

Цель работы

1. Изучить задачу об эпидемии
2. Построить графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

Задание

Постановка задачи. Задача об эпидемии

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=10\,700$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=121$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=50$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$ [2].

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа - это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ - это здоровые особи с иммунитетом к болезни [1].

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способно заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ \quad \quad \quad (2) & \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α , β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t=0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(t) \leq I^*$ и $I(t) > I^*$.

Выполнение лабораторной работы

Выполнение работы будем проводить, используя OpenModelica.

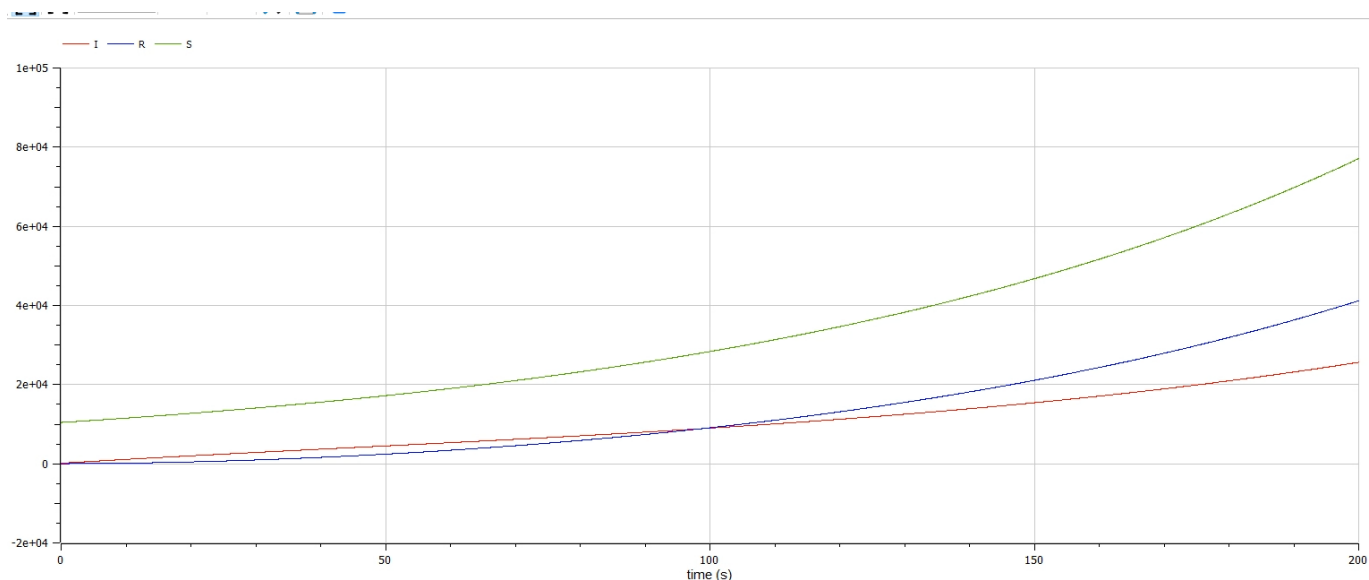
Напишем программу для построения графиков изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни (рис.1).

```

1 model Lab6_1
2   parameter Real a = 0.01;
3   parameter Real b = 0.02;
4   parameter Real N = 10600;
5   parameter Real I0 = 133;
6   parameter Real R0 = 33;
7   parameter Real S0 = N - I0 - R0;
8
9   Real S(start=S0);
10  Real I(start=I0);
11  Real R(start=R0);
12
13  equation
14    der(S) = a*S;
15    der(I) = a*S-b*I;
16    der(R) = b*I;
17  end Lab6_1;

```

Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для первого случая (рис.2).

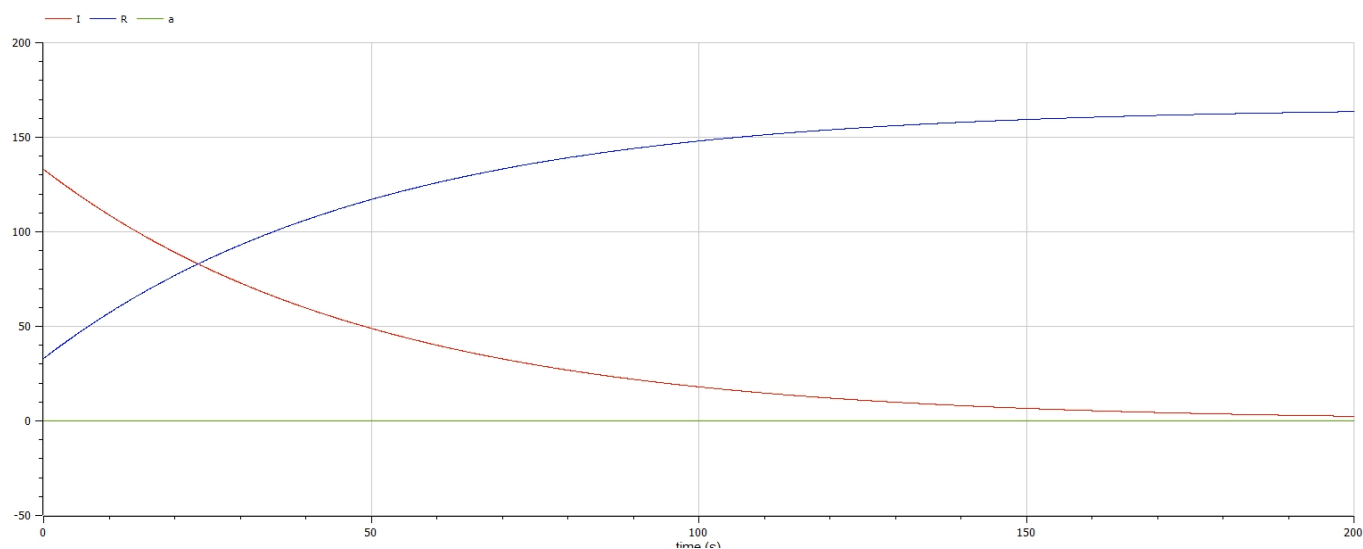


Смоделируем графики изменения числа особей в каждой из трёх групп для второго случая (рис.3).

```

1  model Lab6_2
2  parameter Real a = 0.01;
3  parameter Real b = 0.02;
4  parameter Real N = 10600;
5  parameter Real I0 = 133;
6  parameter Real R0 = 33;
7  parameter Real S0 = N - I0 - R0;
8
9  Real S(start=S0);
10 Real I(start=I0);
11 Real R(start=R0);
12
13 equation
14   der(S) = 0;
15   der(I) = -b*I;
16   der(R) = b*I;
17 end Lab6_2;

```



Выводы

1. Изучена задача об эпидемии
2. Построены графики изменения числа особей в каждой из трёх групп: восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи; инфицированные особи (распространители инфекции); здоровые особи с иммунитетом к болезни. Рассмотрено, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

Список литературы

1. Методические материалы курса
2. Задания к лабораторной работе № 6 (по вариантам)