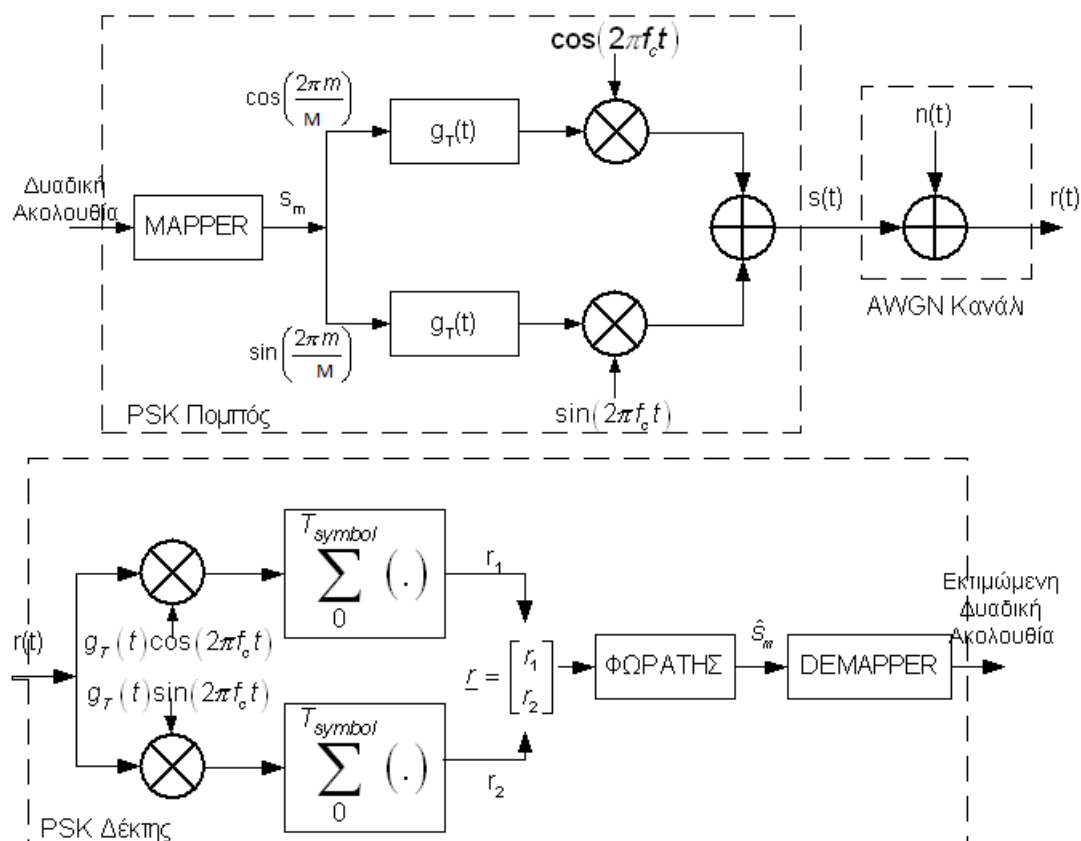


Εργαστηριακές Ασκήσεις 2023-2024 : 2ο σετ (προαιρετικό)

Μελέτη Ομόδυνων Ζωνοπερατών Συστημάτων M-PSK

Στην άσκηση αυτή καλείστε να μελετήσετε τη απόδοση της διαμόρφωσης M-PSK για $M = 8, 16$. Η σύγκριση αυτή θα βασιστεί σε μετρήσεις πιθανότητας σφάλματος bit (Bit Error Rate, BER), που θα πραγματοποιηθούν σε ομόδυνο ζωνοπερατό σύστημα με ορθογώνιο βασικό παλμό.

A. Ομόδυνο M - PSK



Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο πομπός του συστήματος M-PSK δέχεται ως είσοδο μια δυαδική ακολουθία, τη μετατρέπει σε σύμβολα, την πολλαπλασιάζει με τον ορθογώνιο παλμό, και κατόπιν το σήμα μεταφέρεται στη ζώνη μετάδοσης μέσω του διαμορφωτή. Στο σήμα που στάλθηκε προστίθεται AWGN θόρυβος, και φθάνει στο δέκτη του συστήματος. Εκεί αποδιαμορφώνεται και προκύπτει ένα δισδιάστατο διάνυσμα, το οποίο εισάγεται στο φωρατή όπου και αποφασίζεται ποιο σύμβολο

στάλθηκε. Τέλος, ο demapper κάνει την αντίστροφη αντιστοίχιση από σύμβολα σε bits. Τα συστήματα αυτά περιγράφονται στη συνέχεια.

