

73.019: 사진측량학특론

Lab #2: Ground Coverage with Camera Models

전일서

1.1 사진측량에서 사용하는 공선방정식 모델을 이용하여 지상점 구하는 식 유도하기

GCS	Ground Coordinate System 지상좌표계
CCS	Camera Coordinate System 카메라좌표계
ICS	Digital Image Coordinate System 디지털영상좌표계
$X_{GCS}^C, Y_{GCS}^C, Z_{GCS}^C$	GCS에 표현된 CCS 원점 위치
$X_{GCS}^P, Y_{GCS}^P, Z_{GCS}^P$	GCS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
$x_{CCS}^{P'}, y_{CCS}^{P'}$	CCS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
x_{ICS}^C, y_{ICS}^C	ICS에 표현된 CCS 원점 위치
$x_{ICS}^{P'}, y_{ICS}^{P'}$	ICS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
R_G^C	GCS에서 CCS로 표현하게 되는 회전변환행렬
λ	공선방정식에서 하나의 선분이 다른 하나의 선분 상에 존재함을 나타내는 상수

사진측량학 모델에서, 우리는 다음과 같은 식을 이용하여 지상좌표계 위의 지상 위의 점을 카메라좌표계 상에서 표현할 수 있게 된다. 즉, 다음의 식을 통해 카메라좌표계로 표현된 지상점 값을 얻을 수 있게 된다.

$$P'_{CCS} = R_W^C \cdot (P_{GCS} - C_{GCS}) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_{CCS}^{P'} \\ y_{CCS}^{P'} \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda} R_G^C \left(\begin{bmatrix} X_{GCS}^P \\ Y_{GCS}^P \\ Z_{GCS}^P \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_{GCS}^C \\ Y_{GCS}^C \\ Z_{GCS}^C \end{bmatrix} \right)$$

다음 식을 통해 카메라 내부표정요소인 주점의 위치를 이용하여 영상좌표계로 이동변환하여 영상좌표계상의 지상점 값을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_{ICS}^{P'} \\ y_{ICS}^{P'} \\ 0 \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} x_{ICS}^C \\ y_{ICS}^C \\ c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{CCS}^{P'} \\ y_{CCS}^{P'} \\ -c \end{bmatrix} \right)$$

반대로 지상좌표계 상에서 지상점을 얻고 싶은 경우에는 위 식을 이항하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

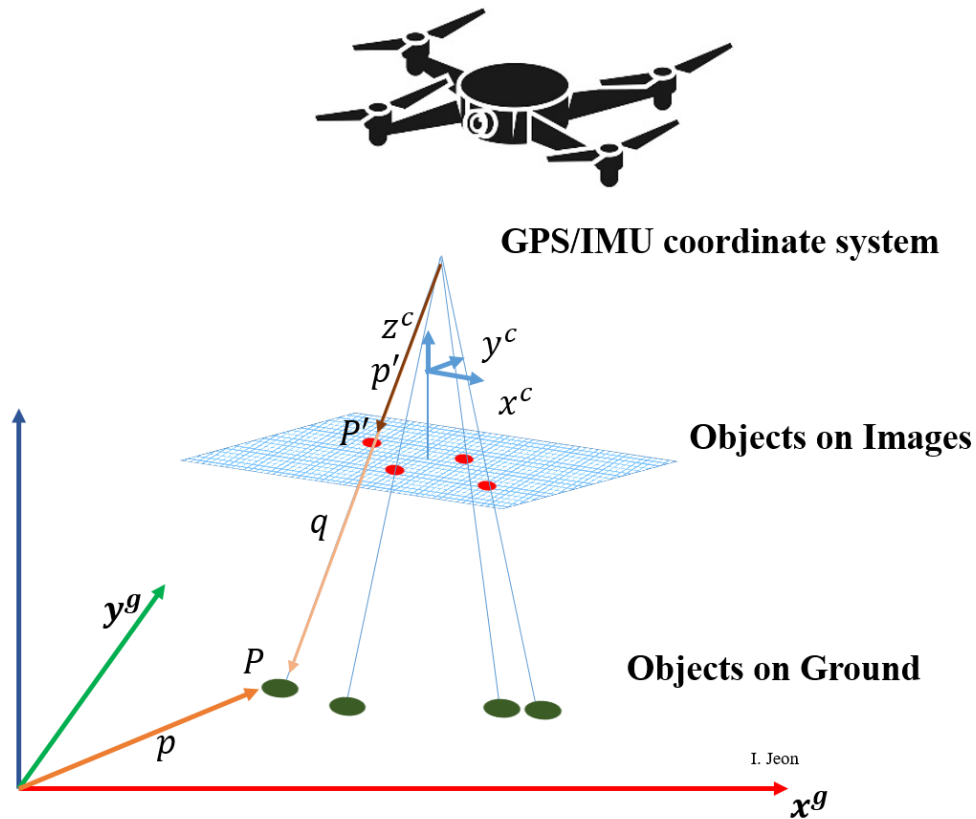
$$\begin{bmatrix} X_{GCS}^P \\ Y_{GCS}^P \\ Z_{GCS}^P \end{bmatrix} = \lambda R_C^W \left(\begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{CCS}^{P'} \\ y_{ICS}^{P'} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{ICS}^{C-C} \\ y_{ICS}^{C-C} \\ c \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} X_{GCS}^C \\ Y_{GCS}^C \\ Z_{GCS}^C \end{bmatrix}$$

