1685
(c) 1683 (d) 1783

HINTS:

Number of employees working during the fourth year,

$$= 2000 \times \frac{85}{100} \times \frac{90}{100} \times \frac{110}{100} = 1683$$

चूँकि 90, 9 का multiple है इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा। दिए गए विकल्पों में से (c) का ही digit sum 9 है।

Ex. Swati sold a bag to Ankita at a gain of 15%. Aashi bought this bag from Ankita for ₹ 24,840. Ankita earned a profit of 20%. At what price would Swati have bought the bag?

स्वाति ने अंकिता को एक बैग 15% के लाभ पर बेचा। अंकिता ने यह बैग अंकिता से ₹ 24,840 में खरीदा था। अंकिता ने 20% का लाभ अर्जित किया। स्वाति ने बैग किस कीमत पर खरीदा होगा?

- (a) ₹ 18,500 (b) ₹ 18,000
(c) ₹ 16,000 (d) ₹ 20,000

HINTS:

CP SP

20 23

5 6

100 138

Swati bought at,

$$\frac{24840}{138} \times 100 = \text{Rs. } 18000$$

चूँकि 24840 का digit sum 9 है अर्थात् यह 9 का multiple है और D से cancel out भी नहीं होगा इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (b) का ही digit sum 9 है।

Ex. The area of a field in the shape of a hexagon is $1944\sqrt{3}\text{m}^2$. What will be the cost (in Rs.) of fencing it at the rate of Rs. 11.50 per metre?

एक षट्भुजाकार खेत का क्षेत्रफल $1944\sqrt{3}\text{m}^2$ है। उसके चारों ओर रुपये 11.50 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने में कितनी लागत (रुपये में) आएगी?

- (a) 2,256 (b) 3,200
(c) 2,785 (d) 2,484

HINTS:

∴ Area of a hexagon

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = 1944\sqrt{3}$$

$$a^2 = \frac{1944 \times 4}{6} \Rightarrow a = 36 \text{ m}$$

Perimeter of the hexagon

$$= 6 \times 36 = 216 \text{ m}$$

$$\text{Total cost} = 216 \times 11.5 = \text{Rs. } 2484$$

चूँकि 216, 9 का multiple है इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा। दिए गए विकल्पों में से (d) का ही digit sum 9 है।

Ex. A hemispherical bowl whose radius is 21 cm is full of ice cream. Find the volume of the ice cream.

$$(\text{take } \pi = \frac{22}{7})$$

एक अर्धगोलाकार कटोरा, जिसकी त्रिज्या 21 सेमी है, आइसक्रीम से

भरा है। आइसक्रीम का आयतन ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ लीजिए)

- (a) 20000 cm^3 (b) 21000 cm^3
(c) 22000 cm^3 (d) 19404 cm^3

HINTS:

Volume of hemisphere

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times 21 = 19404 \text{ cm}^3$$

चूँकि $21 \times 21 \times 21$, में $3 \times 3 \times 3$ हैं जिसमें से एक 3 D से cancel out हो जाएगा। बचे हुए दो 3 मिलकर 9 हो जाएँ अर्थात् final product का digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (d) का ही digit sum 9 है।

Ex. The total surface area of a solid hemisphere is 1039.5 cm^2 . The volume (in cm^3) of the hemisphere is:

$$\left(\text{Take } \pi = \frac{22}{7} \right)$$

एक ठोस अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 1039.5 सेमी है। अर्धगोले का

आयतन (सेमी³ में) कितना होगा? (मान लीजिए $\pi = \frac{22}{7}$)

- (a) 2225.5 (b) 2530.6
(c) 2425.5 (d) 2525.6

HINTS:

$$3\pi r^2 = 1039.5$$

$$= 3 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 1039.5 \Rightarrow r = \frac{21}{2} = 10.5 \text{ cm}$$

Volume of Hemisphere

$$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5 = 2425.5 \text{ cm}^3$$

चूँकि $10.5 \times 10.5 \times 10.5$, में $3 \times 3 \times 3$ हैं जिसमें से एक 3 D से cancel out हो जाएगा। बचे हुए दो 3 मिलकर 9 हो जाएँ अर्थात् final product का digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (c) का ही digit sum 9 है।

Ex. Water is flowing through a cylindrical canal with an internal diameter of 7 m at the speed of 18 km/h. Find the volume of water flowing through the canal

in 30 minutes. (take $\pi = \frac{22}{7}$)

7 मी आंतरिक व्यास वाली एक बेलनाकार नहर में पानी के बहाव की गति 18 किमी/घंटा है। इसके माध्यम से 30 मिनट में बहने

वाले पानी का आयतन ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ का उपयोग कीजिए।)

- (a) $3,76,500 \text{ m}^3$ (b) $3,56,500 \text{ m}^3$
(c) $3,66,500 \text{ m}^3$ (d) $3,46,500 \text{ m}^3$

HINTS:

Distance covered in 30 minutes (9 km) will be considered as height.

$$h = 9000 \text{ m}$$

Volume of water flowing through the canal in 30 minutes = $\pi r^2 h$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 9000 = 346500 \text{ m}^3$$

चूँकि 9000, 9 का multiple है और यह D से cancel out भी नहीं होगा इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (d) का ही digit sum 9 है।

Ex. If the amount obtained by A by investing Rs 9,100 for three years at a rate of 10% p.a. on simple interest is equal to the amount obtained by B by investing a certain sum of money for five years at a rate of 8% p.a. on simple interest, then 90% of the sum invested by B (in Rs) is:

यदि A द्वारा साधारण ब्याज पर वार्षिक 10% की ब्याज दर से तीन वर्षों के लिए रुपये 9100 का निवेश करके प्राप्त की गई धनराशि, B द्वारा साधारण ब्याज पर, वार्षिक 8% की ब्याज दर से पाँच वर्षों के लिए एक निश्चित राशि का निवेश करके प्राप्त की गई राशि के बराबर है, तो B द्वारा निवेश की गई राशि का 90% (रुपये में) ज्ञात करें।

- (a) 7,800 (b) 7,605
(c) 8,540 (d) 8,450

HINTS:

B द्वारा निवेशित धनराशि जितनी भी होगी उसका 90% अर्थात् 9 का product जिसका digit sum 9 होगा।

दिए गए विकल्पों में से (b) का ही digit sum 9 है।

Ex. A sum of Rs18,000 becomes Rs 21,780 after 2 years on compound interest compounded annually. What will be the compound interest (in Rs) on the same sum for the same period if the rate of interest increases by 5%?

