

통계학 특강: 과제 1번 (9월 26일까지 제출)

서울시립대 통계학과

2019년 9월 20일 출제

1. 확률변수 Y 가 모수 $\lambda > 0$ 를 가지는 포아송분포를 따른다고 가정하자.

$$f(y; \lambda) = \frac{\lambda^y e^{-\lambda}}{y!}, \quad y = 0, 1, 2, \dots$$

하나의 관측값 $Y = y$ 를 얻었다고 가정하자.

- (1) 가능도 함수 $L(\lambda; y)$ 를 구하시오.
 - (2) 로그가능도 함수 $\ell(\lambda; y)$ 를 구하시오.
 - (3) 스코어 함수 $s(\lambda; y)$ 를 구하시오.
 - (4) 관측피셔정보 $J(\lambda; y)$ 를 구하시오.
 - (4) 피셔정보 $I(\lambda)$ 를 구하시오.
 - (5) 모수 λ 의 최대가능도 추정량을 구하시오.
2. n 개의 독립표본 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ 이 모수 $\lambda > 0$ 를 가지는 포아송분포에서 추출되었다고 가정하자.

- (1) 가능도 함수 $L_n(\lambda; \mathbf{y})$ 를 구하시오.
- (2) 로그가능도 함수 $\ell_n(\lambda; \mathbf{y})$ 를 구하시오.
- (3) 스코어 함수 $s_n(\lambda; \mathbf{y})$ 를 구하시오.
- (4) 관측피셔정보 $J_n(\lambda; \mathbf{y})$ 를 구하시오.
- (4) 피셔정보 $I_n(\lambda)$ 를 구하시오.
- (5) n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 을 이용한 λ 의 최대가능도 추정량을 구하시오.

- (6) λ 의 최대가능도 추정량의 점근 분포를 구하시오.
3. n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 이 평균이 μ 이고 분산이 σ^2 인 정규분포에서 얻어졌다고 가정하자.
- (1) n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 을 이용한 μ 와 σ^2 의 최대가능도 추정량을 구하시오.
- (2) μ 와 σ^2 의 최대가능도 추정량의 점근 분포를 구하시오.
4. n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 이 평균이 θ 인 지수분포(exponential distribution)에서 얻어졌다고 가정하자.
- (1) n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 을 이용한 θ 의 최대가능도 추정량을 구하시오.
- (2) θ 의 최대가능도 추정량의 점근 분포를 구하시오.
5. n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 이 다음과 같은 확률밀도함수를 가지는 분포에서 추출되었다고 가정하자.

$$f(y; \theta) = \frac{1}{2\theta} \exp\left(-\frac{|y|}{\theta}\right), \quad -\infty < y < \infty, \theta > 0$$

- (1) n 개의 독립표본 y_1, y_2, \dots, y_n 을 이용한 θ 의 최대가능도 추정량을 구하시오.
- (2) θ 의 최대가능도 추정량의 점근 분포를 구하시오.