Διαδική Ακολουθία Εισόδου

Η είσοδος των δύο συστημάτων είναι μια ακολουθία bits, όπου οι τιμές 0 και 1 εμφανίζονται ισοπίθانا. Μια τέτοια ακολουθία μπορεί να παραχθεί αν χρησιμοποιήσετε κατάλληλα κάποια από τις συναρτήσεις randsrc, rand, randn. Το πλήθος των bits που πρέπει να στείλετε θα πρέπει να είναι της τάξης $O(100K)$.

Αντιστοιχία Bits - Συμβόλων

Ο mapper είναι στην ουσία ένας μετατροπέας από bits σε σύμβολα. Δεδομένου ότι το σύστημα που θα υλοποιήσουμε είναι M-αδικό, κάθε σύμβολο αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ομάδα $\log_2(M)$ bits. Επομένως, ο mapper θα πρέπει για κάθε $\log_2(M)$ bits να εξάγει και ένα από τα M σύμβολα της διαμόρφωσης. Αντίστοιχα, ο demapper δέχεται ως είσοδο το σύμβολο που έχει ανιχνεύσει ο φωρατής (decision device) του δέκτη, και βγάζει τα αντίστοιχα $\log_2(M)$ bits.

Στην περίπτωση των PSK, PAM, QAM διαμορφώσεων, ένα σημαντικό στοιχείο κατά την αντιστοίχιση αυτή είναι η κωδικοποίηση Gray. Σύμφωνα με αυτήν αν δύο σύμβολα είναι γειτονικά στο δισδιάστατο χώρο σημάτων, τότε σε αυτά ανατίθενται διατάξεις bits που διαφέρουν μόνο κατά ένα bit μεταξύ τους.

Ορθογώνιος Παλμός

Το σύστημα M-PSK που καλείστε να προσομοιώσετε χρησιμοποιεί ορθογώνιο παλμό για τη μετάδοση των συμβόλων. Ο ορθογώνιος παλμός ορίζεται ως:

$$g_T(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_s}{T_{symbol}}} & 0 \leq t \leq T_{symbol} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases} = \sqrt{\frac{2}{T_{symbol}}}, \quad 0 \leq t \leq T_{symbol}$$

όπου E_s είναι η ενέργεια ανά σύμβολο, την οποία κανονικοποιούμε ως $E_s = 1$, και T_{symbol} είναι η περίοδος συμβόλου.

Διαμόρφωση M-PSK

Κάθε σύμβολο της διαμόρφωσης M-PSK ορίζεται από δύο συνιστώσες

$$s_m = \begin{bmatrix} \sqrt{E_s} \cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \\ \sqrt{E_s} \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \end{bmatrix}, \quad m = 0, 1, \dots, M-1$$

όπου στην περίπτωση μας $E_s = 1$ και για αυτό δε σημειώνεται η ενέργεια στο σχήμα. Κάθε συνιστώσα, αφού πολλαπλασιαστεί με τον ορθογώνιο παλμό, διαμορφώνεται από τη φέρουσα συχνότητα και προκύπτει το ζωνοπερατό σήμα:

$$s_m(t) = \cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right) g_T(t) \cos(2\pi f_c t) + \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) g_T(t) \sin(2\pi f_c t), 0 \leq t \leq T_{symbol}$$

Χρονικές Μονάδες Προσομοίωσης

Τα συστήματα που θέλουμε να προσομοιώσουμε μεταδίδουν σύμβολα με ρυθμό $R_{symbol} = 250 \text{ Kbps}$, οπότε η περίοδος συμβόλου είναι $T_{symbol} = 4 \mu\text{sec}$. Στη ζώνη μετάδοσης, χρησιμοποιείται η φέρουσα συχνότητα $f_c = 2,5 \text{ MHz}$, οπότε η περίοδος της φέρουσας είναι $T_c = 0,4 \mu\text{sec}$. Στα πλαίσια της προσομοίωσης, για να έχουμε μια ικανοποιητική αναπαράσταση των ζωνοπερατών σημάτων, πραγματοποιείται δειγματοληψία 2 φορές μεγαλύτερη του ορίου του Nyquist, δηλαδή παίρνουμε 4 δείγματα ανά περίοδο φέρουσας, και άρα η περίοδος δειγματοληψίας είναι $T_{sample} = \frac{T_c}{4} = 0,1 \mu\text{sec}$.

