

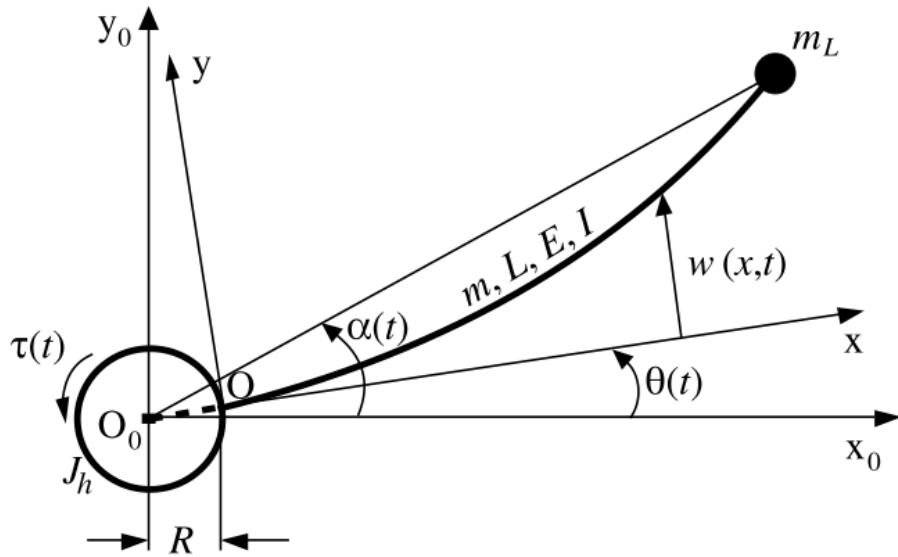
# RELAZIONE DI CONTROLLO DEI SISTEMI INCERTI

*Controllo robusto di un manipolatore  
a link flessibile*

**STUDENTE**  
Alessio Tumminello

**DOCENTE**  
Mario Innocenti

## ANALISI MECCANICA DEL MANIPOLATORE A LINK FLESSIBILE



Il manipolatore a link flessibile si muove lungo un piano orizzontale esso ha un sistema di riferimento fisso le cui coordinate sono  $x_0 - O_0 - y_0$  ed un sistema di riferimento locale  $x - O - y$  che ruota con il mozzo.

Si assume che il link flessibile sia un'asta omogenea con un'area di sezione trasversale costante.

### Parametri:

- $J_h$  = fattore che modella tutte le inerzie presenti nel sistema
- $R$  = distanza fra il centro di rotazione del mozzo ( $O_0$ ) e l'origine del link (O)
- $L$  = lunghezza del link
- $m$  = massa per unità di lunghezza del link
- $I$  = momento di inerzia del link
- $E$  = modulo dell'elasticità di Young
- $m_L$  = massa del carico modellata come un punto
- $\tau(t)$  = coppia motrice
- $\theta(t)$  = angolo di giunto
- $w(x, t)$  = deflessione in un punto a distanza  $x$  dall'origine O
- $w(L, t)$  = deflessione del link nella punta (ovvero a distanza  $L$  dall'origine O)
- $\alpha = \theta + \arctan \frac{w(L, t)}{L + R}$  : posizione angolare della punta

### Incognite strutturate:

- massa del carico  $m_L$
- fattori di smorzamento  $d_1; d_2; d_r$

Il **segnale di ingresso** del modello è la coppia motrice  $\tau$ .

La **variabile da controllare** è la posizione  $\alpha$  della punta.

Le **variabili da misurare** sono l'angolo di giunto  $\theta$  e l'accelerazione della punta  $\ddot{\alpha}$ .

Applicando il METODO LAGRANGIANO (considerando anche i modi) si perviene al seguente **modello non lineare** del manipolatore flessibile:

$$\begin{bmatrix} m_r(\eta) & m_{rf}^T \\ m_{rf} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_r & 0_n^T \\ 0_n & D_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0_n^T \\ 0_n & C_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_r(\dot{\theta}, \eta, \dot{\eta}) \\ h_f(\dot{\theta}, \eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0_n \end{bmatrix} \tau$$

A partire da questo modello, trascurando i termini non lineari

$$\sum_{i=1}^N \eta_i^2, \quad h_r(\dot{\theta}, \eta, \dot{\eta}), \quad h_f(\dot{\theta}, \eta), \text{ approssimando } \alpha = \theta + \arctan \frac{w(L, t)}{L + R} \approx \theta + \frac{w(L, t)}{L + R}$$

ed essendo  $w(L, t) \ll L$  si ottiene il seguente **modello lineare incerto**:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \ddot{\theta} + d_r \dot{\theta} + a_1 \ddot{\eta}_1 + a_2 \ddot{\eta}_2 = \tau \\ \ddot{\eta}_i + d_i \dot{\eta}_i + c_i \eta_i + a_i \ddot{\theta} = 0, \quad i = 1, 2 \\ \alpha = \theta + b_1 \eta_1 + b_2 \eta_2 \\ \ddot{\alpha} = \ddot{\theta} + b_1 \ddot{\eta}_1 + b_2 \ddot{\eta}_2 \\ w_L = (L + R) b_1 \eta_1 + (L + R) b_2 \eta_2 \end{array} \right.$$

in cui:

- $a_i, b_i, c_i$  sono dei coefficienti che dipendono dalla massa del carico  $m_L$  secondo le seguenti relazioni

$$a_i \approx a_{i1} + a_{i2} m_L,$$

$$b_i \approx \frac{1}{b_{i1} + b_{i2} m_L}$$

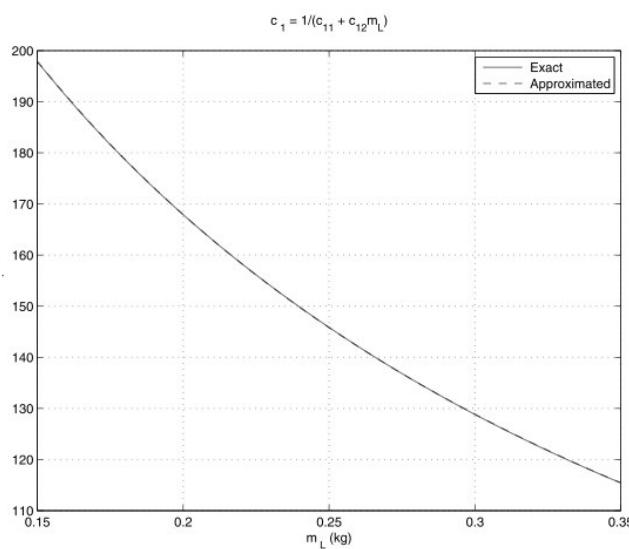
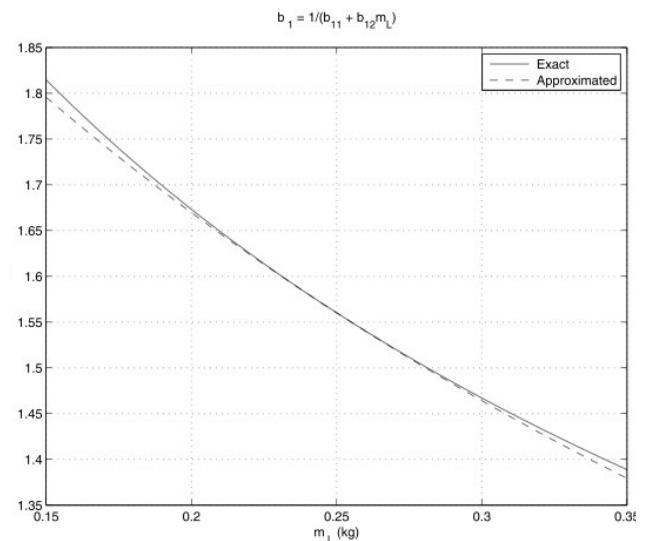
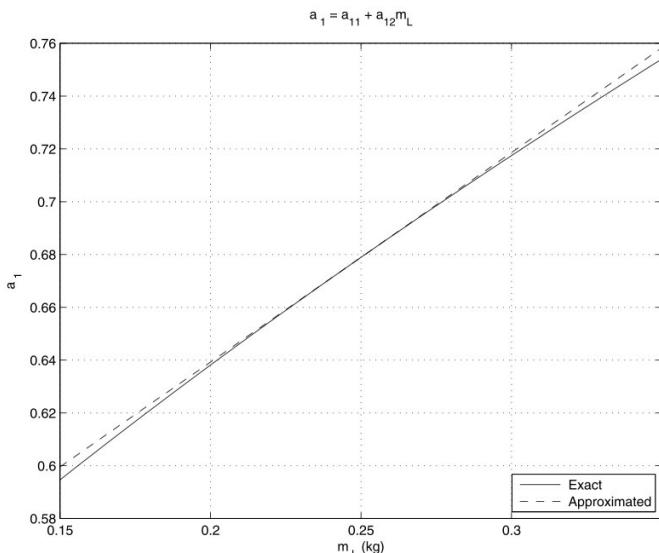
$$c_i \approx \frac{1}{c_{i1} + c_{i2} m_L}, \quad i = 1, 2$$

e le costanti  $a_{i1}, a_{i2}, b_{i1}, b_{i2}, c_{i1}, c_{i2}$  con  $i=1,2$  sono determinate con l'approssimazione ai minimi quadrati, eseguita per  $m_L = 0.25 \text{ kg}$ .

- $w_L = w(L, t)$
- $d_i$  sono i fattori di smorzamento
- $d_r$  è il coefficiente di smorzamento del mozzo
- $\eta_i$  sono le coordinate generalizzate del i-esimo modo

Confronto tra le dipendenze di  $a_1, b_1, c_1$  dalla massa del carico  $m_L$

Nei seguenti grafici si vede il confronto tra le dipendenze di  $a_1, b_1, c_1$  dalla massa del carico sia nel modo esatto che in quello approssimato:



**NOTE:**

- simili risultati sono ottenuti anche per  $a_2, b_2, c_2$
- L'errore relativo nell'approssimazione di ogni dipendenza è più grande per  $m_L = 0.15\text{kg}$

## Riduco il modello

Dato che nella rappresentazione del modello nello spazio di stato il parametro incerto  $m_L$  appare 32 volte è necessario ridurre il modello per abbassare la complessità e semplificare così l'analisi e la sintesi robusta del sistema.

La riduzione del modello può essere fatta attraverso la funzione *sysic* di MATLAB, per questo scopo riscrivo le equazioni del manipolatore in questo modo:

chiamo  $y = [\theta \ \eta_1 \ \eta_2]^T \quad z = [\alpha \ w_L]$

e quindi

$$\begin{cases} a_0\ddot{\theta} + d_r\dot{\theta} + a_1\ddot{\eta}_1 + a_2\ddot{\eta}_2 = \tau \\ \ddot{\eta}_i + d_i\dot{\eta}_i + c_i\eta_i + a_i\ddot{\theta} = 0, \quad i = 1, 2 \\ \alpha = \theta + b_1\eta_1 + b_2\eta_2 \\ \ddot{\alpha} = \ddot{\theta} + b_1\ddot{\eta}_1 + b_2\ddot{\eta}_2 \\ w_L = (L + R)b_1\eta_1 + (L + R)b_2\eta_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M\ddot{y} + N_1\dot{y} + N_2y = T\tau, \\ z = P_1y, \\ \ddot{a} = P_2\ddot{y} \end{cases}$$

```
%scrivo il MODELLO INCERTO del f.l.m. :
m_L = ureal('m_L',0.25,'percentage',40); % kg massa del carico
d_1 = ureal('d_1',0.4,'percentage',40); % kg.m^2/s fattore di smorzamento
d_2 = ureal('d_2',10,'percentage',40); % kg.m^2/s fattore di smorzamento
d_r = ureal('d_r',0.15,'percentage',20); % kg.m^2/s fattore di smorzamento

L = 1; % m lunghezza del link
R = 0.04; % m distanza tra mozzo centrale e origine del link

%PARAMETRI DEL MODELLO:
parametri_flm
a0 = a0_1 + a0_2*m_L;
a1 = a1_1 + a1_2*m_L;
a2 = a2_1 + a2_2*m_L;
b1 = 1/(b1_1 + b1_2*m_L);
b2 = 1/(b2_1 + b2_2*m_L);
c1 = 1/(c1_1 + c1_2*m_L);
c2 = 1/(c2_1 + c2_2*m_L);

tol = 1e-8;

%scrivo i parametri detro le matrici
M = [a0 a1 a2
      a1 1 0
      a2 0 1];
Minv = inv(M);

N1 = diag([d_r d_1 d_2]);
N2 = diag([tol c1 c2]);

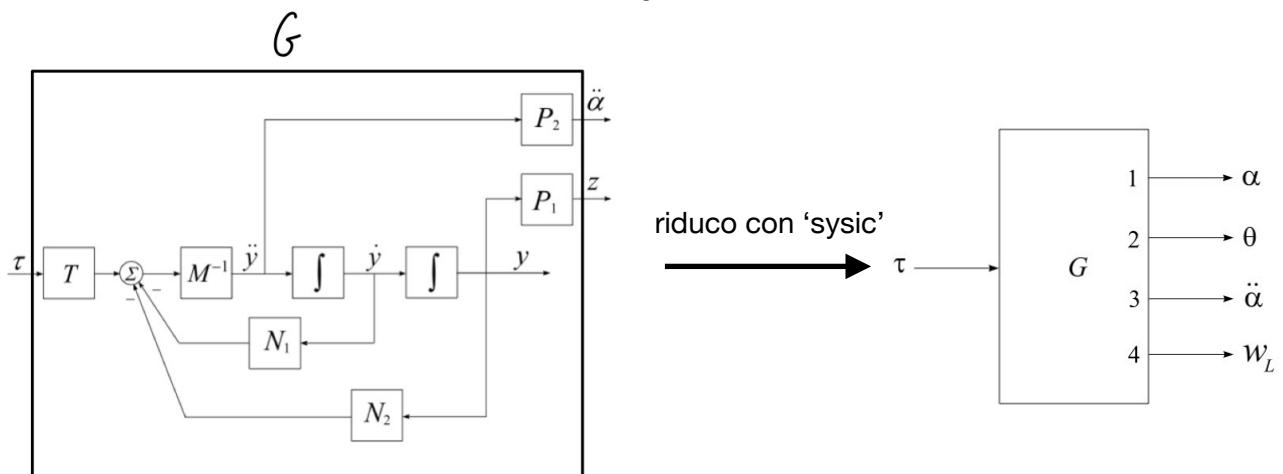
T = [1 0 0]';

intz = tf(1,[1 0]); %è l'integratore 1/s
Int1 = blkdiag(intz, intz, intz); %è una matrice diagonale di integratori
Int2 = blkdiag(intz, intz, intz); %idem

P1 = [1 b1 b2; 0 (L+R)*b1 (L+R)*b2];
P2 = [1 b1 b2];
```

```
%RIDUCO il SISTEMA con SYSC
systemnames = ' Minv N1 N2 T Int1 Int2 P1 P2 ';
inputvar = '[ tau ]';
outputvar = '[P1(1); Int2(1); P2; P1(2)]';
input_to_Minv = '[T -N1 -N2]';
input_to_N1 = '[ Int1 ]';
input_to_N2 = '[ Int2 ]';
input_to_T = '[ tau ]';
input_to_Int1 = '[ Minv ]';
input_to_Int2 = '[ Int1 ]';
input_to_P1 = '[ Int2 ]';
input_to_P2 = '[ Minv ]';
G = sysic;
outputs = {'alpha' 'theta' 'ddalpha' 'wL'};
G.OutputName = outputs;
```

### Schema a blocchi del modello del manipolatore



$$M = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad N_1 = \begin{bmatrix} d_r & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & d_2 \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix},$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P_1 = \begin{bmatrix} 1 & b_1 & b_2 \\ 0 & (L+R)b_1 & (L+R)b_2 \end{bmatrix}, \quad P_2 = [1 \ b_1 \ b_2]$$

la  $G$  risultante è:

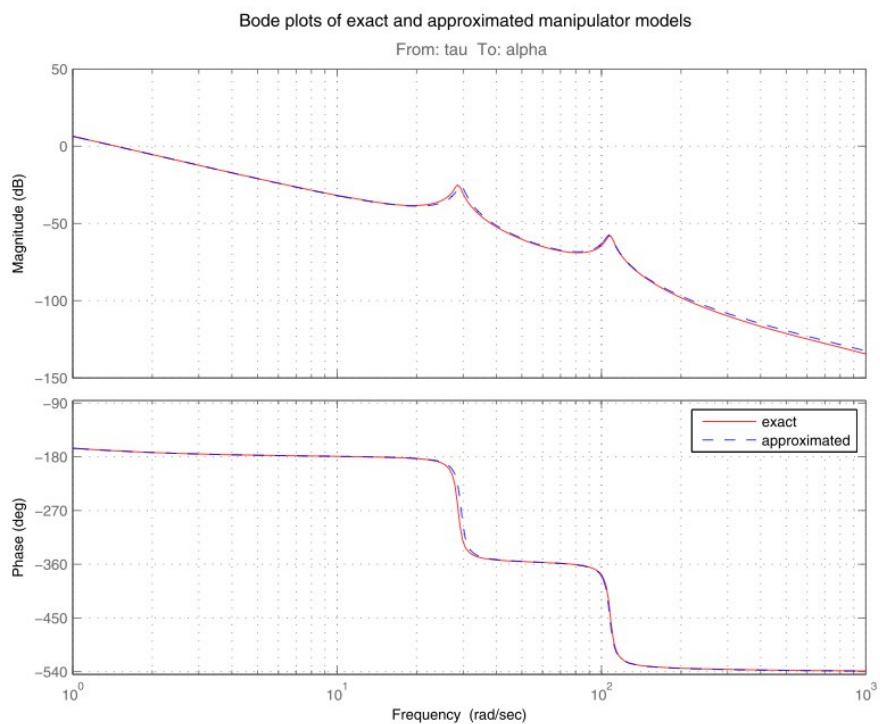
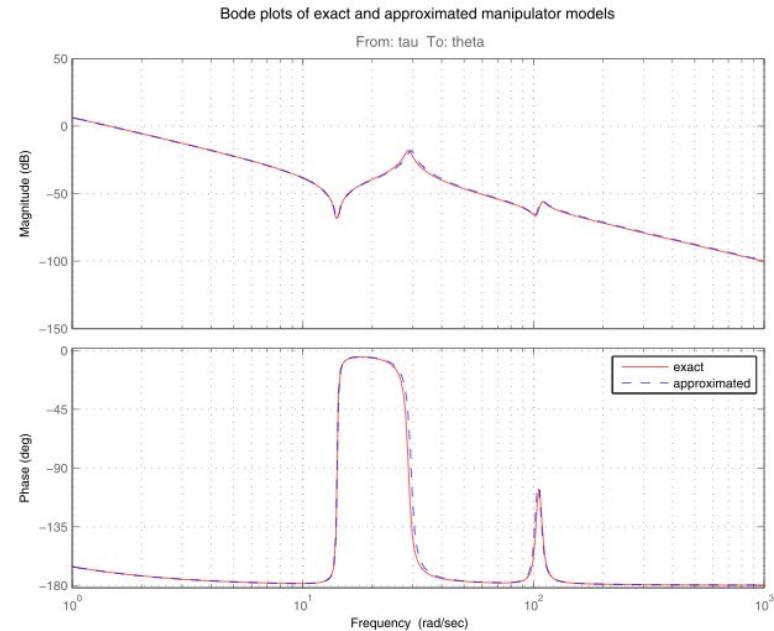
$G =$

```
Uncertain continuous-time state-space model with 4 outputs, 1 inputs, 6 states.
The model uncertainty consists of the following blocks:
d_1: Uncertain real, nominal = 0.4, variability = [-40,40]%, 1 occurrences
d_2: Uncertain real, nominal = 10, variability = [-40,40]%, 1 occurrences
d_r: Uncertain real, nominal = 0.15, variability = [-20,20]%, 1 occurrences
m_L: Uncertain real, nominal = 0.25, variability = [-40,40]%, 10 occurrences
```

$G$  è il sistema incerto nello spazio di stato che dipende da 4 parametri reali incerti, di cui  $m_L$  si ripete 10 volte (invece delle 32 precedenti).