सालाना चक्रवृद्धि ब्याज पर 2 साल में 18,000 रुपये की राशि 21,780 रुपये हो जाती है। यदि ब्याज की दर में 5% की वृद्धि होती है, तो समान अवधि के लिए समान राशि पर चक्रवृद्धि ब्याज (रु में) कितना होगा?

- (a) 1,845 (b) 4,670
(c) 5,805 (d) 5,500

HINTS:

| Principal | Amount |
|---------------------|---------------------|
| 18000 | 21780 |
| $\frac{18000}{100}$ | $\frac{21780}{100}$ |
| 30 | 33 |

$$\text{Rate} = \frac{3}{30} \times 100 = 10\%$$

If rate is increased by 5% = 15%

C.I. for two years = 32.25%

$$= \frac{18000}{100} \times 32.25$$

चूँकि 18000, 9 का multiple है इसलिए गुणनफल का digit sum 9 होगा। दिए गए विकल्पों में से (a) & (c) का digit sum 9 है। परंतु जैसा कि हम जानते हैं 18000 के 10% का मान 1800 होता है यहाँ हमें 32.25% का मान ज्ञात करना है इसलिए option (c) सही उत्तर है।

Ex. Find the sum $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^8$.

$3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^8$ का योग ज्ञात करें।

- (a) 6561 (b) 6560
(c) 9840 (d) 3280

HINTS:

दिए गए expression में 3 को छोड़ कर सभी terms में 9 आ रहा है। अर्थात् सही उत्तर 9 के multiple से 3 अधिक होगा।

दिए गए विकल्पों में (c) एक मात्र ऐसा विकल्प है जिसका digit sum 9 के multiple से 3 अधिक है।

Application of Digital sum

(डिजिटल योग का अनुप्रयोग)

1. Addition/योग

The digit sum of the final sum should be equal to the digit sum of all the numbers used in the addition process.

अंतिम योगफल का अंकीय योग जोड़ प्रक्रिया में प्रयुक्त सभी संख्याओं के अंकीय योग के बराबर होना चाहिए।

(ii) For example/उदाहरण के लिए, $13 + 12 = 25$

Digit sum of 13 = $1 + 3 = 4$

Digit sum of 12 = $1 + 2 = 3$

Digit sum of 4 and 3 = 7

Digit sum of 25 is $2 + 5 = 7$

Thus digit sum of LHS = Digit sum of RHS.

इस प्रकार LHS का अंकीय योग = RHS का अंकीय योग।

(Why this happens? Because, if you divide 13 & 12 by 9 and add up the remainders ($4 + 3 = 7$) which is equal to the remainder obtained by dividing 25 by 9.)

(ऐसा क्यों होता है? क्योंकि, यदि आप 13 और 12 को 9 से विभाजित करते हैं और शेषफल जोड़ते हैं ($4 + 3 = 7$) जो 25 को 9 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल के बराबर होता है।)

Ex. $1.5 + 32.5 + 23.9 = 57.9$

HINTS:

Digit sum of LHS $6 + 10 + 5 = 21 = 3$

Digit sum of RHS $5 + 7 + 9 = 12 = 3$

Ex. Verify whether $18273645 + 9988888 + 6300852 + 11111111$ is 45674496.

सत्यापित करें कि क्या $18273645 + 9988888 + 6300852 + 11111111$ का योगफल 45674496 है।

HINTS:

The digit-sum of the numbers is 0, 4, 6 and 8 respectively.

Total of these 4 digit sum is 18 and the digit sum of 18 is 9.

The digit sum of 45674496 is also 9.

Hence, Digit sum of the question is equals to the digit sum of the Answer.

अतः, प्रश्न के अंकों का योग उत्तर के अंकों के योग के बराबर है।
i.e., We can assume that the addition is correct.

अर्थात्, हम मान सकते हैं कि योगफल सही है।

2. Subtraction/घटाव

The digit sum of the smaller number as subtracted from the digit sum of bigger number should equal to the digit sum of the difference.

बड़ी संख्या के अंकों के योग से छोटी संख्या के अंकों का योग घटाने पर प्राप्त अंकों का योग अंतर के अंकों के योग के बराबर होना चाहिए।

For example/उदाहरण के लिए, $88 - 13 = 75$

Digit sum of LHS = $7 - 4 = 3$

Digit sum of RHS = $7 + 5 = 12 = 3$

Ex. $73 - 16 = 57$

HINTS:

Digit sum of LHS = $1 - 7 = -6 + 9 = 3$

If the digit sum value comes negative then just add it to 9 & result will be the actual digit sum value. (Remember it)

यदि अंकों का योग मान ऋणात्मक आता है तो इसे 9 में जोड़ें और परिणाम वास्तविक अंकों का योग मान होगा। (याद रखें)

Digit - sum of RHS = $5 + 7 = 12 = 3$.

Ex. $2474 - 1140 = 1330$

HINTS:

Digit sum of LHS = $4 - 6 = -2 + 9 = 7$

If the digit sum value comes negative then just add it to 9 & result will be the actual digit sum value. (Remember it)

यदि अंकों का योग मान ऋणात्मक आता है तो इसे 9 में जोड़ें और परिणाम वास्तविक अंकों का योग मान होगा। (याद रखें)

Digit - sum of RHS = $1 + 3 + 3 = 7$

Ex. Verify whether 32586 minus 12598 are 19988.

सत्यापित करें कि क्या 32586, 12598 का अंतर 19988 है।

HINTS:

The digit sum of the number 32586 is 6

The digit sum of the number 12598 is 7

Subtract 7 from 6 we get -1 i.e., $1 + 9 = 8$

Also digit sum of 19988 is also 8.

Hence, Digit sum of the question is equals to the digit sum of the Answer.

अतः, प्रश्न के अंकों का योग उत्तर के अंकों के योग के बराबर है।

i.e., We can assume that the subtraction is correct.

अर्थात्, हम मान सकते हैं कि घटाव सही है।

3. Multiplication/गुणा

First we will calculate the digit sum of the first number, we will calculate the digit sum of the second number we will multiply the two digit sums thus obtained. If the final answer equals to the digit sum of the product then, our answer can be concluded as to be correct.

पहले हम पहली संख्या के अंकों के योग की गणना करेंगे, हम दूसरी संख्या के अंकों के योग की गणना करेंगे, हम इस प्रकार प्राप्त दो अंकों के योग को गुणा करेंगे। यदि प्राप्त अंकों का योग गुणनफल के अंकों के योग के बराबर है, तो हमारे उत्तर को सही माना जा सकता है।

For example/उदाहरण के लिए, $15 \times 13 = 195$

Digit sum of multiplication of digit sum of 15 & 13 = $(1 + 5) \times (1 + 3) = 6 \times 4 = 24 = 6$

Digit sum of RHS = $1 + 9 + 5 = 6$ (eliminate 9)

Digit sum of LHS = Digit sum of RHS

Ex. Verify whether 467532 multiplied by 107777 equals 50389196364.

