

# Измерение удельного заряда электрона

Голышев Иван и Медведев Илья

Московский физико-технический институт

Сентябрь, 2022

# Цель работы

Определение отношения заряда электрона к его массе методом магнитной фокусировки и методом магнетрона.

# Метод магнитной фокусировки: теория

Пусть магнитное поле однородно и постоянно ( $\vec{B} = \text{const}$ ). Тогда траектории движения заряженных частиц в нем имеют форму спирали, радиус которых описывается:

$$r_B = \frac{v_{\perp}}{\omega_B} = \frac{mv_{\perp}}{qB} \quad (1)$$

Откуда найдем шаг спирали за циклотронный период:

$$T_B = \frac{2\pi r_B}{v_{\perp}} \longrightarrow L = v_{\parallel} T_B = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} \cdot B}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол между  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

# Метод магнитной фокусировки: теория

При малых углах  $\alpha \ll 1$ ,  $\cos \alpha \approx 1$  :

$$L \approx \frac{2\pi v}{\frac{e}{m} B} \quad (3)$$

Значит при малых углах  $L \neq L(\alpha)$ . Откуда делается вывод, что индукция поля  $B$  определяется только удельным зарядом электрона  $\frac{e}{m}$ .

# Метод магнитной фокусировки: экспериментальная установка и методика эксперимента



Рис. 1. Схема измерений по методу магнитной фокусировки

Если расстояние от пушки до экрана  $l$ , то пучок сфокусируется на экране при условии

$$l = nL, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

# Метод магнитной фокусировки: экспериментальная установка и методика эксперимента

Скорость движения электрона можно найти, зная разность потенциалов  $U_A$ , пройденную электроном:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_A \longrightarrow v_{\parallel} = \sqrt{\frac{2eU_A}{m}} \quad (5)$$

Обозначая  $B_f$  – величину поля при фокусировки пучка электронов, получим:

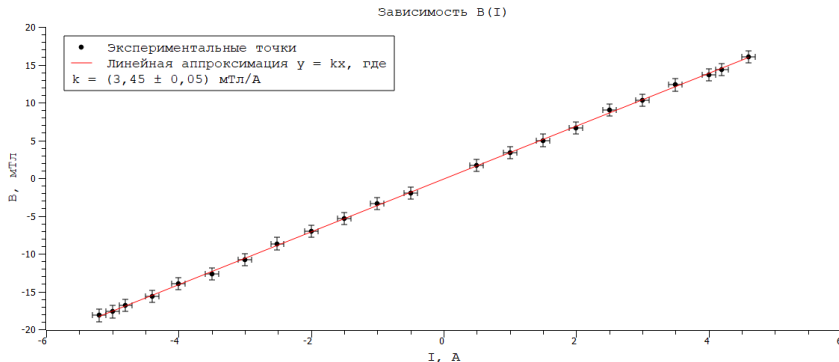
$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{l^2} \frac{n^2}{B_f^2(n)} \quad (6)$$

# Метод магнитной фокусировки: ожидания

- Результат  $\frac{e}{m}$  должен совпасть с результатом, полученным методом магнетрона,
- Калибровочный график  $B(I)$  должен быть линейным,
- Расчетный график  $B_f(n)$  тоже должен быть линейным.

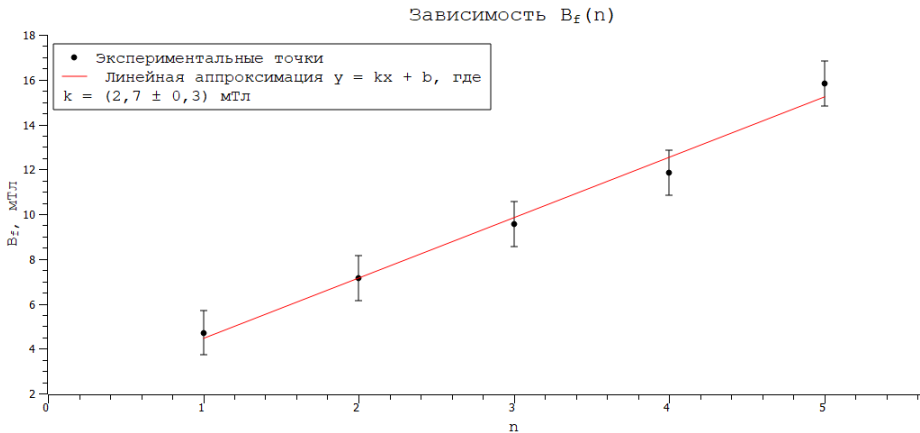
# Метод магнитной фокусировки: обработка результатов

1. Снимаем зависимость ( $I$ ). С помощью формулы  $B = \mu_0 N I$  получаем зависимость  $B(I)$ .