문제에서 카메라 내부표정요소, 외부표정요소가 주어져 있다. 우리는 결국 λ 를 알아야 지상좌표계의 지상점을 구할 수 있다. λ 식은 다음에 주어져있다.

$$R_G^C = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$

$$\lambda = -\frac{1}{c} \cdot [(X_{GCS}^P - X_{GCS}^C)r_{31} + (Y_{GCS}^P - Y_{GCS}^C)r_{32} + (Z_{GCS}^P - Z_{GCS}^C)r_{33}]$$

다시 공선방정식을 살펴보면 다음과 같다.



우리는 이 식을 이용하여 λ 를 구할 수 있다.

$$p' = \frac{1}{\lambda} q$$

삼각형 닮음비를 떠올려 보면 λ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda = \frac{H - h}{f}$$

λ 를 대입하여 다음의 지상좌표계상의 지상점 값을 구할 수 있다.

$$X_{GCS}^P = \lambda(r_{11}x + r_{21}y - r_{31}c) + X_{GCS}^C$$

$$Y_{GCS}^P = \lambda(r_{12}x + r_{22}y - r_{32}c) + Y_{GCS}^C$$

1.2 컴퓨터비전에서 사용하는 카메라 투영 모델을 이용하여 지상점을 구하는 식 유도하기

WCS

World Coordinate System 월드좌표계

CCS

Camera Coordinate System 카메라좌표계

ICS	Image Coordinate System 영상좌표계
$X_{WCS}^P, Y_{WCS}^P, Z_{WCS}^P$	WCS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
$X_{CCS}^P, Y_{CCS}^P, Z_{CCS}^P$	CCS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
$u_{ICS}^{P'}, v_{ICS}^{P'}$	ICS에 표현된 점(객체, 피쳐)의 위치
$R_{3 \times 3}$	WCS에서 CCS로 표현하게 되는 회전변환 행렬
$T_{3 \times 1}$	WCS에 표현된 CCS 원점 위치
f_u, f_v	픽셀 단위의 초점거리
u_0, v_0	ICS에 표현된 CCS 원점 위치

컴퓨터 비전 모델에서, 우리는 다음의 식을 통해 이동변환, 회전변환을 수행하고, 카메라 좌표계 상에서 표현된 객체점을 얻을 수 있다. 여기서 사진측량 모델과 다른 점은 이동변환과 회전변환을 하나의 행렬로 표현하는 것이다. 이를 homogeneous coordinates 라고 한다.

$$\begin{bmatrix} P'' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$m_{CCS(4 \times 1)} = \begin{bmatrix} X_{CCS}^P \\ Y_{CCS}^P \\ Z_{CCS}^P \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{WCS}^P \\ Y_{WCS}^P \\ Z_{WCS}^P \\ 1 \end{bmatrix}$$

