

글로벌경영학회지
제18권 제4호 2021년 8월 pp.226~245
글로벌경영학회

프로젝트 수익 추정 방식에 대한 연구 - 활동의 기간이 확률적이고 중도 포기 옵션이 존재하는 경우 -

정승현* · 안태호** · 백인섭*** · 조운재****

〈요 약〉

본 연구는 프로젝트의 수익 추정 방식에 대한 연구이다. 본 연구에서 활동의 기간은 확률적이고 프로젝트 중도 포기 옵션이 존재한다. 수익 추정을 위해 두 가지 추정 방법을 제안하였다. 첫 번째는 활동 기간의 기댓값을 사용하는 방법이고 두 번째는 활동 기간의 확률분포를 사용하여 수익의 분포를 생성하는 방법이다. 모의실험을 통해 두 방법의 유효성을 검증하였고 두 방법의 장단점을 파악하였다. 본 연구의 성과는 확률적 프로젝트 일정문제에 공통적으로 적용될 수 있다.

주제어 : 프로젝트 일정관리, 프로젝트 불확실성, 프로젝트 수익 추정

* 주저자, 숭실대학교 프로젝트경영학과 박사과정 (fund001@naver.com)

** 교신저자, 숭실대학교 경영학부 교수 (ahnt@ssu.ac.kr)

*** 공동저자, 숭실대학교 경영학부 박사후연구원 (insoub@gmail.com)

**** 공동저자, 숭실대학교 경영학부 박사후연구원 (dawnvits@naver.com)

최초접수일 : 2021년 07월 19일 심사수정일 : 2021년 08월 17일 게재확정일 : 2021년 08월 17일

I. 서론

프로젝트 일정관리 연구 분야는 크게 CPM 부류의 확정적인 모형과 PERT 부류의 확률적 모형으로 나누어진다. 최근 두드러진 동향 중 하나는 두 모형의 결합 모형이다.

본 연구에서는 프로젝트의 수익성을 평가하는 문제를 다루고자 한다. 이 문제에서 활동들의 수행 기간은 확정된 값이 아니라 확률적이다. 또한 프로젝트는 중도에 포기할 수도 있다. 본 모형에서 프로젝트의 수익은 프로젝트 완료시점과 중도 포기 옵션의 사용 여부에 따라 결정된다. 활동들의 기간이 사전에 알려진 값이라면 프로젝트 완료시점 또한 사전에 산정될 수 있고, 완료 시점이 확정된 값이면 중도 포기 옵션의 행사 여부를 결정하는 것 또한 매우 쉬운 의사결정에 속한다. 그렇지만 본 연구는 활동의 기간이 확률 분포로서 주어지고 활동이 시작된 이후에나 그 값이 확정되는 경우를 다룬다. 그러므로 특정 시점에서 옵션 사용 여부는 잔여 일정에 대한 추정을 근거로 결정된다. 결국 본 문제의 불확실성은 잔여 일정의 추정 문제로 귀결된다.

따라서 본 연구에서는 잔여 일정을 평가하는 두 가지 방법을 제안하고자 한다. 첫 번째 방법은 미배정 활동들의 기간을 기댓값으로 추정하여 하나의 잔여 일정을 작성하는 것이고, 두 번째 방법은 미배정 활동들의 기간을 확률분포에서 임의로 추출하여 충분히 많은 수의 잔여 일정을 생성해 보는 것이다. 모의실험을 통해 두 방법의 유효성과 장단점을 파악하고자 한다.

대부분의 확률적 프로젝트 일정모형에서 수익성을 추정하는 문제는 매우 어려운 문제에 속한다. 본 연구는 불확실성을 체계적으로 분석하는 기법들을 비교, 분석하고 본 모형에 적합한 보완 기법을 개발하여 수익성 추정의 정확성을 제고하고자 한다.

II. 선행연구

2.1 확률적 프로젝트 일정(Stochastic project scheduling)의 연구

프로젝트 일정 문제에서 불확정적 요소를 확률적으로 고려하는 것은 프로젝트의 불확실성을 대처하는 방법 중 하나이다. 활동 수행 기간의 불확실성에 대처하는 가장 대표적인 기법인 PERT(Program Evaluation & Review Technique)는 활동의 수행 기간을 확률적으로 추정하는 방

법으로 낙관치(Optimistic Time)와 최빈치(Most likely Time), 그리고 비관치(Pessimistic Time)의 3점 추정을 사용하여 각각 1:4:1의 비율로 활동의 수행기간에 대한 평균을 산정하는 확률적 모형이며, 미국 해군에 의해 폴라리스 미사일 프로젝트의 일정 계획 및 통제를 위해 개발되었다(Malcolm et al., 1959). 이에 Freeman(1960)은 PERT 개발의 다음 단계는 시간뿐만 아니라 자원 및 기술 성능을 포함하는 일반화라고 설명하였다.

