

# DCT (Discrete Cosine Transform) Standard JPEG

## Transformata DCT

DCT – Dyskretna Transformacja Kosinusowa

DCT jest wykorzystywana do bardzo efektywnej kompresji obrazu. Zaimplementowana została m.in. Do standardów kompresji:

- JPEG (Joint Photographic Experts Group)
- MPEG-1, -2 (Moving Picture Experts Group)
- DV (Digital Video)

■

DCT jest operatorem matematycznym, przetwarzającym sygnał w jego składowe częstotliwościowe reprezentowane jako zbiór współczynników (rozkłada funkcję jasności na superpozycję funkcji bazowych). Obraz stanowi dwuwymiarową tablicę, której elementami są punkty obrazu (piksele) o wartości jasności  $f(x,y)$ .

## Transformata DCT

DCT – Definicja (1-D).

Definicja.

■ Dyskretna Transformacja Kosinusowa – DCT (wersja wykorzystywana w standardach wizyjnych)

$$DCT(k) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{n=0}^{N-1} U(k) P(n) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \quad \text{dla } k = 0, 1, \dots, N-1$$

■ Odwrotna Dyskretna Transformacja Kosinusowa – IDCT

$$P(n) = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=0}^{N-1} U(k) DCT(k) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \quad \text{dla } n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$U(\bullet) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{dla } \bullet = 0 \\ 1 & \text{dla } \bullet > 0 \end{cases}$$

## Transformata DCT

DCT – Definicja (2-D).

Definicja.

■ Dyskretna Transformacja Kosinusowa – DCT

$$DCT(k,l) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} U(k) U(l) P(n,m) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \cos \frac{(2m+1)l\pi}{2N}$$

■ Odwrotna Dyskretna Transformacja Kosinusowa – IDCT

$$P(k,l) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} U(k) U(l) DCT(n,m) \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N} \cos \frac{(2m+1)l\pi}{2N}$$

$$U(\bullet) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} & \text{dla } \bullet = 0 \\ 1 & \text{dla } \bullet > 0 \end{cases}$$

## Transformata DCT

DCT – Definicja.

Definicja w formie macierzowej.

	DCT	IDCT	Liczba mnożeń
Przetwarzanie 1-D	$(y_N) = [C_N](x_N)$	$(x_N) = [C_N]^T(y_N)$	$N^2$
Przetwarzanie 2-D	$[Z_N] = [C_N][X_N][C_N]^T$	$[X_N] = [C_N]^T[Z_N][C_N]$	$2N^3$

Gdzie:

- $(x_N)/(y_N)$  – 1-wymiarowy wektory wejściowy/wyjściowy
- $[X_N]/[Z_N]$  – 2-wymiarowa macierze wejściowa/wyjściowa  $[N \times N]$
- $[C_N]$  – macierz  $[N \times N]$  współczynników postaci:

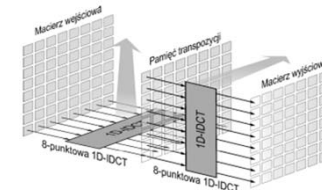
$$[C_N]_{kn} = \sqrt{\frac{2}{N}} * \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & \text{dla } k = 0 \\ \cos \frac{(2n+1)k\pi}{2N}, & \text{dla } k \neq 0 \end{cases}$$

## Transformata DCT

DCT – FDCT.

Szybkie algorytmy DCT i IDCT

Obliczenie przekształcenia DCT 2-D na podstawie definicji sprowadza się do dwukrotnego mnożenia macierzy  $N \times N$ . Liczba mnożeń wynosi  $2N^3$ , a dodawań  $2N^2(N-1)$ , co dla  $N = 8$  daje 1024 mnożeń i 896 dodawań. Opracowano wiele szybkich algorytmów dla 1D DCT 1-D, które stosuje się  $2N$  razy (najpierw do  $N$  kolumn później do  $N$  wierszy).



Transformata DCT

Ważniejsze właściwości transformaty DCT

Ważniejsze właściwości transformaty DCT to:

- Zmiana danych przedstawionych w dziedzinie przestrzeni, na zapis w dziedzinie częstotliwości.
- Proces bezstratny (jeżeli zachowana jest dokładność współczynników).
- Nie kompresuje żadnych danych, tylko przygotowuje je do kompresji (określając bardziej i mniej postrzegalne dla ludzkiego oka cechy obrazu).
- Transformata DCT może być wykorzystywana w algorytmach kompresji stratnej i bezstratnej.