Confrontando il diagramma di Bode esatto e approssimato del manipolatore, che ha come ingresso al coppia motrice e come uscita l'angolo di giunto e la posizione angolare della punta, si può vedere come il modello ottenuto sia molto accurato.

### *Confronto diagramma di Bode esatto e approssimato del manipolatore*



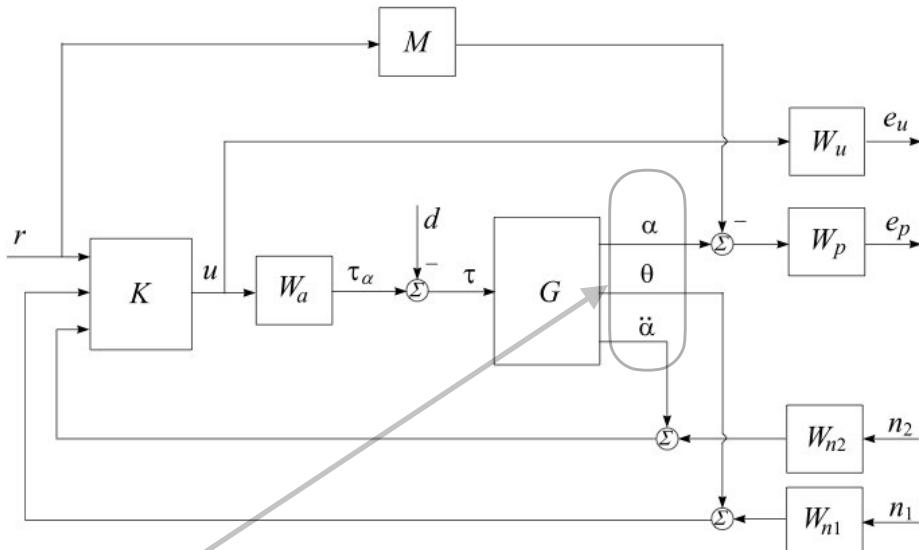
## SPECIFICHE DI PRESTAZIONE DEL SISTEMA

Il nostro obiettivo è quello di progettare un controllore che sopprima in modo efficiente le vibrazioni elastiche del link flessibile nei movimenti rapidi e inoltre sposti la punta nella posizione desiderata in presenza di incertezze nella massa del carico, nel mozzo e nei fattori di smorzamento strutturali.

Dato che le **incertezze** considerate sono **reali** e **strutturate**, il metodo di controllo robusto più appropriato è la *sintesi  $\mu$* .

### Interconnessione a catena chiusa

Anzitutto parto con l'analizzare lo schema a blocchi dell'interconnessione a catena chiusa del manipolatore a link flessibile:



Per questa prima fase faccio una progettazione del controllore non collocato considerando solo 3 dei 4 parametri in uscita dal modello

Vediamo cosa rappresentano questi parametri:

- $\alpha$  = posizione angolare della punta del manipolatore  $\rightarrow$  **variabile controllata**
- $r$  = **segnale di riferimento**
- $u$  = **variabile di controllo**
- $\tau_a$  = coppia del motore
- $d$  = coppia resistente  $\rightarrow$  **disturbo in ingresso**
- segnale  $n_1$  e matrice di peso  $W_{n1}$  = servono a tenere conto del **rumore** nella misura di  $\theta$
- segnale  $n_2$  e matrice di peso  $W_{n2}$  = servono a tenere conto del **rumore** nella misura di  $\ddot{\alpha}$

Il controllore K agisce sul riferimento  $r$  e sui segnali di retroazione dell'angolo di giunto  $\theta$  e sull'accelerazione della punta  $\ddot{\alpha}$ ; l'inclusione di quest'ultima nello schema di controllo mira a ottenere migliori prestazioni di movimento della punta e porta a una struttura del controllore non collocata.

Aggiungiamo inoltre una adatta dinamica del modello (M) che ci permette di tenere conto delle performance del sistema in modo più semplice e diretto.

In altre parole questo modello M prescrive il comportamento dinamico desiderato del sistema a catena chiusa dal riferimento alla posizione della punta del manipolatore.

E' presente anche un anello interno di corrente del servomotore  $W_a$ , esso è modellato come un ritardo del primo ordine con costante di tempo 0.004s e guadagno pari a 1.

Assumiamo di partizionare la matrice G in una 3x1 così fatta:  $G(s) = \begin{bmatrix} G_{\alpha\tau}(s) \\ G_{\theta\tau}(s) \\ G_{\ddot{\alpha}\tau}(s) \end{bmatrix}$

dove  $G_{\alpha\tau}, G_{\theta\tau}, G_{\ddot{\alpha}\tau}$  sono le funzioni di trasferimento tra la coppia di controllo  $\tau$  e le uscite  $\alpha, \theta, \ddot{\alpha}$ , rispettivamente,

INOLTRE

assumo che il controllore K(s) sia così partizionato:  $K(s) = [K_r(s) \quad K_\theta(s) \quad K_{\ddot{\alpha}}(s)]$

dove  $K_r(s), K_\theta(s), K_{\ddot{\alpha}}(s)$  sono le funzioni di trasferimento del controllore con i corrispettivi ingressi.

DUNQUE

posso scrivere:

$$\begin{bmatrix} e_p \\ e_u \end{bmatrix} = \Phi \begin{bmatrix} r \\ d \\ n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$$

in cui:

$$\Phi = \begin{bmatrix} W_p(SG_{\alpha\tau}W_aK_r - M) & -W_pSG_{\alpha\tau} \\ W_uSK_r & -W_uS(G_{\theta\tau}K_\theta + G_{\ddot{\alpha}\tau}K_{\ddot{\alpha}}) \\ W_pSG_{\alpha\tau}W_aK_\theta W_{n1} & W_pSG_{\alpha\tau}W_aK_{\ddot{\alpha}}W_{n2} \\ W_uSK_\theta W_{n1} & W_uSK_{\ddot{\alpha}}W_{n2} \end{bmatrix}$$

con funzione di sensitività:

$$S = \frac{1}{1 - G_{\theta\tau}W_aK_\theta - G_{\ddot{\alpha}\tau}W_aK_{\ddot{\alpha}}}$$

Pertanto il nostro **obiettivo è progettare un controllore K(s) che garantisca:**

$\|\Phi\|_\infty < 1$

per tutte e 3 le partizioni perturbate di G

$$\begin{bmatrix} G_{\alpha\tau}(s) \\ G_{\theta\tau}(s) \\ G_{\ddot{\alpha}\tau}(s) \end{bmatrix}$$

## **Scelta delle funzioni di peso**

Con una scelta opportuna della matrice di peso  $W_p$  (che permette di reiettare i disturbi e ottenere, in modo robusto, un buon matching con il modello dinamico M) e della  $W_u$  (che determina una limitata azione di controllo) riesco a progettare un controllore K che soddisfa la precedente **condizione** e rende il sistema a catena chiusa **robustamente stabile**.

- La funzione di trasferimento del modello dinamico è:  $M = \frac{625}{s^2 + 50s + 625}$

- i cui coefficienti sono stati scelti in modo tale da garantire una risposta sovrasmorzata con un tempo di assestamento di circa 0.19s.

- Le matrici di peso scelte sono:

$$W_p = \frac{s^2 + 25s + 150}{s^2 + 22s + 0.15}, \quad W_u = 0.001$$

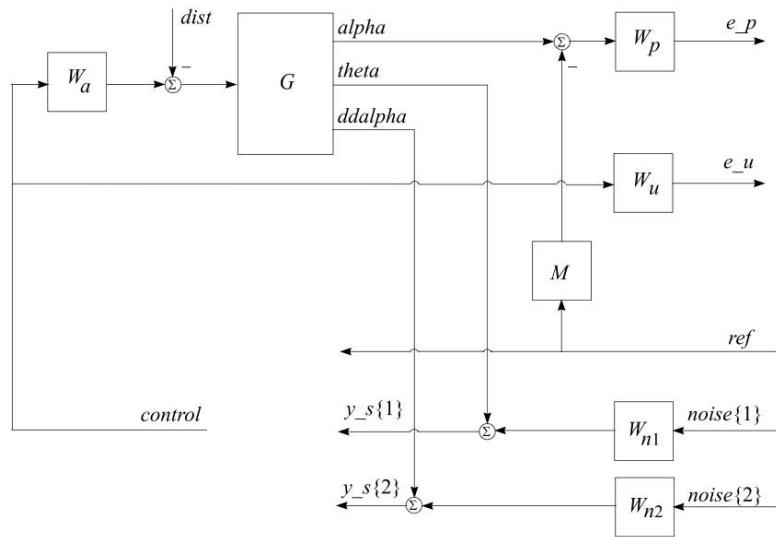
- la scelta della  $W_p$  è dettata dalla necessità di garantire la vicinanza della dinamica del sistema a quello del modello M in un range a bassa frequenza;
- la scelta della  $W_u$  ci consente di limitare l'azione di controllo in un range di frequenze contenente le frequenze naturali del link flessibile;
- I filtri che attenuano il rumore sono stati così scelti:

$$W_{n_1} = 10^{-5} \frac{0.5s + 1}{0.005s + 1}, \quad W_{n_2} = 10^{-3} \frac{s + 1}{0.01s + 1}$$

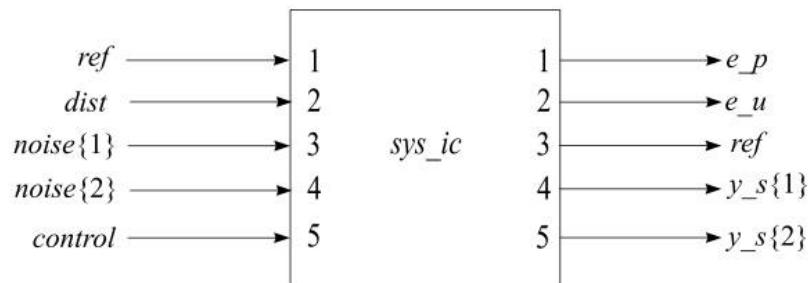
- essi sono determinati in base al contenuto spettarle del rumore  $n_1, n_2$  dei sensori relativi alle misurazioni dell'angolo di giunto e dei segnali di accelerazione della punta.

## **Interconnessione a catena aperta**

La struttura interna ha 13 stati e 5 ingressi e 5 uscite del sistema a catena aperta.



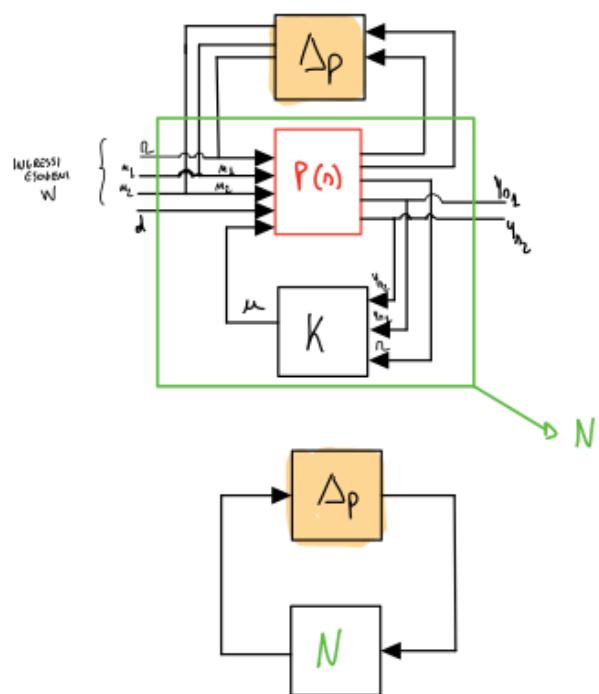
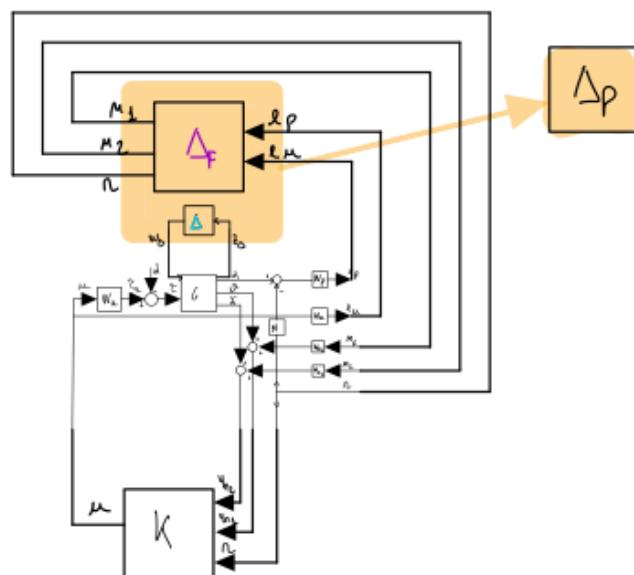
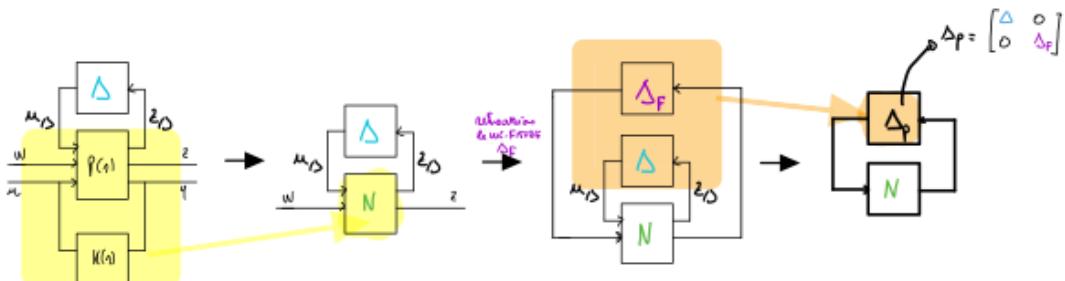
che posso ridurre, usando il comando *sysic*, così:



## ANALISI E PROGETTAZIONE DEL CONTROLLORE

Chiamo con  $P(s)$  la matrice della funzione di trasferimento del sistema a catena aperta con 5 ingressi e 5 uscite, costituito dal modello manipolatore flessibile, dalla funzione dell'attuatore e dalle funzioni peso.

La valutazione delle ROBUSTE PRESTAZIONI (nella sintesi  $\mu$ ) può essere vista come un caso particolare di STABILITÀ ROBUSTA, in cui considero l'incertezza a due blocchi e creo una retroazione con un *incertezza fittizia non strutturata*  $\Delta_F$ :



In questo schema a blocchi,  $P_{nom}$  è la funzione di trasferimento nominale e  $\Delta_P$  è una matrice diagonale di incertezze così fatta:

$$\Delta_P := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix} : \Delta \in \mathcal{R}^{11 \times 11}, \Delta_F \in \mathcal{C}^{3 \times 2} \right\}$$

il  $\Delta$  è una blocco di dimensioni 11x11 che corrisponde alle incertezze del manipolatore flessibile mentre  $\Delta_F$  è una blocco di dimensioni 3x2 che corrisponde alle incertezze fittizie non strutturate necessarie a valutare le robuste prestazioni nella sintesi  $\mu$ .