Εφόσον τα δύο συστήματα προσομοιώνονται σε ρυθμό δειγματοληψίας, κάθε τιμή των διανυσμάτων αντιστοιχεί σε χρόνο $T_{sample} = 0.1 \mu\text{sec}$, τον οποίο μπορούμε να κανονικοποιήσουμε στο $T_{sample} = 1$, οπότε αντίστοιχα προκύπτει:

$$T_{sample} = 1, \quad T_c = 4, \quad T_{symbol} = 40$$

δηλαδή σε κάθε περίοδο φέρουσας κρατάμε 4 δείγματα, και κάθε περίοδος συμβόλου περιλαμβάνει 10 κύκλους φέρουσας ή 40 δείγματα.

AWGN Κανάλι

Το ζωνοπερατό σήμα που εκπέμπει ο πομπός των συστημάτων διέρχεται μέσα από ένα ιδανικό κανάλι προσθετικού θορύβου. Ο θόρυβος είναι λευκός και ακολουθεί Gaussian κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς $\sigma^2 = N_0/2$. Ο θόρυβος μπορεί να παραχθεί με χρήση της συνάρτησης randn ως

$$noise = \sqrt{\sigma^2} * randn\left(\left(\frac{L_b}{\log_2(M)}\right) * 40, 1\right)$$

Η διασπορά του θορύβου καθορίζεται κάθε φορά από το $\frac{SNR}{bit}$ που θέλουμε να έχουμε στο δέκτη του συστήματος. Υπενθυμίζεται ότι, λόγω των κανονικοποιήσεων που έχουμε κάνει, η ενέργεια ανά σύμβολο και στα δύο συστήματα είναι $E_s = 1$, οπότε η ενέργεια ανά bit είναι $E_b = \frac{1}{\log_2(M)}$. Έτσι, αν θέλουμε να έχουμε

$$SNR = 10 * \log_{10}\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = 10, \text{ θα πρέπει } N_0 = 0,05 \text{ και } \sigma^2 = 0,025.$$

Αποδιαμορφωτής M-PSK

Ο αποδιαμορφωτής του συστήματος M-PSK συσχετίζει, δηλαδή πολλαπλασιάζει και ολοκληρώνει (αθροίζει) το ληφθέν σήμα με τη φέρουσα και τον ορθογώνιο παλμό. Η συσχέτιση γίνεται στα χρονικά πλαίσια μιας περιόδου συμβόλου. Κατά την προσομοίωση υποθέτουμε ότι το M-PSK είναι ομόδυνο (coherent). Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης γνωρίζει τη φάση της φέρουσας και τα χρονικά πλαίσια κάθε συμβόλου, δηλαδή είναι πλήρως συγχρονισμένος με τον πομπό.

Ο αποδιαμορφωτής συσχετίζει το ληφθέν σήμα με τις δύο συνιστώσες της φέρουσας, οπότε προκύπτουν δύο τιμές, δηλαδή ένα διάνυσμα \underline{r} που αντιστοιχεί στη θέση του ληφθέντος σήματος πάνω στο επίπεδο του αστερισμού του M-PSK.

Φωρατής M-PSK

Ο φωρατής δέχεται ως είσοδο το διάνυσμα \underline{r} , και αποφασίζει σε ποιο σύμβολο (όπως αυτά ορίστηκαν διανυσματικά παραπάνω) βρίσκεται εγγύτερα. Το διάνυσμα \underline{s}_m που θα έχει τη μικρότερη απόσταση από το \underline{r} , αντιστοιχεί και στο σύμβολο που στάλθηκε.

B. Μετρήσεις BER

Για να μετρήσετε το BER (Bit Error Rate), δηλαδή την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος bit, θα πρέπει να συγκρίνετε την τιμή bit που λάβατε με αυτήν που στείλατε. Για να πραγματοποιήσετε αξιόπιστες μετρήσεις BER, θα πρέπει αυτές να προέρχονται από έναν αρκετά μεγάλο αριθμό δεδομένων. Ένας χοντρικός κανόνας είναι ότι για να μετρήσετε μια τιμή BER της τάξης του 10^{-2} χρειάζεστε 10^4 bits δεδομένων, για BER της τάξης του 10^{-3} χρειάζεστε 10^5 bits δεδομένων, κ.ο.κ. Ο παραπάνω κανόνας δε σημαίνει ότι θα πρέπει να προσομοιώσετε παραπάνω από 100000 bits!

Οι καμπύλες BER συνήθως σχεδιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα ως προς τον άξονα y, δηλαδή ως προς την πιθανότητα σφάλματος. Η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος για το 4-PSK δίνεται από τη σχέση:

$$P_4 \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)\left[1 - \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)\right].$$

Η θεωρητική πιθανότητα σφάλματος για το M-PSK όπου $M > 4$ δίνεται από τη σχέση:

$$P_M \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2\log_2(M)E_b}{N_0}}\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right).$$

Γ. Φάσμα Ισχύος (Power Spectrum)

Στο πλαίσιο της παρούσας άσκησης, μας ενδιαφέρει να δούμε και το εύρος ζώνης που καταλαμβάνει καθένα από τα σήματα των δύο συστημάτων. Προκειμένου να δούμε το εύρος ζώνης, θα πρέπει να υπολογίσουμε το φάσμα ισχύος του αντίστοιχου εκπεμπόμενου σήματος (χωρίς να έχει προστεθεί θόρυβος).

