Contents

§1 数列极限定理 2
§2 海涅定理 2
§3 夹逼准则 2
§4 单调有界:单调有界数列必有极限 2
证明数列单调性常用方法: 2

§1 数列极限定理

1. 若数列$\{a_n\}$收敛，则其任何子列$\left\{a_{n_k}\right\}$也收敛，且$\lim\limits_{k\to\infty} a_{n_k} = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$

   根据定理一，可以得到判断数列发散的方法，判断子列发散或两个子列收敛于不同的极限。

2. 给出数列$\{x_n\}$，若$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$存在，则 a 是唯一的。
3. 若数列$\{x_n\}$极限存在，则数列$\{x_n\}$有界。
4. 设$\lim\limits_{n\to 00} x_n = a > b$, 则存在$N > 0$, 当$n > N$时，有$x_n > a$. 若数列$\{x_n\}$从某项起有$x_n \geq b$, 且$\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$, 则$a \geq b$. 其中$b$为任意实数.

§2 海涅定理

设$f(x)$在$\mathring{U}(x_0,\delta)$内有定义，则$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = A$存在 $\iff$ 对任何$\mathring{U}(x_0,\delta)$内以x_0为极限的数列$\{x_n\}(x_n \neq x_0)$, 极限$\lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = A$存在。

§3 夹逼准则

常用放缩方法：

1. 已知条件或由关系得出的简单大小关系
2. 简单放大与缩小
3. 重要不等式
4. 闭区间连续函数有最大最小值
5. 压缩映射

§4 单调有界:单调有界数列必有极限

证明数列单调性常用方法:

1. 做差或做商
2. 数学归纳
3. 重要不等式