의학통계학 - 과제 3 해답

이용희

October 25, 2018

[문제 1번]

반응변수 y_{ij}에 대한 모형을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta x_{ij} + \epsilon_{ij}$$

위의 식에서 α_1과 α_2는 각각 최면 유도법 A와 B의 효과이고 β는 공변량 피암시성의 정도 x_{ij}에 대한 회귀계수이다.

SAS의 결과로 부터 다음과 같이 추정식을 얻는다.

$$\hat{\mu} = 11.3571, \quad \hat{\alpha}_1 = 4.6577, \quad \hat{\alpha}_2 = 0.0, \quad \hat{\beta} = 0.9301$$

최면 유도법의 효과에 대한 검정을 고려할 때

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0 \quad vs. \quad H_1 : not \quad H_0$$

ANOVA type III 검정을 보면 F-검정의 p-값이 0.0225 이므로 H_0를 기각할 수 있으므로 최면 유도법 A와 B의 효과는 유의한 차이가 있다.

또한 피암시성의 정도 x_{ij}에 대한 검정 $H_0 : \beta = 0$에 대한 p-값도 $< .0001$ 이므로 H_0를 기각하고 유의하다고 할 수 있다.

모수 추정의 결과로 보면 최면 유도법 A을 사용할 때가 유도법 B를 사용할 때보다 최면효과 지수 (y)의 평균이 $\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 = 4.6577$ 점 증가하는 것을 알 수 있다. 또한 피암시성의 정도(x)가 1단위 증가할 때 최면효과 지수(y)의 평균은 $\hat{\beta} = 0.9301$ 점 증가한다.

최면 유도법 A와 B가 반응변수에 미치는 영향을 위의 공분산 분석에서 구한 모형으로 비교하면 다음과 같다. 아래 두 모형은 피암시성의 정도(x)에 대한 영향(기울기)이 동일하지만 두 방법의 평균효과(절편)이 다른 모형이다.

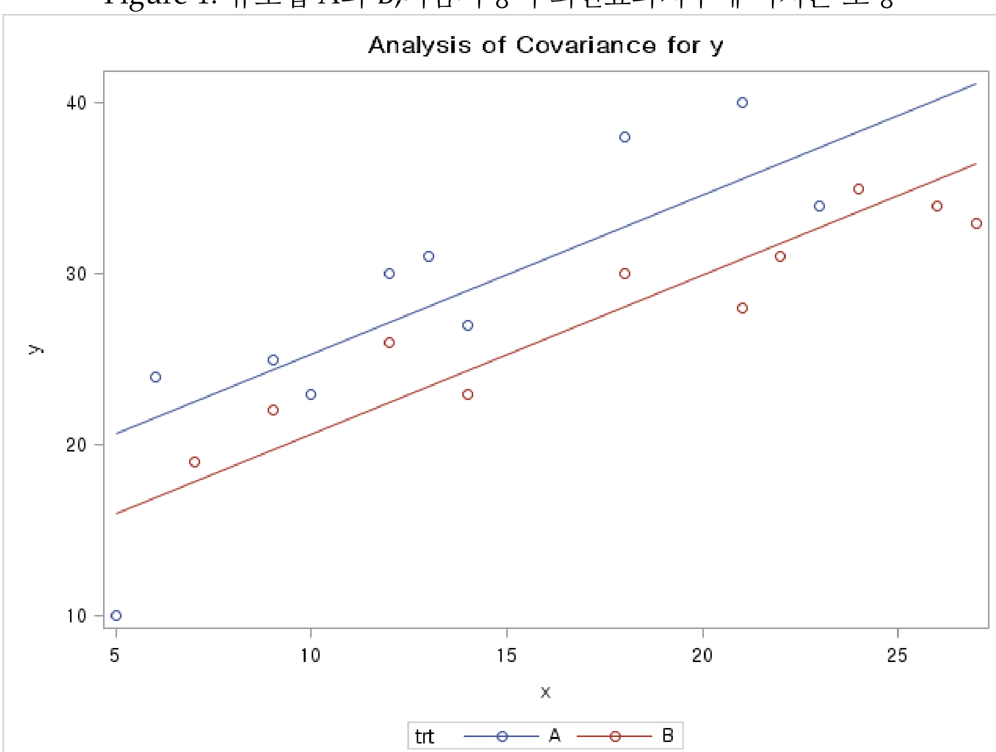
$$
\begin{aligned}
\text{A method:} \quad y &= 11.3571 + 4.6577 + 0.9301x \\
&= 16.0148 + 0.9301x \\
\text{B method:} \quad y &= 11.3571 + 0.0 + 0.9301x \\
&= 11.3571 + 0.9301x
\end{aligned}
$$

각 유도법과 공변량의 평균에서 구한 보정된 평균(Least Square MEAN: LSMEAN) 은 다음과 같다. 참고로 각 그룹에 대한 보정된 평균을 구할 경우는 공변량(x)의 전체평균 $\bar{x} = 15.55$를 사용한다.

$$
\begin{aligned}
E(y|A,\ x = \bar{x}) &= 16.0148 + 0.9301\bar{x} = 30.4788 \\
E(y|B,\ x = \bar{x}) &= 11.3571 + 0.9301\bar{x} = 25.8211
\end{aligned}
$$

위의 두 직선을 그래프로 나타내면 그림 1과 같다.