Tsai & Gemmill(1998)은 확률적/확정적 활동기간으로 RCPSP(Resource Constrained Project Scheduling Problem)에 적용할 수 있는 타부검색(Tabu-Search)을 이용한 휴리스틱 기법을 제안하였으며, 이들은 활동 기간을 모델링하기 위해 베타분포를 가정하고 베타분포의 매개변수를 계산하기 위해 낙관적이고 가능성이 가장 높으며 비관적인 시간 추정을 사용하였다. 특정 실행 가능한 시퀀스가 주어지면 가능 해의 영역(makespan)은 활동 기간 샘플에 대해 계산되며, 이 샘플링 프로세스는 지정한 횟수만큼 반복하여 평균 makespan으로 추정하였다. Igelmund & Radermacher(1983)은 RCPSP의 확률적 활동 기간을 다루었으며, 사전 선택 스케줄링 정책을 제안하였다. Möhring & Stork(2000)은 확률적 활동 기간으로 RCPSP의 makespan을 최소화하기 위한 선형 사전 선택 정책(LIN)이라는 새로운 일정정책을 도입하였다. 사전선택정책과 우선순위정책의 이점을 결합하고 자원충돌로 인해 함께 실행할 수 없는 활동 집합을 결정하고 우선순위 목록에 따라 시작을 지연할 활동을 선택하는데 기반을 두었다. Baradaran et al.(2010)은 활동에 무작위 기간을 가진 다양한 유형의 자원이 필요한 PERT 유형 프로젝트를 고려하여 RCPSP에 대한 분산검색을 기반으로 하는 메타 휴리스틱 알고리즘을 제시하였다. 산포검색은 선형조합을 사용하여 더 나은 해를 생성하기위한 방법으로 경로 재연결 개념을 사용한 조합방법의 형태로 부모해(parent solutions)에서 자식해(children)를 생성하였다. Bruniet et al.(2011)은 프로젝트 활동 기간이 알려진 확률 분포 함수를 사용하여 독립적인 랜덤변수로 설명되는 알려진 결정론적 재생 가능 자원 요구 사항과 불확실한 기간을 가지고 있다고 가정 하에 프로젝트 일정문제의 단계적 분해와 공동 확률적 제약의 사용에 의존하는 발견적 방법을 제시하였다. Hao et al.(2014)은 기간의 불확실성과 함께 확률 적 다중 모드하의 프로젝트 일정 문제를 해결하기위해 makespan 최소화를 위한 효과적인 다목적 추정 분포 알고리즘(MOEDA)이 제시하였다. Chakraborty et al.(2017)은 불확실한 활동 기간을 가진 프로젝트 일정의 최적화를 위해 고유 한 분기 및 절단 알고리즘(branch-and-cut)을 적용하여 가능한 불확실성 수준이 서로 다른 6 가지 휴리스틱 모델을 제안하였다. 백인섭, 안태호, & 조운재(2020)는 RCPSP의 활동에 재작업의 발생확률로 인해 활동의 기간이 확률적인 경우 시뮬레이션 기법을 통하여 활동의 수행 기간에 대한 기댓값의 적정배수로 추정하는 알고리즘을 제시하고 실험을 통하여 일정 배수를 적용하는 추정방법이 적합함을 보여주었다. Zaman et al.(2021)은 활동의 수행 기간에 불확실성이 있는 최적화 문제를 해결하기 위해 두 개의 다중 연산자 기반 EA와 두 개의 휴리스틱으로 구성된 시뮬레이션 지원 진화 프레임워크와 불확실성 구성요

소를 처리하기 위한 시뮬레이션 접근방식을 제안하였으며, 1600 개가 넘는 테스트 문제를 통하여 최신 알고리즘과 비교분석하여 그 효율성을 나타내었다. Nesbitt et al.(2021)은 지하광산 일정 문제에서 확률적 정수 프로그래밍 프레임워크를 제안하여 채굴 활동에 대한 기간 및 경제적 가치의 불확실성을 특성화하여 실행 가능한 일정을 생성하는 휴리스틱 알고리즘을 제안하고 그 유용함을 입증하였다.

2.2 시뮬레이션(모의실험)에 대한 선행연구

시뮬레이션이란 복잡한 프로세스 또는 시스템의 설계 및 운영을 담당하는 사람들이 사용할 수 있는 가장 현실적이고 강력한 분석방법 중 하나이다. 산업의 가속화로 현대 사회 속 시뮬레이션의 그 역할은 더욱 커지고 있다. 시뮬레이션은 프로젝트의 모델이 시간의 흐름에 따라 발생하는 일들에 대한 실제 시스템을 모방하는 방식이다. 시뮬레이션은 실제 시스템의 모델을 설계하고 시스템의 동작의 이해하고 연구하기 위한 분석도구로 정의 할 수 있다(Shannon, 1992). 시뮬레이션 기법은 다음과 같은 상황에서 현실적인 대안이 될 수 있다. 가상이 아닌 실제 시스템에서 일정의 복잡성, 시스템의 다양한 구성 요소 간의 상호 작용이나 상호 의존성 등으로 프로젝트를 파악하지 못하는 경우, 새로운 시스템의 생성이나 기존 시스템의 변화를 줄 경우, 경험 또는 선행이 충분하지 않은 새로운 상황과 방향성을 지닌 시스템의 경우 등 시스템 모델의 실험을 필요로 하는 상황에서 현실적인 대안이다(Carson, 2005).

이와 같이 시뮬레이션을 통하여 실제 시스템을 새로 구축하거나 수정 전 잠재적인 위험을 대비하고 사전 검수가 가능하다. 또한, 시뮬레이션을 통하여 프로젝트에 자원과 투자를 투입하기 전 평가 및 비교를 할 수 있다.

그러나 시뮬레이션 기법은 시간이 많이 걸리거나 데이터를 얻을 수 없는 등의 모델을 가상으로 대신 함으로써 신뢰 할 수 있는 영역의 계산이 중요하다(Fang & Marle, 2012). 시뮬레이션은 모든 산업과 일상에서 제한 없이 적용 될 수 있지만, 현실을 모방하는 기법인 만큼 얼마나 현실과 유사하게 구현하고 알맞게 설정하였는지가 관건이다(Jerry, 1984). Zhang et al., (2007)은 시뮬레이션을 이용하여 생산 프로젝트에서 발생하는 불확실성 요소들을 구성하여 확률모델을 반복 실험 하였다. Chou(2011)은 건설 엔지니어링과 관리 측면의 비용추정을 위한 연속 시뮬레이션 기법을 제시하였다. Ahuja & Nandakumar(1985)는 프로젝트 비용은 일정계획에 있어 가장 민감한 요소로 꼽았으며 효율적인 일정계획을 위해 활동 기간 분포를 분석하고 프로젝트 완료 시간과 확률을 계산하는 모델을 제안하였다.

III. 문제의 정의와 수식화

3.1 문제의 정의

본 연구는 프로젝트에 참여하는 팀의 수익성을 산정하는 문제를 다룬다.

프로젝트는 N 개의 활동들로 이루어져 있으며, 활동 간의 선행관계는 사전에 알려져 있다. 활동 0과 $N+1$ 은 가상활동으로서, 프로젝트의 시작과 종료를 나타낸다. 가상활동들의 수행기간은 0이다. 활동들의 기간은 확률적 분포를 따른다. 각 활동 기간의 확률 분포는 사전에 알려져 있다. 활동이 시작하는 시점에 그 활동의 기간이 확정된다. 각 활동은 일단 수행이 시작되면 중도에 중단될 수 없다. 프로젝트는 시점 0에 시작한다.