Για να υπολογιστεί το φάσμα ισχύος ενός σήματος, θα πρέπει να πάρουμε διαδοχικά τμήματα του σήματος (έστω 2048 δείγματα), να υπολογίσουμε το μετασχηματισμό Fourier τους, να κρατήσουμε το τετράγωνο του μέτρου του, και τέλος να πάρουμε το μέσο όρο αυτών των ποσοτήτων για όλα τα τμήματα των 2048 δειγμάτων.

Ερωτήσεις - Ζητούμενα

1. Με βάση τις παραπάνω υποδείξεις, υλοποιήστε το σύστημα M-PSK και αναφερθείτε στα βασικά του σημεία.
2. Να σχεδιάσετε τον αστερισμό των συμβόλων για τις M-PSK διαμορφώσεις της άσκησης ($M=8,16$). Να επαναλάβετε για την περίπτωση της κωδικοποίησης Gray.
3. [Θεωρητική] Εξηγήστε συνοπτικά γιατί σε ένα σύστημα M-PSK έχει νόημα να χρησιμοποιήσουμε κωδικοποίηση Gray.
4. Για καθένα από τα δύο συστήματα ($M=8,16$ με κωδικοποίηση Gray), μετρήστε την πιθανότητα σφάλματος και σχεδιάστε τις καμπύλες BER για τιμές του $SNR=[-4:2:20]dB$. Οι καμπύλες BER θα πρέπει να σχεδιαστούν στο ίδιο γράφημα. Στο ίδιο γράφημα, σχεδιάστε και το θεωρητικό BER για το κάθε M-PSK από αυτά που υλοποιήσατε. Σχολιάστε τα αποτελέσματα. Ποιο σύστημα είναι καλύτερο ως προς την πιθανότητα σφάλματος για το ίδιο SNR; Πόσο παραπάνω SNR απαιτείται για να έχει το χειρότερο την ίδια πιθανότητα σφάλματος με το καλύτερο;
5. Για καθένα από τα δύο συστήματα, υπολογίστε το φάσμα ισχύος του εκπεμπόμενου σήματος. Σχεδιάστε τα δύο φάσματα στο ίδιο γράφημα σε λογαριθμική κλίμακα. Τι παρατηρείτε ως προς το εύρος ζώνης που απαιτεί το καθένα; Σχολιάστε το εύρος και το πλάτος του κύριου και των δευτερευόντων λοβών κάθε διαμόρφωσης.

Παρατηρήσεις

- Η αναφορά παραδίδεται μόνο ηλεκτρονικά μέσω e-class (ενότητα «Εργασίες»). Στο τέλος της αναφοράς, παραθέστε τον κώδικα που υλοποιήσατε. Το αρχείο της αναφοράς θα πρέπει να είναι σε μορφή pdf και να έχει ως όνομα τον αριθμό μητρώου σας. Για παράδειγμα αν η άσκηση έχει γίνει από τον φοιτητή με ΑΜ 5678 θα πρέπει το αρχείο να έχει όνομα 5678.pdf.
- Για να ανεβάσετε μια άσκηση θα πρέπει πρώτα να έχετε εγγραφεί στο μάθημα. Αν δεν είστε εγγεγραμμένοι στο μάθημα το σύστημα δεν θα σας αφήσει να ανεβάσετε την άσκηση. Η εγγραφή γίνεται από τις επιλογές που διατίθενται στο e-class.
- Φροντίστε να διαπιστώσετε ότι η άσκηση σας έχει υποβληθεί σωστά στο e-class. Δεν θα γίνουν δεκτές ασκήσεις αργότερα με την δικαιολογία ότι την έχετε υποβάλει αλλά για κάποιο λόγο η άσκηση δεν υπάρχει στο e-class.
- Η άσκηση είναι ατομική και ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ.
- Η παράδοση της άσκησης μπορεί να γίνει μέχρι 18 Φεβρουαρίου 2024.
- Τυχόν απορίες σχετικά με την άσκηση θα λύνονται μέσω του forum του μαθήματος στο eclass «Συζητήσεις» και στις ώρες ηλεκτρονικού γραφείου που έχουν ανακοινωθεί.