### SINTESI $\mu$

Per soddisfare i requisiti di progetto bisogna trovare un controllore stabilizzante

$$K(s) = [K_r(s) \quad K_\Theta(s) \quad K_{\ddot{\alpha}}(s)]$$

che, ad ogni frequenza  $\omega \in [0, \infty]$ , il valore singolare strutturato soddisfa la condizione:

$$\mu_{\Delta_P} [F_L(P, K)(j\omega)] < 1$$

il soddisfacimento di questa condizione garantisce le robuste prestazioni del sistema a catena chiusa, cioè:  $\|\Phi\|_\infty < 1$

### SINTESI $\mu$ (trascurando le incertezze su $m_L$ )

Nel progetto del controllore  $\mu$  vi è un problema numerico; con l'aggiunta del blocco di incertezza reale 8x8 (corrispondente all'incertezza in  $m_L$ , l'algoritmo di iterazione D-K non converge). In particolare è difficile ottenere una approssimazione della matrice D.

Quindi, nel progettare il nostro controllore, *trascuriamo questo blocco 8x8 nella matrice di incertezza durante l'iterazione D-K*.

Va sottolineato che la robusta stabilità e l'analisi robusta delle prestazioni del sistema a catena chiusa del controllore che andrà a progettare, verrà testata rispetto all'intero blocco di incertezza, ovvero includendo anche il blocco 8x8.

```
% SINTESI MU del sistema open loop con m_L nominale

nmeas = 3; %uscite di mu_ic
ncont = 1; % ingressi di mu_ic

mu_ic = usubs(sys_ic, 'm_L', 'Nom'); %dato che trascurro il blocco
8x8 delle
% incertezze relative a m_L, gli assegno il valore nominale ----

% ----> mu_ic = è il modello incerto dello spazio di stato(a cui ho
% assegnato ad m_L il valore nominale)

fv = logspace(-1,3,100); %genera 1300 punti equamente spaziati tra
le decadi
```

```
% 10^-1 e 10^3

%FACCIO LA SINTESI MU
opt = dkitopt('FrequencyVector',fv,...
              'DisplayWhileAutoIter','on',...
              'NumberOfAutoIterations',3)
    %opt specifica delle opzioni date dall'utente nell'iterazione
D-K
[K_mu,CL_mu,bnd_mu,dkinfo] = dksyn(mu_ic,nmeas,ncont,opt);

K = K_mu;
[Ak,Bk,Ck,Dk] = ssdata(K); %ricavo le matrici dello spazio di
stato di K
```

Il risultato dell'iterazione D-K è il seguente:

Iteration Summary			
Iteration #	1	2	3
Controller Order	13	15	17
Total D-Scale Order	0	2	4
Gamma Acheived	4.605	1.137	0.577
Peak mu-Value	2.082	0.965	0.577

dalla tabella risultante dell'iterazione si evince che il controllore  $K(s)$  appropriato è ottenuto dopo 3 iterazioni, esso è stabile ed è di ordine 17. Inoltre si nota che il valore di picco di  $\mu$  è pari a 0.577.

### **Valuto la STABILITA' ROBUSTA (tenendo conto di tutte le incertezze)**

Quest'ultimo valore di  $\mu$ , visto che abbiamo trascurato il blocco di incertezze reali  $8 \times 8$ , non garantisce che si abbiano stabilità e prestazioni robuste, dunque devo fare delle analisi aggiuntive delle prestazioni robuste.

Per cui vado a fare un ANALISI della STABILITA' ROBUSTA del mio sistema a catena chiusa tenendo adesso conto di tutte le incertezze:

```
% ANALISI della STABILITA' ROBUSTA del f.l.m.
%
if size(K,2) == 2 %se la lunghezza della seconda dimensione di K è
2 allora....
    cls = lft(sys_ic_PD,K,1,2); % PD controller

%faccio la TRASF.LIN.FRATTA tra sys_ic_PD e K---> do la prima
%uscita di K all'ultimo ingresso di sys_ic_PD e le ultime 2
%uscite di sys_ic_PD le do ai primi 2 ingressi di K

elseif size(K,2) == 3 %altrimenti se la lunghezza della seconda
dimensione di K è 3 allora....
    cls = lft(sys_ic,K,1,3);      % Hinf or mu-controller
```

```

%faccio la TRASF.LIN.FRATTA tra sys_ic e K---> do la prima
%uscita di K all'ultimo ingresso di sys_ic e le ultime 3 uscite di
%sys_ic le do ai primi 3 ingressi di K
end

omega = logspace(0,4,100);
cls_g = ufrd(cls(1,1),omega);
%Uncertain Frequency Response Data models (ufrd) ----
%--->I modelli ufrd tengono traccia di come gli elementi incerti
influenzano
%    la risposta in frequenza. Possono essere utilizzati
%    per una stabilità robusta e un'analisi delle prestazioni nel
worst case.

%VALUTO LA STABILITÀ' ROBUSTA
opt = robopt('Display','on','Sensitivity','off');
[stabmarg,destabunc,report,info] = robuststab(cls_g,opt);

stabmarg %Stampiamo i margini di stabilità(ovvero upper e lower
bound e
            %anche a frequenza in cui avviene l'instabilità
report %Stampo un report, cioè descrizione testuale dell'analisi
di robustezza ottenuta

semilogx(info.MussvBnds(1,1), 'r', info.MussvBnds(1,2), 'b--')
grid
title('Robust stability')
xlabel('Frequency (rad/s)')
ylabel('mu')
%legend('\mu-upper bound', '\mu-lower bound',4)

```

Dall'esecuzione dello script, stampo nel workspace:

- I margini di stabilità:

```
Points completed: 100/100
```

```
stabmarg =
```

```
struct with fields:
```

```
    LowerBound: 1.9350
    UpperBound: 1.9837
    DestabilizingFrequency: 54.6228
```

- Il report:

```
report =
```

```
'Assuming nominal UFRD system is stable...←Uncertain system is
robustly stable to modeled uncertainty.'
```

```

' -- It can tolerate up to 194% of the modeled uncertainty.

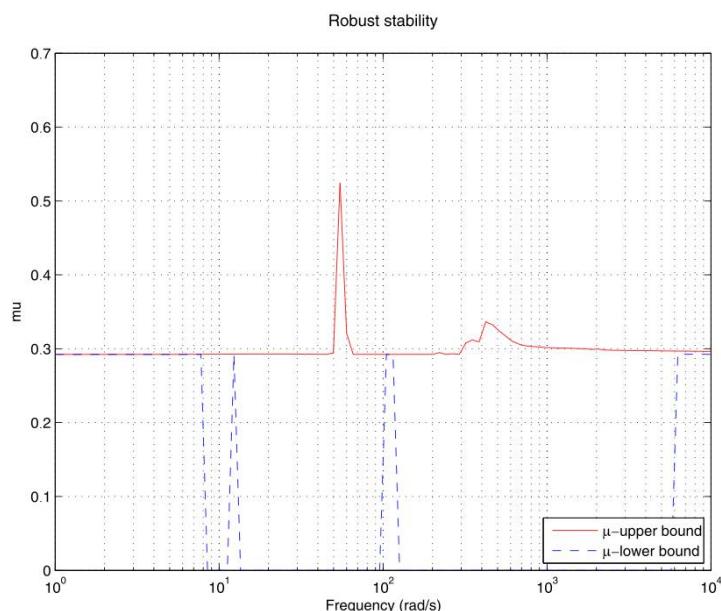
' -- There is a destabilizing perturbation amounting to 198%
of the modeled uncertainty.

' -- This perturbation causes an instability at the frequency
54.6 rad/seconds.

```

Questi risultati confermano che il sistema a catena chiusa raggiunge la stabilità robusta.

Il grafico che mostra l'upper e il lower bound del valore singolare strutturato  $\mu$  per la stabilità robusta, è il seguente:



E' EVIDENTE CHE IL VALORE DI  $\mu$  E' MINORE DI 1, PER CUI HO ROBUSTA STABILITA'

## Valuto le PRESTAZIONI ROBUSTE

```
%ANALISI delle PRESTAZIONI NOMINALI e ROBUSTE del f.l.m.  
%  
if size(K,2) == 2  
    csys = lft(sys_ic_PD,K,1,2); % PD controller  
elseif size(K,2) == 3  
    csys = lft(sys_ic,K,1,3);    % Hinf or mu-controller  
end  
omega = logspace(-1,4,200);  
  
% PRESTAZIONI NOMINALI (senza incertezze)  
figure(1)  
sv = sigma(csys.Nominal,omega);  
semilogx(omega,sv(1,:), 'r', omega,sv(2,:), 'b'), grid  
title('Nominal performance')  
xlabel('Frequency (rad/s)')  
  
%PRESTAZIONI ROBUSTE  
csys_g = ufrd(csys,omega);  
  
opt = robopt('Display','on','Sensitivity','off');  
[perfmargin,perfmarginunc,report,info] = robustperf(csys_g,opt);  
  
%Stampo nel workspace:  
perfmargin %margini di prestazione, ovvero limite superiore e  
inferiore dei margini di prestazione  
    % e inoltre perfmargin mi dice la frequenza in cui avviene  
    % la peggiore degradazione delle performance  
report %descrizione testuale delle performance di robustezza  
ottenute  
  
figure(2)  
semilogx(info.MussvBnds(1,1), 'r', info.MussvBnds(1,2), 'b--')  
grid  
title('Robust performance')  
xlabel('Frequency (rad/s)')  
ylabel('mu')  
%legend(' Upper bound', ' Lower bound', 1)
```

Dall'esecuzione dello script, stampo nel workspace:

- I margini di prestazione:

```
Points completed: 200/200
```

```
perfmargin =  
struct with fields:
```

```

LowerBound: 1.2462
UpperBound: 1.2704
CriticalFrequency: 51.7092

```

- Un report:

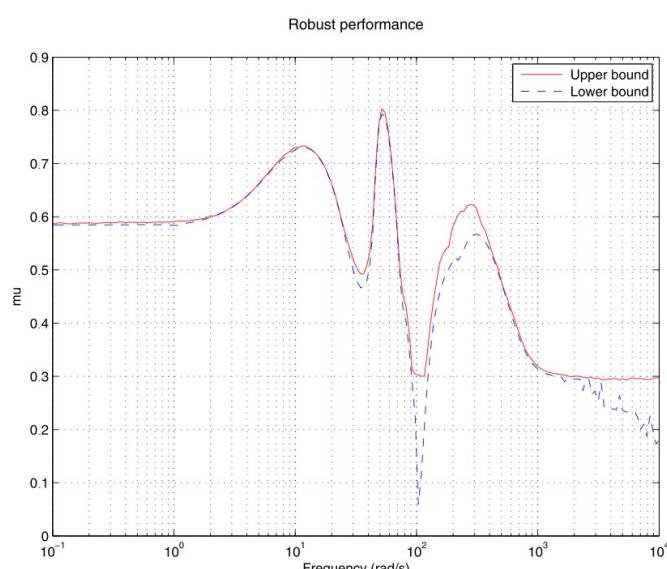
```
report =
```

```
'Assuming nominal UFRD system is stable...←Uncertain system achieves performance robustness to modeled uncertainty.'
```

```
' -- The tradeoff of model uncertainty and system gain is balanced at a level of 125% of the modeled uncertainty. '
```

```
' -- A model uncertainty of 127% can lead to input/output gain of 0.787 at 51.7 rad/seconds.
```

Il grafico che mostra l'upper e il lower bound del valore singolare strutturato  $\mu$  per le prestazioni robuste, è il seguente:



### ***Valuto le risposte transitorie a ciclo chiuso***

```
% RISPOSTE DEL TRASNSITORIO per il sistema a CATENA CHIUSA
```

```
% Controller inputs: 1) ref
%                      2) theta + noisel = ys1
%                      3) ddot(alpha) + noise2 = ys2
```

```
% RISPOSTA AL RIFERIMENTO
sim_flm %carico il sistema
clp = lft(sim_ic,K,1,3); %faccio la trasf. lin. fratta

ti = 0.001;      % time increment
tfinl = 1;
time1 = 0:ti:tfinl;
```

```

nstep1 = size(time1,2);
ref1(1:nstep1) = pi*time1(1:nstep1)/12-sin(2*pi*time1(1:nstep1))/24;

tfin2 = 3;          % tempo finale di simulazione
time2 = tfin1+ti:ti:tfin2;
nstep2 = size(time2,2);
ref2(1:nstep2) = pi/12; %posizione finale desiderata

time = [time1, time2];
ref = [ref1,ref2];

dist(1:nstep1+nstep2) = 0;
noisel(1:nstep1+nstep2) = 0;
noise2(1:nstep1+nstep2) = 0;
nsample = 30;

clp_30 = usample(clp,nsample); %usample=Generates random samples
                                %of uncertain matrices or systems
for i = 1:nsample
    [y,t] = lsim(clp_30(1:5,1:4,i),
    [ref',dist',noisel',noise2'],time);
    %
    alpha = y(:,1);
    theta = y(:,2);
    figure(1)
    plot(t,ref, 'b--', t,alpha, 'r-', t,theta, 'c-.'), grid
    hold on
    %
    wl = y(:,4);
    figure(2)
    plot(t,wl, 'r-'), grid
    hold on
    %
    ur = y(:,5);
    figure(3)
    plot(t,ur, 'r-'), grid
    hold on
end
%
figure(1)
grid
title('Closed-loop transient response')
xlabel('Time (secs)')
ylabel('ref, \alpha, \theta')
%legend('ref','\alpha','\theta',4)
hold off
figure(2)
grid
title('w_L')
xlabel('Time (secs)')
ylabel('w_L (m)')

```

```

hold off
figure(3)
grid
title('Closed-loop control')
xlabel('Time (secs)')
ylabel('u (V)')
hold off
%
clear ref1, clear ref2
clear noisel1, clear noise2

```

La traiettoria di riferimento per il movimento della punta del manipolatore nella simulazione viene scelta in questo modo:

$$r = \begin{cases} at - (a/\psi) \sin(\psi t) + r_0, & 0 \leq t \leq t_m \\ r(t_m), & t_m < t \leq t_f \end{cases}$$

questa traiettoria consente alla punta di spostarsi dolcemente da una posizione iniziale arbitraria  $r_0$  a una posizione finale desiderata  $r(t_m) = at_m$ , con un  $\psi$  appropriato.

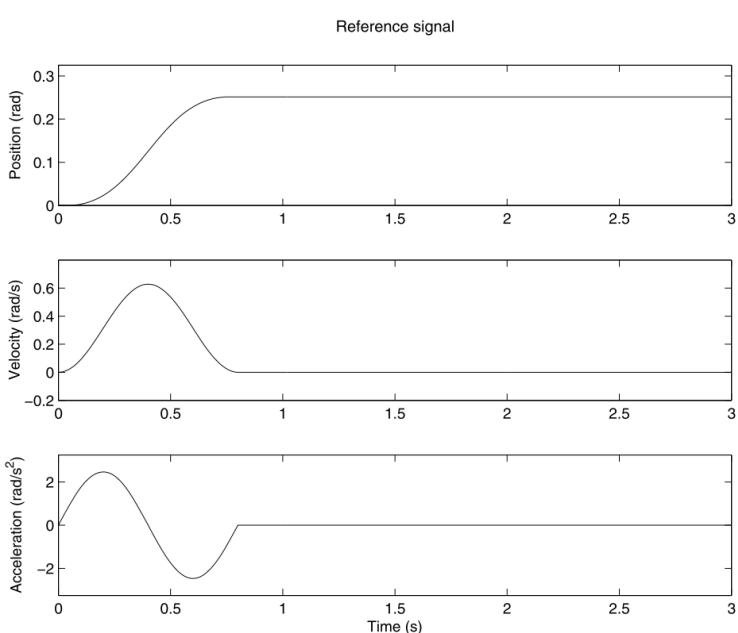
Nella simulazione vado a scegliere i seguenti valori numeri dei parametri:

$a_r = 0.1\pi \text{ rad/s}$ ;  $\omega_r = 2.5\pi \text{ s}^{-1}$ ;  $r_0 = 0 \text{ rad}$ ;  $t_m = 0.8 \text{ s}$ ,  $t_f = 3 \text{ s}$

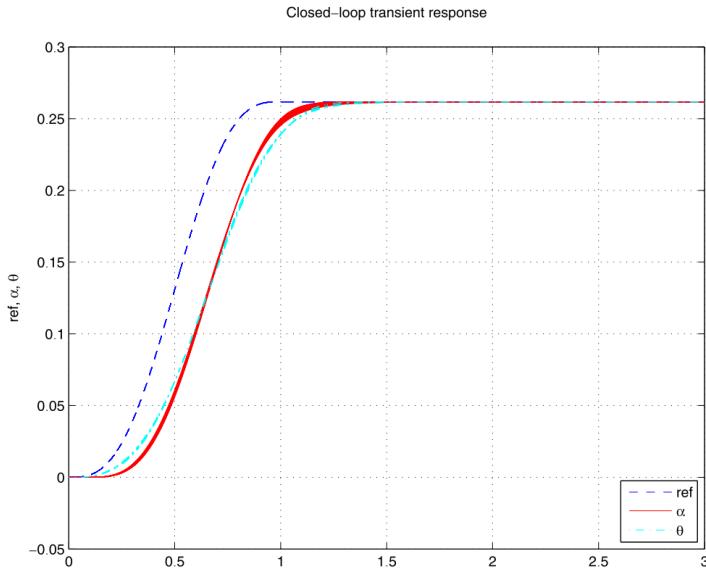
essi sono stati scelti in modo tale da ottenere un riferimento che abbia una rapida evoluzione, ovvero che si assesti nella posizione finale desiderata  $ref2 = \pi/12.5 \text{ rad}$  per  $0.8 \text{ s}$