सत्यापित करें कि क्या 467532 को 107777 से गुणा करने पर 50389196364 आता है।

HINTS:

The digit sum of 467532 is 9.

The digit sum of 107777 is 2.

Digit sum of LHS = $9 \times 2 = 18 = 9$

Digit sum of 50389196364 is also 9.

Hence, Digit sum of the question is equals to the digit sum of the Answer.

अतः, प्रश्न के अंकों का योग उत्तर के अंकों के योग के बराबर है।

i.e., We can assume that the product is correct.

अर्थात्, हम मान सकते हैं कि गुणनफल सही है।

Ex. The value of 95×105 is:

95 × 105 का मान _____ है।

(a) 9981 (b) 9935

(c) 9965 (d) 9975

HINTS:

Digit sum of multiplication (95×105) = $5 \times 6 = 3$

Digit sum of only option (d) is 3, which is correct answer.

4. Division/भाग

In division the numerator doesn't but impact. So, it's upto denominator used in the expression.

भाग में अंश का प्रभाव ही नहीं पड़ता। प्रभाव सिर्फ हर का होता है।

We can face the sum of digit sum of denominators in digit sum division process as written below.

अंक योग विभाजन प्रक्रिया में हर के अंकों के योग निम्न में से कोई भी हो सकता है।

$$\frac{N^r}{1}, \frac{N^r}{2}, \frac{N^r}{3}, \frac{N^r}{4}, \frac{N^r}{5}, \frac{N^r}{6}, \frac{N^r}{7}, \frac{N^r}{8}, \frac{N^r}{9} \text{ or } 0$$

The rule of digit sum fails when the denominator has 3, 6 or 9. In such situations, firstly try to cancel out 3, 6 or 9 with numerator and then apply digit sum. If 3, 6 or 9 cannot be eliminated from the denominator then digit sum rule will not apply.

अंक योग का नियम तब विफल हो जाता है जब हर में 3, 6 या 9 हो। ऐसी स्थितियों में, सबसे पहले 3, 6 या 9 को अंश से काटने का प्रयास करें और फिर अंकीय योग लागू करें। यदि हर से 3, 6 या 9 को eliminate नहीं कर सकते तो डिजिटल योग का नियम apply नहीं होगा।

Ex. $\frac{1092}{156} = 7$

HINTS:

DS of $D^r = 3$

Therefore try to cancel out 3 from both N^r & D^r .

$\frac{364}{52}$, Now DS of $D^r = 7$

$$\therefore \frac{364 \times 4}{52 \times 4} = 7$$

Hence, DS of LHS = DS of RHS

In the denominator, if any other digit sum other than 3, 6 or 9 is obtained, then we try to make it 1. For this follow the following procedure.

हर में यदि 3, 6 या 9 के अलावा कोई और डिजिटल योग प्राप्त हो तो उसे 1 बनाने की कोशिश करते हैं। इसके लिए निम्नलिखित प्रक्रिया का पालन करते हैं।

(i) $\frac{N^r}{1}$ is equal to N^r

यदि हर का डिजिटल योग 1 हो तो अंश का अंकीय योग भागफल (उत्तर) के अंकीय योग के बराबर होता है।

Ex. $\frac{38982}{73} = 534$

HINTS:

Digit sum of LHS.

\Rightarrow DS of $N^r = 3$ DS of $D^r = 1$

i.e., DS of LHS = $\frac{3}{1} = 3$

Digit sum of RHS = $5 + 3 + 4 = 3$

(5 & 4 add up to 9, eliminate it)

$$(ii) \frac{N^r}{2} = \frac{N^r \times 5}{2 \times 5} = \frac{N^r \times 5}{10} = \frac{N^r \times 5}{1} = 5 \times N^r$$

यदि हर का अंकीय योग 2 हो तो इसे 1 बनाने के लिए अंश तथा हर में 5 से गुणा कर देते हैं।

Ex. $\frac{2343}{11} = 213$

HINTS:

$$\text{DS of } D^r = 2 \quad \therefore \frac{2343 \times 5}{11 \times 5}$$

DS of $N^r = 6$, DS of $D^r = 1$

\Rightarrow DS of LHS = $\frac{6}{1} = 6$,

DS of RHS = 6

$$(iii) \frac{N^r}{4} = \frac{N^r \times 7}{4 \times 7} = \frac{N^r \times 7}{28} = N^r \times 7$$

यदि हर का अंकीय योग 4 हो तो इसे 1 बनाने के लिए 7 से अंश तथा हर में गुणा कर देते हैं।

Ex. $\frac{12927}{31} = 417$

HINTS:

$$\text{DS of } D^r = 4 \quad \therefore \frac{12927 \times 7}{31 \times 7}$$

DS of $N^r = 3$ & DS of $D^r = 4 \times 7 = 28 = 1$

\Rightarrow DS of LHS = $\frac{3}{1} = 3$

DS of RHS = $4 + 1 + 7 = 12 = 3$.

$$(iv) \frac{N^r}{5} = \frac{N^r \times 2}{5 \times 2} = \frac{N^r \times 2}{10} = N^r \times 2$$

यदि हर का अंकीय योग 5 हो तो इसे 1 बनाने के लिए 2 से अंश तथा हर में गुणा कर देते हैं।

Ex. $\frac{15826}{41} = 386$

HINTS:

$$DS \text{ of } D^r = 5 \quad \therefore \frac{15826 \times 2}{41 \times 2}$$

$$DS \text{ of } N^r = 8, DS \text{ of } D^r = 1$$

$$\Rightarrow DS \text{ of LHS} = \frac{5}{1} = 8$$

$$DS \text{ of RHS} = 3 + 8 + 6 = 8$$

$$(v) \frac{N^r}{7} = \frac{N^r \times 4}{7 \times 4} = \frac{N^r \times 4}{28} = N^r \times 4$$

यदि हर का अंकीय योग 7 हो तो इसे 1 बनाने के लिए 4 से अंश तथा हर में गुणा कर देते हैं।

Ex. $\frac{31,928}{52} = 614$

HINTS:

DS of LHS

$$DS \text{ of } D^r = 5 + 2 = 7 \quad \therefore \frac{31,928 \times 4}{52 \times 4}$$

$$DS \text{ of } N^r = 5 + 2 = 7 \text{ \& } DS \text{ of } D^r = 1$$

$$\Rightarrow DS \text{ of LHS} = \frac{2}{1} = 2$$

$$DS \text{ of RHS} = 2$$

$$(iv) \frac{N^r}{8} = \frac{N^r \times 8}{8 \times 8} = \frac{N^r \times 8}{64} = \frac{N^r \times 8}{10} = N^r \times 8.$$

यदि हर का अंकीय योग 8 हो तो इसे 1 बनाने के लिए 8 से अंश तथा हर में गुणा कर देते हैं।

Ex. $\frac{25347}{71} = 357$

HINTS:

$$DS \text{ of } D^r = 8 \quad \therefore \frac{25347 \times 8}{71 \times 8}$$

$$DS \text{ of } N^r = 6, DS \text{ of } D^r = 1$$

$$\Rightarrow DS \text{ of LHS} = \frac{6}{1} = 6$$

$$DS \text{ of RHS} = 3 + 5 + 7 = 6$$

Note: यदि Numerator तथा Denominator के Digit sum किसी common factor से cancel out हो रहे हो तो उन्हें Cancel ना करें। बल्कि D^r को 1 बनाने की कोशिश करें।

Use of digital sum in some of the previous year TCS questions

(पूर्ववर्ती परीक्षाओं में TCS द्वारा पूछे गए प्रश्नों में डिजिटल योग का अनुप्रयोग)

Ex. $(31\% \text{ of } 260) \times ? = 12896$

- (a) 150 (b) 140
(c) 160 (d) 180

HINTS:

Operate on digit sum

$$4 \times 8 \times ? = 5 \times ? = 8 \Rightarrow ? = \frac{8}{5}$$

$$? = \frac{8 \times 2}{5 \times 2} = 7$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 7 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (c) का अंकीय योग 7 है।

Ex. $12.8\% \text{ of } 8800 - 16.4\% \text{ of } 5550 = 20\% \text{ of } ?$

- (a) 965 (b) 996
(c) 1004 (d) 1081

HINTS:

Operate on digit sum

$$2 \times 7 - 2 \times 6 = 2 \times ?$$

$$5 - 3 = 2 \times ? \Rightarrow ? = \frac{2}{2}$$

$$? = \frac{2 \times 5}{2 \times 5} = 1.$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 1 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (d) का अंकीय योग 1 है।

Ex. $53\% \text{ of } 120 + 25\% \text{ of } 862 = ?\% \text{ of } 500$

- (a) 92.50 (b) 55.82
(c) 63.68 (d) 38.89

HINTS:

Operate on digit sum

$$8 \times 3 + 7 \times 7 = ? \times 5$$

$$\Rightarrow ? = \frac{10}{5} \Rightarrow ? = \frac{10 \times 2}{5 \times 2} = 2$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 2 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (b) का अंकीय योग 2 है।

Ex. $(1004)^2 - (998)^2 = ?$

- (a) 11012 (b) 12012
(c) 22012 (d) 2212

HINTS:

Operate on digit sum

$$5^2 - 8^2 = 25 - 64 = 7 - 1 = 6$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 6 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (b) का अंकीय योग 6 है।

Ex. Find x, if 30% of 400 + x% of 70 = 25% of 536

- (a) 20 (b) 30
(c) 10 (d) 40

HINTS:

Operate on digit sum

$$3 \times 4 + 7x = 7 \times 5$$

$$3 + 7x = 8 \Rightarrow x = \frac{5}{7}$$

$$x = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = 2$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 2 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (a) का अंकीय योग 2 है।

Ex. What value should come in place of question mark.

प्रश्न चिह्न के स्थान पर क्या मान आना चाहिए।

$$9 + 13\frac{2}{3}\% \text{ of } 3300 + 25\% \text{ of } 184 = 40\% \text{ of ?}$$

- (a) 1165 (b) 1265
(c) 1365 (d) 965

HINTS:

दूसरे term के D^r 3 को eliminate करने के लिए 3300 से इसे cancel out कर देते हैं।

$$9 + 41\% \text{ of } 1100 + 25\% \text{ of } 184 = 40\% \text{ of ?}$$

Operate on digit sum

$$0 + 5 \times 2 + 7 \times 4 = 4 \times ?$$

$$? = \frac{2 \times 7}{4 \times 7} = 5$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 5 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (b) का अंकीय योग 5 है।

Ex. What value should come in place of question mark.

प्रश्न चिह्न के स्थान पर क्या मान आना चाहिए।

$$\frac{12\% \text{ of } 357000}{17\% \text{ of } 42} + \frac{15\% \text{ of } 58500}{13\% \text{ of } 45} = ?$$

- (a) 7600 (b) 7500
(c) 7800 (d) 9100

HINTS:

First term में D^r का DS 3 है इसलिए N^r में 12 तथा D^r में 42 में से 3 को Cancel Out करते हैं।

$$\text{DS of N}^r \text{ of first term} = 6 \text{ \& DS of D}^r = 4$$

$$\text{DS of first term} = \frac{6 \times 7}{4 \times 7} = 6$$

Second term में D^r का DS 9 है इसलिए N^r में 58500 तथा D^r में 45 में से 9 को Cancel Out करते हैं।

$$\text{DS of N}^r \text{ of Second term} = 3 \text{ \& DS of D}^r = 2$$

$$\text{DS of Second term} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5} = 6$$

$$\text{DS of complete sum} = 6 + 6 = 3$$

In the given options only (b) has digit sum 3.

Ex. A certain sum amounts to Rs. 4205.55 at 15% p.a. in

$$2\frac{2}{5} \text{ years, interest compounded yearly. The sum is:}$$

एक निश्चित राशि 15% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से $2\frac{2}{5}$ वर्षों में 4205.55 रुपये हो जाती है, वह राशि ज्ञात कीजिए।

- (a) Rs.3000 (b) Rs.3500
(c) Rs.2700 (d) Rs.3200

HINTS:

Rate of interest for 1st and 2nd year, = 15%

$$\text{Rate of interest for 3rd year} = \frac{2}{5} \times 15 = 6\%$$

Now,

$$P \left(\frac{115}{100} \times \frac{115}{100} \times \frac{106}{100} \right) = 4205.55$$

DS of LHS

$$P (7 \times 7 \times 7) = P \times 1$$

DS of RHS = 3

$$\therefore \text{DS of P} = 3$$

Only option (a) satisfied.

Ex. If a = 102, then find the value of $a(a^2 - 3a + 3)$.