Transformata DCT

Kompresja JPEG – Wstęp.

Kompresja obrazu JPEG

- Proces kompresji obrazu kolorowego realizuje się niezależnie od siebie, dla każdej ze składowych YUV (osobno dla luminacji i chrominacji).
- Obraz dzielony jest na rozłączne bloki o rozmiarze 8x8.

Obraz

Obraz podzielony na bloki 8x8

Blok 8x8

Transformata DCT

Kompresja JPEG – Kodowanie, schemat ideowy.

Kodowanie

Transformata DCT

Kompresja JPEG – DCT (2-D).

Transformacja DCT

Obraz z bloku 8x8 traktowany jest jako dyskretna funkcja dwóch zmiennych  $P(x,y)$  której transformacja na podstawie definicji daje 2-wymiarowa tablicę współczynników  $DCT(i,j)$ .

$P_{[8x8]}$

DCT

$DCT_{[8x8]}$

Transformata DCT

Kompresja JPEG – Macierz  $DCT_{[8x8]}$  (DC)

W blokach  $DCT$ , współczynnik położony w lewym górnym rogu nazywamy DC (Direct Current), a pozostałe – AC (Alternating Current).

Transformacja DCT bloku o jednolitym maksymalnym nasyceniu. Cała informacja jest zgromadzona we współczynniku DC.

$P_{[8x8]}$

DCT

$DCT_{[8x8]}$

DC

Transformata DCT

Kompresja JPEG – Macierz  $DCT_{[8x8]}$  (AC)

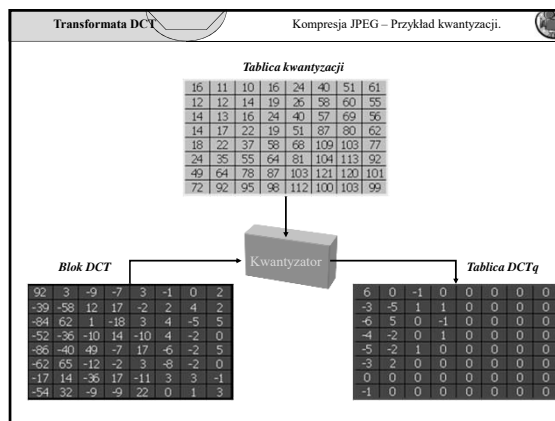
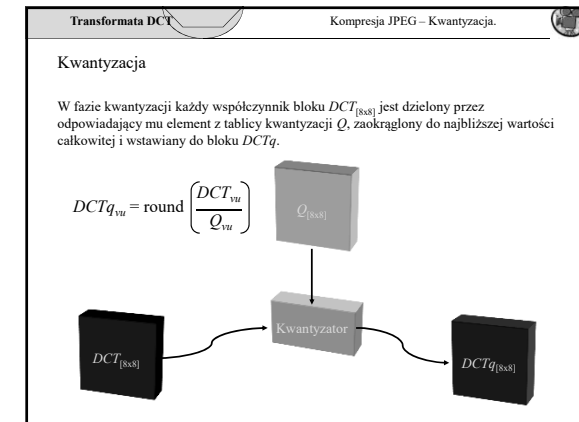
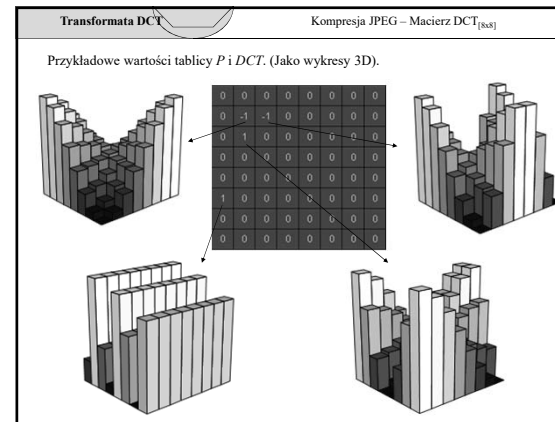
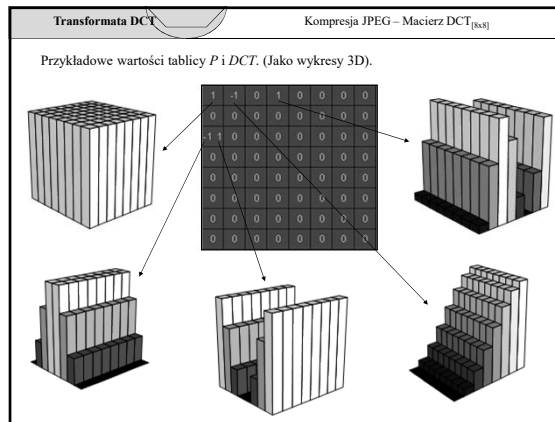
Współczynniki AC to pozostała część tablicy  $DCT$ . Zawierają informacje częstotliwościowe bloku wejściowego.