다시 영상 위에서 객체점을 표현하려면 다음의 변환이 한 번 더 필요하다. 영상은 픽셀 단위로 되어 있기 때문에 단위를 변환해주고, 이동변환을 해주게 된다.

$$\begin{bmatrix} u_{ICS}^{P'} \\ v_{ICS}^{P'} \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_u & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & -f_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{WCS}^P \\ Y_{WCS}^P \\ Z_{WCS}^P \\ 1 \end{bmatrix}$$

위 식을 간단하게 표현하기 위해 다음과 같이 치환한다.

$$m_{ICS(3 \times 1)} = (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4}) M_{4 \times 1}$$

우변이 정방행렬이 아니기 때문에 역행렬을 구할 수 없다. 양변을 정방행렬로 만들어준다.

$$(P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T m_{ICS(3 \times 1)} = (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4}) M_{4 \times 1}$$

이제 역행렬을 구하여 우변으로 정리한다.

$$\begin{aligned} & [(P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})]^{-1} (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T m_{ICS(3 \times 1)} \\ & = [(P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})]^{-1} (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4}) M_{4 \times 1} \end{aligned}$$

정리하면 다음의 식으로 월드좌표계상에서 지상점을 얻을 수 있게 된다.

$$M_{4 \times 1} = [(P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})]^{-1} (P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})^T m_{ICS(3 \times 1)}$$

++++++

(보통은 위의 방법으로 단순하게 생각할 수 있다. 2번 3번 문제를 풀이하는 과정에서 $(P_{3 \times 4} D_{4 \times 4})$ 가 특이행렬로 역행렬을 구할 수 없게 나왔다. 따라서 픽셀 단위로 변환하고, 원점 이동변환하는 과정인 $P_{3 \times 4}$ 는 풀어서 진행한다. 카메라 좌표계 상의 객체점을 구하는 식에서 바로 역행렬을 구하여 답을 얻는다.

$$m_{CCS(4 \times 1)} = \begin{bmatrix} X_{CCS}^P \\ Y_{CCS}^P \\ Z_{CCS}^P \\ 1 \end{bmatrix} = (D = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & T_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}) \begin{bmatrix} X_{WCS}^P \\ Y_{WCS}^P \\ Z_{WCS}^P \\ 1 \end{bmatrix}$$