### **Nei seguenti grafici si illustrano:**

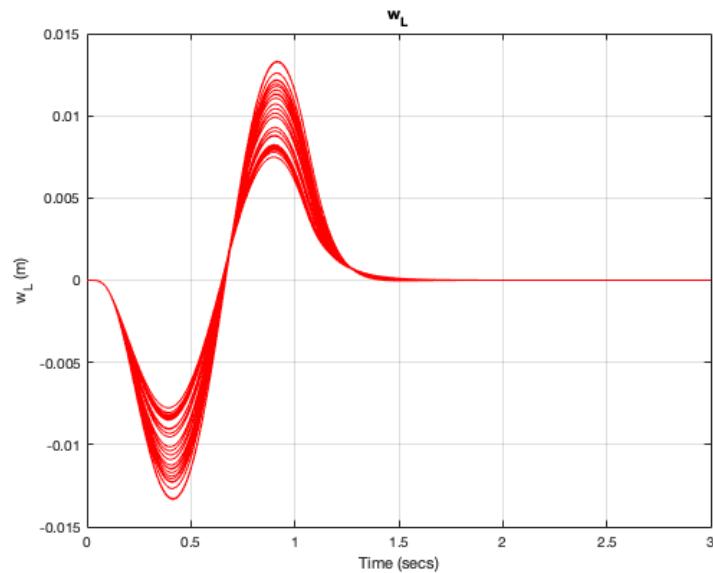
- Posizione, velocità e accelerazione del segnale  $r$  di riferimento per 30 combinazioni casuali dei parametri incerti:



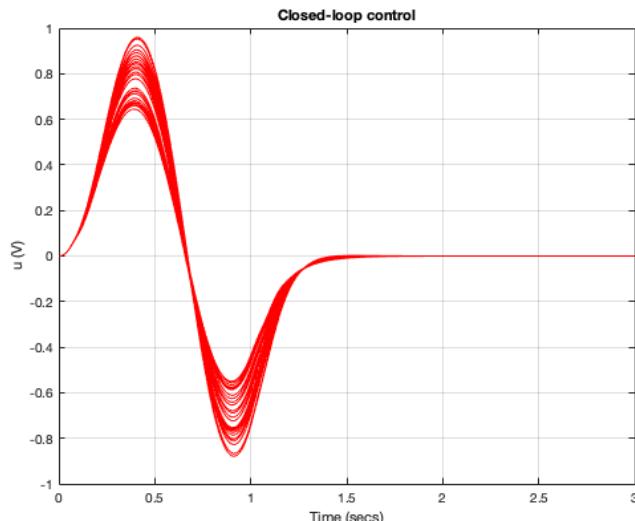
- La risposta transitoria della posizione della punta a insieme all'angolo di giunto  $\theta$  e al riferimento  $r$ , calcolati per 30 combinazioni casuali dei parametri incerti:



- La risposta transitoria corrispondente alla deflessione della punta  $w(L, t)$ :



- L'azione di controllo generata dal controllore  $\mu$  progettato:



## **Valuto le risposte in frequenza del sistema a ciclo chiuso incerto**

```
RISPOSTE IN FREQUENZA DEL f.l.m
%
% Controller inputs: 1) ref
%                      2) theta + noisel = ys1
%                      3) ddot(alpha) + noise2 = ys2
%
% CARICO l'INTERCONNESSIONE A CATENA CHIUSA
sim_flm
clp = lft(sim_ic,K,1,3);

% RISPOSTA IN FREQUENZA in catena chiusa
ref_loop = clp(1,1); % from ref to alpha
omega = logspace(0,3,100);
figure(1)
bode(ref_loop,'b-',M,'r--',omega), grid
title('Bode plot of the closed-loop system')
%legend('Closed-loop system','Model',3)
%
% RISPOSTA IN FREQUENZA di wL
wl_loop = clp(4,1); % from ref to wL
omega = logspace(-1,3,100);
figure(2)
bode(wl_loop,omega), grid
title('wL frequency response')
%
% output sensitivity to the disturbance
sen_loop = clp(1,2); % from dist to alpha
omega = logspace(-3,3,300);
figure(3)
bodemag(sen_loop,'r',omega), grid
title('Sensitivity to the disturbance')
%
% output sensitivity to the noise 1
noisel_loop = clp(1,3); % from noisel to alpha
omega = logspace(-2,3,100);
figure(4)
bodemag(noisel_loop,'r-',omega), grid
title('Sensitivity to the noise 1')
%
% output sensitivity to the noise 2
noise2_loop = clp(1,4); % from noise2 to alpha
omega = logspace(-2,3,100);
figure(5)
bodemag(noise2_loop,'r-',omega), grid
title('Sensitivity to the noise 2')
%
% controller frequency responses
K_1 = K(1,1);
K_2 = K(1,2);
```

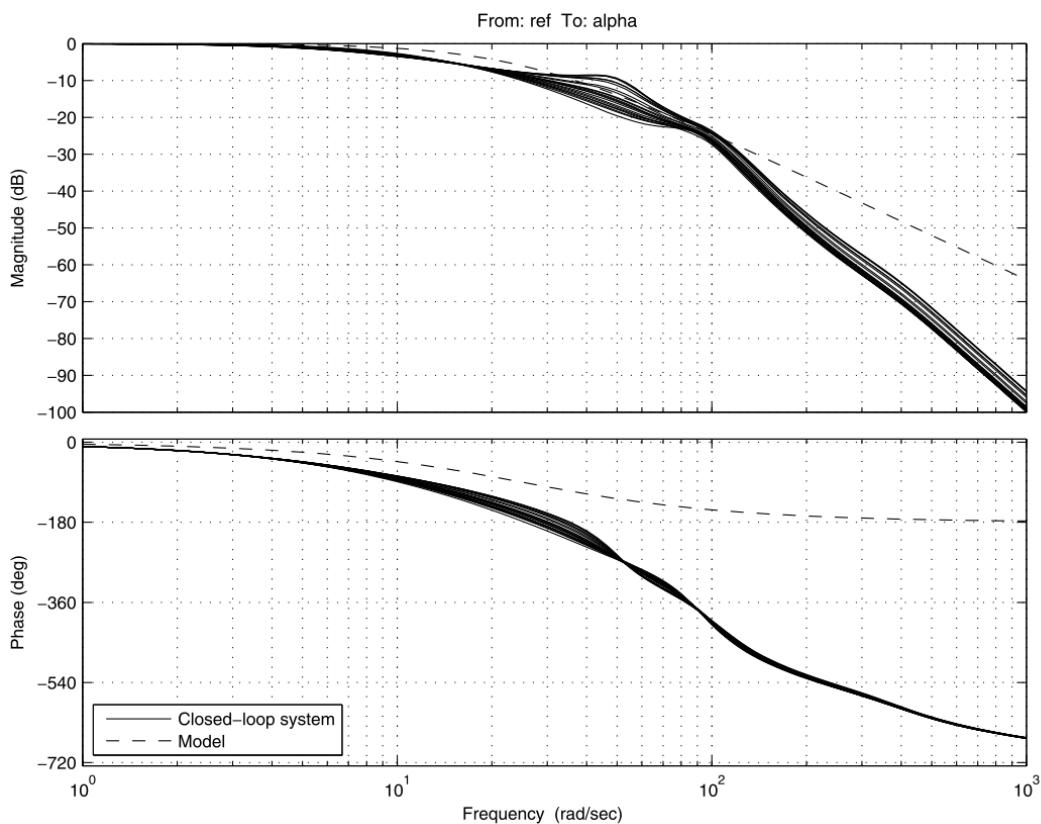
```

K_3 = K(1,3);
omega = logspace(-3,3,300);
figure(6)
bode(K_1,'r-',K_2,'b--',K_3,'m-.',omega), grid
title('Controller Bode plot')
%legend('K_{ r}', 'K_{ \vartheta}', 'K_{ d^2\alpha/dt^2}',3)
%
% open-loop frequency response
G_theta_u = sim_ic([6:8],5);
L = K*G_theta_u;
omega = logspace(-2,3,100);
figure(7)
bode(L,omega), grid
title('Open-loop Bode plot')

```

**Dai grafici risultanti si vede:**

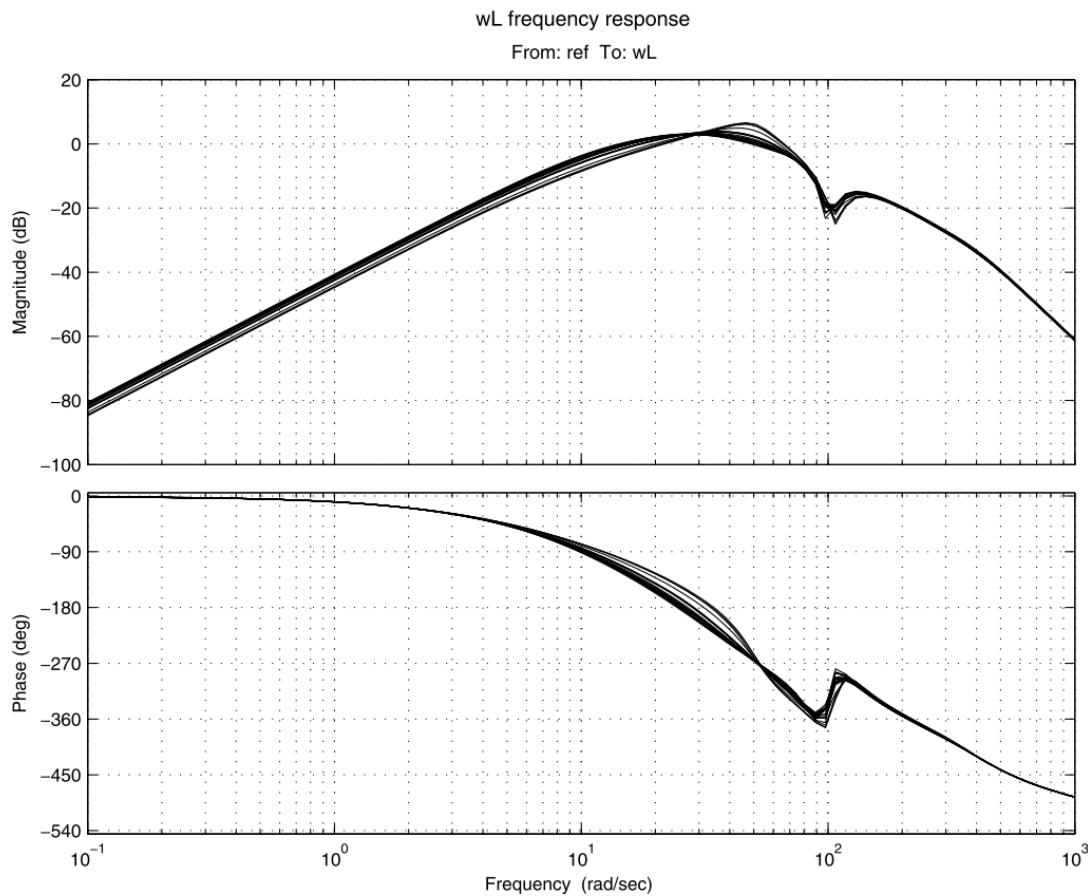
- Il diagramma di Bode del sistema incerto a catena chiusa :



La **banda passante** è circa 10 rad/s.

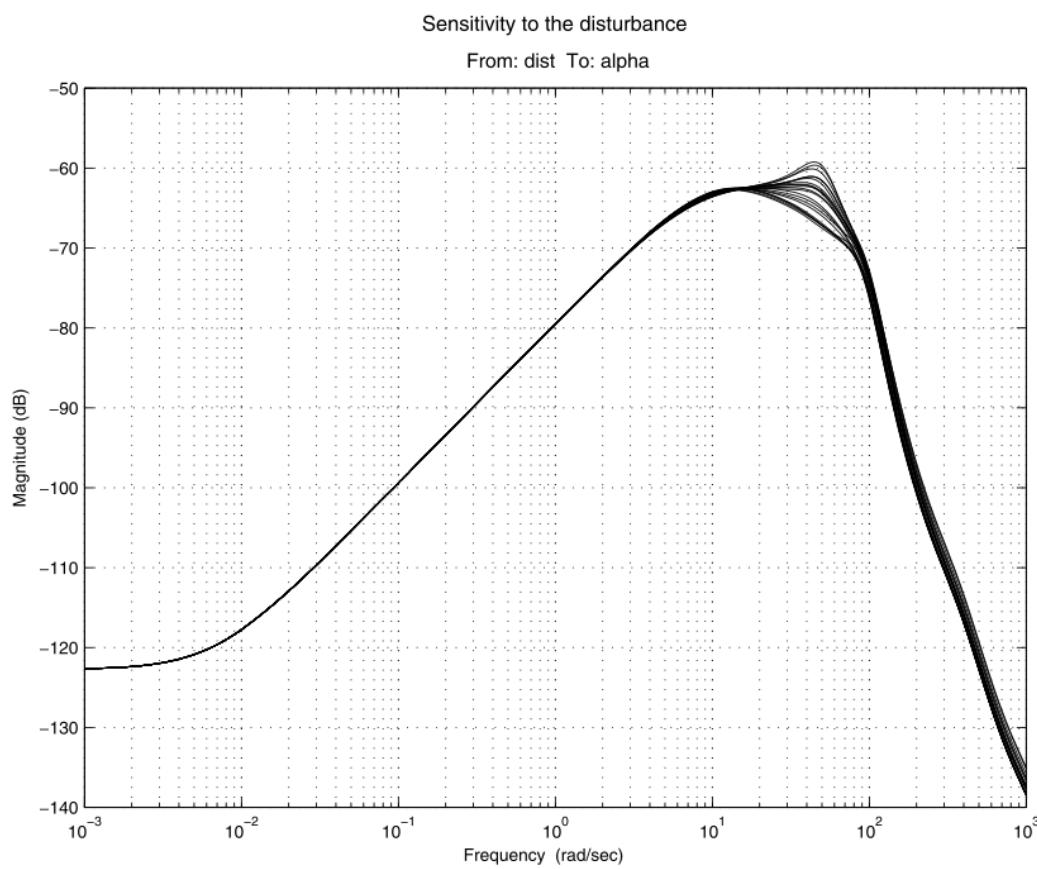
Una buona corrispondenza in modulata il sistema a catena chiuso e il modello dinamico si ottiene per frequenze fino a 100 rad/s.

- Il diagramma di Bode della funzione di trasferimento della deflessione della punta:

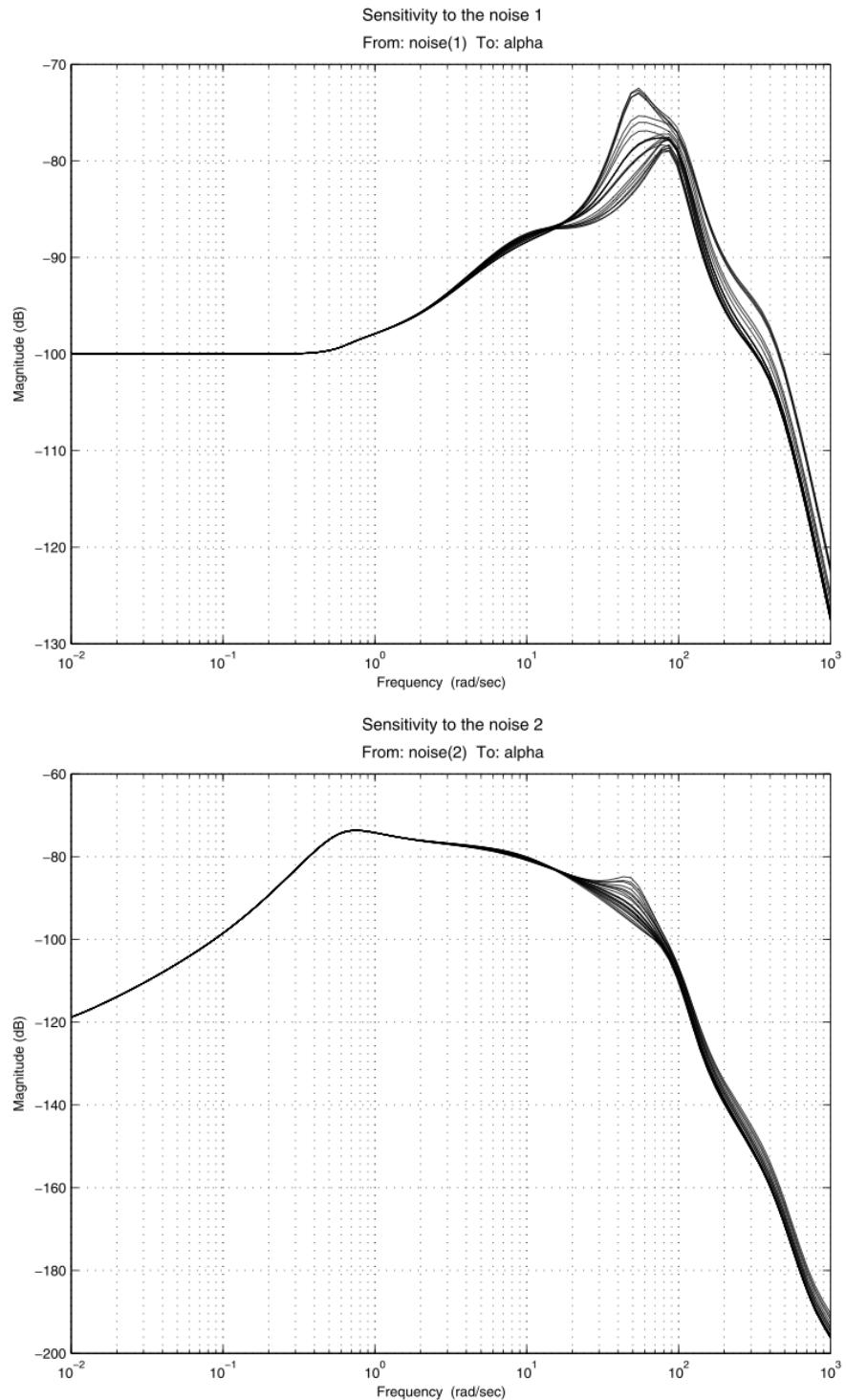


La massima deflessione della punta, in ampiezza, si ha per una frequenza di 50 rad/s