यदि a = 102 हो, तो $a(a^2 - 3a + 3)$ का मान बताइए।

- (a) 1030302 (b) 1010101
(c) 1000002 (d) 9999992

HINTS:

$$\text{Digit sum of } a = 102 = 3.$$

operate on digit sum

$$3(9 - 9 + 3) = 9$$

Only option (a) has digit sum as 9.

Ex. If P = 99, then the value of $P(P^2 + 3P + 3)$ is:

यदि P = 99, तो $P(P^2 + 3P + 3)$ का मान है:

- (a) 998889 (b) 999999
(c) 988899 (d) 989898

HINTS:

$$\text{Digit sum of } P = 99 = 9 \text{ or } 0$$

$$P(P^2 + 3P + 3) \text{ is a multiple of } 9.$$

The digit sum of this expression will be 9.

Only option (b) satisfied.

Ex. If $A = \left(\frac{1}{0.4}\right) + \left(\frac{1}{0.04}\right) + \left(\frac{1}{0.004}\right) + \dots$ upto 8 terms, then what is the value of A?

$$\text{यदि } A = \left(\frac{1}{0.4}\right) + \left(\frac{1}{0.04}\right) + \left(\frac{1}{0.004}\right) + \dots \text{ upto 8 पदों तक,}$$

A का मान क्या है?

- (a) 27272727.5 (b) 25252525.5
(c) 77777777.5 (d) 55555555.5

HINTS:

If we make the digit sum of denominator of each term 1. We have to multiply them by 7. Thus we will get 8 times 7 in complete expression.

$$\text{Digit sum} = 8 \times 7 = 56 = 11 = 2.$$

Only option (c) satisfied

- Ex. From his monthly income X spends 24% on house hold expenses, 16% on entertainment, 28% on education. Out of remaining he donates 72% money and left with an amount of 2403.52. Find his monthly income?

अपनी मासिक आय से X घरेलू खर्चों पर 24%, मनोरंजन पर 16%, शिक्षा पर 28% खर्च करता है। शेष में से वह 72% धन दान करता है और 2403.52 की राशि के साथ छोड़ देता है। उसकी मासिक आय ज्ञात कीजिये?

- (a) 24725 (b) 26825
(c) 25625 (d) 29325

HINTS:

$$X \times \frac{32}{100} \times \frac{28}{100} = 2403.52$$

$$\text{DS of LHS} = X \times 5 \times 1 = X \times 5$$

$$\text{DS of RHS} = 7$$

$$\text{DS of } X = \frac{7 \times 2}{5 \times 2} = 5$$

Only option (b) satisfied

- Ex. During the first year, the population of a town increased by 12%. The next year, due to some contagious disease, it decreased by 8%. At the end of the second year, the population was 64,400. Find the population of the town at beginning of the first year.

पहले वर्ष के दौरान, एक कस्बे की जनसंख्या में 12% की वृद्धि हुई। अगले वर्ष, किसी संक्रामक रोग के कारण, इसमें 8% की कमी आई। दूसरे वर्ष के अंत में, जनसंख्या 64,400 थी। पहले वर्ष की शुरुआत में कस्बे की जनसंख्या कितनी थी?

- (a) 50,000 (b) 54,750
(c) 62,500 (d) 50,500

HINTS:

$$x \times \frac{112}{100} \times \frac{92}{100} = 64,400$$

$$\text{DS of LHS} = x \times 4 \times 2 = x \times 8$$

$$\text{DS of RHS} = 5$$

$$\text{DS of } x = \frac{5 \times 8}{8 \times 8} = 4$$

Only option (c) satisfied.

- Ex. A manufactured item of cost ₹12,500, sold at 10% profit. The supplier sold it at a 5.5% profit to the shopkeeper. The shopkeeper marks it at ₹2,393.75 higher than his cost price and allowed a 10% discount to the customer. Find the profit earned by the shopkeeper.

12,500 रुपये की लागत की एक निर्मित वस्तु, 10% लाभ पर बेची गई। वही आपूर्तिकर्ता दुकानदार को 5.5% लाभ पर देता है। दुकानदार ने इसे अपने लागत मूल्य से 2,393.75 रुपये अधिक अंकित किया और ग्राहक को 10% की छूट दी। दुकानदार द्वारा अर्जित लाभ ज्ञात कीजिए।

- (a) 653.75 (b) 693.75
(c) 703.75 (d) 600.75

HINTS:

CP for the shopkeeper

$$= \left[12,500 \times \frac{11}{10} \times \frac{105.5}{100} \right]$$

$$\text{DS of CP} = 5$$

SP for the shopkeeper

$$\left[12,500 \times \frac{11}{10} \times \frac{105.5}{100} + 2393.75 \right] \times \frac{9}{10}$$

$$\text{DS of SP} = 9$$

(Digit sum of any number multiplied by 9 is 9)

$$\text{Profit} = \text{SP} - \text{CP} = 9 - 5 = 4$$

Only option (c) satisfied.

- Ex. The average score in an English exam of a class of 45 students in a coaching centre is 52. A group of 6 boys having an average score of 40 leave the class and another group of eight boys having an average score of 43 join the class. What is the new average score of the class?

एक कोचिंग सेंटर में 45 विद्यार्थियों की एक कक्षा के अंग्रेजी परीक्षा के अंकों का औसत 52 है। 40 अंकों के औसत वाले 6 लड़कों का एक समूह कक्षा छोड़ देता है और 43 अंकों के औसत वाले आठ लड़कों का एक अन्य समूह कक्षा उसमें शामिल हो जाता है। कक्षा के अंकों का नया औसत क्या होगा?

- (a) 48 (b) 53
(c) 49.5 (d) 52

HINTS:

New Average

$$= \frac{45 \times 52 + (8 \times 43 - 6 \times 40)}{45 - 6 + 8}$$

Operate on digit sum

$$\frac{9+2-6}{9-6+8} = \frac{5 \times 5}{2 \times 5} = 7$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 7 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (d) का अंकीय योग 7 है।

- Ex. The value of/का मान ज्ञात करें।

$$(1018)^2 - 1019 \times 1017 + 1015 \times 1012 - 1016 \times 1011$$

- (a) 1 (b) 4
(c) 3 (d) 5

HINTS:

Operate on digit sum

$$1 - 9/0 + 1 - 6 = -4 + 9 = 5$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 5 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (d) सही है।

Ex. X and Y earn an average income of Rs. 72000 per month, out of which they saved an average amount of Rs. 38800 per month, such that X saved Rs. 5600 less than Y. If the expenditure of X is 55% of his income, then find the percentage expenditure of Y.