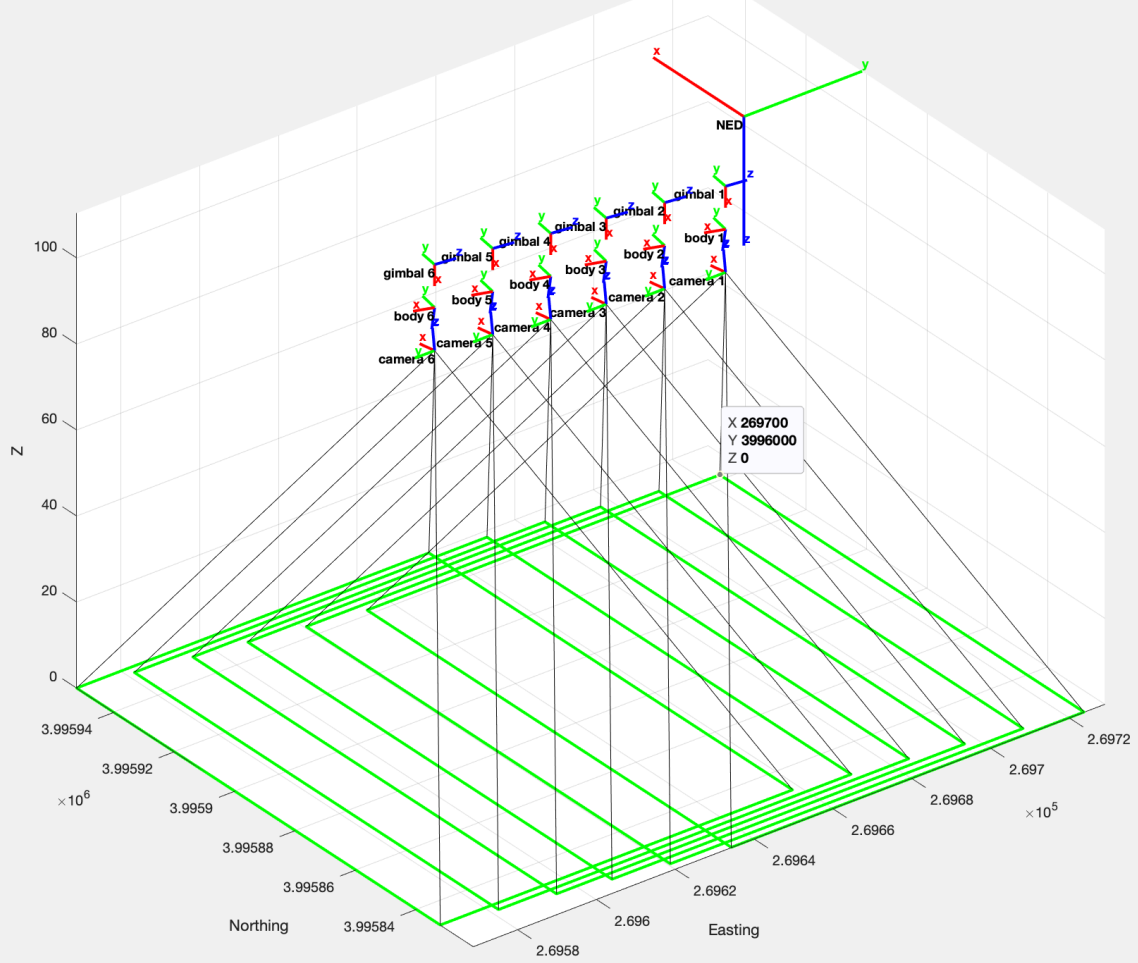
$$M_{4 \times 1} = (D_{4 \times 4})^{-1} m_{CCS(4 \times 1)}$$