팀은 일단 프로젝트에는 참여하지만, 중도에 참여를 포기할 수 있다. 계속 참여 또는 참여 포기 옵션은 각 활동이 시작하는 시점에 행사된다. 프로젝트에는 일단 참여하므로, 옵션 시점은 $t > 0$ 으로 제한된다. 중도에 참여를 포기한다면, 프로젝트에 다시 참여하는 것은 허용되지 않는다.

프로젝트가 종료될 때까지 참여하고 프로젝트가 마감일 이전에 종료된다면, 팀은 조기 완료된 기간에 비례하여 상여금을 받게 된다. 프로젝트가 지연된다면 지연된 기간에 비례하여 지체보상금을 지불해야 한다. 기간별 상여금과 지체 보상금은 사전에 알려져 있다. 프로젝트 진행 중에 참여를 포기한다면, 조기 완공시의 상여금에 대한 권리를 상실되며, 지연시의 지체 보상금은 부분적으로만 부담하게 된다. 다시 말해, 프로젝트가 조기 완공되어도 상여금은 0이다. 프로젝트가 지연 될 시 팀의 부담 비율은 (중단 시점 / 프로젝트 완료시점)이다. 예를 들어, 마감일이 30, 완료일이 34, 기간별 지체 보상금이 5이고 포기 시점이 15라면, 지체 보상금의 합계는 $(34-30) \times 5 = 20$ 이며, 팀의 지체 보상금 부담 비율은 $15/34$ 이고, 팀이 부담하는 지체 보상금은 $20 \times (15/34) = 8.82$ 가 된다.

팀의 수익은 (상여금 - 지체 보상금)으로 정의할 수 있다. 팀의 수익은 (1) 프로젝트 완료 시점과 (2) 참여 포기 여부와 포기한 경우 포기 시점에 따라 결정된다. 프로젝트 완료 시점은 활동들의 기간에 따라 결정되므로, 팀의 수익은 활동들의 기간과 참여 포기 여부에 따라 결정된다. 참여 포기 여부는 의사결정에 속하고 활동들의 기간은 확률 분포를 따르므로, 본 문제는 불확실성 하의 의사결정문제에 속한다.

본 연구는 중도 포기 옵션이 존재하고, 활동 기간에 불확실성이 존재하는 프로젝트 일정 문제의 가장 기본적인 모형에 속한다. 상황에 따라 모형은 다양하게 설정될 수 있지만, 필요한 만큼 현실 상황을 반영하여야 한다. 그러므로 현실 문제에 적용시, 본 모형은 상황에 맞게 확장되어야 한다.

3.2 문제의 수식화

본 문제는 아래와 같이 수식으로 표현될 수 있다.

$$\text{Max} \quad T_Bonus - T_Penalty \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad s_i + d_i \leq s_j \quad \text{for all } (i, j) \in H \quad (2)$$

$$s_0 = 0 \quad (3)$$

$$x_t = \{0, 1\} \quad \text{for all } t \in O \quad (4)$$

$$\sum_{t \in O} x_t \leq 1 \quad (5)$$

$$t_stop = \begin{cases} \sum_{t \in O} t \times x_t, & \text{if } \sum_{t \in O} x_t = 1 \\ \infty, & \text{ow} \end{cases} \quad (6)$$

$$PCT = s_{N+1} \quad (7)$$

$$P_Bonus = \text{Max} \{0, (Due_Date - PCT) \times b\} \quad (8)$$

$$P_Penalty = \text{Max} \{0, (PCT - Due_Date) \times p\} \quad (9)$$

$$T_Bonus = \begin{cases} 0, & \text{if } t_stop < \infty \\ P_Bonus, & \text{ow} \end{cases} \quad (10)$$

$$T_Penalty = \begin{cases} P_Penalty \times \frac{t_stop}{PCT}, & \text{if } t_stop < \infty \\ P_Penalty, & \text{ow} \end{cases} \quad (11)$$

활동 i 의 시작시점과 기간은 s_i 와 d_i 로 표기한다. s_i 는 의사결정변수이고, d_i 는 확률변수이다. H 는 선행관계를 이루는 활동 쌍(pair)의 집합이다. 식 (2)는 선행활동 i 가 종료(시작시점+수행기간)한 이후에나 후행활동 j 가 시작할 수 있음을 나타낸다. 활동 0은 프로젝트의 시작을 의미하는 가상활동이므로 식 (3)은 프로젝트가 시점 0에 시작됨을 의미한다. O 는 프로젝트의 중도 포기 옵션을 행사할 수 있는 시점들의 집합이다. 포기 옵션은 활동들이 시작하는 시점마다 행사할 수 있으므로 O 는 활동들의 시작시점들로 구성된 집합이다. 중도 포기 옵션이므로 O 에서 시점 0은 제외되며, 활동 $N+1$ 은 프로젝트의 종료를 의미하는 가상활동이고 수행기간이 0이므로 활동 $N+1$

