# Numrat Perfekt

Ilirian Rexho
Shkolla Jopublike AULONA
Viti shkollor 2020-2021

# Numrat Perfekt (ose të persosur)

**Numër i përsosur** quhet numri natyral i cili është i barabartë me shumën e pjestuesëve të tij përveç vetë numrit. Ose numër i përsosur është ai numër i cili është i barabartë me gjysmën e shumës së të gjithë pjestuesve të tij.

Numri më i vogël i përsosur është numri 6 , sepse 1, 2, dhe 3 janë pjestuesit e tij e kemi përjashtuar 6, dhe 1 + 2 + 3 = 6.

Pastaj numri i dytë i përsosur është 28  = 1 + 2 + 4 + 7 + 14. dy numrat vijues janë 496 dhe numri 8128.

Këto katër numra të përsosur ishin të vetmit të njohur në fillimet e matematikës në Greqinë antike.

## Nga Euklidi tek Euleri

Euklidi në veprën e tij "Elementet" shkruante për katër numrat e parë të përsosur dhe tregoi se ata mund të llogariten sipas formulë

$2^{n-1}(2^n -1)$

Këtu  $2^n -1$ duhet të jetë numër i thjeshtë (prim).

- për $n$ = 2: $2^1(2^2 -1) = 6 = 1 + 2 + 3$
- për $n$ = 3: $2^2(2^3 -1) = 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$
- për $n$ = 5: $2^4(2^5 -1) = 496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248$
- për $n$ = 7: $2^6(2^7 -1) = 8\,128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064$

Më shumë se 1000 vjet pas Euklidit matematikani arab Alhazemi pohon se ç'do numër i përsosur çift është i trajtës

$2^{n-1}(2^n -1)$, nëse $(2^n -1)$  është numër i thjeshtë por nuk mund të vërtetonte këtë pohim. Në shekullin XVIII Leonard Euleri e dha vërtetimin e këtij rezultati dhe vërtetoi se me formulën e mësipërme fitohen të gjithë numrat e përsosur çift dhe gjeti një pasqyrim ndërmjet numrave të përsosur çift dhe numrave të thjeshtë të Mersenneit, të cilët janë të trajtës $2^n -1$ ku $n$ është numër i thjeshtë. Ky rezultat so njihej si **Teorema e Euklid-Eulerit**.

Deri në shtator të vitit 2007 njiheshin vetëm 44 numra të thjeshtë të Mersenneit rrjedhimisht edhe 44 numra të përsosur çift të cilët fitohen për

n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127, 521, 607, 1279, 2203, 2281, 3217, 4253, 4423, 9689, 9941, 11213, 19937, 21701, 23209, 44497, 86243, 110503, 132049, 216091, 756839, 859433, 1257787, 1398269, 2976221, 3021377, 6972593, 13466917, 20996011, 24036583, 25964951, 30402457, 32582657.

Numri më i madh është numri 232 582 656 × (232 582 657 − 1) i cili në sistemin dhjetor shkruhet me 19 616 714 shifra.

Deri më sot nuk dihet se bashkësia e numrave të Mersenneit rrjedhimisht bashkësia e numrave të përsosur çift është e fundme apo e pafundme për gjetjen e numrave të tillë sot shfrytëzohen kompjuterë mjaft të fuqishëm.

përmendim të gjithë numrat e përsosur të njohur deri më sot më të vegjël se <
1018 janë çift. Nuk dihet se a ka ndonjë numër të përsosur tek ky është edhe një problem i hapur.

## Lista e 10 numrave te pare perfekt

- 6
- 28
- 496
- 8 128
- 33 550 336
- 8 589 869 056
- 137 438 691 328
- 2 305 843 008 139 952 128
- 2 658 455 991 569 831 744 654 692 615 953 842 176
- 191 561 942 608 236 107 294 793 378 084 303 638 130 997 321 548 169 216

## Pak histori

Matematikanë të antikitetit, veçanërisht grekët, u jepnin shumë rëndësi numrave të përsosur dhe u atribuan atyre cilësi hyjnore. Për shembull, Philo i Aleksandrisë, drejt shekullit të parë, pohoi se 6 dhe 28 janë numra të përsosur që përkojnë me gjashtë ditët e krijimit të botës dhe njëzet e tetë ditët që i duhen Hënës për të shkuar rreth Tokës.

Numrat e përsosur janë gjithashtu të pranishëm në natyrë, për shembull numri i përsosur 6 gjithashtu shfaqet në polin verior të Saturnit, një vorbull në formë gjashtëkëndësh gjetur nga sonda Cassini që ka intriguar shkencëtarët.

Hedhjet e bletëve kanë qeliza në formë gjashtëkëndëshe, domethënë me 6 brinjë. Hasshtë treguar se poligoni me numrin perfekt 6 është ai që lejon të maksimizohet numri i qelizave në zgjua të bletës, me minimumin e dyllit për përpunimin e tij.

Deri më sot njihen 51 numra të përsosur, të gjithë të krijuar nga formula dhe kriteret e Euklidit. Ky numër u mor pasi u gjet kushëriri më i madh i Mersenne, i cili është: (282589933 – 1).