- Diagrammi di Bode del sistema incerto ottenuti dalla funzione di trasferimento rispetto al disturbo:



- Grafici di ampiezza rispetto al primo e al secondo rumore:

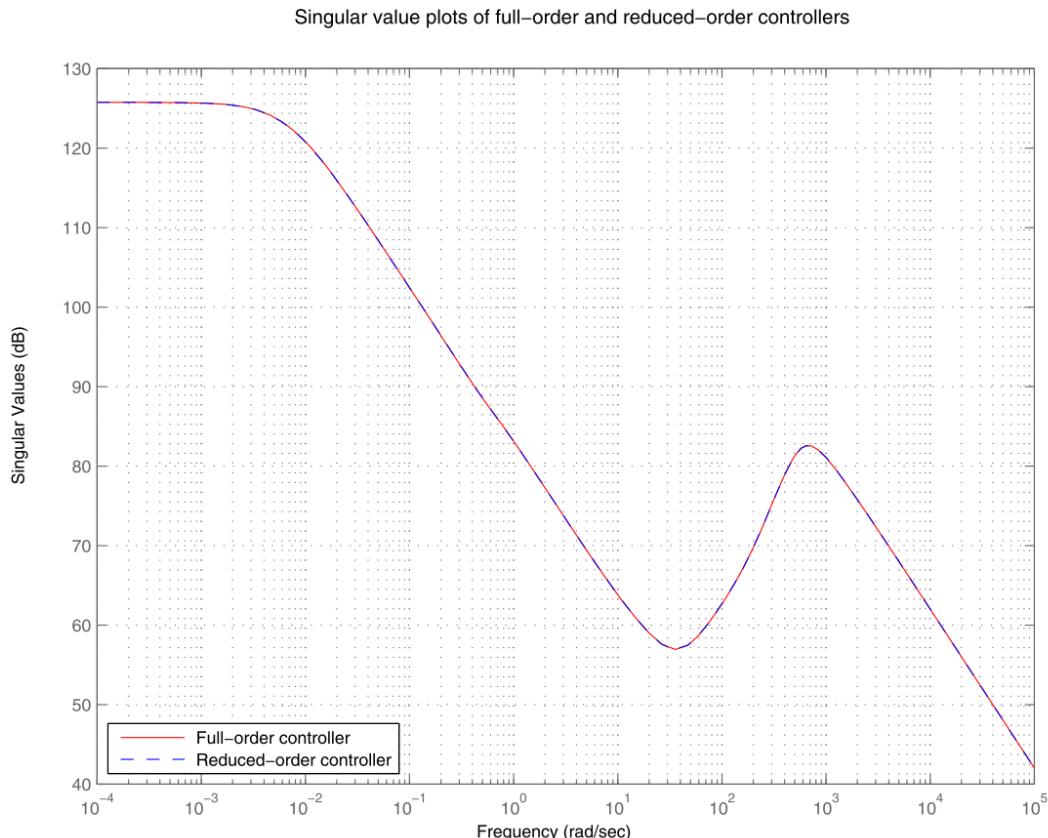


Dalla figura si vede che il rumore nella misurazione dell'angolo del giunto ha un effetto trascurabile sull'uscita del sistema.

ADESSO vediamo se riusciamo a ridurre l'ordine del controllore (che abbiamo visto essere pari a 17) pur mantenendo le prestazioni precedentemente raggiunte.

```
% RIDUZIONE DELL'ORDINE DEL CONTROLLORE
%
[Kred,redinfo] = reduce(K,12);
%
sigma(K,'r',Kred,'b--'),grid
title('Singular value plots of full-order and reduced-order
controllers')
legend(' Full-order controller',' Reduced-order controller',3)
%
% model reduction error
[gap,nugap] = gapmetric(K,Kred)
%
K = Kred;
[Ak,Bk,Ck,Dk] = ssdata(K);
```

usando il comando ‘*reduce*’ riduco l’ordine del controllore a 12 senza perdere troppe prestazioni. Infatti andando a confrontare le frequenze di risposta dei valori singolari massimi del controllore di ordine 17 e quello di ordine ridotto a 12 si ha:



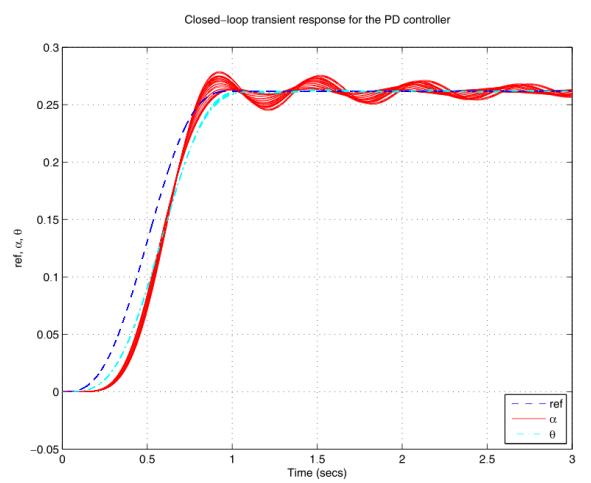
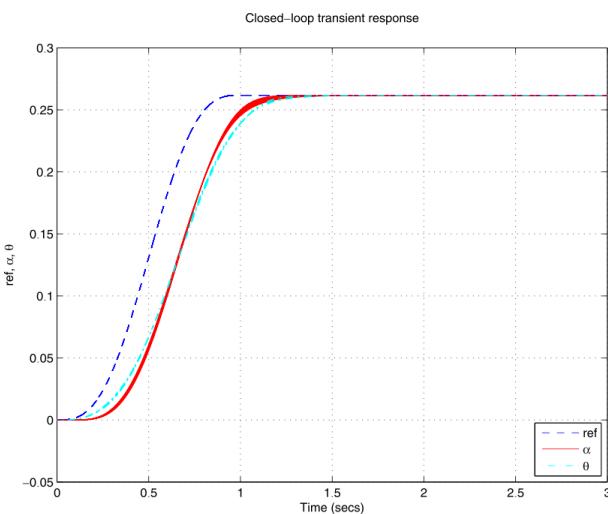
si nota come le due frequenze di risposta praticamente coincidono.

## Confronto tra controllore $\mu$ e controllore PD

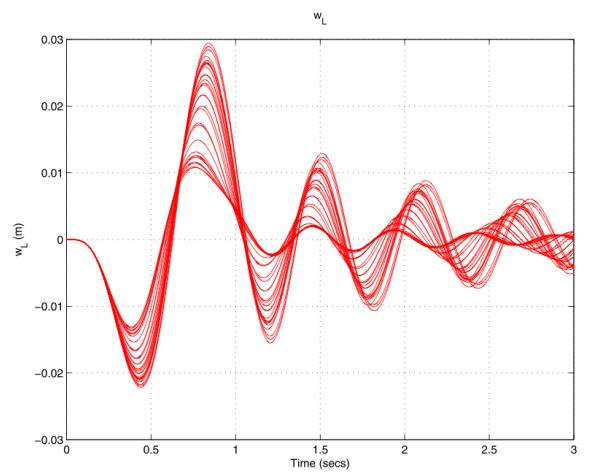
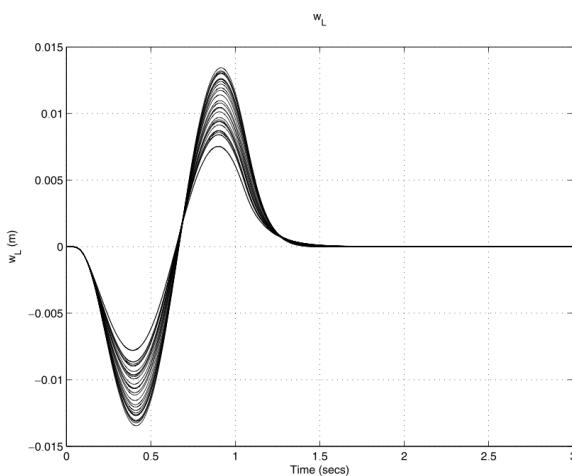
Un confronto interessante è quello tra l'uso di un controllore  $\mu$  e un controllore PD così fatto:  $u = K_P(r - \theta) - K_D\dot{\theta}$ .

Il guadagno proporzionale e derivativo scelti sono rispettivamente  $K_P = 358 \text{ N m/rad}$  e  $K_D = 28.5 \text{ N m/(rad/s)}$ ; questi valori sono stati scelti in modo tale che dopo aver trascurato l'elasticità del link, la funzione trasferimento a catena chiusa coincide con la funzione trasferimento del modello.

I risultati ottenuti dall'analisi  $\mu$  (col PD) sono un margine di stabilità pari a 3.4212 e un margine di prestazione pari a 0.1398. Dunque il controllore PD ha delle scarse prestazioni robuste rispetto al controllore  $\mu$ , ciò si può notare confrontando le risposte transitorie del sistema a catena chiusa col PD e col controllore  $\mu$ :



e confrontando anche la risposta transitoria alla deflessione della punta col PD e col controllore  $\mu$ :

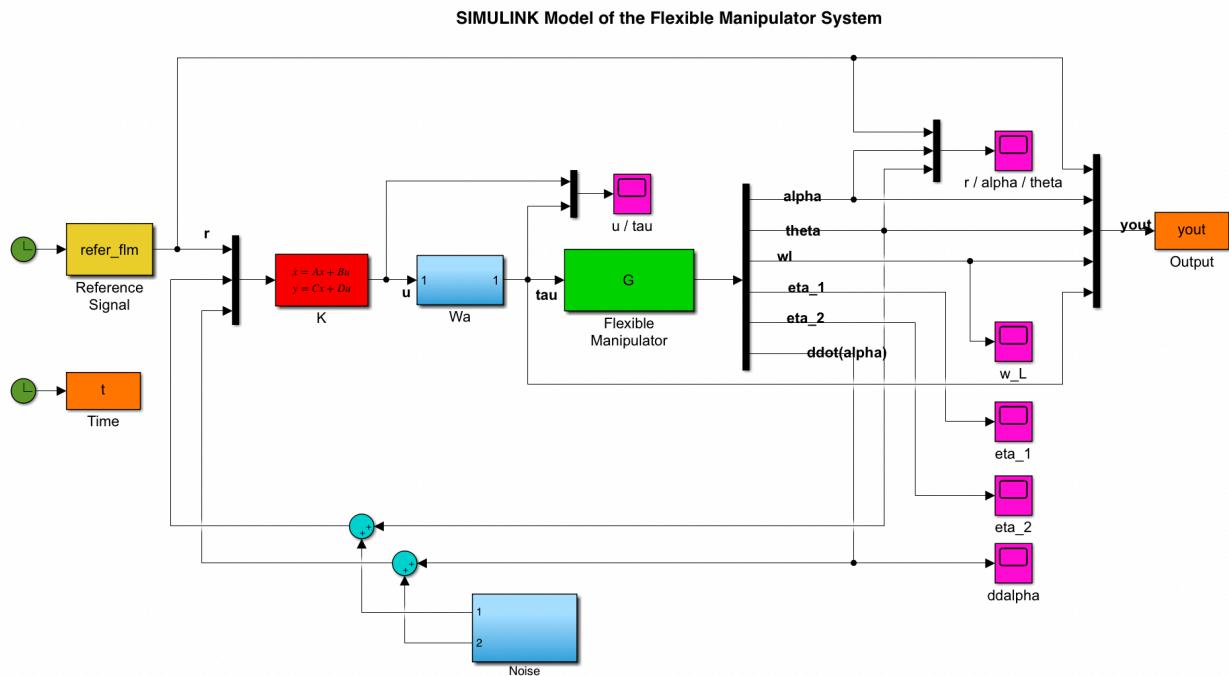


Va sottolineato che buoni risultati nella progettazione possono essere ottenuti anche utilizzando un controllore collocato sulla retroazione dall'angolo di giunto  $\theta$  e dalla velocità  $\dot{\theta}$ .

L'uso dell'accelerazione della punta  $\ddot{\alpha}$ , invece, consente di ottenere risultati migliori rispetto alle prestazioni robuste.

## Simulazioni con il sistema non lineare

Le prestazioni del controllore  $\mu$  progettato in precedenza sono ulteriormente analizzate mediante simulazioni del sistema non lineare a catena chiusa con questo controllore. La simulazione viene eseguita da questo modello Simulink:



utilizzando il modello non lineare:

$$\begin{bmatrix} m_r(\eta) & m_{rf}^T \\ m_{rf} & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_r & 0_n^T \\ 0_n & D_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0_n^T \\ 0_n & C_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_r(\dot{\theta}, \eta, \dot{\eta}) \\ h_f(\dot{\theta}, \eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0_n \end{bmatrix} \tau$$

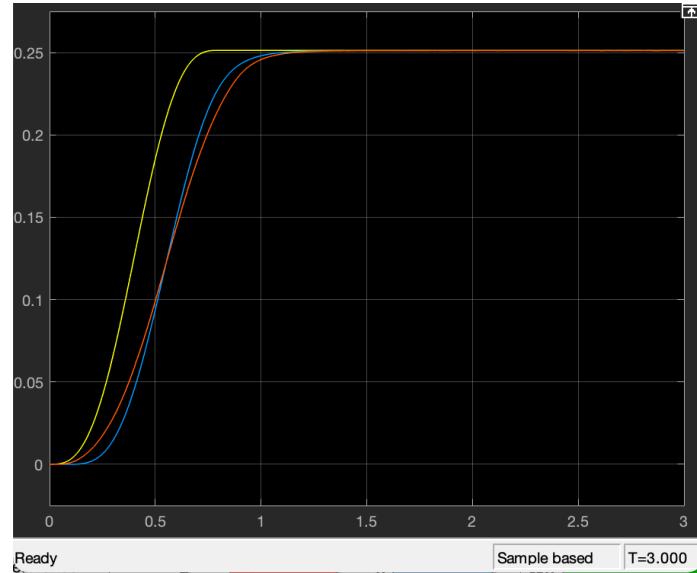
È possibile eseguire una serie di simulazioni per diversi valori della massa del carico e dei coefficienti di smorzamento.

I valori dei coefficienti di smorzamento corrispondono al caso di smorzamento leggero della struttura meccanica.

In particolare, il valore del coefficiente di smorzamento del mozzo  $d_r$  corrisponde ad un'incertezza relativa del -20%.

I coefficienti di smorzamento  $d_1$  e  $d_2$  sono presi in modo che le rispettive perturbazioni relative in  $d_1$  e  $d_2$  per il carico nominale siano pari a -40%.

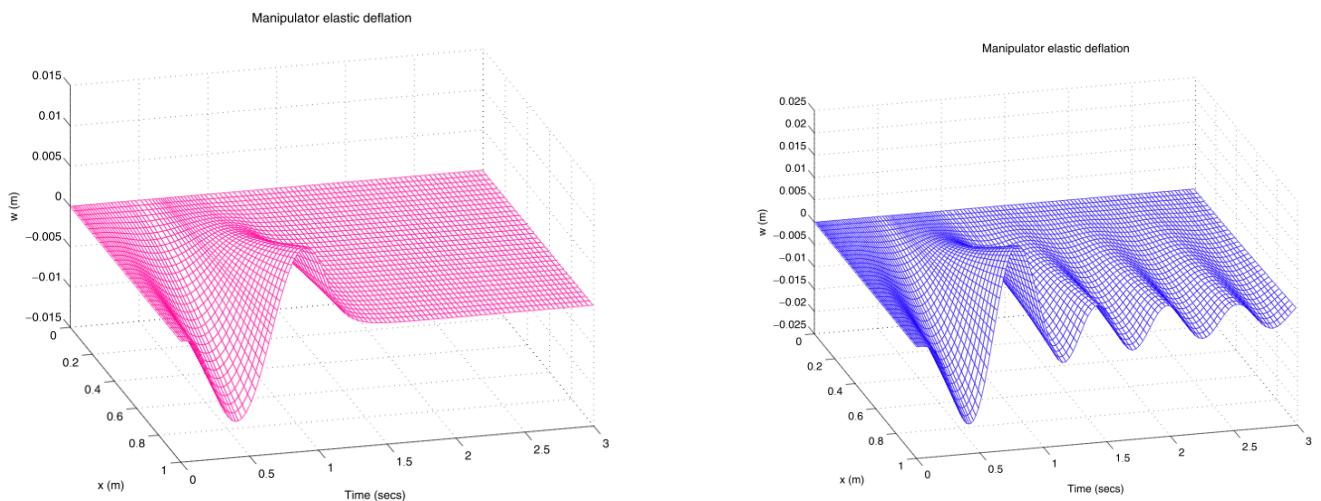
Dal seguente scope di simulink si vede come il tempo di risposta della **posizione della punta**  $\alpha(t)$  e dell'**angolo di giunto**  $\theta$  sia abbastanza prossima al **riferimento r** (siamo nel caso di controllore  $\mu$  di ordine ridotto e massa del carico nominale) :



Oltre al modello Simulink, si può andare ad analizzare una simulazione 3D che permette di animare il movimento del manipolatore flessibile col controllore  $\mu$  e con il controllore PD (si usa sempre il modello non lineare):

Confrontando le ***simulazioni delle due deflessioni elastiche***  $w(x, t)$  ottenute con il controllore  $\mu$  e con il controllore PD, si evince come il controllore  $\mu$  sopprime efficacemente le vibrazioni elastiche durante il movimento rapido della punta del manipolatore.

Ciò giustifica quindi che la sintesi  $\mu$  è il metodo di progettazione robusto più appropriato e conferma, inoltre, la validità del modello incerto ottenuto.



