

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

### Ασκηση 1

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

**Απάντηση:**

$$E[X(n, \theta)] = E\{A(\theta)[u(n) - u(n - 100)]\}$$

Δεδομένου Δεδομένου ότι  $A(\theta)$  έχει ομοιόμορφη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας στο διάστημα  $[-1/2, 1/2]$ , η αναμενόμενη τιμή της  $A(\theta)$  είναι μηδέν.

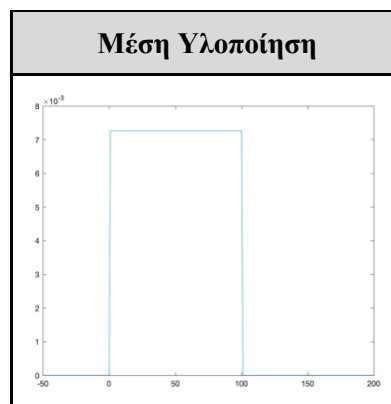
Έτσι, η στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας γίνεται:

$$E[X(n, \theta)] = 0 \times [u(n) - u(n - 100)] = 0$$

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση  $rand(\cdot)$  της MATLAB δημιουργήστε  $K$  υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

**Απάντηση:**

Όσο αυξάνει το  $K$ , παρατηρούμε να επιβεβαιώνεται ο νόμος των μεγάλων αριθμών και η εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής τείνει να βελτιώνεται αισθητά. Παραθέτω το αποτέλεσμα για  $K=1000$ .

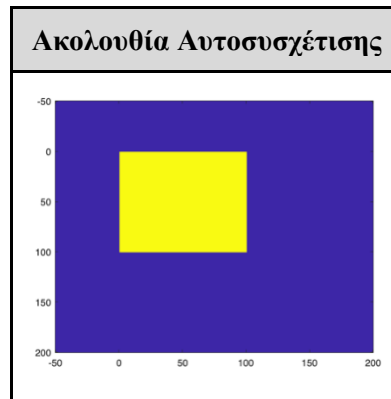


(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός  $K$  των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---



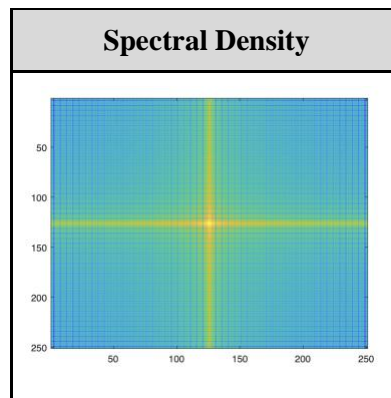
(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

Η διαδικασία δεν είναι λευκή μιας και παρατηρούμε ότι υπάρχουν συσχετίσεις και σε κελιά πέρα της διαγωνίου (που θα σήμαινε συσχέτιση μόνο με τον εαυτό).

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το  $K$ ;

**Απάντηση:**



### Άσκηση 2

(α) Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

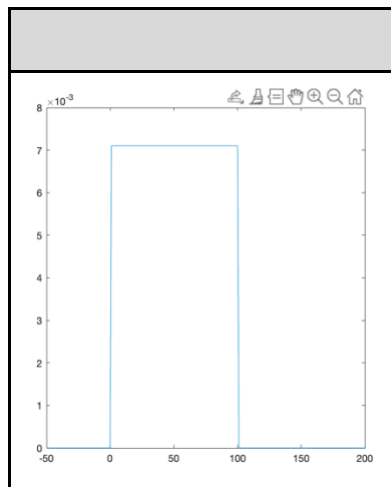
### Απάντηση:

(β) Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση  $\text{randn}(\cdot)$  της MATLAB δημιουργήστε  $K$  υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

### Απάντηση:

Τα συμπεράσματα μας ταιριάζουν με αυτά της προηγούμενης Άσκησης μιας και γνωρίζουμε ότι η στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας γίνεται και πάλι:

$$E[X(n, \theta)] = 0 \times [u(n) - u(n - 100)] = 0$$

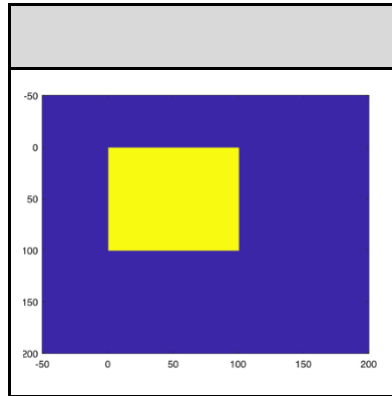


(γ) Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός  $K$  των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