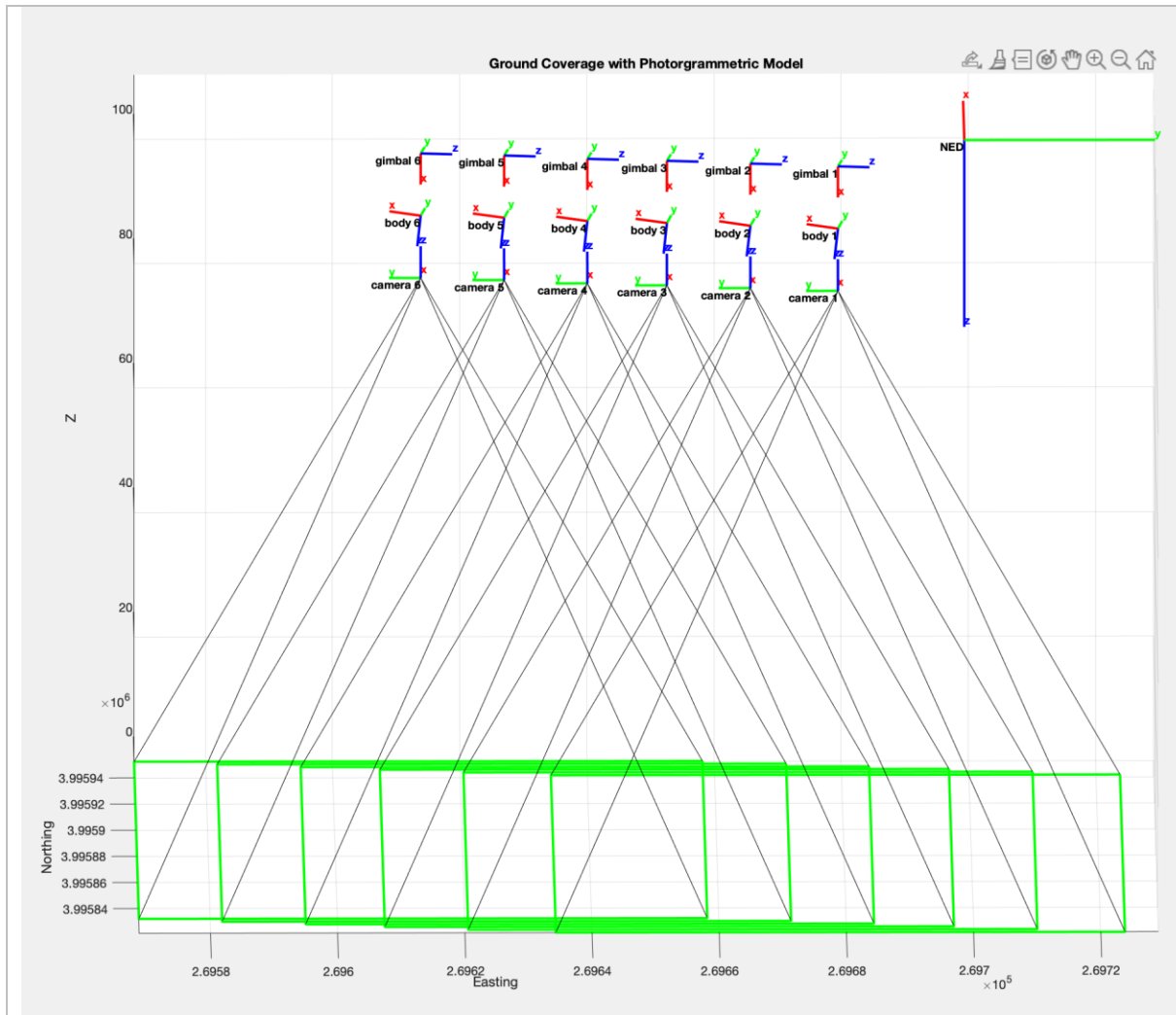
2.3 사진측량 수식, 컴퓨터 비전 수식을 둘 다 이용하여 ground coverage를 계산하고 시각화하기

사용한 영상은 Lab1에서 이용한 연도에서 촬영된 영상이다.