Cz. Niskie

DC

AC

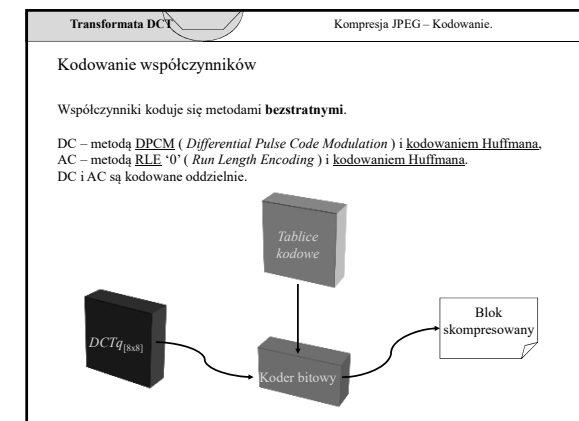
Cz. Wysokie



Transformata DCT      Kompresja JPEG – Kwantyzacja.

Kwantyzacja.

- Redukuje liczbę bitów potrzebnych do zapisania próbki.
- Stratność kompresji w standardzie JPEG zależy od tablicy kwantyzacji.
- Standard JPEG definiuje tablice kwantyzacji – osobne dla luminacji i chrominacji.
- Tablice kwantyzacji można odpowiednio modyfikować, aby uzyskać dużą kompresję, lub wysoką jakość.



Transformata DCT
Kompresja JPEG – DPCM.

### Kodowanie współczynnika DC – metoda DPCM

Tablica  $DCT_{q(8,8)}$  jest przygotowywana do fazy kodowania w następujący sposób: w kolejnym (i-tym) bloku wartość  $DCT_{q(0)}$  (DC) koduje się różnicą  $DCT_{q(0)}^i - DCT_{q(0)}^{i-1}$ . Jest to tzw. Kodowanie DPCM.

Współczynnik DC przyjmuje duże, różnorodne wartości. Są one jednak zbliżone do poprzedniej. Wykorzystano ten fakt do kodowania tylko różnicy między poprzednim i bieżącym współczynnikiem DC. Ta różnica jest najczęściej niewielka, więc zajmuje mniej miejsca.

Transformata DCT
Kompresja JPEG – DC Huffman.

### Kodowanie współczynników DC – wg tablic Huffmana

Kodowanie współczynników w postaci  $(s, v)$ . Gdzie  $s$  – rozmiar,  $v$  – wartość.

Kod wartości pobiera się z następującej tablicy:

Rozmiar	Wartość	Kod
0	0	---
1	-1, 1	0, 1
2	-3, -2, 2, 3	00, 01, 10, 11
3	-7, ..., -4, 4, ..., 7	000, ..., 011, 100, ..., 111
4	-15, ..., -8, 8, ..., 15	0000, ..., 0111, 1000, ..., 1111
.	.	.
11	-2047, ..., -1024, 1024, 2047	...

TABLICA 1

Transformata DCT
Kompresja JPEG – DC Huffman.

### Kodowanie współczynników DC – wg tablic Huffmana

Kod rozmiaru pobiera się z tablicy Huffmana.

