Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma=\{a,b\}$ jeweils einen DEA an.

a) Die Menge der Wörter, in denen die Anzahl der a's durch fünf teilbar ist.
b) Die Menge der Wörter, in denen die Zeichenkette aba nicht vorkommt.
c) Die Menge der Wörter, in denen kein Paar aufeinanderfolgender a's mehr vorkommt, sobald ein Paar aufeinanderfolgender b's vorgekommen ist.

Aufgabe 2

Gegeben ist die Grammatik $G=(N, T, P, S)$ mit $N=\{S, L_a, L_b, R_a, R_b, W_a, W_b\}$, $T=\{a, b\}$ und
$P=\{S\rightarrow\lambda \mid L_xR_x,\ L_x\rightarrow L_xyW_y \mid x,\ W_xy\rightarrow yW_x,\ W_xR_y\rightarrow R_yx,\ R_x\rightarrow x\}$, wobei $x,y\in\{a.b\}$.
(Es ist sowohl $x=y$ als auch $x\neq y$ erlaubt.)

a) Von welchem Typ ist die Grammatik G?
b) Geben Sie eine Ableitung für die Worte abaaba und aabbaabb an.
c) Welche Sprache wird von G erzeugt?

Aufgabe 3

a) Formulieren Sie das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen.
b) Beweisen Sie, dass die Sprache $L_1=\{u\$v\$w \mid u,v,w\in\{a,b\}^*,\ |u|_a=|v|_b=|w|_c\}$ kontextfrei ist. (Mit Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen)
c) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, welche die Sprache $L_2=\{xuxvx \mid x\in\{a,b\},\ u,v\in\{a,b\}^*,\ |u|=|v|\}$ erzeugt.

Aufgabe 4

a) Definieren Sie den Begriff „Turing-Berechenbarkeit" einer Wortfunktion f.
b) Geben Sie zwei Wortfunktionen an, die nicht Turing-berechenbar sind.
c) Es sei $f: \{|\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$ definiert durch $f(un(x))=bin(x)$ $(x\in N)$.
(Dabei bezeichnet un(x) die Unärdarstellung und bin(x) die Binärdarstellung von x.)
Beschreiben Sie möglichst detailliert die Arbeit einer Turingmaschine M_f, die f berechnet.

Aufgabe A

Es sei $L\subseteq\Sigma^*$ eine formale Sprache über dem Alphabet Σ.

a) Definieren Sie die Begriffe Turing-entscheidbar, Turing-semi-entscheidbar und Turing-aufzählbar.
b) Beweisen Sie $L\subseteq\Sigma^*$ ist Turing-entscheidbar genau dann, wenn L und $\Sigma^*\setminus L$ Turing-semi-entscheidbar sind.
c) Skizzieren Sie die Beweisidee für folgende Aussage: $L\subseteq\Sigma^*$ ist Turing-semi-entscheidbar genau dann, wenn es eine Turingmaschine gibt, die auf einem Ausgabeband alle Wörter $w\in L$ – jeweils durch ein Trennsymbol # getrennt – in irgendeiner Reihenfolge erzeugt („aufzählt").