사진측량 모델로 그린 ground coverage 가시화

Ground Coverage with Photogrammetric Model





Lab2_model1.m 사진측량모델 구현 부분

```

dem = 0; % unit: m
scale = zeros(no_data,1);

gp_u_l = zeros(no_data, 3);
gp_d_l = zeros(no_data, 3);
gp_u_r = zeros(no_data, 3);
gp_d_r = zeros(no_data, 3);

for n=1:no_data
    scale(n,1) = (dem - C_WB(n,3)) / (-f);

    gp_u_l(n,1:2) = scale(n,1)*ul_pcs(n,1:2);
    gp_u_l(n,:)=(mat_WC{n}*gp_u_l(n,:)'+C_WB(n,:)')';
    gp_u_l(n,3) = dem;
    gp_d_l(n,1:2) = scale(n,1)*dl_pcs(n,1:2);
    gp_d_l(n,:)=(mat_WC{n}*gp_d_l(n,:)'+C_WB(n,:)')';
    gp_d_l(n,3) = dem;
    gp_u_r(n,1:2) = scale(n,1)*ur_pcs(n,1:2);
    gp_u_r(n,:)=(mat_WC{n}*gp_u_r(n,:)'+C_WB(n,:)')';
    gp_u_r(n,3) = dem;
    gp_d_r(n,1:2) = scale(n,1)*dr_pcs(n,1:2);
    gp_d_r(n,:)=(mat_WC{n}*gp_d_r(n,:)'+C_WB(n,:)')';

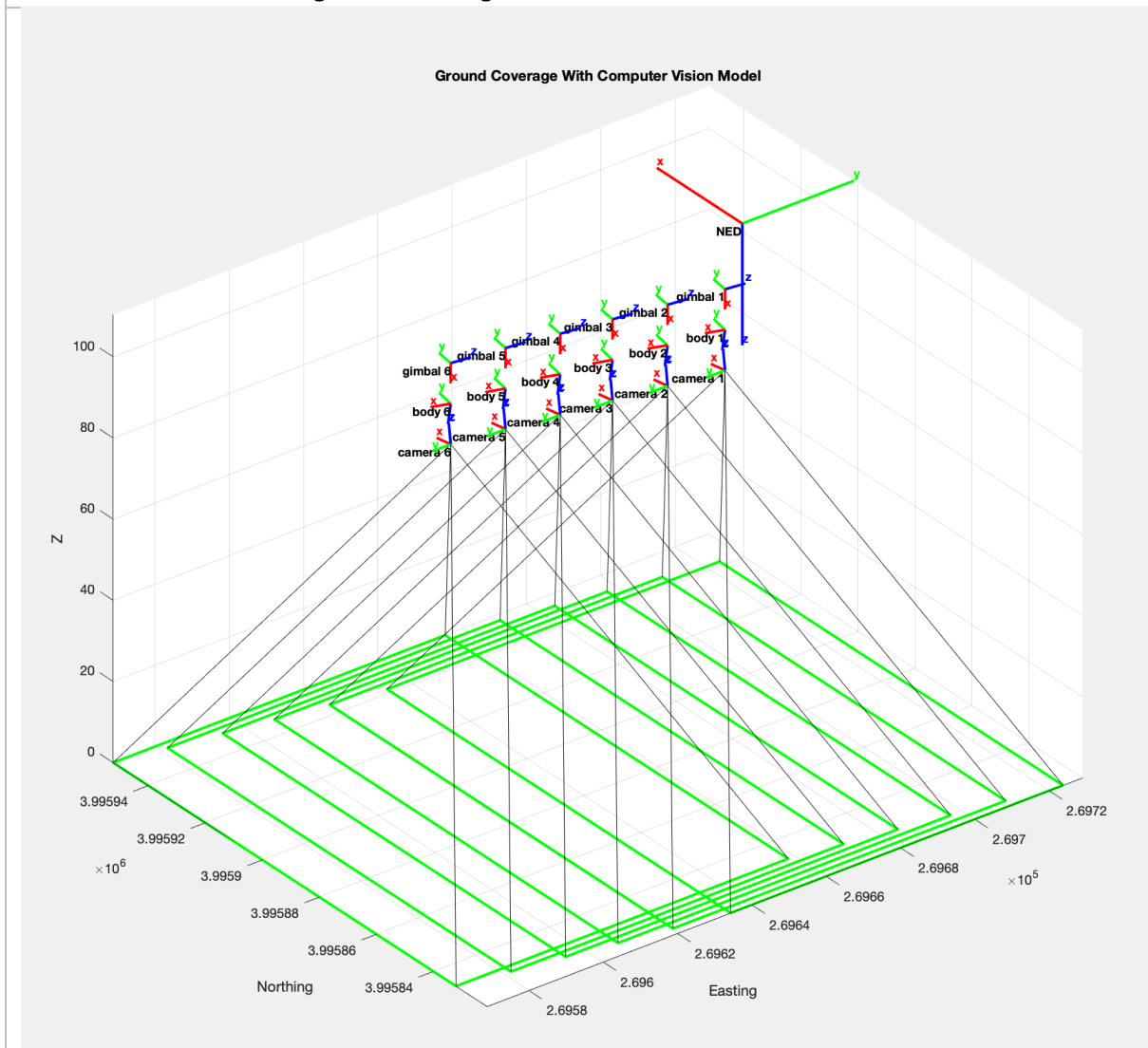
```