## CONCLUSIONI

Sulla base dell'analisi e della progettazione del sistema di controllo del manipolatore flessibile posso trarre le seguenti considerazioni:

- Nell'applicazione di tecniche di progettazione di un sistema di controllo robusto lineare per un impianto non lineare è solitamente inevitabile derivare un modello di incertezza complicato, a causa della necessità di un'approssimazione lineare sufficientemente accurata. Ciò, tuttavia, influenzerebbe negativamente la progettazione e l'analisi del controllore. È importante, quindi, semplificare il modello dell'incertezza. Si possono prendere in considerazione metodi come l'approssimazione numerica utilizzata in questo studio.
- Il modello di incertezza ottenuto in questo studio per il manipolatore flessibile contiene incertezze parametriche reali in una forma altamente strutturata. Un tale modello fa appello naturalmente all'applicazione della sintesi  $\mu$  e del metodo di analisi, che riduce notevolmente la conservatività nella progettazione del controllore.
- In questo studio è stato progettato un controllore robusto non collocato sui segnali di retroazione dell'angolo di giunto e dell'accelerazione della punta sulla base del modello di incertezza ottenuto e utilizzando la sintesi  $\mu$ . Il controllore  $\mu$  mostra ottime prestazioni robuste sul movimento della punta per un'ampio range di valori della massa del carico. Il controllore sopprime efficacemente le vibrazioni elastiche durante il movimento rapido della punta del manipolatore.
- I risultati della simulazione del sistema non lineare confermano le alte prestazioni del controllore progettato e inoltre verificano la validità del modello incerto utilizzato.
- E anche possibile studiare varie strutture di controllore, collocato o non collocato, su differenti segnali di uscita in retroazione andando ad utilizzare il modello incerto e nel sistema analizzato ottenuti in questo studio.

# Progetto di un controllore LQG/LTR

## INCERTEZZE NON STRUTTURATE

Il modello incerto presenta delle incertezze strutturate sulla massa del carico  $m_L$  e sui fattori di smorzamento  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_r$ , dunque per progettare un controllore LQG/LTR è necessario andare a trasformare queste incertezze da strutturate in non strutturate; per questo scopo traccio le incertezze e le limita con un bound:

$$\frac{|G(j\omega) - G_n(j\omega)|}{|G_n(j\omega)|} \leq |W_m(j\omega)|$$

```
%syms m_L d_1 d_2 d_r L=1; %m R=0.04;%m

parametri_flm
i=0;
%Trovo il MODELLO NOMINALE
m_L = 0.25;
d_1 = 0.4;
d_2 = 10;
d_r = 0.15;
a0 = a0_1 + a0_2*m_L;
a1 = a1_1 + a1_2*m_L;
a2 = a2_1 + a2_2*m_L;
b1 = 1/(b1_1 + b1_2*m_L);
b2 = 1/(b2_1 + b2_2*m_L);
c1 = 1/(c1_1 + c1_2*m_L);
c2 = 1/(c2_1 + c2_2*m_L);
%
tol = 1e-8;

M = [a0 a1 a2
      a1 1 0
      a2 0 1];
Minv = inv(M);
N1 = diag([d_r d_1 d_2]);
N2 = diag([tol c1 c2]);
T = [1 0 0]';
intz = tf(1,[1 0]);
Int1 = blkdiag(intz, intz, intz);
Int2 = blkdiag(intz, intz, intz);
P1 = [1 b1 b2; 0 (L+R)*b1 (L+R)*b2];
P2 = [1 b1 b2];
Wa = tf(1,[0.004 1]);
%
systemnames = ' Minv N1 N2 T Int1 Int2 P1 P2 Wa';
inputvar = '[ tau ]';
outputvar = '[ P1(1) ]';
input_to_Wa = '[tau]';
input_to_Minv = '[ T - N1 - N2 ]';
```

```

input_to_N1 = '[ Int1 ]';
input_to_N2 = '[ Int2 ]';
input_to_T = '[ Wa ]';
input_to_Int1 = '[ Minv ]';
input_to_Int2 = '[ Int1 ]';
input_to_P1 = '[ Int2 ]';
input_to_P2 = '[ Minv ]';
Gn = sysic;
outputs = {'alpha'};
Gn.OutputName = outputs;

%Trovo il MODELLO INCERTO
figure(1)
hold on
%valuto l'andamento del modello incerto al variare dei parametri
incerti
for m_L = [0.15 0.25 0.35]
    for d_1 = [0.24 0.4 0.56]
        for d_2 = [6 10 14]
for d_r = [0.12 0.15 0.18]
a0 = a0_1 + a0_2*m_L;
a1 = a1_1 + a1_2*m_L;
a2 = a2_1 + a2_2*m_L;
b1 = 1/(b1_1 + b1_2*m_L);
b2 = 1/(b2_1 + b2_2*m_L);
c1 = 1/(c1_1 + c1_2*m_L);
c2 = 1/(c2_1 + c2_2*m_L);
%
tol = 1e-8;

M = [a0 a1 a2
      a1 1 0
      a2 0 1];
Minv = inv(M);
N1 = diag([d_r d_1 d_2]);
N2 = diag([tol c1 c2]);
T = [1 0 0]';
intz = tf(1,[1 0]);
Int1 = blkdiag(intz, intz, intz);
Int2 = blkdiag(intz, intz, intz);
P1 = [1 b1 b2; 0 (L+R)*b1 (L+R)*b2];
P2 = [1 b1 b2];
Wa = tf(1,[0.004 1]);
%
systemnames = ' Minv N1 N2 T Int1 Int2 P1 P2 Wa';
inputvar = '[ tau ]';
outputvar = '[ P1(1) ]';
input_to_Wa = '[tau]';
input_to_Minv = '[ T - N1 - N2 ]';
input_to_N1 = '[ Int1 ]';
input_to_N2 = '[ Int2 ]';

```

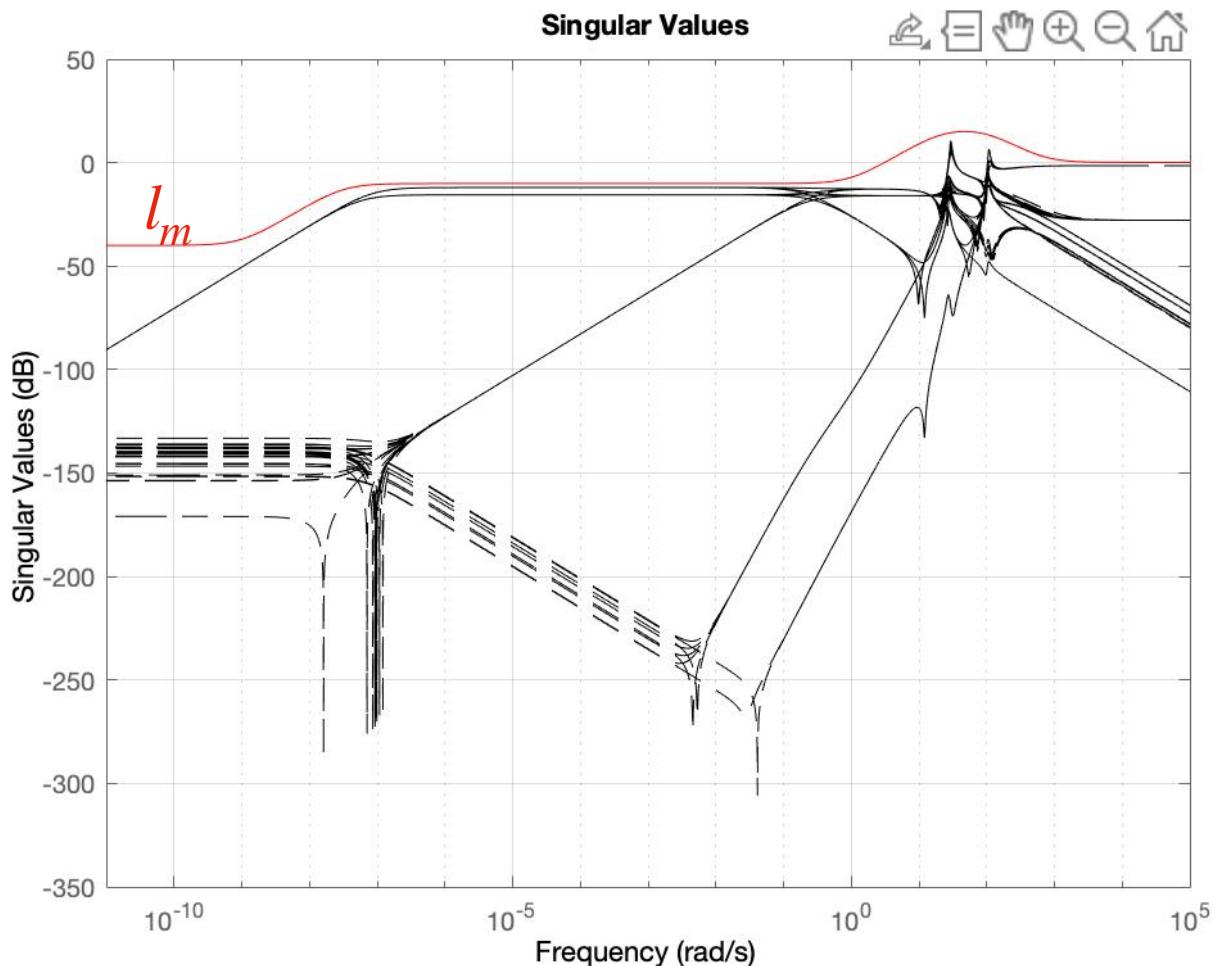
```

input_to_T = '[ Wa ]';
input_to_Int1 = '[ Minv ]';
input_to_Int2 = '[ Int1 ]';
input_to_P1 = '[ Int2 ]';
input_to_P2 = '[ Minv ]';
G = sysic;
outputs = {'alpha'};
G.OutputName = outputs;
%trovo l'andamento delle incertezze
L = (G - Gn)*inv(Gn);
sigma(L, '--k')
i=i+1;

end end

%approssimo con una funzione di trasferimento con 3 poli e 3 zeri
ed un guadagno di 0.01
s=tf('s')
lm=0.01*((1+s*1e9)*(1+s)*(1+s/0.68e3))/((1+s*0.32e8)*(1+s/
22)*(1+s/100));
sigma(lm, 'r')
grid hold off

```

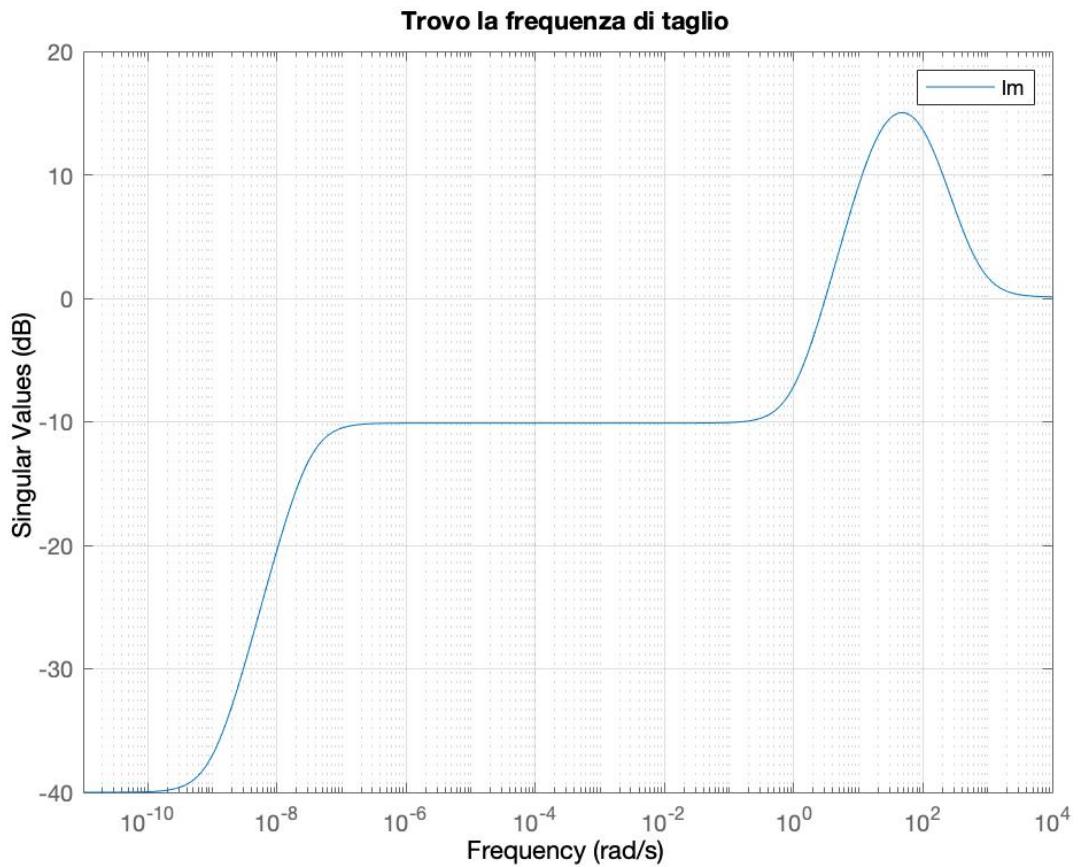


HO PRESO UN  $lm$  CHE APPROSSIMASSE L'ANDAMENTO DELLE INCERTEZZE

## PROGETTO DELL' LQG/LTR

```
%CONTROLLORE LQG/LTR
modello_nominale
s=tf('s');
Phi=inv(s*eye(7)-A); % $(sI-A)^{-1}$ 
lm=0.01*((1+s*1e9)*(1+s)*(1+s/0.68e3))/((1+s*0.32e8)*(1+s/
22)*(1+s/100));
p=1000*(1+s)/(1+s/1e-3);

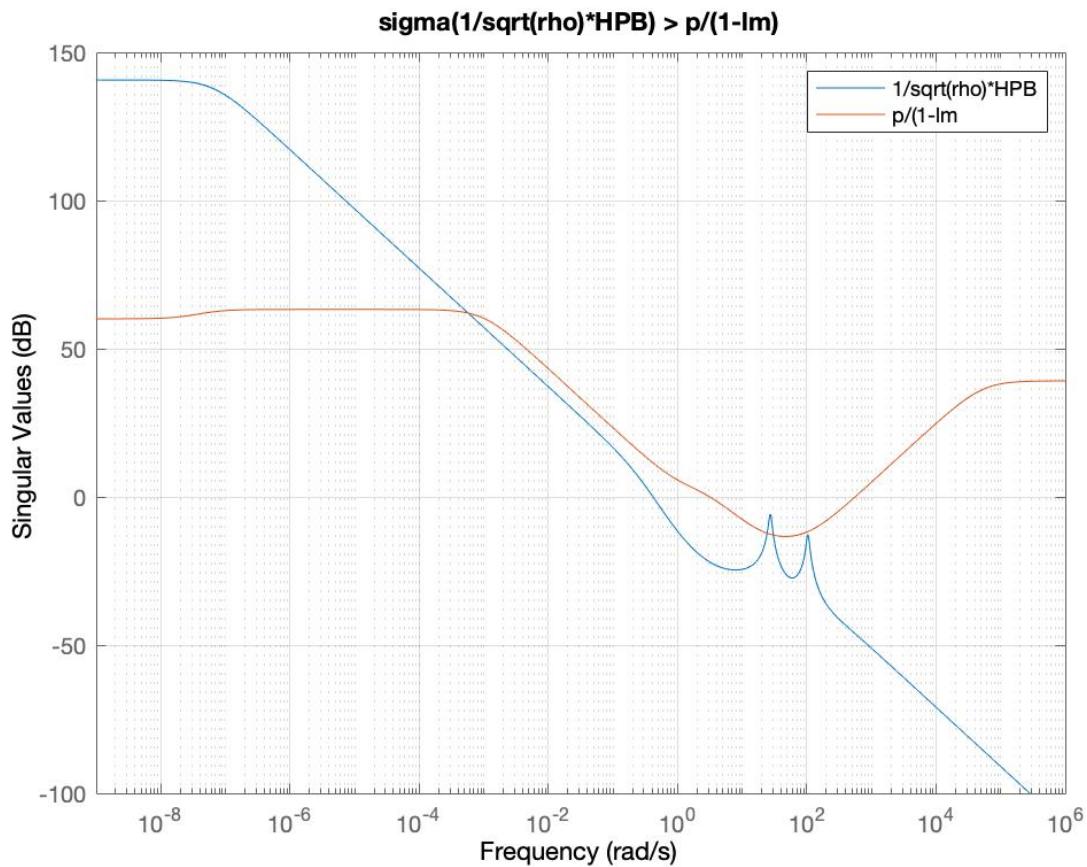
%INPUT LOOP RECOVERY
figure(1);
sigma(lm) % max freq di taglio è 3
hold on
title('Trovo la frequenza di taglio')
legend('lm')
grid
hold off
```



LA PULSAZIONE DI TAGLIO E' A CIRCA 3 rad/s

```
%verifco se sono soddisfatti i requisiti...
```

```
%...di RP in BASSA FREQUENZA
H=0.1*eye(7); %0.1
rho = 0.02; %0.02
HPB = H*Phi*B;
figure(2)
sigma(1/sqrt(rho)*HPB)
hold on
sigma(p/(1-lm))
title('sigma(1/sqrt(rho)*HPB) > p/(1-lm)')
legend('1/sqrt(rho)*HPB','p/(1-lm)')
grid
hold off
```