의 시작시기 또한 제외된다. 예를 들어 $N = 5$ 이고 활동 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6의 시작시점이 0, 0, 4, 7, 7, 9, 12라면 O 는 {4, 7, 9}가 되고, 활동들의 시작시점이 0, 0, 3, 8, 10, 15, 17라면 O 는 {3, 8, 10, 15}가 된다. 집합 O 는 사전에 알 수 없고 활동들의 시작시점이 확정된 이후에나 집합 O 가 확정되므로, 집합 O 는 개념적 서술(conceptual statement)에 해당된다. x_t 는 시점 t 에서 프로젝트를 중도포기하면 1, 아니면 0의 값을 갖는 0-1 변수이다. 중도포기 옵션 행사는 프로젝트 중도에 새로운 활동이 시작하는 시점으로 제한되어 있으므로, 식 (4)는 O 에 속한 t 에 대해서만 x_t 가 정의됨을 나타낸다. 식 (5)는 중도포기 옵션이 최대 1번만 행사될 수 있음을 의미한다. 식 (6)에서 $\sum_{t \in O} x_t = 1$ 이란 O 에 속한 특정 시점에서 중도포기 옵션이 행사되었음을 의미한다. $\sum_{t \in O} x_t = 1$ 인 경우, $\sum_{t \in O} t \times x_t$ 는 중도포기 옵션이 행사된 시점이 된다. 예를 들어 $O = \{3, 8, 12\}$ 이고 $x_3 = 0$, $x_8 = 1$, $x_{12} = 0$ 이라면, $\sum_{t \in O} t \times x_t = 3x_3 + 8x_8 + 12x_{12} = 3(0) + 8(1) + 12(0) = 8$ 로서, 중도포기 시점이 된다. t_{stop} 은 중도포기 시점을 나타내는 변수이다. 식 (6)은 t_{stop} 이 중도포기 옵션이 행사된 경우 $\sum_{t \in O} t \times x_t$ 의 값을, 옵션이 행사되지 않은 경우 ∞ 의 값을 갖게 됨을 나타낸다. 그러므로 $t_{stop} < \infty$ 이면 옵션이 행사되었음을, $t_{stop} = \infty$ 이면 옵션이 행사되지 않았음을 의미한다. PCT 는 프로젝트의 종료시점(project completion time)을 나타내는 변수이다. 식 (7)은 가상활동 $N+1$ 의 시작시점이 PCT 가됨을 의미한다. P_Bonus 와 $P_Penalty$ 는 프로젝트의 상여금과 지체 보상금을 의미한다. 식 (8)에서 b 는 기간별 상여금을 식 (9)에서 p 는 기간별 지체 보상금을 나타낸다. b 와 p 모두 양수이다. 식 (8)은 프로젝트가 마감일(Due_Date) 이전에 완공되면 프로젝트 상여금 합계가 조기 완공 기간($Due_Date - PCT$)에 b 배를 한 값이 되고, 조기 완공되지 않은 경우 프로젝트 상여금 합계가 0이 됨을 나타낸다. 식 (9)는 프로젝트가 지연되면 프로젝트 지체 보상금 합계가 지연 기간($PCT - Due_Date$)에 p 배를 한 값이 되고, 지연되지 않은 경우 프로젝트 지체 보상금 합계가 0이 됨을 나타낸다. T_Bonus 와 $T_Penalty$ 는 팀에 배정되는 프로젝트 상여금과 지체 보상금을 의미한다. 식 (10)은 중도포기 옵션이 실행된 경우($t_{stop} < \infty$) T_Bonus 는 없고, 포기 옵션이 실행되지 않은 경우 T_Bonus 는 P_Bonus 와 같음을 나타낸다. 식 (11)은 중도포기 옵션이 실행된 경우($t_{stop} < \infty$) $T_Penalty$ 는 $P_Penalty$ 중 t_{stop}/PCT 만큼만 배정되며, 포기 옵션이 실행되지 않은 경우 $T_Penalty$ 는 $P_Penalty$ 와 같음을 나타낸다. 본 연구에서 팀의 수익금은 팀배정 상여금(T_Bonus)에서 팀배정 지체 보상금

($T_Penalty$)을 제한 값이다. 식 (1)은 본 문제가 팀 수익금을 최대화하는 문제임을 보여준다.

IV. 알고리즘

본 문제는 각 활동의 시작시점 s_i 와 프로젝트 중도포기 여부를 결정하는 x_t 를 결정하는 문제이다.

활동의 기간 d_i 가 알려진 값이면, 본 문제는 매우 쉬운 문제가 된다. PCT 값이 감소할수록 P_Bonus 와 $P_Penalty$ 값이 개선되므로, 각 활동의 시작시점 s_i 는 해당 활동의 최소시작시점 ES (the earliest start time)에 배정하면 된다. PCT 가 마감일을 초과하지 않은 경우 프로젝트 중도포기 옵션을 행사하지 않아야 한다. ($x_t = 0$ for all $t \in O$) 이때 $T_Bonus = P_Bonus = (Due_Date - PCT) \times b$ 이 성립하며 $T_Penalty = P_Penalty = 0$ 이 된다. PCT 가 마감일을 초과하는 경우 $T_Bonus = P_Bonus = 0$ 이 성립한다. $P_Penalty = (PCT - Due_Date) \times p$ 인데, 중도포기 옵션을 행사하면 $T_Penalty$ 는 $P_Penalty \times t_stop / PCT$ 가 된다. t_stop 값이 작으면 작을수록 $T_Penalty$ 는 감소하게 되므로, O 에 속한 시점들 중 최초의 시점에서 중도포기 옵션을 행사해야 한다. (t^* 는 $\min_{t \in O} \{t\}$ 라 하자. $x_{t^*} = 1$, 나머지 $x_t = 0$)

본 문제에서 활동의 기간 d_i 는 계수가 아니라 확률변수이다. 활동의 기간이 확정되는 시점은 모형에 따라 달라질 수 있다. 본 연구에서는 활동이 시작되기 전에는 그 활동의 기간이 알려져 있지 않고, 활동이 시작하는 순간 그 활동의 기간이 확정되는 경우를 다룬다. d_i 가 확률변수인 경우에도 PCT 가 짧을수록 좋으므로, 각 활동들은 자신의 ES 에 시작하도록 배정되어야 한다. 각 활동들이 ES 에 배정되는 과정과 프로젝트 중도포기 옵션의 시점을 파악하는 과정을 시간 흐름 순으로 정리하면 아래와 같다.