Figure 1: 유도법 A와 B,피암시성이 최면효과지수에 미치는 모형



[문제 2번]

반응변수 y_{ij}에 대한 모형을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta x_{ij} + \epsilon_{ij}$$

위의 식에서 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$는 각각 교육방법 1,2,3에 대한 효과이고 β는 공변량인 실험전 점수 x_{ij}에 대한 회귀계수이다.

SAS의 결과로 부터 다음과 같이 추정식을 얻는다.

$$\hat{\mu} = 38.6269, \quad \hat{\alpha}_1 = -5.5233, \quad \hat{\alpha}_2 = -7.1099, \quad \hat{\alpha}_3 = 0.0 \quad \hat{\beta} = 0.1899$$

교육방법의 효과에 대한 검정을 고려할 때

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \quad vs. \quad H_1 : not \quad H_0$$

ANOVA type III 검정을 보면 F-검정의 p-값이 0.0005 이므로 H_0를 기각할 수 있으므로 교육방법의 효과는 유의한 차이가 있다.

또한 실험전 점수 x_{ij}에 대한 검정 $H_0 : \beta = 0$에 대한 p-값도 0.0006 이므로 H_0를 기각하고 유의하다고 할 수 있다.

모수 추정의 결과로 보면 교육방법 1 을 사용할 때가 교육방법 3 를 사용할 때보다 시험점수(y)의 평균이 감소하는 것을 알 수 있다($\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_3 = -5.5233$). 또한 교육방법 2 을 사용할 때가 교육방법 3 를 사용할 때보다 시험점수(y)의 평균이 감소하는 것을 알 수 있다($\hat{\alpha}_2 - \hat{\alpha}_3 = -7.1099$). 교육방법 1 은 교육방법 2 에 비해서 평균 시험점수가 1.5866 높다 ($\hat{\alpha}_1 - \hat{\alpha}_2 = 1.5866$). 결론적으로 교육방법 3이 평균 시험점수가 가장 높고 교육방법 2 가 가장 낮다.

또한 실험전의 점수(x)가 1단위 증가할 때 시험점수(y)의 평균은 $\hat{\beta} = 0.1899$ 점 증가한다.

교육방법 1, 2,3 가 반응변수에 미치는 영향을 위의 공분산 분석에서 구한 모형으로 비교하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\text{method 1}: \quad & y = 38.6269 - 5.5233 + 0.1899x \\
& = 33.1036 + 0.1899x \\
\text{method 2}: \quad & y = 38.6269 - 7.1099 + 0.1899x \\
& = 31.517 + 0.1899x \\
\text{method 3}: \quad & y = 38.6269 + 0.0 + 0.1899x \\
& = 38.6269 + 0.1899x
\end{aligned}$$

각 교육방법과 공변량의 평균에서 구한 보정된 평균(Least Square MEAN: LSMEAN) 은 다음과 같다. 참고로 각 그룹에 대한 보정된 평균을 구할 경우는 공변량(x)의 전체평균 $\bar{x} = 17.11$를 사용한다.

$$\begin{aligned}
E(y|M1,\ x = \bar{x}) &= 33.1036 + 0.1899\bar{x} = 36.3544 \\
E(y|M2,\ x = \bar{x}) &= 31.517 + 0.1899\bar{x} = 34.76780 \\
E(y|M3,\ x = \bar{x}) &= 38.6269 + 0.1899\bar{x} = 41.8777
\end{aligned}$$

3종류의 교육방법이 차이가 있으므로 두 방법들 간의 차이가 있는지 t-검정을 하면 방법 2과 3의 차이가 유의하게 나타나고, 즉 $H_0 : \alpha_2 = \alpha_3$에 대한 t-검정의 결과 p-값이 0.0002이다. 또한 방법 1과 3의 차이가 유의하게 나타지만 (p-값이 0.0007) 방법 1과 2의 차이는 유의하지 않다. (p-값이 0.0829)

위의 두 직선을 그래프로 나타내면 그림 2과 같다.

