**Ασκηση 1**

**(α)** Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

**Απάντηση:**

**Δεδομένου Δεδομένου ότι Α(θ) έχει ομοιόμορφη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας στο διάστημα [-1/2, 1/2], η αναμενόμενη τιμή της Α(θ) είναι μηδέν.**

**Έτσι, η στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας γίνεται:**

**(β)** Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *rand(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

**Απάντηση:**

**Όσο αυξάνει το Κ, παρατηρούμε να επιβεβαιώνεται ο νόμος των μεγάλων αριθμών και η εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής τείνει να βελτιώνεται αισθητά. Παραθέτω το αποτέλεσμα για Κ=1000.**

|  |
| --- |
| **Μέση Υλοποίηση** |
| A picture containing text, rectangle, line, diagram  Description automatically generated |

**(γ)** Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

|  |
| --- |
| **Ακολουθία Αυτοσυσχέτισης** |
|  |

**(δ)** Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

**Η διαδικασία δεν είναι λευκή μιας και παρατηρούμε ότι υπάρχουν συσχετίσεις και σε κελιά πέρα της διαγωνίου (που θα σήμαινε συσχέτιση μόνο με τον εαυτό).**

**(ε)** Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

**Απάντηση:**

|  |
| --- |
| **Spectral Density** |
|  |

**Ασκηση 2**

**(α)** Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

**Απάντηση:**

**(β)** Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *randn(·)* της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

**Απάντηση:**

**Τα συμπεράσματα μας ταιριάζουν με αυτά της προηγούμενης Άσκησης μιας και γνωρίζουμε ότι η στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας γίνεται και πάλι:**

|  |
| --- |
|  |
|  |

**(γ)** Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

|  |
| --- |
|  |
|  |

**(δ)** Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

**Απάντηση: Όχι για τους ίδιους λόγους με πριν**

**(ε)** Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

**Απάντηση:**

|  |
| --- |
|  |
| A picture containing screenshot, line, colorfulness, rectangle  Description automatically generated |

**Ασκηση 3**

**(α)** Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

**Απάντηση:**

**Ο θόρυβος είναι μάλλον λευκός με διασπορά 4.0500**

|  |
| --- |
|  |
| A close up of an eye  Description automatically generated with medium confidence |

**(β)** Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

**Απάντηση:**

**Αποδεικνύουμε το κεντρικό οριακό θεώρημα πειραματικά αφού βλέπουμε ότι μια σειρά συναρτήσεων (ο θόρυβος) συγκλίνει προς την κανονική κατανομή.**

|  |
| --- |
|  |
| A picture containing plot, diagram, line, screenshot  Description automatically generated |

**Ασκηση 4**

**(α)** Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας και τη συνάρτηση *randn(·)*, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

**Απάντηση:**

|  |
| --- |
|  |
| A picture containing text, screenshot, plot, line  Description automatically generated |

**(β)** Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

**Απάντηση:**

**Προσπαθούμε να εξισορροπήσουμε την ενέργεια του θορύβου σε όλες τις συχνότητες.**

|  |
| --- |
|  |
| A picture containing screenshot, plot, text, line  Description automatically generated |

**(γ)** Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Είναι στοχαστική αφού περιέχει την τυχαία μεταβλητή φ**

(δ) Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση rand(·), δημιουργείστε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματα σας.

**Απάντηση:**

|  |
| --- |
|  |
| A picture containing screenshot, plot, line, diagram  Description automatically generated |

**(ε)**  Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

**Απάντηση:**

**(στ)** Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

**Απάντηση:**

**Το μέσο τετραγωνικό σφάλμα είναι 32.4405**

**(ζ)** Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

Το σφάλμα μειώνεται όσο αυξάνουμε το μήκος του φίλτρου.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| M = 3 | M =4 | M = 5 | M = 6 |
| rms\_noise = 31.8539 | rms\_noise = 30.8306 | rms\_noise = 30.6165 | rms\_noise = 29.6459 |

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**

Τον κώδικα μπορείτε να τον βρείτε στο αρχείο Ex4.mlx που βρίσκεται στον ίδιο κατάλογο με το παρόν έγγραφο.