

Elaborato equazioni differenziali - combustione

Dato il modello di combustione di un combustibile:

$$y'(t) = y^2(t) - y^3(t), t \in \left[0, \frac{2}{d}\right]$$

$$y(0) = d$$

dove $y(t)$ rappresenta il raggio e d il raggio iniziale.

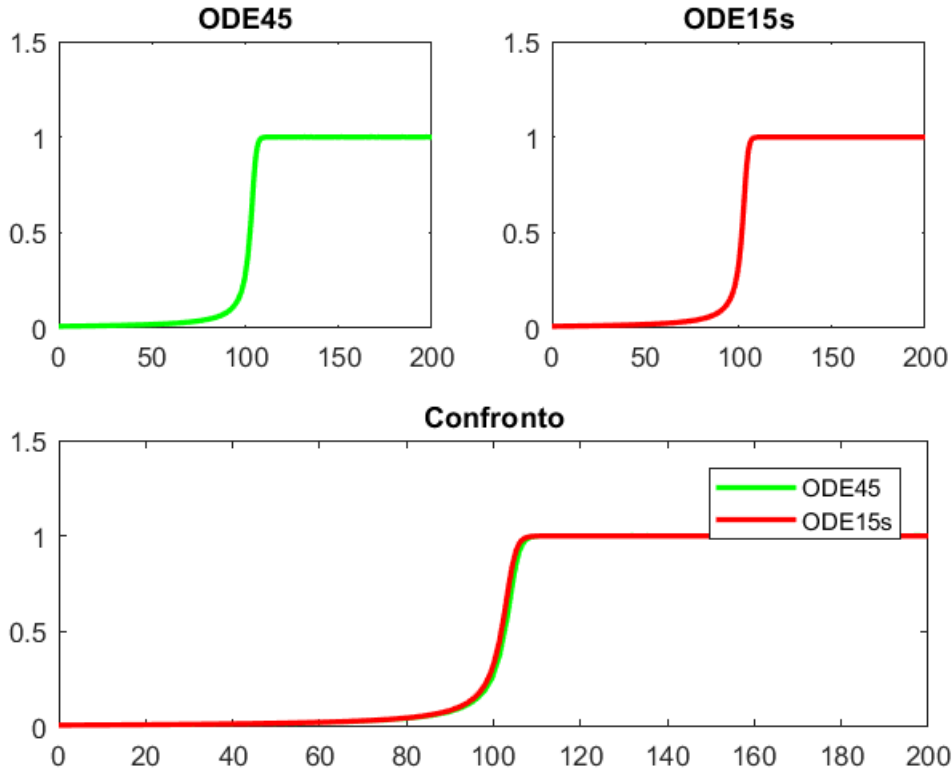
Si vuole risolvere il sistema con $d = 0.01, d = 0.0001, d = 0.00001$ con `ode45` e `ode15s` con `RelTol=10e-4` e fare il grafico della soluzione e determinare il numero di punti utilizzato. Cosa si osserva?

Soluzione

Saranno confrontati i risultati ottenuti con le due funzioni per i diversi valori di d e, per ciascuno di essi, sarà mostrato il numero di punti analizzati. A tale proposito, è stata utilizzata la funzione `ode_comparison.m`, allegata alla documentazione, che fornisce anche i risultati ottenuti dalle due funzioni della ode suite eseguite, che potrebbero essere utili per successive analisi.

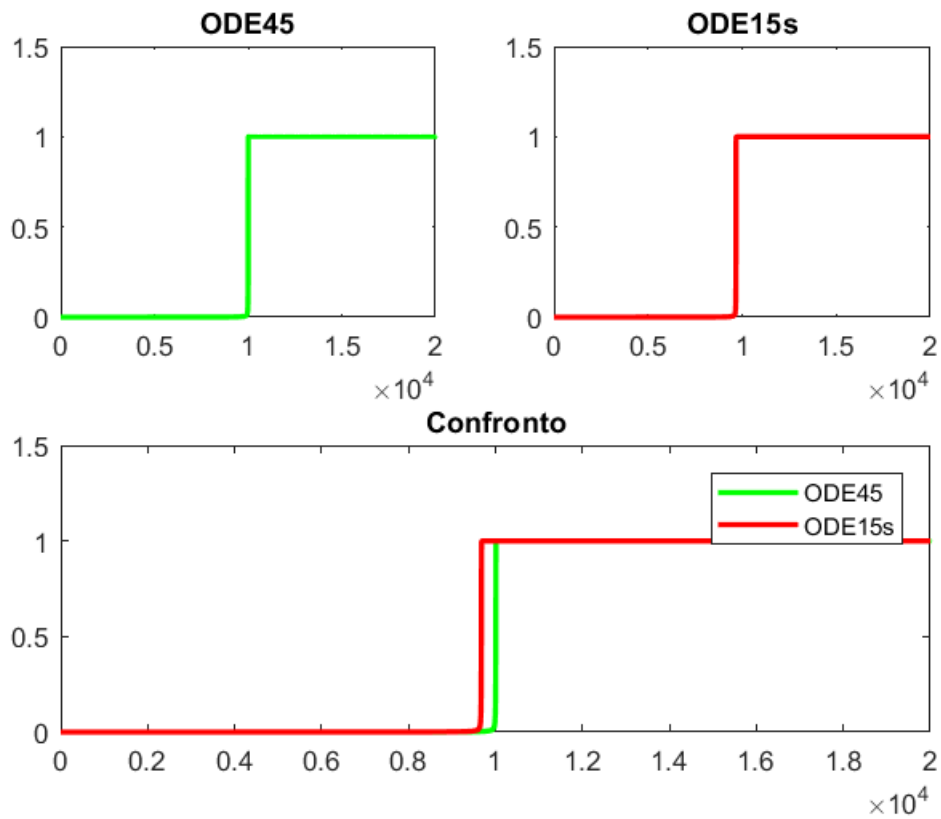
```
[res45_01, res15s_01] = ode_comparison(0.01);
```

```
[d = 1.000000e-02], [ODE45], Numero di punti: 157  
[d = 1.000000e-02], [ODE15s], Numero di punti: 50
```