X और Y प्रति माह 72000 रुपये की औसत आय अर्जित करते हैं, जिसमें से वह प्रति माह औसतन 38800 रुपये की बचत करते हैं, इस प्रकार X ने Y की तुलना में 5600 रुपये कम कि बचत करता है। यदि X का व्यय उसकी आय का 55% है, तो Y का प्रतिशत व्यय ज्ञात कीजिए।

- (a) 20% (b) 25%
(c) 30% (d) 35%

HINTS:

$$X : Y \\ (k - 5600) : k$$

$$k + k - 5600 = 72000 \Rightarrow k = 41600$$

$$\text{Savings of X} = 41600 - 5600 = \text{Rs. } 36000$$

$$45\% = 36000$$

$$\text{income \% X} = \text{Rs. } 80,000$$

$$\text{income \% Y} = 144000 - 80,000 = 64000$$

$$\text{Expenditure of Y} = 64000 - 41600 = 22400$$

$$= \frac{22400}{64000} \times 100 = 35\%$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 8 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (d) का अंकीय योग 8 है।

Ex. The compound interest on a certain sum of money in one year is Rs. 6860 and on second year is Rs. 7840. Find compound interest in fourth year.

किसी निश्चित धनराशि पर 1 वर्ष बाद चक्रवृद्धि ब्याज 6860 रुपये है। दूसरे वर्ष 7840 रुपये है, चौथे वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए।

- (a) Rs. 10240 (b) Rs. 11340
(c) Rs. 10780 (d) Rs. 9850

HINTS:

$$R = \frac{(7840 - 6860)}{6860} \times 100 = 14\frac{2}{7}\%$$

$$4^{\text{th}} \text{ year CI} = 7840 \times \frac{8}{7} \times \frac{8}{7}$$

Digit sum of above multiplication is 7. In the given options, (a) & (c) have digit sum 7. But the product is also a multiple of 8, hence option (c) eliminated.

Ex. If the average marks of $\frac{1}{5}$ of a class is 77% and that of $\frac{1}{4}$ of the class is 85% and the average marks of the rest of the class is 52%. Find the average marks of the whole class?

किसी कक्षा के $\frac{1}{5}$ भाग का औसत अंक 77% और कक्षा के $\frac{1}{4}$

भाग का औसत अंक 85% तथा शेष कक्षा का औसत अंक 52% है। संपूर्ण कक्षा का औसत अंक ज्ञात कीजिए।

- (a) 57.75% (b) 65.25%
(c) 68.55% (d) 43.50%

HINTS:

Let total students be 100

$$\text{Average} = \frac{(20 \times 77) + (85 \times 25) + (52 \times 55)}{100}$$

Operate on digit sum

$$2 \times 5 + 4 \times 7 + 7 \times 1 = 1 + 1 + 7 = 9$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 9 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (b) का अंकीय योग 9 है।

Ex. The difference between C.I. and S.I. on a certain sum of money at 16% per annum compounded annually in 3 years is Rs 3792. Then find the principal.

एक निश्चित राशि पर 16% प्रति वर्ष चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 3 वर्षों का C.I. और S.I. के बीच का अंतर 3792 रुपये है। तो मूलधन ज्ञात करें।

- (a) Rs. 31250 (b) Rs. 62500
(c) Rs. 39062.50 (d) Rs. 46875

HINTS: We know,

$$\text{C.I.} - \text{S.I.} = P \left(\frac{R}{100} \right)^2 \times \frac{300 + R}{100}$$

$$\Rightarrow 3792 = P \left(\frac{16}{100} \right)^2 \times \frac{316}{100}$$

Operate on digit sum

$$3 = P \times 4 \times 1 \Rightarrow P = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = 3$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 3 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (d) का अंकीय योग 3 है।

Ex. Find the mean height of the persons from the following data.

निम्नलिखित आँकड़ों से व्यक्तियों की माध्य ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

| Height (cm) | Number of person |
|-------------|------------------|
| 120 | 3 |
| 130 | 4 |
| 140 | 5 |
| 150 | 6 |
| 160 | 2 |

- (a) 150 cm (b) 145 cm
(c) 160 cm (d) 140 cm

HINTS:

$$\text{Mean} = \frac{(3 \times 120) + (4 \times 130) + (5 \times 140) + (6 \times 150) + (2 \times 160)}{20}$$

Operate on digit sum

$$\frac{0 + 7 + 7 + 0 + 5}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = 5$$

अर्थात् answer (उत्तर) का अंकीय योग 5 होना चाहिए।

दिए गए विकल्पों में सिर्फ (d) का अंकीय योग 5 है।

5. Perfect Square/Square Root/पूर्ण वर्ग/वर्गमूल

The digit sum of the square root as multiplied by itself should equal to the digit-sum of the square.

वर्गमूल के अंकों के योग को स्वयं से गुणा करने पर वर्ग के अंक-योग के बराबर होना चाहिए।

Ex. Verify whether 23 is the square root of 529.

सत्यापित करें कि क्या 23, 529 का वर्गमूल है।

HINTS:

The digit sum of 23 is 5 and when 5 is multiplied by itself the answer is 25. The digit sum of 25 is 7 and the digit-sum of 529 is also 7.

Note: (i) A number cannot be a perfect square if its digit sum is other than 1, 4, 7 or 9.

कोई संख्या पूर्ण वर्ग नहीं हो सकती यदि उसका अंकीय योग 1, 4, 7 या 9 के अलावा अन्य कुछ भी हो।

(ii) A number cannot be a perfect square if its unit digit is other than 1, 4, 5, 6 or 9.

कोई संख्या पूर्ण वर्ग नहीं हो सकती यदि उसका इकाई अंक 1, 4, 5, 6 या 9 के अलावा अन्य कुछ भी हो।

Ex. Which one of the following is a perfect square?

निम्नलिखित में से कौन सा एक पूर्ण वर्ग है?

- (a) 6250.49 (b) 1250.49
(c) 5768.28 (d) 1354.24

HINTS:

Option (c) का इकाई अंक 8 है इसलिए यह पूर्ण वर्ग नहीं हो सकता है। Option (a), (b) & (c) के अंकीय योग क्रमशः 8, 3 तथा 1 है। इसलिए Option (d) पूर्ण वर्ग है।

Ex. Which one of the following is a perfect square?

निम्नलिखित में से कौन सा एक पूर्ण वर्ग है?

- (a) 2361.96 (b) 2758.28
(c) 7256.84 (d) 6250.49

Option (b) का इकाई अंक 8 है इसलिए यह पूर्ण वर्ग नहीं हो सकता है। Option (a), (c) & (d) के अंकीय योग क्रमशः 9, 5 तथा 8 है। इसलिए Option (a) पूर्ण वर्ग है।

Ex. The sum of three consecutive odd natural number is 375. Find the square of the smallest of these number is?

