

§1 多项式

$$(\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) = a \pm b$$

$$(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a \pm b$$

§2 不等式

Cauchy 不等式

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2$$

三角（绝对值）不等式

$$||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

§3 三角变换

不常见三角函数

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \quad \text{余切函数}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x} \quad \text{正割函数}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} \quad \text{余割函数}$$

平方关系

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

和差角

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

二倍角

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\begin{aligned} \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ &= 2 \cos^2 a - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 a \end{aligned}$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

三角和差化积

$$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

TODO: 反三角函数

§4 数列

等比数列求和

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

§5 坐标变换

二维空间坐标旋转

原坐标为 (x, y) ，逆时针旋转角度为 a ，则新坐标为 (x', y') ，有：

$$x' = x \cos a - y \sin a$$

$$y' = x \sin a + y \cos a$$

旋转矩阵为：

$$\begin{bmatrix} \cos a & -\sin a \\ \sin a & \cos a \end{bmatrix}$$

§6 对称性