4.1 시간 흐름 순으로 s_i 배정하고 중도포기 옵션의 시점을 파악하는 알고리즘

Step 0. {초기화}

$$N_AS = \{0, 1, \dots, N, N+1\}, AS = \{\}, t_stop = \infty$$

- $s_0 = 0$, $N_AS = N_AS - \{0\}$, $AS = AS + \{0\}$, $t = 0$, Goto Step 1.
- Step 1. {현 시점 t 에 시작할 수 있는 활동들 존재 여부 Test}
- 현재의 시점 t 에 시작할 수 있는 활동(들)이 존재하는 가를 Test한다. 아래 조건들을 모두 충족하면, 활동 i 가 현 시점에 시작하도록 배정될 수 있다.
- (1) i 는 아직 배정되지 않았고 ($i \in N_AS$)에 속하고 (2) 활동 i 의 선행활동(들)은 모두 이미 배정되었고 ($(h,i) \in H$ 이면 $h \in AS$) (3) 활동 i 의 선행활동(들)은 모두 t 이전에 종료되었다. ($(h,i) \in H$ 이면 $s_h + d_h \leq t$)
- If (1), (2)와 (3)을 모두 충족하는 활동이 존재하면, Goto Step 2.
Else, Goto Step 4.
- Step 2. {활동이 시작할 수 있는 시점 t }
- 2.1 {중도포기 옵션}
- If $t > 0$ and $t_stop = \infty$, 현 시점에서 중도포기 옵션을 행사할 수 있다.
행사한다면 $t_stop = t$
- 2.2 {활동의 시작시점 배정}
- Step 1의 모든 조건들을 충족하는 활동 i 에 대해 $s_i = t$
이 활동의 기간 d_i 값이 확정된다.
 $N_AS = N_AS - \{i\}$, $AS = AS + \{i\}$, Goto Step 3.
- Step 3. {종료 조건 Test}
- If $N_AS = \{\}$, 모든 활동들의 시작시점 배정이 완료되었으므로 종료한다.
Else 아직 시작시점을 배정받지 못한 활동이 존재하므로 Goto Step 4.
- Step 4. { t 의 Update - 현 t 다음 번 활동의 종료시점 }
- AS에 속한 활동의 종료시점($s + d$) 중에 t 보다 큰 종료시점 중 가장 작은 종료시점을 다음 번 t 로 한다. 예를 들어, 이미 배정된 활동들의 종료시점이 0, 3, 6, 4, 7이고 현 $t = 4$ 라 하자. t 보다 큰 종료시점은 {6, 7}이고 이 중 최소값은 6이므로 $t = 6$ 으로 Update된다. Goto Step 1.

위 알고리즘으로 아래와 같은 일정이 작성되었다고 하자.

1 (0, 2.5)	5 (2.5, 4)	
2 (0, 1)		
3 (0, 2)	4 (2, 3)	6 (3, 4.5)

notation i (s, s+d)

[그림 1] 작성된 일정의 예

Step 4에서 t 는 1, 2, 2.5, 3, 4, 4.5 순으로 개정된다. Step 1의 검토를 통해 이들 t 중 실제 활동이 시작되는 t 는 2, 2.5, 3이며 ($t = 4.5$ 에서는 프로젝트를 종료하는 가상 활동 7이 배정된다.)

위 알고리즘에서 s_i 는 거의 기계적으로 설정된다. 반면 Step 2의 중도포기에 대한 의사결정 방법은 다양하게 고안될 수 있다. 본 연구에서는 크게 두 가지 방법을 시도하였다. (이미 옵션이 행사되었으면 다시 옵션을 행사할 수 없으므로, 아래 방법은 중도포기 옵션이 아직 행사되지 않은 경우에 한정한다.)

방법 1. 미배정활동들의 기간이 미확정이다. 미배정활동들의 기간을 확률분포의 기댓값으로 임시로 확정한다. 모든 활동의 기간이 확정된 값이므로, PCT 를 구할 수 있다.

$PCT > Due_Date$ 이면 옵션을 행사하고, 아니면 행사하지 않는다.

방법 2. (1회 모의실험) 미배정 활동들의 기간을 확률분포로부터 임의로 추출된 값으로 임시로 확정한다. 모든 활동의 기간이 확정된 값이므로, PCT 를 구할 수 있다. 옵션을 행사할 때의 ($T_Bonus - T_Penalty$)와 옵션을 행사하지 않았을 때의 ($T_Bonus - T_Penalty$)를 구한다. 위의 모의실험을 충분히 많이 수행한다. 옵션을 행사할 때의 수익($T_Bonus - T_Penalty$) 평균과 행사하지 않았을 때의 수익 평균을 비교한다. 행사할 때의 수익 평균이 행사하지 않았을 때보다 높으면 옵션을 행사하고, 아니면 행사하지 않는다.

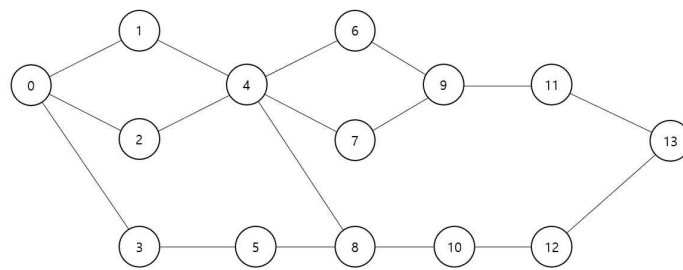
방법 1의 장점은 연산 부담이 매우 적다는 점이다. 단점으로는 팀 수익의 기댓값을 구할 수 없다는 점이다. 반면 방법 2는 모의실험 횟수를 증가시킬수록 연산 부담이 급증한다. 이는 단점에 속한다. 그렇지만 방법 2는 팀 수익의 기댓값을 구할 수 있으며 이는 장점에 속한다.

V. 모의실험

모의 프로젝트 분석을 통해 앞에서 제시한 두 방법의 장단점을 비교 분석하고자 한다.

5.1 모의 프로젝트

하나의 모의 프로젝트를 생성하였다. 프로젝트의 활동의 수 N 은 12이며, 활동들의 기간은 삼각형분포를 따른다. 프로젝트의 네트워크와 활동별 삼각형 분포의 파라미터는 아래와 같다.



[그림 2] 모의 프로젝트의 네트워크

〈표 1〉 프로젝트의 활동별 삼각형 분포의 파라미터

활동	a (최소값)	m (최빈값)	b (최대값)
1	2	5	9
2	5	6	7
3	6	9	10
4	2	8	10
5	7	8	9
6	1	2	12
7	6	7	9
8	9	15	17
9	2	5	9
10	2	4	6
11	2	9	12
12	3	4	5

5.2 방법 1에 대한 실험 결과

방법 1에 관한 실험은 기댓값만을 사용한 경우와 기댓값에 특정 배수를 사용한 경우로 나누어 진행하였다.

(1) 기댓값만을 사용한 경우의 실험 결과

방법 1은 미배정활동들의 기간에 기댓값을 배정하여 프로젝트의 PCT 를 추정한다. 프로젝트의 분석 결과는 아래와 같다.