[문제 3번]

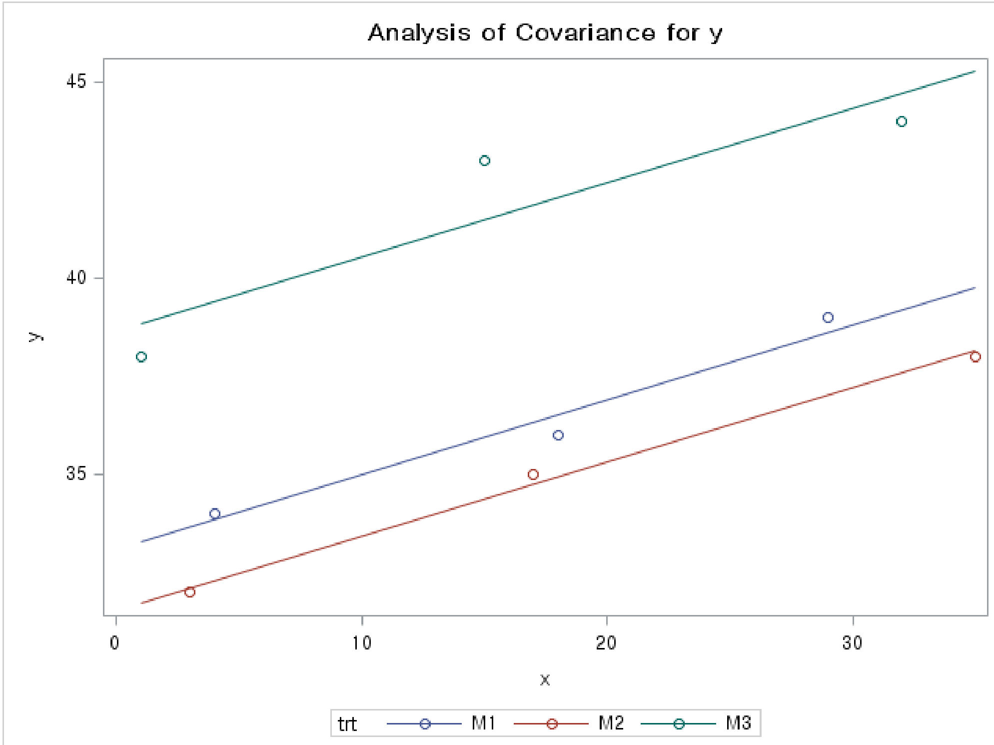
반응변수 y_{ij}에 대한 모형을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta x_{ij} + \epsilon_{ij}$$

위의 식에서 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$는 각각 치료약 A,B,C에 대한 효과이고 β는 공변량인 치료전 병균 수 x_{ij}에 대한 회귀계수이다.

SAS의 결과로 부터 다음과 같이 추정식을 얻는다.

Figure 2: 교육방밥 1,2,3 과 실험전의 점수이 시험 점수에 미치는 모형



$$\hat{\mu} = -0.4346, \quad \hat{\alpha}_1 = -3.4461, \quad \hat{\alpha}_2 = -3.33716, \quad \hat{\alpha}_3 = 0.0 \quad \hat{\beta} = 0.9871$$

교육방법의 효과에 대한 검정을 고려할 때

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0 \quad vs. \quad H_1 : not \quad H_0$$

ANOVA type III 검정을 보면 F-검정의 p-값이 0.1384 이므로 H_0를 기각할 수 있으므로 치료약의 효과는 유의한 차이가 있다.

또한 치료전 병균 수 x_{ij}에 대한 검정 $H_0 : \beta = 0$에 대한 p-값도 $< .0001$ 이므로 H_0를 기각하고 유의하다고 할 수 있다.

모수 추정의 결과로 보면 약 A 와 B는 약 C 평균 병균수가 작지만 통계적으로 유의하지 않다. 또한 약 A 와 B의 효과는 거의 차이가 없다.

또한 치료전 병균 수(x)가 1단위 증가할 때 실험 후 병균수(y)의 평균은 $\hat{\beta} = 0.9871$ 증가한다.

각 약품과 공변량의 평균에서 구한 보정된 평균(Least Square MEAN: LSMEAN) 은 다음과 같다.

$$E(y|A,\ x=\bar{x}) = \hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}\bar{x} = 6.7149$$
$$E(y|B,\ x=\bar{x}) = \hat{\alpha}_2 + \hat{\beta}\bar{x} = 6.8239$$
$$E(y|C,\ x=\bar{x}) = \hat{\alpha}_3 + \hat{\beta}\bar{x} = 10.1611$$

위의 두 직선을 그래프로 나타내면 그림 3과 같다.

Figure 3: 치료약 A,B,C와 실험전의 병균 수가 치료 후 병균 수에 미치는 모형