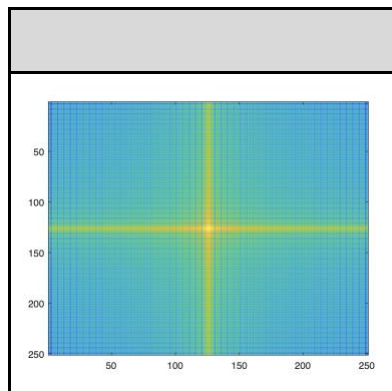


(δ) Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:** Όχι για τους ίδιους λόγους με πριν

(ε) Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το  $K$ ;

**Απάντηση:**



### Άσκηση 3

(α) Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

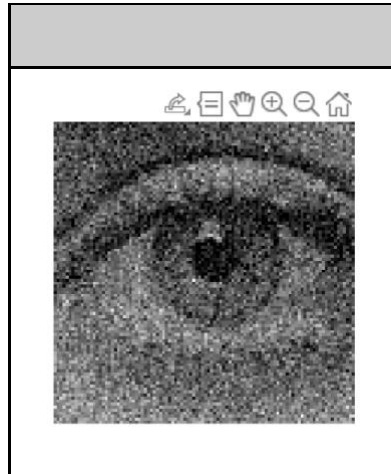
# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

**Απάντηση:**

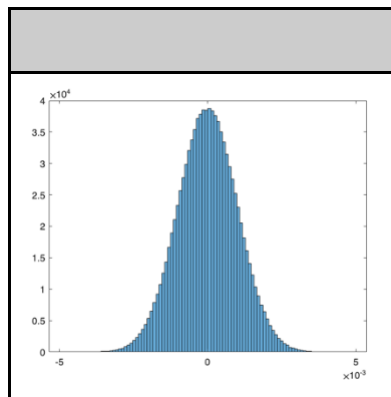
**Ο θόρυβος είναι μάλλον λευκός με διασπορά 4.0500**



**(β) Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.**

**Απάντηση:**

**Αποδεικνύουμε το κεντρικό οριακό θεώρημα πειραματικά αφού βλέπουμε ότι μια σειρά συναρτήσεων (ο θόρυβος) συγκλίνει προς την κανονική κατανομή.**



### Ασκηση 4

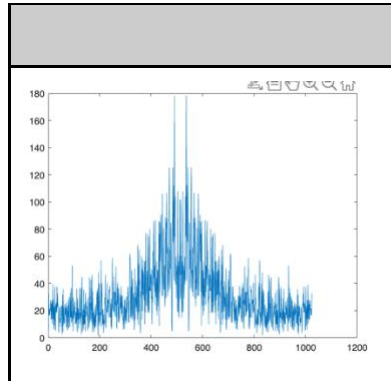
# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

(α) Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας  $\omega_0 = 0.25$  και τη συνάρτηση  $randn(\cdot)$ , δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

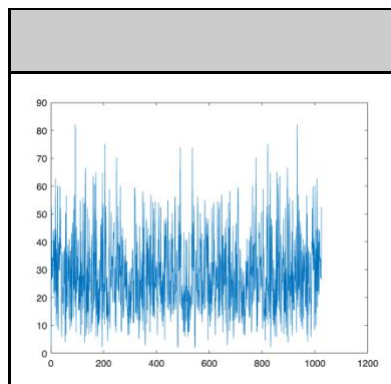
**Απάντηση:**



(β) Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

**Προσπαθούμε να εξισορροπήσουμε την ενέργεια του θορύβου σε όλες τις συχνότητες.**



(γ) Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Είναι στοχαστική αφού περιέχει την τυχαία μεταβλητή  $\varphi$**

(δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση  $rand(\cdot)$ , δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να

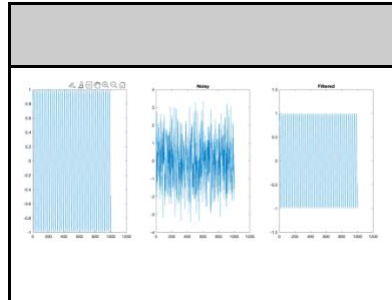
# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματά σας.

**Απάντηση:**



(ε) Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους  $M$  συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

**Απάντηση:**

(στ) Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

**Απάντηση:**

**Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι 32.4405**

(ζ) Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

Το σφάλμα μειώνεται όσο αυξάνουμε το μήκος του φίλτρου.

M = 3	M = 4	M = 5	M = 6
rms_noise = 31.8539	rms_noise = 30.8306	rms_noise = 30.6165	rms_noise = 29.6459

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

## Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	ΛΟΥΔΑΡΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ	ΑΜ:	1067400	Έτος:	5
--------	---------------------	-----	---------	-------	---

### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Τον κώδικα μπορείτε να τον βρείτε στο αρχείο Ex4.mlx που βρίσκεται στον ίδιο κατάλογο με το παρόν έγγραφο.