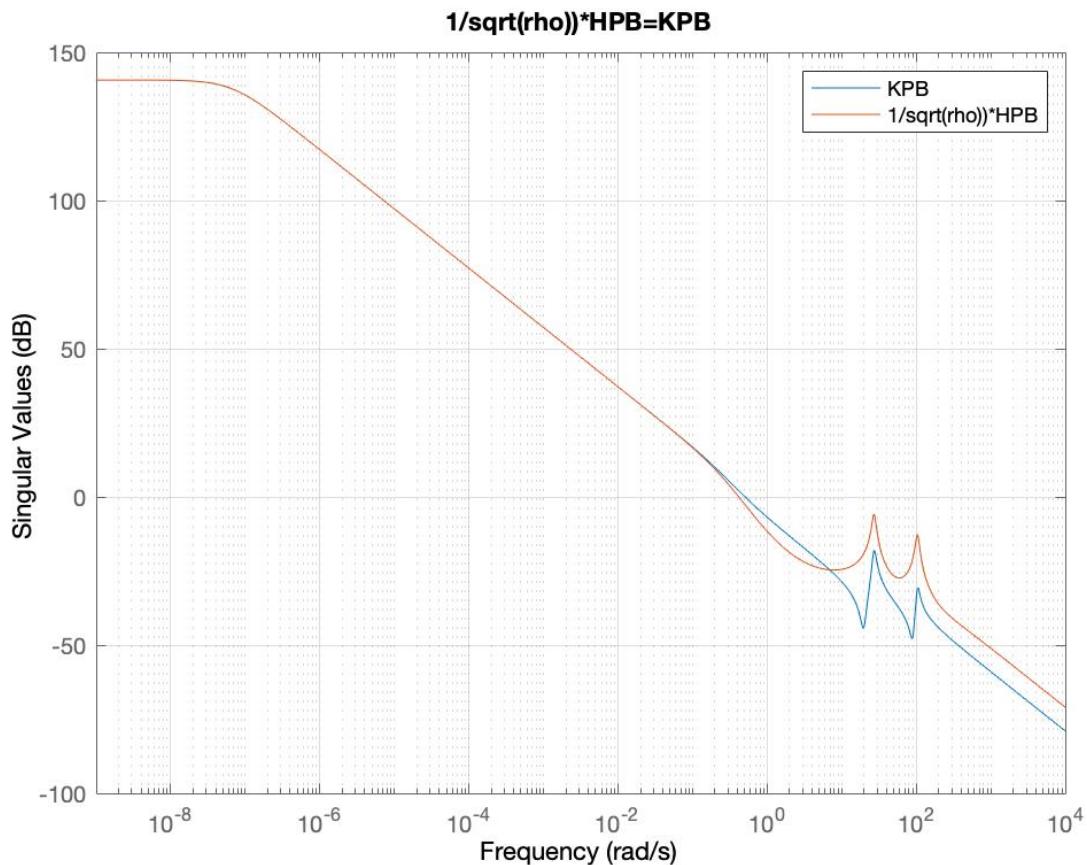
QUESTA E' LA MIGLIOR CONDIZIONE CHE SONO RIUSCITO A TROVARE, SENZA ALTERARE ECCESSIVAMENTE GLI ALTRI VINCOLI; SI POTREBBE SICURAMENTE MIGLIORARE ANDANDO A CERCARE DEI VALORI DI H E RHO PIU' PRECISI

```
%...di RS in ALTA FREQUENZA
HB = H*B;
svds(HB/sqrt(rho),1,'smallest') % 2.8 < 3
%trovo le matrici H e R da cui ricavo il guadagno dell'LQR (Kc)
Q=H'*H;
R=rho;
[Kc,J,CLP] = lqr(G,Q,R);
```

```

%%
%verifico se i requisiti rimangono soddisfatti con il Kc trovato
%1/sqrt(rho))*HPB=KPB
KPB=Kc*Phi*B;
figure(3)
sigma(KPB)
hold on
sigma((1/sqrt(rho))*HPB)
title('1/sqrt(rho))*HPB=KPB')
legend('KPB','1/sqrt(rho))*HPB')
grid
hold off

```

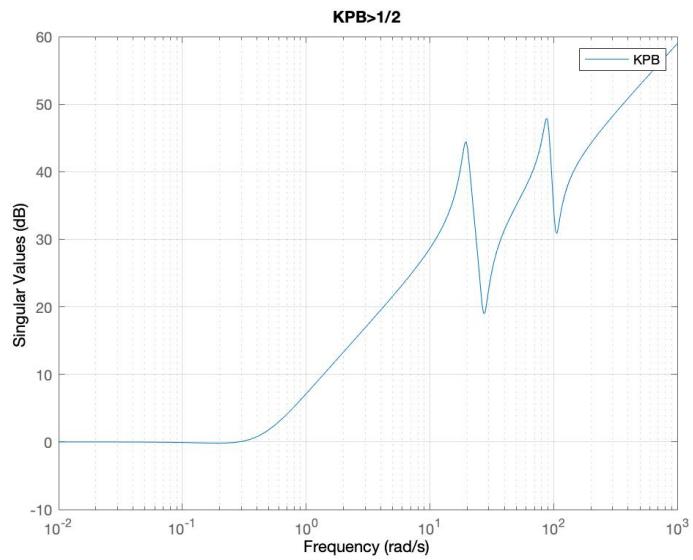


```

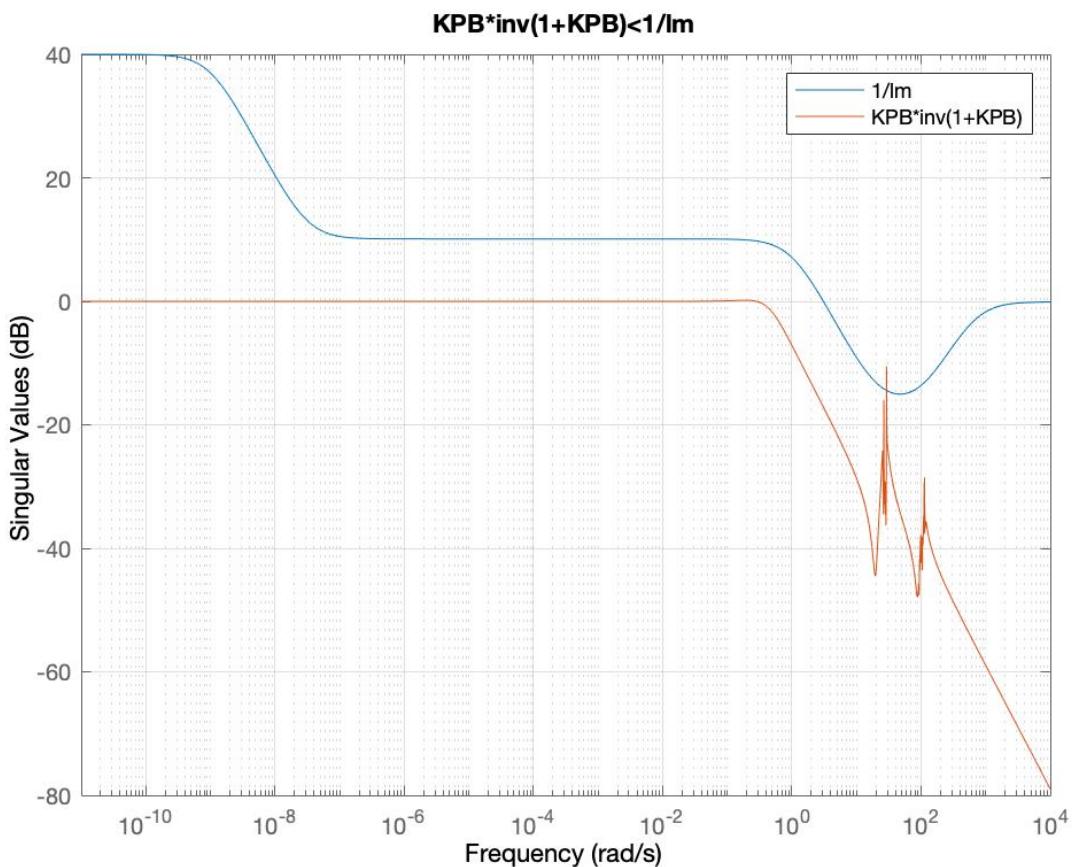
%KPB>1/2

figure(4)
sigma(KPB,[],3) % >1/2 (-6 dB)
hold on
grid
title('KPB>1/2')
legend('KPB')
hold off

```



```
%KPB*inv(1+KPB)<1/lm
figure(5)
sigma(1/lm)
hold on
sigma(KPB*inv(1+KPB))
title('KPB*inv(1+KPB)<1/lm')
legend('1/lm', 'KPB*inv(1+KPB)')
grid
hold off
```

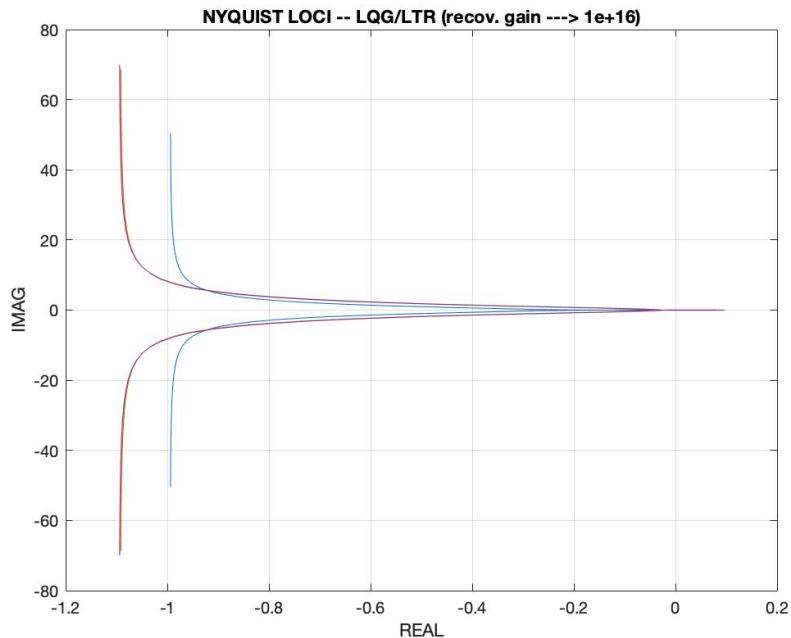


QUESTO VINCOLO AD ALTA FREQUENZA E' ABBASTANZA RISPETTATO

```

%% Effettuo il RECUPERO con il Filtro di Kalman
tzero(C*Phi*B); %sistema a fase minima
Gamma = B*B';
mu=1;
q = [1 1e5 1e10 1e16];
[K_LTR,SVL,W1] = ltrsyn(G,Kc,Gamma,mu,q);
T_lq = K_LTR*G;

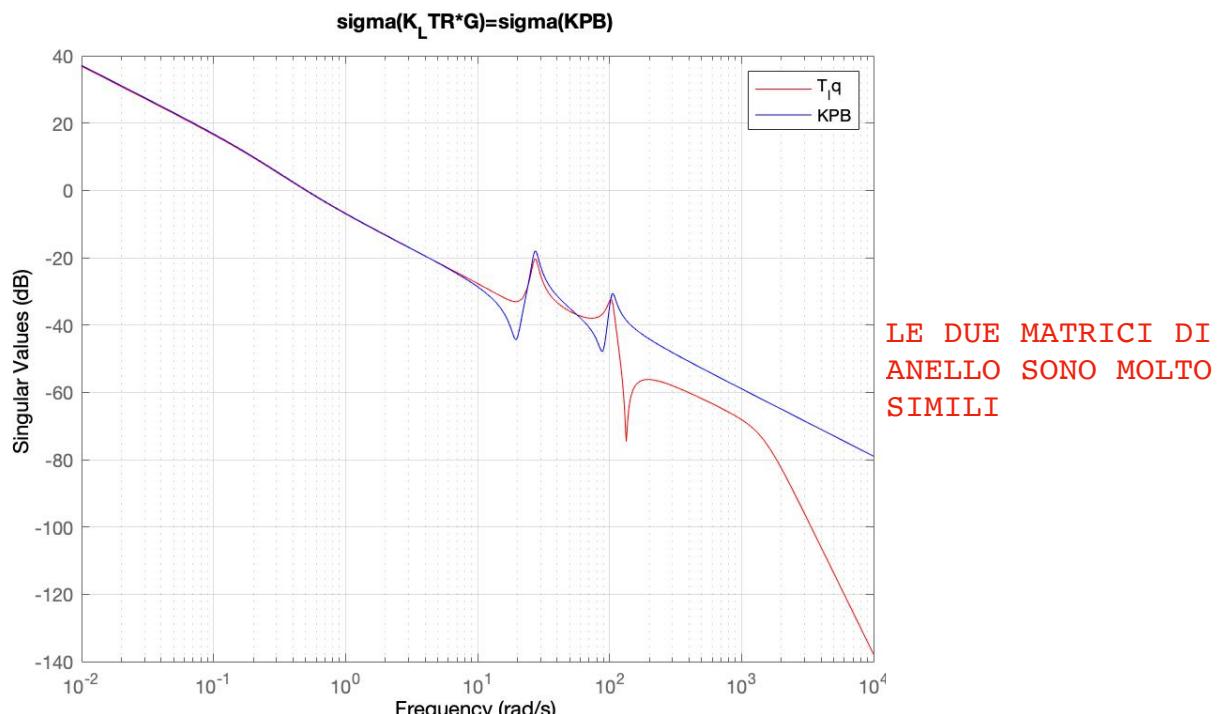
```



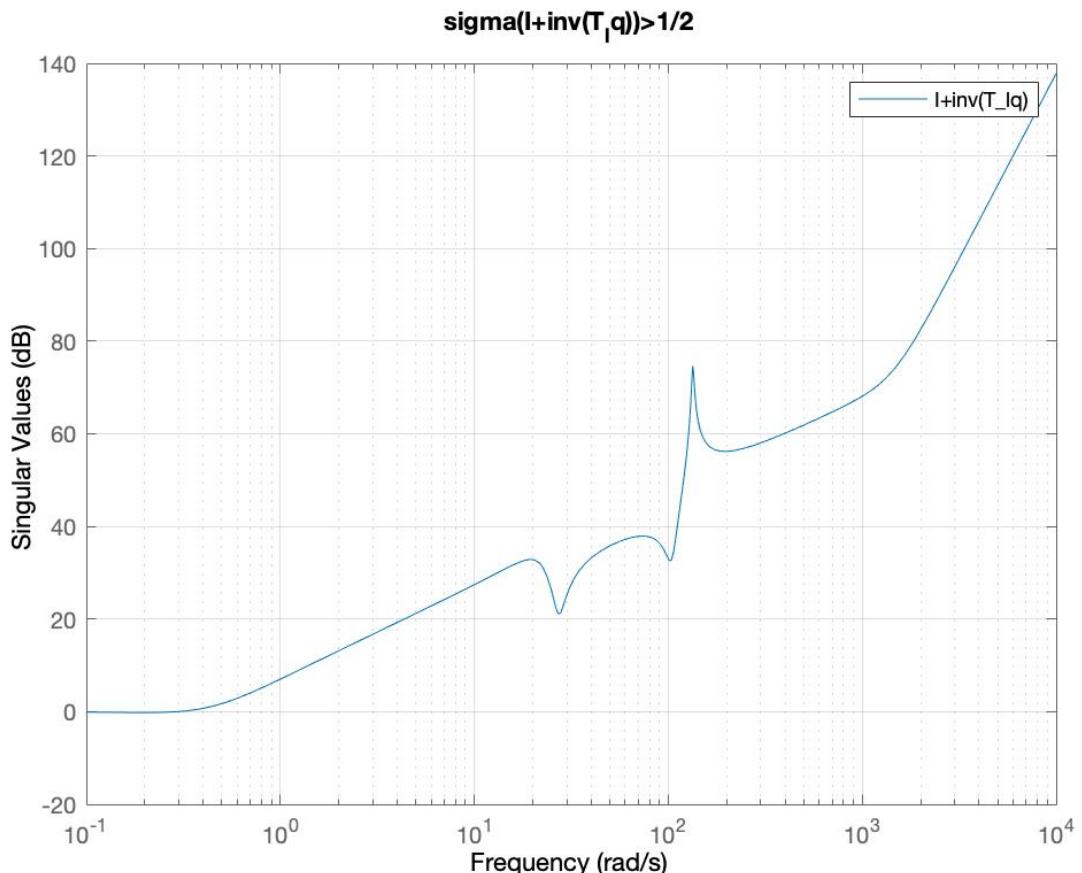
```

%verifico se sigma(K_LTR*G)=sigma(KPB)
figure(7)
sigma(T_lq,'r')
hold on
sigma(KPB,'b')
grid
title('sigma(K_LTR*G)=sigma(KPB)')
legend('T_lq','KPB')
hold off

```



```
%verifico se sigma(I+inv(T_lq))>1/2
figure(8);
sigma(T_lq,[],3) % >1/2 (-6 dB)
hold on
grid
title('sigma(I+inv(T_lq))>1/2')
legend('I+inv(T_lq)')
hold off
```



