

SQFREE

Cho một số nguyên dương x thỏa mãn $x \geq 2$. Hãy kiểm tra xem tích các ước nguyên tố của x có nhỏ hơn x hay không. Trong trường hợp x chỉ có một ước nguyên tố, ta định nghĩa tích các ước nguyên tố của x chính là ước nguyên tố duy nhất của x .

Lời giải

Ta thấy đáp án là NO khi mà chỉ khi phân tích x ra thừa số nguyên tố, ta thu được $x = p_1 p_2 \dots p_n$ với p_1, p_2, \dots, p_n là các số nguyên tố đôi một khác nhau.

Giả sử các ước nguyên tố của x đều nhỏ hơn 10^7 . Để giải được trường hợp này, ta chỉ cần tính trước các số nguyên tố 10^7 bằng sàng Eratosthenes, sau đó phân tích x thành các thừa số nguyên tố bằng cách thử lần lượt các số nguyên tố đã tính được. Trong quá trình phân tích nếu ta có thể chia x với một số nguyên tố p hai lần thì ta in YES rồi kết thúc thuật toán.

Giả sử x có ước nguyên tố lớn hơn 10^7 . Sau khi chia x cho tất cả các ước nguyên tố nhỏ hơn 10^7 , ta sẽ thu được số $1 < x' \leq 10^{18}$. x' sẽ thuộc một trong hai dạng sau:

- x' là bình phương của một số nguyên tố. Ta kiểm tra điều này bằng cách kiểm tra xem $\sqrt{x'}$ có là một số nguyên hay không, và nếu có thì $\sqrt{x'}$ có là số nguyên tố hay không. Đáp án trong trường hợp này là YES
- Nếu không thuộc dạng trên, x' phải là một số nguyên tố, hoặc là tích của hai số nguyên tố khác nhau (lưu ý $x' \leq 10^{18}$ không thể là tích của ba số nguyên tố lớn hơn 10^7). Đáp án trong trường hợp này là NO