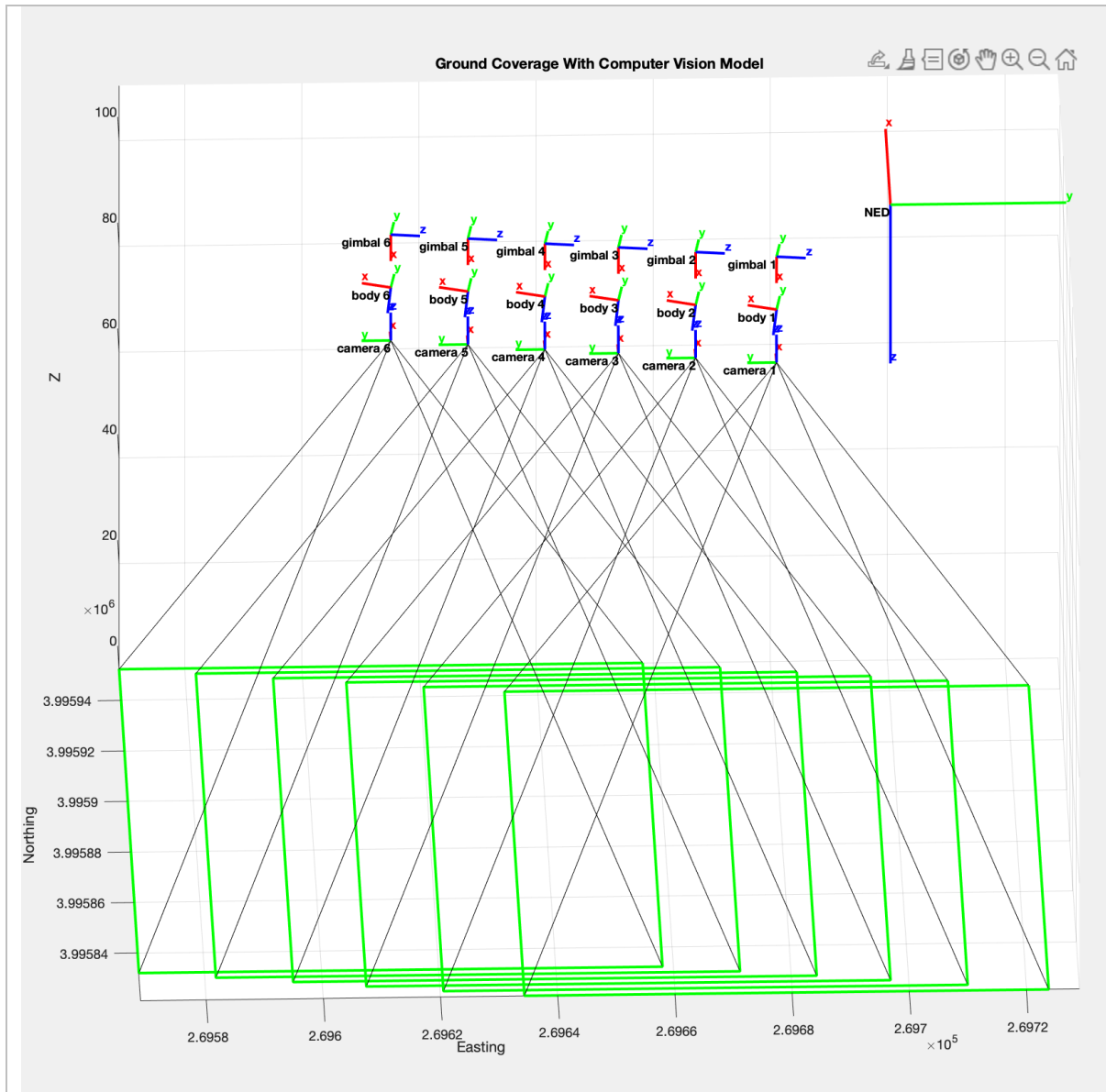
```
gp_d_r(n,3) = dem;
end
```

gp_u_l, gp_d_l, gp_u_r, gp_d_l 는 영상 4개의 꼭짓점이 지상에 투영되어 ground coverage를 나타낸다. 다음의 순서를 가지고 있다.

1. scale인 lamda 값을 구한다.
2. ul_pcs, dl_pcs, ur_pcs, dr_pcs 카메라좌표계상의 영상 4개 꼭짓점에 scale을 곱해준다.
3. 지상좌표계로의 회전변환을 해준 뒤 원점 이동변환을 해준다.

