

AID

Cho một cây gồm N đỉnh, với đỉnh 1 được đặt làm gốc. Tìm một đường đi *ngắn nhất* bất kì trên cây sao cho bắt đầu đỉnh 1 và đi qua **chính xác** K đỉnh.

Lời giải

Nhận xét: Một đường đi bắt đầu từ đỉnh 1, đi qua **chính xác** K đỉnh và **quay trở về đỉnh** 1 là một đường đi bao bọc cây con gồm K đỉnh có gốc tại 1. Các cạnh của cây con đều được đi qua 2, một lần đi xuống và một lần đi lên để trở về. Do đó độ dài của **mọi** đường đi trên cây thỏa mãn điều kiện trên đều bằng nhau và bằng $(K - 1) \times 2$.

Quay về bài gốc, ta cần tìm một đường đi ngắn nhất đi qua K đỉnh và không cần phải quay về đỉnh 1. Độ dài của con đường cần tìm sẽ là $(K - 1) \times 2 - L$. Trong đó, L là đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh thứ K được đi tới (cũng là nút lá trên cây con). Bởi vì trên con đường $(K - 1) \times 2$, khi đã tới được đỉnh thứ K sẽ quay về đỉnh 1, nhưng đường đi này là không cần thiết, nên ta sẽ trừ đi một đoạn L là độ dài từ đỉnh 1 đến đỉnh thứ K . Như vậy, ta cần tìm đoạn L lớn nhất để rút ngắn đường đi.

Đầu tiên ta xác định đoạn L bằng *Dfs*, tìm một đường đi có độ dài lớn nhất không vượt quá K . Sau đó duyệt từng đỉnh trên đường đi này, đi ra các nhánh con khác để cho đủ K đỉnh.

Độ phức tạp: $O(N)$.