〈표 2〉 방법 1에 대한 프로젝트의 분석 결과표

마감일	39
기간별 보상금(b), 기간별 지체 보상금(p)	1, 5
실험 횟수	10,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	-1.17
방법 1로 옵션 행사했을 때의 수익평균	-0.03
옵션 행사 횟수	4,884
- 실제 지연된 횟수	3,506
- 실제 미지연된 횟수	1,378
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	1.1383

프로젝트의 마감일은 39이며 프로젝트 기간별 보상금과 지체 보상금은 1과 5이다. 실험 횟수는 10,000이다. 옵션을 전혀 사용하지 않았을 때의 수익 평균은 -1.17이고 옵션을 행사한 경우의 수익 평균은 -0.03으로서, 옵션 행사로 인한 수익 개선은 평균 1.1383에 달한다. 10,000번의 실험 중 프로젝트가 지연될 것으로 예상하여 옵션을 행사한 횟수는 4,884이다. 이중 실제로 지연된 횟수는 3,506이고, 지연되지 않는 경우는 1,378에 달한다.

마감일은 동일하나 기간별 보상금과 지체 보상금이 10과 1인 경우의 실험 결과는 다음과 같다.

〈표 3〉 방법 1에 대한 프로젝트에서 마감일은 동일하나 b , p 를 달리한 경우

마감일	39
기간별 보상금, 기간별 지체 보상금	10, 1
실험 횟수	10,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	11.67
방법 1로 옵션 행사했을 때의 수익평균	10.56
옵션 행사 횟수	4,919
- 실제 지연된 횟수	3,575
- 실제 미지연된 횟수	1,344
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	-1.1116

기간별 보상금 b 가 기간별 지체 보상금 p 보다 작은 경우에는 기댓값을 사용한 옵션 행사가 수익 증대로 연결되었지만, $b(10) > p(1)$ 인 이번 실험에서는 오히려 수익을 감소시켰다.

(2) 기댓값에 배수를 곱한 경우의 실험 결과

기간별 보상금 $b = 1$, 기간별 지체 보상금 $p = 5$ 인 경우의 실험 결과이다. 미배정 활동의 기간은 기댓값 \times 배수(Multiplier)으로 추정한다. 배수별 실험 결과는 아래와 같다.

〈표 4〉 방법1에 대한 $b = 1$, $p = 5$ 인 경우 배수별 실험 결과

배수(Multiplier)	0.98	1.00	1.02	1.04	1.06
실험 횟수	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	-1.29	-1.17	-1.27	-1.24	-1.24
방법 1의 수익평균	-0.44	-0.03	0.02	-0.11	-0.30
옵션 행사 횟수	2,826	4,884	7,397	8,882	9,714
- 실제 지연된 횟수	2,633	3,506	3,780	3,800	3,789
- 실제 미지연된 횟수	193	1,378	3,617	5,082	5,925
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	0.8472	1.1383	1.2901	1.1269	0.9406

$b < p$ 인 경우, 활동의 기간을 약간 비관적으로 파악(Multiplier=1.02)할 때 수익 평균이나 개선 정도(옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액)가 가장 좋았다. Multiplier 값이 1.02에서 멀어질수록 수익 평균과 개선도 모두 나빠진다.

기간별 보상금 $b = 10$, 기간별 지체 보상금 $p = 1$ 인 경우의 실험 결과이다. 미배정 활동의 기간은 기댓값 \times 배수(Multiplier)으로 추정한다. 배수별 실험 결과는 아래와 같다.

〈표 5〉 방법 1에 대한 $b = 10$, $p = 1$ 인 경우 배수별 실험결과

배수(Multiplier)	0.94	0.96	0.98	1.00	1.02
실험 횟수	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	11.47	11.83	11.58	11.67	11.62
방법 1의 수익평균	11.50	11.92	11.62	10.56	6.91
옵션 행사 횟수	523	1,322	2,811	4,919	7,415
- 실제 지연된 횟수	523	1,310	2,625	3,575	3,771
- 실제 미지연된 횟수	-	12	186	1,344	3,644
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	0.0334	0.0847	0.0463	-1.1116	-4.7074

$b > p$ 인 경우, 활동의 기간을 약간 낙관적으로 파악(Multiplier=0.96)할 때 수익 평균이나 개선 정도(옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액)가 가장 좋았다. Multiplier 값이 0.96에서 멀어질수록 수익 평균과 개선도 모두 나빠진다.

5.3 방법 2에 대한 실험 결과

방법 2에서는 미배정활동들의 기간을 확률분포로부터 구한다. 이를 충분히 반복하여 프로젝트 종료시점의 분포를 구한다.

(1) 옵션 행사할 때의 수익 평균과 행사하지 않았을 때의 수익 평균을 사용하는 경우

종료시점의 분포를 바탕으로 옵션을 행사했을 때의 수익 평균과 행사하지 않았을 때의 수익 평균을 비교하여, 옵션 실행 여부를 결정한다.

옵션 행사 여부를 검토할 때마다 1,000개의 종료시점을 구하였다.

$b = 1$, $p = 5$ 일 때의 실험결과는 아래와 같다.

〈표 6〉 방법2에 대한 프로젝트의 결과분석표

마감일	39
기간별 보상금(b), 기간별 지체 보상금(p)	1, 5
실험 횟수	10,000
옵션 검토시 잔여 일정 발생 횟수	1,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	-1.34
방법 2로 옵션 행사했을 때의 수익평균	-0.04
옵션 행사 횟수	7,929
- 실제 지연된 횟수	3,710
- 실제 미지연된 횟수	4,219
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	1.2971

$b = 10$, $p = 1$ 일 때의 실험결과는 아래와 같다.

〈표 7〉 방법 2에 대한 프로젝트에서 마감일은 동일하나 b , p 를
달리한 경우

마감일	39
기간별 보상금(b), 기간별 지체 보상금(p)	10, 1
실험 횟수	10,000
옵션 검토시 잔여 일정 발생 횟수	1,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	11.77
방법 2로 옵션 행사했을 때의 수익평균	11.90
옵션 행사 횟수	2,841
- 실제 지연된 횟수	2,771
- 실제 미지연된 횟수	70
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	0.1284

$b = 1$, $p = 5$ 인 경우 개선도는 1.2971이고, $b = 10$, $p = 1$ 인 경우 개선도는 0.1284이다.

