Automaten und Berechenbarkeit; WS 2020/2021

Jörg Vogel

Institut für Informatik der FSU Jena

Klausur online

am 19. Februar 2021

****

Name, Vorname:

Matrikel-Nummer:

Studiengang, Semester:

Ich erkläre meine Prüfungsfähigkeit!

Jena, den 19. Februar 2021 Unterschrift:

****

Sie haben die Sebstständigkeitserklärung abgegben.
Sie haben die Belehrung bestätigt.

****

Sie haben die Klausur bestanden, wenn Sie mindestens 50% aller Punkte erreicht haben.

****

Für jede Aufgabe ist der Lösungsweg mit Begründungen in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzustellen. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen.

****

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten zuzüglich 30 Minuten für das Scannen und Hochladen Ihrer Ausarbeitung.

****

Gesamtpunktzahl:

Note:

Jena, den Unterschrift

1.) **14 Punkte**

a) Schreiben Sie von Ihrer persönlichen 6-stelligen Matrikelnummer auf Ihrer Thoska-Karte die letzten vier Ziffern ab.
So erhalten Sie eine 4-stellige Dezimalzahl $thze$.
Schreiben Sie unter jede Ziffer deren Parität, d.h.für eine gerade Ziffer schreiben Sie 0 und für eine ungerade Ziffer schreiben Sie 1.
Auf diese Weise erhalten Sie ein 0-1-Wort der Länge 4: $x_1x_2x_3x_4$.
Das ist jetzt Ihr persönlicher Prüfcode.

b) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten, der ein Wort w über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ genau dann akzeptiert, wenn Ihr persönlicher Prüfcode $x_1x_2x_3x_4$ Teilwort von w ist.
Begründen Sie Ihre Konstruktion.

c) Bestimmen Sie für die so definierte Sprache L die Faktormenge bezüglich der L-Äquivalenz und damit deren Index.

2.) **16 Punkte**
In dieser Aufgabe betrachten wir Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Zeigen Sie, dass die Sprache
$L_1 = \{u\$v\$w \mid u, v, w \in \{a, b\}^*, |u|_a = |v|_b = |w|_a\}$
keine kontextfreie Sprache ist.

b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Sprache
$L_2 = \{xuxvx \mid x \in \{a, b\}, u, v \in \{a, b\}^*, |u| = |v|\}$ erzeugt.
Begründen Sie Ihre Konstruktion.

3.) **14 Punkte**
Beschreiben Sie informell (die Angabe der vollständigen Tabelle der Überführungsfunktion ist nicht gefordert, die Konzentration auf die wesentlichen technischen Details ist ausreichend) die Arbeitsweise einer Turingmaschine, die die folgende Sprache entscheidet.
Hierbei ist # wie üblich ein von 0 und 1 verschiedenes Trennsymbol:

$$\{\, \#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l \mid x_i \in \{0, 1\}^* \text{ und } x_i \neq x_j \text{ für } i \neq j, 1 \leq i, j \leq l \,\}.$$

Weiter auf der nächsten Seite.

4.) **16 Punkte**
Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie Ihre Antworten.

a) Jede reguläre Sprache ist endlich.

b) Es gibt eine Sprache, die von einem nichtdeterministischen endlichen Automaten akzeptiert werden kann, aber nicht von einem deterministischen endlichen Automaten.

c) Es gibt eine kontextfreie Sprache, die von einem deterministischen endlichen Automaten akzeptiert werden kann.

d) Jede endliche Sprache ist Turing-entscheidbar.

e) Die charakteristische Funktion jeder Turing-aufzählbaren Menge ist Turing-berechenbar.

f) Das Komplement jeder Turing-entscheidbaren Sprache kann durch eine formale Grammatik erzeugt werden.

g) Falls A Turing-entscheidbar ist und $B \subseteq A$ ist, dann ist auch B Turing-entscheidbar.

h) Der Durchschnitt einer Turing-aufzählbaren und einer Turing-entscheidbaren Sprache ist stets Turing-entscheidbar.

Abgabetermin: Freitag, 19. Februar 2021 bis 17 Uhr als pdf-Datei