तीन लगातार विषम प्राकृतिक संख्याओं का योग 375 है। इनमें से सबसे छोटी संख्या का वर्ग ज्ञात कीजिए?

- (a) 15129 (b) 1309
(c) 15128 (d) 15245

HINTS:

Let the number be $x - 2$, x , $x + 2$

$\Rightarrow \text{Sum} = 3x = 375 \Rightarrow x = 125$

Hence, Smallest number $= x - 2 = 125 - 2 = 123$

We have to find the value of 123^2

Digit sum of $(123)^2 = (1 + 2 + 3)^2 = 9$

दिए गए विकल्पों में (a) का ही digit sum 9 है।

6. Perfect Cube/Cube Root/पूर्ण घन/घनमूल

The digit sum of the cube root when multiplied by itself should equal to the digit-sum of the cube.

घनमूल के अंकों का योग स्वयं से गुणा करने पर घन के अंक-योग के बराबर होना चाहिए।

Ex. Verify whether 2197 is the cube of 13.

सत्यापित करें कि क्या 2197, 13 का घन है।

HINTS:

The digit sum of 13 is 4. 4 multiplied by itself and again by itself is 64. The digit-sum of 64 is 1 and the digit-sum of 2197 is also 1.

Ex. The cube root of 3375 equal to:

3375 का घनमूल बराबर है:

- (a) 35 (b) 25
(c) 55 (d) 15

HINTS:

Digit sum of 3375 = 9

दिए गए विकल्पों में से हम यह check करना होगा कि कौन से विकल्प के अंकीय योग के घन का अंकीय योग 9 है। विकल्प (d) का अंकीय योग 6 है जिसके घन 216 का अंकीय योग भी 9 है अतः विकल्प (d) सही उत्तर है।

Ex. $(14)^3 = ?$

- (a) 2544 (b) 2644
(c) 2744 (d) 2844

HINTS:

Digit sum of $(14)^3 = (1 + 4)^3 = 8$

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (c) का अंकीय योग 8 है अतः यही सही उत्तर है।

Ex. Find the value of the following expression.

निम्नलिखित व्यंजक का मान ज्ञात करें।

$$12^3 + (-8)^3 + (-4)^3$$

- (a) 952 (b) 1152
(c) 1052 (d) 852

HINTS:

Digit sum of $[12^3 + (-8)^3 + (-4)^3] = 9 - 8 - 1 = 0/9$

दिए गए विकल्पों में सिर्फ विकल्प (d) का अंकीय योग 9 है अतः यही सही उत्तर है।

Digital sum concept में निपुणता हासिल करने के लिए आपको इसे अधिक से अधिक प्रश्नों में Apply करने की कोशिश करनी होगी। जिसके बाद आप जटिल Calculations से बचते हुए Wrong options को eliminate करके सही उत्तर तक बिना समय गवाये पहुँच सकते हैं।

Important Observations/महत्वपूर्ण अवलोकन

While solving multiple choice questions. In the final step of calculations sometimes one eliminate the wrong options by following some of the procedures given below.

बहुविकल्पीय प्रश्नों को हल करते समय गणना के अंतिम चरण में कभी-कभी नीचे दी गई कुछ प्रक्रियाओं का पालन करके गलत विकल्पों को हटा जा जाता है।

Digital sum के बाद हम आपको एक और Tool, 'Applicability of divisibility rule of prime number' देने जा रहे हैं जिसका उपयोग करते हुए आप Wrong options को eliminate करके सही उत्तर तक पहुंच सकते हैं।

जब कभी भी किसी Multiplication Process में कोई Prime number अथवा Prime Number का Multiple दिखे तो गुणनफल भी उसी Prime number का Multiple होगा। दिए गए options में उस Prime Number की divisibility check करें।

Ex. An arc of length 23.1 cm subtends an 18° angle at the centre. What is the area of the circle?

23.1 cm लंबा एक चाप वृत्त के केंद्र पर 18° का कोण अंतरित करता है। उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना है?

$$[\text{Use } \pi = \frac{22}{7}]$$

- (a) 16978.50 cm^2 (b) 16988.50 cm^2
(c) 16878.50 cm^2 (d) 16798.50 cm^2

HINTS:

$$\text{Area of circle} = \pi r^2$$

$\pi = \frac{22}{7}$ का प्रयोग करने का अर्थ है कि अंतिम उत्तर prime number

11 से divisible होगा।

दिए गए विकल्पों में (a) ही 11 से divisible है।

Ex. On the marked price of Rs. 1,250 of an article, three successive discounts of 5%, 15% and 20% are offered. What will be the selling price (in Rs.) after all discounts?

किसी वस्तु के अंकित मूल्य 1250 रुपये पर, 5%, 15% और 20% की क्रमिक छूट दी जाती है। सभी छूटों के बाद विक्रय मूल्य (रुपये में) ज्ञात करें।

- (a) 1,000 (b) 807.50
(c) 975.75 (d) 950.25

HINTS:

$$SP = 1250 \times \frac{19}{20} \times \frac{17}{20} \times \frac{4}{5} = \text{Rs. } 807.5$$

चूंकि 17 तथा 19 prime number है इसलिए गुणनफल भी 17 अथवा 19 से divisible होगा। दिए गए विकल्पों में से (b) ही 17 अथवा 19 से divisible है।

Ex. In an assembly election, a candidate got 60% of the total valid votes. 2% of the total votes were declared invalid. If the total number of voters is 1,50,000, then find the number of valid votes polled in favor of that candidate.

एक विधानसभा चुनाव में, एक उम्मीदवार को कुल वैध मतों का 60% प्राप्त हुआ। कुल मतों का 2% को अवैध घोषित किया गया। यदि मतदाताओं की कुल संख्या 1,50,000 है तो उस उम्मीदवार के पक्ष में डाले गए वैध मतों की संख्या ज्ञात कीजिए।

- (a) 90,000 (b) 78,000
(c) 86,400 (d) 88,200

HINTS:

Required no. of votes

$$= 1,50,000 \times \frac{98}{100} \times \frac{3}{5}$$

चूंकि 98, 7 का multiple है और यह Dr से cancel out भी नहीं होगा इसलिए गुणनफल भी 7 का multiple अथवा 7 से divisible होगा। दिए गए विकल्पों में से (d) ही 7 से divisible है।

Ex. A hall of $35\text{m} \times 25\text{m} \times 5\text{m}$ is to be painted. It has 3 windows on its three walls of $1.7\text{m} \times 1.2\text{m}$. The cost of the painting of the wall is Rs. 12 per square meter the cost of the painting of the ceiling is Rs. 18 per square meter and the cost of the painting of the window is Rs. 15 per square meter. Find the total cost of the painting of the hall.