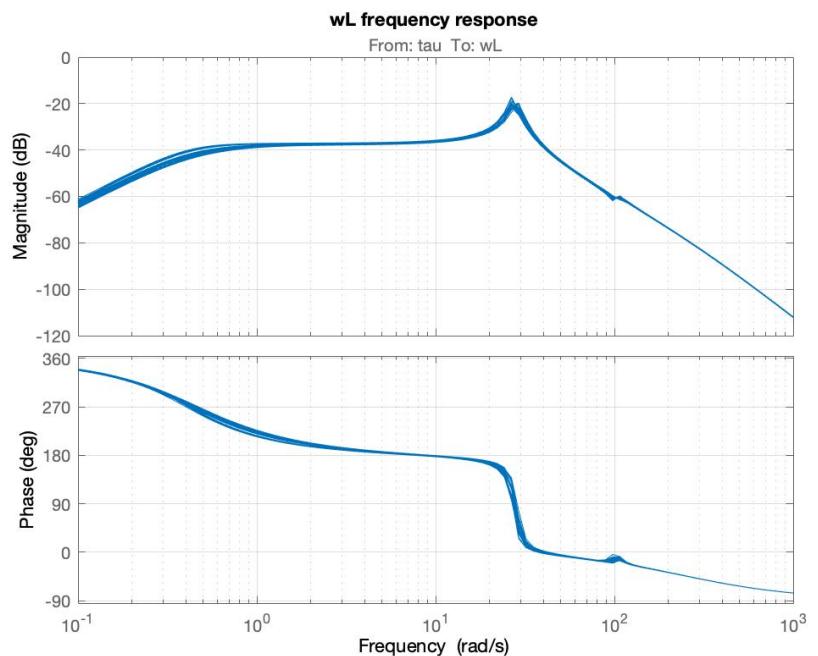
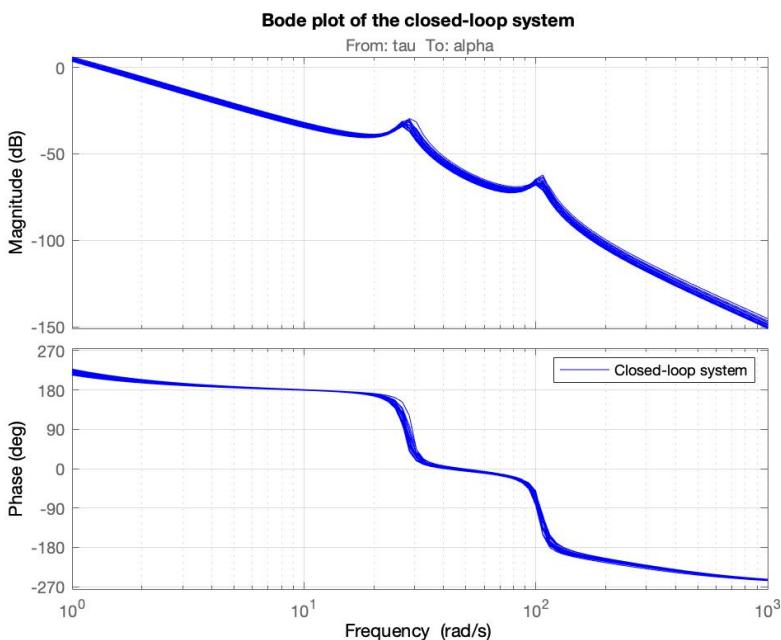
### RISPOSTA IN FREQUENZA DEL SISTEMA CON CONTROLLORE LQG/LTR

```
% RISPOSTA IN FREQUENZA DEL f.l.m con controllore LQG/LTR
% Controller inputs: 1) ref
%                      2) alpha + noise1
sistema_con_controllore_ltr
clp = Gclp; %interconnessione a catena chiusa
%Risposta in frequenza a catena chiusa
ref_loop = clp(1,1); % from ref to alpha
omega = logspace(0,3,100);
figure(1)
bode(ref_loop,'b-',omega), grid
title('Bode plot of the closed-loop system')
legend('Closed-loop system')
%Frequenza di risposta di wL
wl_loop = clp(4,1); % from ref to wL
omega = logspace(-1,3,100);
figure(2)
bode(wl_loop,omega), grid
```

```

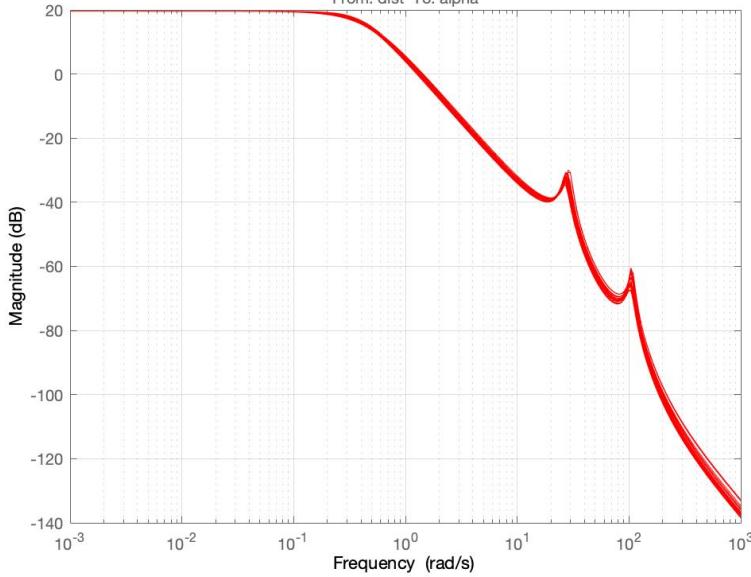
title('wL frequency response')
% Sensitività di uscita al disturbo
sen_loop = clp(1,2); % from dist to alpha
omega = logspace(-3,3,300);
figure(3)
bodemag(sen_loop,'r',omega), grid
title('Sensitivity to the disturbance')
%
% Sensitività di uscita al rumore 1
noise1_loop = clp(1,3); % from noisel to alpha
omega = logspace(-2,3,100);
figure(4)
bodemag(noise1_loop,'r-',omega), grid
title('Sensitivity to the noise 1')
%Frequenza di risposta del controllore
omega = logspace(-3,3,300);
figure(6)
bode(K,'r-',omega), grid
title('Controller Bode plot')
legend('K')

```



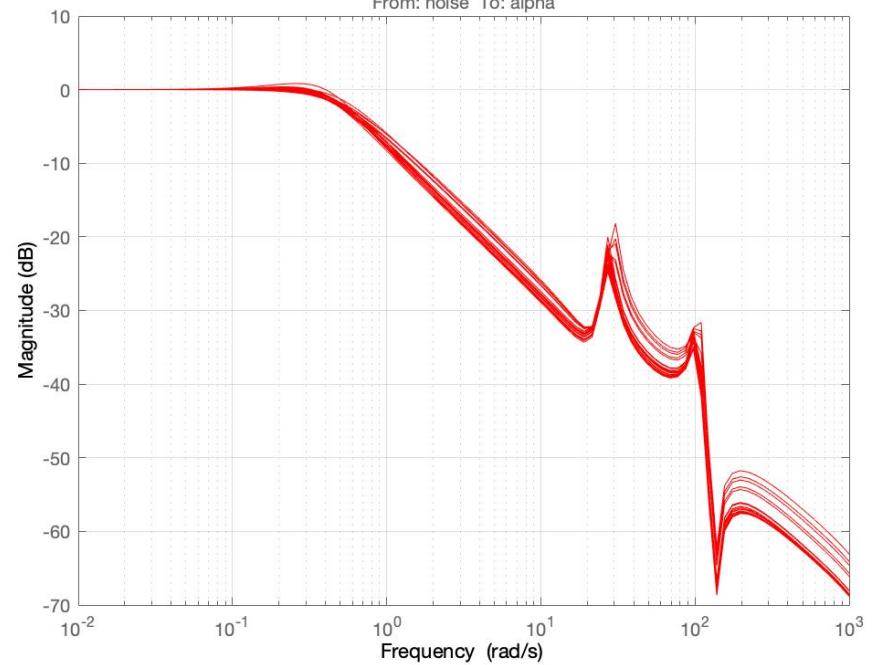
### Sensitivity to the disturbance

From: dist To: alpha

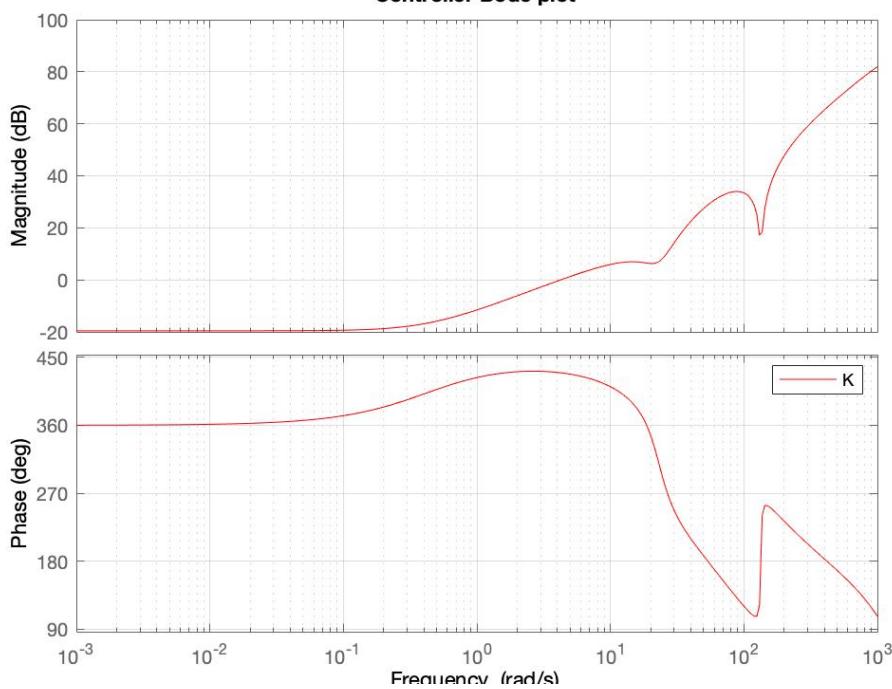


### Sensitivity to the noise 1

From: noise To: alpha



### Controller Bode plot

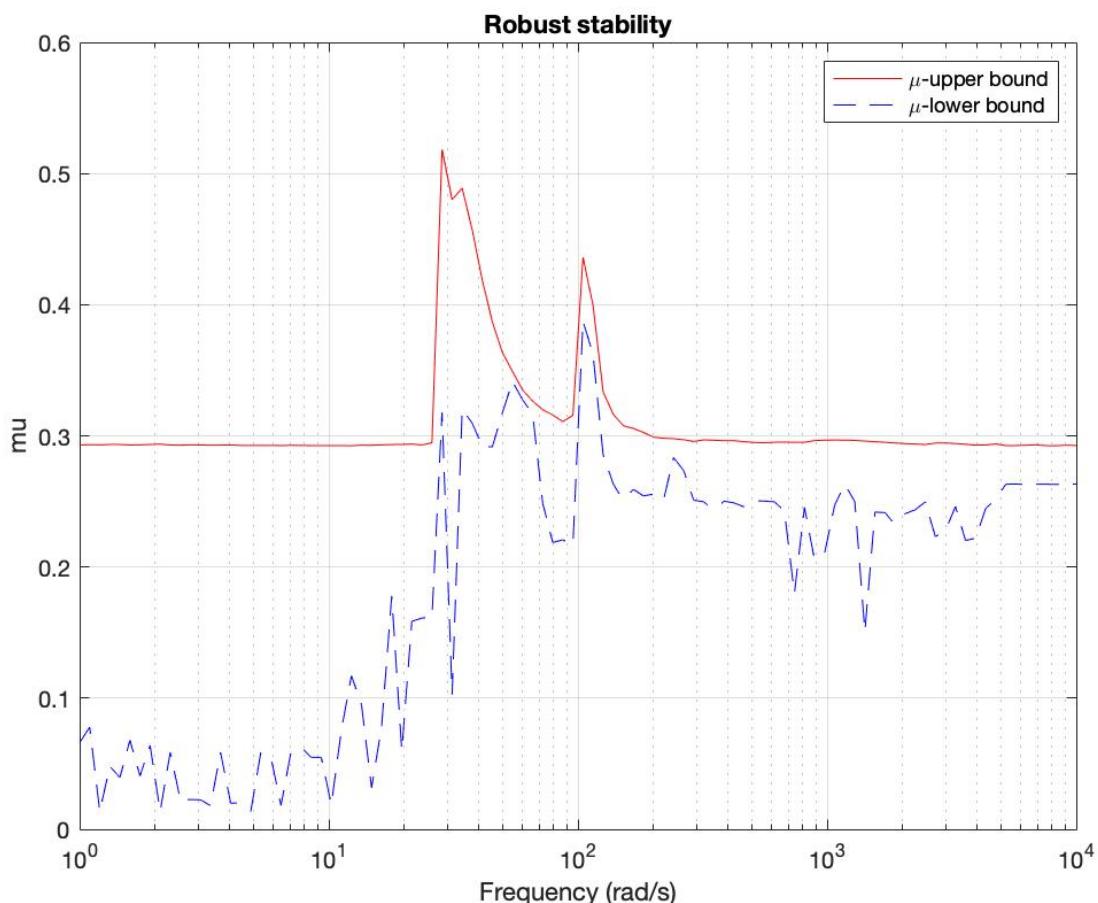


## VERIFICA $\mu$ DELLA ROBUSTEZZA DEL SISTEMA CON CONTROLLORE LQG/LTR

```

omega = logspace(0,4,100);
Gc_g = ufrd(Gc,omega);
opt = robopt('Display','on','Sensitivity','off');
[stabmarg,destabunc,report,info] = robuststab(Gc_g,opt);
stabmarg
report
semilogx(info.MussvBnds(1,1), 'r', info.MussvBnds(1,2), 'b--')
grid
title('Robust stability')
xlabel('Frequency (rad/s)')
ylabel('mu')
legend('\mu-upper bound', '\mu-lower bound')

```



IL VALORE DI MU E' MINORE DI 1 DUNQUE IL SISTEMA E' ROBUSTO

```

stabmarg =
struct with fields:
    LowerBound: 1.9292
    UpperBound: 2.5815
DestabilizingFrequency: 104.7616

```

```

report =

'Assuming nominal UFRD system is stable...'

Uncertain system is robustly stable to modeled uncertainty.'

-- It can tolerate up to 193% of the modeled uncertainty.

-- There is a destabilizing perturbation amounting to 258% of the
modeled uncertainty.

'
' -- This perturbation causes an instability at the frequency 105
rad/seconds.

```

### *RISPOSTA TRANSITORIA DEL SISTEMA CON CONTROLLORE LQG/LTR*

```

sistema_con_controllore_ltr
clp = Gclp
ti = 0.001;      % time increment
tfinl = 1;
time1 = 0:ti:tfinl;
nstep1 = size(time1,2);
ref1(1:nstep1) = pi*time1(1:nstep1)/12-sin(2*pi*time1(1:nstep1))/24;
tfin2 = 30;      % final time value
time2 = tfinl+ti:ti:tfin2;
nstep2 = size(time2,2);
ref2(1:nstep2) = pi/12;
time = [time1, time2];
ref = [ref1,ref2];
dist(1:nstep1+nstep2) = 0;
noise(1:nstep1+nstep2) = 0;

nsample = 30;
clp_30 = usample(clp,nsample);
for i = 1:nsample
    [y,t] = lsim(clp_30(1:5,1:3,i),[ref',dist',noise'],time);
end

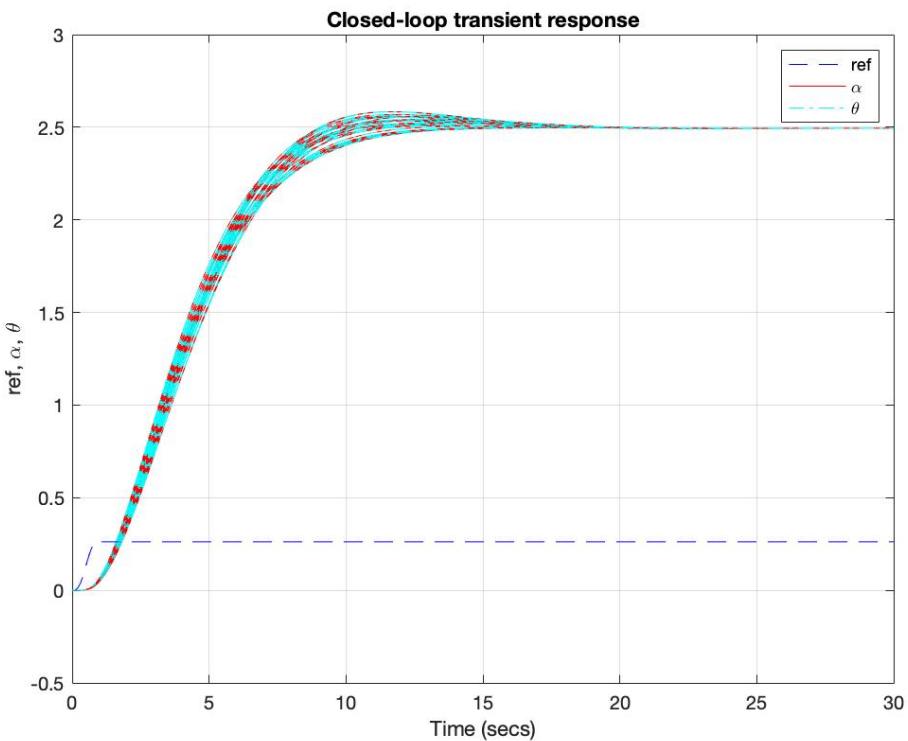
figure(1)
grid
title('Closed-loop transient response')
xlabel('Time (secs)')
ylabel('ref, \alpha, \theta')
legend('ref','\alpha','\theta')
hold off
figure(2)
grid
title('w_L')

```

```

xlabel('Time (secs)')
ylabel('w_L (m)')
hold off
figure(3)
grid
title('Closed-loop control')
xlabel('Time (secs)')
ylabel('u (V)')
hold off
alpha = y(:,1);
theta = y(:,2);
figure(1)
plot(t,ref,'b--',t,alpha,'r-',t,theta,'c-.'), grid
hold on
wl = y(:,4);
figure(2)
plot(t,wl,'r-'), grid
hold on
ur = y(:,5);
figure(3)
plot(t,ur,'r-'), grid
hold on
clear ref1, clear ref2
clear noisel

```



QUESTA E L'INSEGUIMENTO DEL RIFERIMENTO CHE NON E' PROPRIO OTTIMALE,  
MA BISOGNA TENERE IN CONTO DEL FATTO CHE IL SISTEMA CON CUI STO  
LAVORANDO E' A FASE NON MINIMA ED INOLTRE I REQUISITI SU ROBUSTA  
STABILITA' E PRESTAZIONE NON SONO PERFETTAMENTE SODDISFATTI