(2) 미래 시점의 옵션 행사도 고려하는 경우

시점 t 에서의 진행포기 옵션은 (1) 시점 t 에서 프로젝트 진행 포기와 (2) t 에서 프로젝트 진행이다. (2)의 경우 시점 t 에서 중단하지 않는다는 것이지, 프로젝트 종료까지 계속 진행한다는 것은 아니다. 그러므로 (2)는 (2-a) t 에서 진행하고 그리고 종료시까지 진행과 (2-b) t 에서는 진행하지만 이후 종료로 다시 나눌 수 있다. 옵션 행사 여부를 검토할 때 (2-b)를 고려하면 좋지만, 미래의 옵션 행사 시점을 특정하기 어렵다. 그래서 본 연구에서는 미래의 옵션 행사 시점을 현 시점 t 와 마감일의 중간점으로 일반화하였다. 시점 t 에서 옵션을 행사하지 않았을 때의 프로젝트 수익은 다음과 같이 표현된다.

프로젝트 수익

$$= \text{현 시점 } t \text{와 마감일의 중간시점에서 옵션을 행사했을 때의 수익} \times w \\ + \text{종료까지 옵션을 행사하지 않았을 때의 수익} \times (1-w)$$

여기서 w 는 향후 옵션 행사시의 수익에 대한 가중치이고, $(1-w)$ 는 종료까지 옵션을 행사하지 않았을 때의 수익에 대한 가중치가 된다. 가중치이므로 w 는 0과 1 사이의 값으로 제한된다. 단, 이러한 보정은 프로젝트 종료시점 PCT 가 마감일을 초과한 경우에만 적용하였다.

기간별 보상금 $b = 1$, 기간별 지체 보상금 $p = 5$ 인 경우의 실험 결과이다. 가중치 별 실험 결과는 아래와 같다.

〈표 8〉 방법 2에 대한 $b = 1$, $p = 5$ 인 경우 배수별 실험 결과

가중치(Weight)	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60
실험 횟수	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
잔여 일정 발생 횟수	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	-1.29	-1.31	-1.27	-1.33	-1.19
방법 2의 수익평균	-0.01	-0.01	0.03	0.06	0.06
옵션 행사 횟수	7,768	7,710	7,492	7,375	7,318
- 실제 지연된 횟수	3,723	3,846	3,730	3,723	3,632
- 실제 미지연된 횟수	4,045	3,864	3,762	3,652	3,686
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	1.2808	1.3024	1.2970	1.3873	1.2517

$w = 0.5$ 일 때 수익의 평균과 개선도가 가장 좋으며, 0.5에서 벗어날수록 수익평균이나 개선도가 악화됨을 볼 수 있다.

기간별 보상금 $b = 10$, 기간별 지체 보상금 $p = 1$ 인 경우의 실험 결과이다. 가중치 별 실험 결과는 아래와 같다.

〈표 9〉 방법 2에 대한 $b = 10$, $p = 1$ 인 경우 배수별 실험 결과

가중치(Weight)	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40
실험 횟수	10,000	10,000	10,000	10,000	10,000
잔여 일정 발생 횟수	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
옵션 미행사할 때의 수익평균	11.77	11.66	11.44	11.70	11.70
방법 2의 수익평균	11.90	11.78	11.56	11.82	11.83
옵션 행사 횟수	2,841	2,798	2,762	2,770	2,777
- 실제 지연된 횟수	2,771	2,743	2,685	2,716	2,736
- 실제 미지연된 횟수	70	55	77	54	41
옵션 행사로 인한 평균 수익 증감액 (개선도)	0.1284	0.1221	0.1217	0.1225	0.1269

$w = 0$ 일 때 수익의 평균과 개선도가 가장 좋으며, 0보다 커져도 큰 변화는 없었다. $b=1$, $p=5$ 인 경우 옵션 행사 횟수는 7천 회 이상이었으나, $b=10$, $p=1$ 의 경우 옵션 행사 횟수 자체가 3천 회 미만이어서 개선의 여지 자체가 적기 때문이다.

전반적으로 방법 1보다 방법 2를 사용할 때 수익평균 또는 개선도가 높았다. 하지만 방법 1은 미배정 활동의 기간을 기댓값으로 하기 때문에 연산 부담이 거의 없지만, 방법 2는 충분히 많은 수의 잔여 일정을 발생시키기 때문에 연산 부담이 매우 크다. 그러므로 크기가 작은 문제에는 기댓값을 사용하는 방법 1을, 크기가 큰 문제에는 충분히 많은 수의 잔여 일정을 발생시키는 방법 2를 사용하는 것이 타당하다.

VI. 결 론

최근 프로젝트 일정관리 연구 분야에서 많이 다루어지고 있는 주제 중 하나로 불확실성을 꼽을 수 있다. 본 연구는 프로젝트 활동들의 기간이 확률적이고 프로젝트 진행을 중도에 포기할 수 있는 옵션을 존재하는 프로젝트의 수익 평가 문제를 다루었다. 프로젝트의 수익은 프로젝트 조기 완공 또는 지연, 중도 포기 옵션의 사용 여부에 따라 결정된다. 활동들의 기간이 확정적이면 프로젝트 완료시점을 사전에 구할 수 있으므로 옵션의 사용 여부도 사전에 결정할 수 있고 프로젝트 수익 또한 사전에 구할 수 있다. 본 연구는 활동의 기간이 확률적이고 활동이 시작된 이후에나 그 값이 확정되는 경우를 다루었다. 옵션 사용을 검토하는 시점마다 이미 시작한 활동들의 기간은 확정된 값이고 아직 시작하지 않은 활동들의 기간은 확률적이다. 다시 말해 옵션의 결정은 잔여 일정에 대한 추정을 기반으로 이루어질 수밖에 없다.