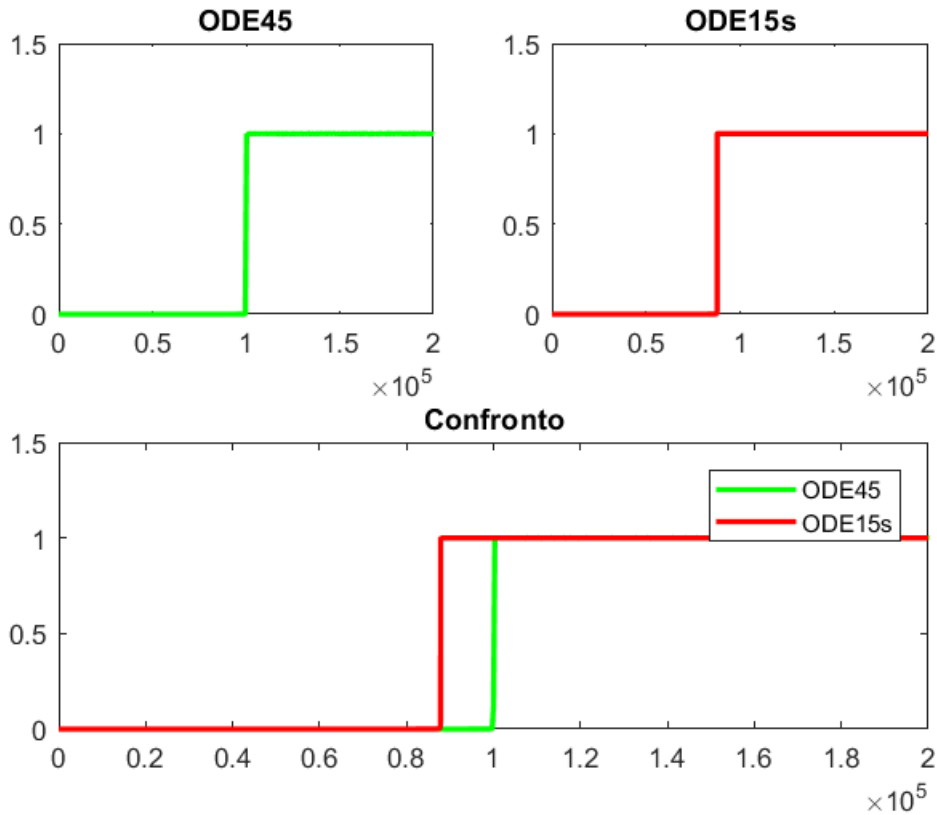
```
[res45_0001, res15s_0001] = ode_comparation(0.0001);
```

```
[d = 1.000000e-04], [ODE45], Numero di punti: 12113  
[d = 1.000000e-04], [ODE15s], Numero di punti: 108
```



```
[res45_00001, res15s_00001] = ode_comparation(0.00001);
```

```
[d = 1.000000e-05], [ODE45], Numero di punti: 120565  
[d = 1.000000e-05], [ODE15s], Numero di punti: 98
```



Si può facilmente osservare che sia ode45 che ode15s riescono a calcolare la soluzione, ma confrontando i risultati in termini di numero di punti utilizzati, è immediato rendersi conto che il modello di combustione, al diminuire del raggio iniziale, diventa un problema di tipo *stiff*, risultando un problema difficile per ode45 e facile per ode15s.

```
d_values = {'d=0.01', 'd=0.0001', 'd=0.00001'};
ODE45_points = [length(res45_01.y) length(res45_0001.y) length(res45_00001.y)];
ODE15s_points = [length(res15s_01.y) length(res15s_0001.y) length(res15s_00001.y)];

T = table(ODE45_points,ODE15s_points,'RowNames',d_values)
```

T = 3x2 table

	ODE45_points	ODE15s_points
1	157	50
2	12113	108
3	120565	98

A titolo didattico si riporta anche una giustificazione teorica per cui il problema è stiff: lo jacobiano associato alla funzione termine noto è molto grande per cui la scelta del passo incrementale h non può essere eseguita con metodi ordinari.

```
t = 1e2:1:1e6;
```

```
f = t.^2-t.^3; % è la f che compare nell'espressione dell'eq. differenziale
J=[0 diff(f,1)]; % lo jacobiano è scalare dato che il problema è del primo ordine

figure();
semilogx(t,abs(J),'-');
```