컴퓨터비전 모델로 그린 ground coverage 가시화





Lab2_model2.m 컴퓨터 비전 모델 구현 부분

```
dem=0;
D=cell(no_data,1);
T=zeros(no_data,3);

for n=1:no_data
    T(n,:)=(mat_WC{n}')*C_WB(n,:)';
    D{n}=[mat_WC{n}(:,1) ' -T(n,1); ...
          mat_WC{n}(:,2) ' -T(n,2); ...
          mat_WC{n}(:,3) ' -T(n,3); ...
          0 0 0 1];
end

for n=1:no_data
    scale(n,1) = (dem - C_WB(n,3))/(-f);

    ul_scaled_pcs(n,1:2)=scale(n,1)*ul_pcs(1,1:2);
```



```

ul_scaled_pcs(n,3)=dem;
dl_scaled_pcs(n,1:2)=scale(n,1)*dl_pcs(1,1:2);
dl_scaled_pcs(n,3)=dem;
ur_scaled_pcs(n,1:2)=scale(n,1)*ur_pcs(1,1:2);
ur_scaled_pcs(n,3)=dem;
dr_scaled_pcs(n,1:2)=scale(n,1)*dr_pcs(1,1:2);
dr_scaled_pcs(n,3)=dem;

gp_u_l(n,:)=D{n}\ul_scaled_pcs(n,:);
gp_u_l(n,3) = dem;
gp_d_l(n,:)=D{n}\dl_scaled_pcs(n,:);
gp_d_l(n,3) = dem;
gp_u_r(n,:)=D{n}\ur_scaled_pcs(n,:);
gp_u_r(n,3) = dem;
gp_d_r(n,:)=D{n}\dr_scaled_pcs(n,:);
gp_d_r(n,3) = dem;

```

end

gp_u_l, gp_d_l, gp_u_r, gp_d_l 는 영상 4개의 꼭짓점이 지상에 투영되어 ground coverage를 나타낸다. 다음의 순서를 가지고 있다.

1. scale 값을 구한다.
2. ul_pcs, dl_pcs, ur_pcs, dr_pcs 카메라좌표계상의 영상 4개 꼭짓점에 scale을 곱해준다.
3. 카메라좌표계로의 회전, 이동변환이 포함된 행렬의 역을 곱해준다.

사진측량학 모델

scale =

```

19107.399577167
19107.399577167
19107.399577167
19086.2579281184
19107.399577167
19086.2579281184

```

gp_u_l = Easting Northing Altitude

269723.772565417	3995941.62854277	0
269710.037388206	3995943.84340353	0
269696.905227136	3995946.05482884	0
269684.353669595	3995948.04671191	0
269671.328290034	3995950.26154684	0
269658.181811765	3995952.33759201	0

컴퓨터 비전 모델

gp_u_l = Easting Northing Altitude $1_{6 \times 1}$ (영상이 6개므로)

Columns 1 through 3

269723.772565417	3995941.62854277	0
269710.037388206	3995943.84340353	0
269696.905227136	3995946.05482884	0
269684.353669595	3995948.04671191	0
269671.328290034	3995950.26154684	0
269658.181811765	3995952.33759201	0

Column 4

1
1
1
1
1
1

주요점

1. 컴퓨터 비전 모델 같은 경우 4×4 행렬의 역을 구해 계산하므로 계산 시간이 더 걸릴 수 있다.
2. 컴퓨터 비전 모델은 임의로 정방행렬로 만들어줄 경우에 특이행렬로 역행렬이 존재하지 않을 경우가 있으므로 유의해야 한다. 풀어서 연산하는 경우가 안전할 수도 있다.
3. 컴퓨터 비전 모델에서는 결과가 4×1 행렬로 나온다.
4. 영상 위의 객체점을 구하는 경우에는 (역행렬을 구할 필요가 없기 때문에) homogeneous coordinates를 사용하는 컴퓨터비전 모델이 사진측량 모델보다 더 간편할수도 있다.
5. 위의 결과값에서 볼 수 있듯이 두 모델의 좌표값 차이는 $e-10$ 까지 동일한 것으로 볼 수 있다.