본 연구는 잔여 일정을 평가하는 두 가지 방법을 제안하였다. 첫 번째 방법에서는 미배정 활동들의 기간을 기댓값으로 추정하여 하나의 잔여 일정이 생성되고, 두 번째 방법에서는 미배정 활동들의 기간을 확률분포에서 임의로 추출하여 충분히 많은 수의 잔여 일정이 생성된다. 두 방법 모두 배수와 가중치를 도입하여 추정의 정확도를 향상시켰다. 모의실험을 수행한 결과 전반적으로 오직 하나의 잔여 일정만이 생성되는 첫 번째 방법보다 충분히 많은 수의 잔여 일정이 생성되는 두 번째 방법이 보다 효과적임을 알 수 있었다. 두 번째 방법은 충분히 많은 수의 잔여 일정을 생성하기 때문에 연산 부담 또한 매우 크다. 그러므로 크기가 작은 문제의 경우에는 첫 번째 방법을 적용하여 추정의 정확도를 높이고, 크기가 큰 문제의 경우에는 연산 부담이 매우 작은 두 번째 방법을 적용하는 것이 바람직하다.

본 연구는 불확실성을 체계적으로 분석하는 기법들을 비교, 분석하였고, 수익성 추정의 정확성을 제고하는 보완 기법을 제시하였다. 본 연구에서는 하나의 사례만을 분석하였는데, 향후 보다 다양한 사례를 분석할 필요가 있다. 본 연구에서 제시된 모형은 불확실성이 존재하는 대부분의 프로젝트 분야에 적용될 수 있지만, 특히 컨소시엄 형태로 진행되는 R&D 프로젝트 분야에 보다 쉽게 적용될 수 있다.

“본 게재논문에 대한 윤리적 문제는 전적으로 저자에게 책임이 있음을 확인함”

참 고 문 헌

- 백인섭 · 안태호 · 조윤재(2020), 자원 제약을 고려한 프로젝트 일정 문제: 활동의 재작업이 가능한 경우. *글로벌경영학회지*, 17(1), 207-232.
- Ahuja, H. N., & Nandakumar, V. (1985), Simulation model to forecast project completion time. *Journal of construction engineering and management*, 111(4), 325-342.
- Baradaran, S., Ghomi, S. F., Mobini, M., & Hashemin, S. S. (2010). A hybrid scatter search approach for resource-constrained project scheduling problem in PERT-type networks. *Advances in Engineering Software*, 41(7-8), 966-975.
- Bruni, M. E., Beraldi, P., Guerriero, F., & Pinto, E. (2011). A heuristic approach for resource constrained project scheduling with uncertain activity durations. *Computers & Operations Research*, 38(9), 1305-1318.
- Carson, J. S. (2005). Introduction to modeling and simulation. In *Proceedings of the Winter Simulation Conference*, 2005
- Chakraborty, R. K., Sarker, R. A., & Essam, D. L. (2017). Resource constrained project scheduling with uncertain activity durations. *Computers & Industrial Engineering*, 112, 537-550.
- Chou, J. S. (2011). Cost simulation in an item-based project involving construction engineering and management. *International Journal of Project Management*, 29(6), 706-717.
- Fang, C., & Marle, F. (2012). A simulation-based risk network model for decision support in project risk management. *Decision Support Systems*, 52(3), 635-644.
- Freeman, R. J. (1960). Letter to the Editor—A generalized PERT. *Operations Research*, 8(2), 281-281.
- Hao, X., Lin, L., & Gen, M. (2014). An effective multi-objective EDA for robust resource constrained project scheduling with uncertain durations. *Procedia Computer Science*, 36, 571-578.
- Jerry, B. (1984). *Discrete-event system simulation*. Pearson Education India.
- Lgelmund, G., & Radermacher, F. J. (1983). Algorithmic approaches to preselective strategies for stochastic scheduling problems. *Networks*, 13(1), 29-48.
- Malcolm, D. G., Roseboom, J. H., Clark, C. E., & Fazar, W. (1959). Application of a technique for research and development program evaluation. *Operations research*, 7(5), 646-669.
- Möhring, R. H., & Stork, F. (2000). Linear preselective policies for stochastic project scheduling. *Mathematical Methods of Operations Research*, 52(3), [501-515.]
- Nesbitt, P., Blake, L. R., Lamas, P., Goycoolea, M., Pagnoncelli, B. K., Newman, A., &

- Brickey, A. (2021). Underground mine scheduling under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 294(1), 340-352.
- Shannon, R. E. (1992). Introduction to simulation. In Proceedings of the 24th conference on Winter simulation 1992
- Tsai, Y. W., & Gemmill, D. D. (1998). Using tabu search to schedule activities of stochastic resource-constrained projects. *European Journal of Operational Research*, 111(1), 129-141.
- Zaman, F., Elsayed, S., Sarker, R., Essam, D., & Coello, C. A. C. (2021). An evolutionary approach for resource constrained project scheduling with uncertain changes. *Computers & Operations Research*, 125, 104-105.
- Zhang, H., Jiang, Z., & Guo, C. (2007). Simulation based real-time scheduling method for dispatching and rework control of semiconductor manufacturing system. In 2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2901-2905.

The Estimation Method for Project Payoff

- In Case of Probabilistic Activity Durations and Existence of Drop-out Option -

Jeong, Sung Hyun* · Ahn, Tae Ho** · Paek, In Soub*** · Cho, Yoon Jae****

〈Abstract〉

This study is about the method of estimating the payoff of the project. In this study, the duration of the activity is probabilistic and there is a drop-out option to abandon the project. Two methods were proposed for payoff estimation. The first method uses the expected value of the activity duration, and the second method generates a distribution of project payoff from the probability distribution of the activity duration. The validity of the two methods was verified through simulation and the advantages and disadvantages of both methods were identified. The results of this study can be commonly applied to probabilistic project schedule problems.

Key Words : Project Scheduling, Project Uncertainty, Payoff Estimation

* 1st author, Doctor's Student, The Dept. of Project Management, Soongsil University (fund001@naver.com)

** Corresponding author, Ph.D. Professor, The Dept. of Business Administration, Soongsil University (ahnt@ssu.ac.kr)

*** Co-author, Ph.D, The Dept. of Business Administration, Soongsil University (insoub@gmail.com)

**** Co-author, Ph.D, The Dept. of Business Administration, Soongsil University (dawnvits@naver.com)