Rozmiar	Kod
0	00
1	010
2	011
3	100
4	101
5	110
6	1110
7	11110
.	.
11	111111110

TABLICA 2

Przykład:  
DC = 40  
Poprzedni DC = 48  
Różnica:  
 $40 - 48 = -8$

Koduje się przez:  
1010111

0111 – wartość reprezentująca '-8',  
Rozmiar = 4,  
101 – z tablicy Huffmana.

Transformata DCT
Kompresja JPEG – Zig-Zag.

### Porządek Zig-Zag

Współczynniki AC w każdym bloku ustawia się w 63-elementowy ciąg według porządku zig-zag.

Transformata DCT
Kompresja JPEG – RLE.

### Kodowanie współczynników AC – metoda RLE

Kodowanie RLE polega na zapisaniu wektora 63-elementowego jako para

(liczba zer, następny)

gdzie:

liczba zer – liczba zer. Liczba zer < 16.  
następny – wartość następnego niezerowego współczynnika.

para  $(0, 0)$  jest znacznikiem końca bloku.

[ 0, -3, -6, -5, -1, 0, 1, 5, -4, -5, -2, 0, 1, 0, 0, 0, -1, 0, -2, -3, 0, 2, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 0, ..., 0 ]

[ (1, -3), (0, -6), (0, -5), (0, -1), (1, 1), (0, 5), (0, -4), (0, -5), (0, -2), (1, 1), (3, -1), (1, -2), (0, -3), (1, 2), (0, 1), (0, 1), (10, -1), (0, 0) ]

Transformata DCT
Kompresja JPEG – AC Huffman.

### Kodowanie współczynników AC – wg tablic Huffmana

AC koduje się jako pary  $(S1, S2)$  gdzie:

$S1$  – Liczba zer/Rozmiar (z tab. 3)  
Liczba zer – liczba kolejnych zer [0; 15].  
Rozmiar – liczba bitów potrzebna do zakodowania następnego niezerowego współczynnika AC (z tab. 1).

$S2$  – Wartość następnego niezerowego współczynnika AC.

Transformata DCT
Kompresja JPEG – AC Huffman.

### Kodowanie współczynników AC – wg tablic Huffmana

Kod *SI* pobierany jest z następującej tablicy Huffmana.

Rozmiar	Dł. Kodu	Kod	Rozmiar	Dł. Kodu	Kod
0/0	4	1010	1/1	4	1100
0/1	2	00	1/2	5	11011
0/2	2	01	1/3	7	1111001
0/3	3	100	1/4	9	111110110
0/4	4	1011	1/5	11	11111110110
0/5	5	11010	1/6	16	111111110000100
0/6	7	1111000	1/7	16	1111111110000101
0/7	8	11111000	1/8	16	11111111110000110
0/8	10	1111110110	1/9	16	11111111110000111
0/9	16	1111111110000010	1/10	16	11111111110001000
0/10	16	1111111110000011	... 15/10	więcej	podobne

TABLICA 3

Transformata DCT
Kompresja JPEG – DC Huffman.

### Kodowanie współczynników AC – wg tablic Huffmana

W tej tablicy określamy liczbę bitów potrzebnych na zapis kolejnego niezerowego współczynnika:

Rozmiar	Wartość	Kod
0	0	---
1	-1, 1	0, 1
2	-3, -2, 2, 3	00, 01, 10, 11
3	-7, ..., -4, 4, ..., 7	000, ..., 011, 100, ..., 111
4	-15, ..., -8, 8, ..., 15	0000, ..., 0111, 1000, ..., 1111
.	.	.
11	-2047, ..., -1024, 1024, 2047	...

TABLICA 3

Transformata DCT
Kompresja JPEG – AC Huffman.

### Kodowanie współczynników AC – przykład

Układamy współczynniki AC w porządku Zig-Zag:  
12, 10, 1, -7, 0, 0, -4, 0, 0, ..., 0.

40	12	0	0	0	0	0	0
10	-7	-4	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

liczba zer wynosi 0,  
wartość 12 zostanie zapisana przy użyciu 4 bitów (tab. 1)  
Kodujemy (0/4) (tab. 3) – 1011.  
Kodujemy 12 (tab. 1) – 1100.

I później analogicznie:  
(0,10) – (0/4)10 10111010  
(0,1) – (0/1)1 001  
(0,-7) – (0/3)-7 100000  
(2,-4) – (2/3)-4 111111011011  
(0,0) – (0/0) 1010