Numri perfekt # 51 është (282589933) x (282589933 - 1) dhe ka 49724095 shifra. Kompjuteret kuantike pritet te zbulojne te tjere numra perfekt matane ketyre kufijve.

Ushtrime

Në ushtrimet e mëposhtme, do të jetë e nevojshme të llogaritni pjesëtuesit e një numri dhe më pas t'i shtoni ato dhe të verifikoni nëse numri është një numër perfekt apo jo.

Prandaj, para se t'i afrohemi ushtrimeve, ne do të rishikojmë konceptin dhe do të tregojmë se si llogariten ato.

Si fillim, mos harroni se numrat mund të jenë të thjeshtë (kur mund të ndahen saktësisht me vetveten dhe 1) ose të përbërë (kur mund të zbërthehen si prodhim i numrave të thjeshtë).

Për një numër të përbërë N kemi:

N = an . bm. cf ... rk

Ku a, b, c… r janë numra kryesor dhe n, m, p… k janë eksponentë që u përkasin numrave natyrorë, të cilët mund të jenë nga 1 e këtej.

Për sa i përket këtyre eksponentëve, ekziston një formulë për të ditur se sa pjesëtues ka numri N, megjithëse nuk na tregon se cilat janë këto. Le të jetë C kjo sasi, atëherë:

C = (n +1) (m + 1) (p +1)… (k + 1)

Zbërthimi i numrit N si produkt i numrave të thjeshtë dhe të dimë se sa pjesëtues ka, si kryeministër ashtu edhe jo-kryesor, do të na ndihmojë të përcaktojmë se cilët janë këta pjesëtues.

Sapo t'i keni të gjitha, përveç numrit të fundit që nuk kërkohet në shumë, mund të kontrolloni nëse është një numër perfekt apo jo.

**- Ushtrimi 1**

Verifikoni që numri 28 është perfekt.

**Zgjidhja**

Gjëja e parë që duhet bërë është që të zbërthehet numri në faktorët kryesorë të tij.

28|2
14|2
07|7
01|1

Pjesëtuesit e tij janë: 1, 2, 4, 7, 14 dhe 28. Nëse përjashtojmë 28, shuma e pjesëtuesve jep:

1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 3 + 4 + 7 + 14 = 7 + 7 + 14 = 14 + 14 = 28

Prandaj 28 është një numër perfekt.

Për më tepër, shuma e të gjithë pjesëtuesve të saj është 28 + 28 kështu që rregulli σ (28) = 2 x 28 plotësohet.

**- Ushtrimi 2**

Vendosni nëse numri 38 është perfekt apo jo.

**Zgjidhja**

Numri zbërthehet në faktorët kryesorë:

39|3
13|13
01|1

Pjesëtuesit e 39 pa përfshirë vetë numrin janë: 1, 3 dhe 13. Shuma 1 + 3 + 13 = 4 + 13 = 17 nuk është e barabartë me 39, prandaj 39 është një numër i papërsosur ose jo i përsosur.

Me poshte gjeni programin ne gjuhen C++ per kontrollimin e nje numri natyror ne lidhje me perfeksionin:

```
// PROGRAMI QE KONTROLLON NUMRAT PERFEKT

#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
int n, i, s = 0;
cout << "Jepni nje numer natyror: ";
cin >> n;
for(i = 1; i < n; ++i)

  {
     if(n % i == 0)

     {  s += i;  }

  }

  if (s == n) cout << n << " eshte numer Perfekt";
         else cout << n << " nuk eshte numer Perfekt";
return 0;
}
```

Ja edhe programi ne C++ qe gjen dhe afishon numrat perfekt ne nje segment te dhene:

```
// PROGRAM PER NUMRAT PERFEKT ne segment

#include <iostream>
using namespace std;
```

```
int main()

{

int n, s=0, i=1, j=1;
cout << "Jepni numrin natyror N=";
cin >> n;
cout << endl;
cout << "Numrat Perfekt ne nje segment" << endl;
cout << "--------------------------------" << endl;
while (i<=n)

        {

                while (j<=n)

                        {

                                if (j<i)

                                        {

                                                if (i%j==0) s+=j;

                                        }

                        j++;

                        }

if (s==i) cout << "Numri " << i << " eshte Perfekt" << endl;
i++; s=0; j=1;

        }
cout << "--------------------------------";

        return 0;

}
```

Me poshte edhe nje program ne C++ qe gjen dhe afishon perseri numrat perfekt, ne nje segment, por kete e realizon nepermjet nje funksioni te posaçem:

```
// PROGRAM PER NUMRAT PERFEKT ne segment ME FUNKSION

#include <iostream>

#include <iomanip>

using namespace std;

void perfekt (int n)

{

        int i=1, j=1, shuma=0;

  while(i<=n)

 {

   while(j<=n)

  {

    if(j<i)

    {

     if(i%j==0)

     shuma=shuma+j;

    }

    j++;

  }

  if(shuma==i)
```

```
  {
   cout << setw(8) << i << "\n";
  }
  i++;
  j=1;  shuma=0;
 }
}
int main()
{
  int const m=10000;
  cout << "Numra te persosur 1 - " << m << endl;
  cout << "-----------------" << endl;
  perfekt (m);
  cout << "-----------------" << endl;
  return 0;
 }
```