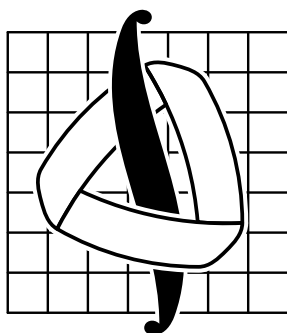


МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
Механико-математический факультет



**Голод Е.С.**  
**Алгебра**

3 семестр, первый поток

22 ноября 2015 г.

# 1 Линейные представления (действия) групп

Зафиксируем поле  $\mathbb{K}$ , над которым будем рассматривать векторное пространство  $V(+, \cdot, \cdot)$  (умножение на скаляр и на элементы  $G$ ).

**Определение.** Задано линейное действие, если задано умножение элементов из  $V$  слева на элементы из  $G$ ,  $\forall g \in G, v \in V (g, v) \mapsto gv \in V$ , т. ч.  $\forall v, v_1, v_2 \in V \forall g, h \in G, \forall \lambda \in \mathbb{K}$

$$1^\circ (gh)v = g(hv)$$

$$2^\circ ev = v$$

$$3^\circ g(v_1 + v_2) = gv_1 + gv_2$$

$$4^\circ g(\lambda v) = \lambda(gv)$$

Линейное представление  $\rho: G \rightarrow \mathbf{GL}(V)$ ,  $\rho(g)(v) = gv$  и обратно  $gv = \rho(g)(v)$ .

**Обозначение.**  $(G, V, \rho)$  эквивалентно записи  $\rho = (G, V)$ .

**Определение.** Подпространство  $U \subseteq V$  является подрепresentацией, если оно инвариантно относительно действий элементов  $G$ , т. е.  $\forall u \in U \forall g \in G gu \in U$ .