35 मी \times 25 मी \times 5 मी आयाम के एक हॉल की रंगाई की जानी है। इसमें तीन दीवारों पर 1.7 मी \times 1.2 मी आयाम की 3 खिड़कियां हैं। दीवार की रंगाई की लागत 12 रु. प्रति वर्ग मीटर है, छत की रंगाई की लागत 18 रु. प्रति वर्ग मीटर है और खिड़की की रंगाई की लागत 15 रु. प्रति वर्ग मीटर है। हॉल की रंगाई की कुल लागत ज्ञात कीजिए।

- (a) Rs. 24998.06 (b) Rs. 23968.60
(c) Rs. 22978.60 (d) Rs. 22968.36

HINTS:

Total cost of the painting of the hall =

$$\text{Area of walls} \times 12 + \text{area of ceiling} \times 18 + \text{area of window} \times 15$$

12, 18 तथा 15 तीनों ही prime number 3 के multiple है अर्थात् अंतिम उत्तर भी 3 से divisible होगा। दिए गए विकल्पों में (d) ही 3 से divisible है।

Ex. What amount a man would have received on a principal of ₹ 7,500 after two years at simple Interest at the rate of 7 percent per annum?

एक व्यक्ति को 7500 रुपये के मूलधन पर 2 वर्ष बाद 7 प्रतिशत वार्षिक साधारण ब्याज दर से कितनी धनराशि प्राप्त होगी?

- (a) Rs. 8,400 (b) Rs. 8,550
(c) Rs. 7,600 (d) Rs. 7,400

HINTS:

इस प्रश्न में हमें 114% का मान ज्ञात करना है। 114 अर्थात् 19×6 , सही उत्तर 19 का एक multiple होगा। option (b) तथा (c) दोनों ही 19 के multiple है परन्तु सही उत्तर 6 अथवा 3 का भी multiple होना चाहिए। option (b) ही 3 का multiple है।

अब हम आपको option elimination में उपयोगी एक और Tool, 'Applicability of unit digit' के बारे में बता रहे हैं। जिसका उपयोग करते हुए आप Wrong options को eliminate करके सही उत्तर तक पहुंच सकते हैं।

यदि दिए गए विकल्पों के unit digit अलग-अलग हो तो final calculation करते समय हमें unit digit पर ही operate करना चाहिए।

Ex. The cube of the difference between two given natural numbers is 1728, while the product of these two given numbers is 108. Find the sum of the cubes of these two given numbers.

दी गई दो प्राकृतिक संख्याओं के अंतर का घन 1728 है, जबकि दी गई इन दोनों संख्याओं का गुणनफल 108 है। दी गई इन दोनों संख्याओं के घनों का योग ज्ञात करें।

- (a) 6048 (b) 5616
(c) 6024 (d) 5832

HINTS:

$$a - b = 12 \text{ and } a.b = 108 \Rightarrow a = 18, b = 6$$

We have to find the value of $(18^3 + 6^3)$

Here, no need of doing complete multiplication, just operate on unit digit ($2 + 6 = 8$), only option (a) satisfied.

Ex. Marked price of an article is Rs. 28000. It can be sold at one of the following ways:

एक वस्तु का अंकित मूल्य रुपये 28000 है। इसे निम्नलिखित में से किसी एक तरीके से बेचा जा सकता है:

Way A : A single discount of 24 percent.

तरीका A : 24 प्रतिशत की एकल छूट पर

Way B : Two successive discounts of 16 percent and 10 percent.

तरीका B : 16 प्रतिशत तथा 10 प्रतिशत की दो क्रमिक छूट पर

Which way will have lowest selling price and what will be the value of it?

किस तरीके में विक्रय मूल्य न्यूनतम होगा तथा उसका मान क्या है?

(a) Way B, Rs.21168 (b) Way B, Rs.21280

(c) Way A, Rs.21168 (d) Way A, Rs.21280

HINTS:

WAY A:

Discount = 24%

WAY B:

$$\text{Discount} = \left(16 + 10 - \frac{16 \times 10}{100}\right)\% = 24.4\%$$

Lowest selling price means highest discount.

∴ WAY B → Lowest S.P.

$$\text{S.P.} = 28000 \times \frac{75.6}{100}$$

Don't multiply, just check the unit digits of option

(a) and (b). Only option (a) has unit digit 8.

Ex. If the volume of a sphere is $24,416.64 \text{ cm}^3$, find its surface area (take $\pi = 3.14$) correct to two places of decimal.

यदि एक गोल के आयतन $24,416.64 \text{ cm}^3$ है, तो इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो दशमलव के दो स्थानों तक सही हो।
($\pi = 3.14$ लीजिए)

(a) 3069.55 cm^2

(b) 4069.44 cm^2

(c) 5069.66 cm^2

(d) 6069.67 cm^2

HINTS:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 24416.64 \Rightarrow r^3 = 5832 \Rightarrow r = 18$$

$$\text{Now, } 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times 18 \times 18$$

Don't multiply, just operate on unit digits which gives 4 as unit digit of answer. Only option (b) has unit digit 4.

Ex. 4 women and 7 men earn a total of Rs. 11,480 in 7 days, while 10 women and 17 men earn a total of Rs. 36,360 in 9 days. How much will 11 women and 9 men together earn (in Rs.) in 13 days?

4 महिलाएं और 7 पुरुष 7 दिन में कुल 11480 कमाते हैं, जबकि 10 महिलाएं और 17 पुरुष 9 दिन में कुल 36360 रुपये कमाते हैं। 11 महिलाएं और 9 पुरुष मिलकर 13 दिन में कितना (रु. में) कमाएंगे?

(a) 42770

(b) 42640

(c) 42510

(d) 42900

HINTS:

$$\frac{(4w + 7m) \times 7}{11480} = \frac{(10w + 17m) \times 9}{36360}$$

$$\text{after solving we get, } \frac{m}{w} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{(4w + 7m) \times 7}{11480} = \frac{(11w + 9m) \times 13}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{41 \times 7}{11480} = \frac{82 \times 13}{x} \Rightarrow x = 40 \times 82 \times 13 = 42640$$

In the last step don't multiply, just operate on unit digits which gives 4 as non-zero number from right. Only option (b) satisfied.

☆☆☆☆☆