2. Из графика  $B(I)$ , определяем усредненные значения  $B_f$  для каждого фокуса. Строим  $B_f(n)$  :



Из графика (2) и формулы (6), получаем:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{l^2} \frac{n^2}{B_f^2(n)}$$

$$\longrightarrow \frac{e}{m} = (1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

# Метод магнетрона: теория

В так называемом методе магнетрона отношение  $e/m$  измеряется на основе исследования движения электрона в скрещенных электрическом и магнитном полях, перпендикулярных друг другу.

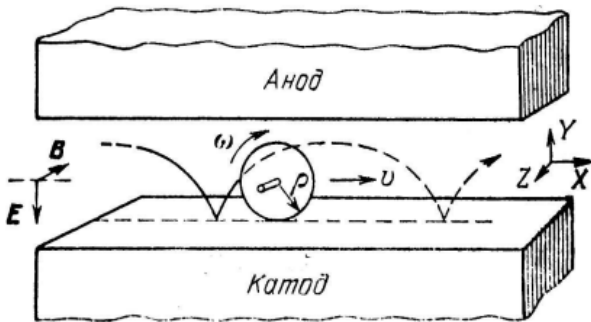


Рис. В.1. Движение заряда в скрещенных полях

Пусть  $\vec{E} \perp \vec{B}$ . Тогда

- $\forall U \exists B_{cr}$  : траектории электронов касаются поверхности анода.
- Если  $B < B_{cr}$ , то все электроны достигают анода и ток через магнетрон имеет то же значение, что и без магнитного поля.
- Если же  $B > B_{cr}$ , то электроны не достигают анода и ток через лампу равен нулю.

# Метод магнетрона: теория

Расчет  $B_{cr}$  :

$$m\dot{\vec{v}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (7)$$

$$\longrightarrow \dot{v}_x = \omega_B v_y, \quad \dot{v}_y = \frac{q}{m} E - \omega_B v_x \quad (8)$$

Решение дифф. уравнений – циклоида:

$$x = vt - R \sin \omega t, \quad y = R(1 - \cos \omega t), \quad (9)$$

где  $v = \frac{E}{B}$ ,  $R = \frac{Em}{eB^2}$ .

Касание происходит при  $2R = h$ . Откуда:

$$B_{cr} = \frac{\sqrt{2U}}{h\sqrt{\frac{e}{m}}} \longrightarrow \frac{e}{m} = \frac{2U}{B_{cr}^2 h^2} \quad (10)$$

# Метод магнетрона: экспериментальная установка и методика

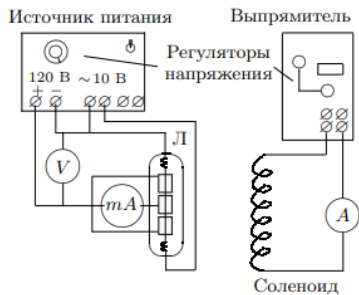


Рис. 5. Схема измерительной установки

Движение электронов в этом случае происходит в кольцевом пространстве, заключённом между катодом и анодом двухэлектродной электронной лампы (рис. 2).

# Метод магнетрона: экспериментальная установка и методика

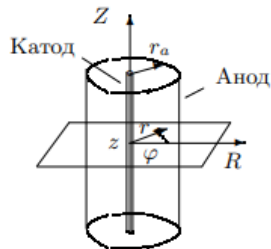


Рис. 2. Схема устройства двухэлектродной лампы

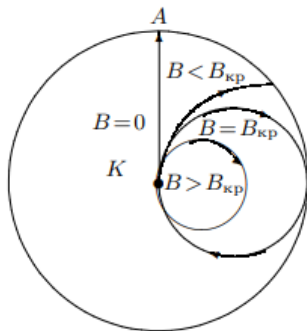


Рис. 3. Траектории электронов, вылетающих из катода, при разных значениях индукции магнитного поля

# Метод магнетрона: экспериментальная установка и методика

Пусть потенциал анода равен  $U_A$ . Решая задачу о движении электрона в магнетроне, получим, что:

$$eU = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + (r\frac{eB}{2m})^2) \quad (11)$$

При  $r = r_a$   $\dot{r} = 0$ . Откуда:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_A}{r_A^2 B_{cr}^2} \quad (12)$$

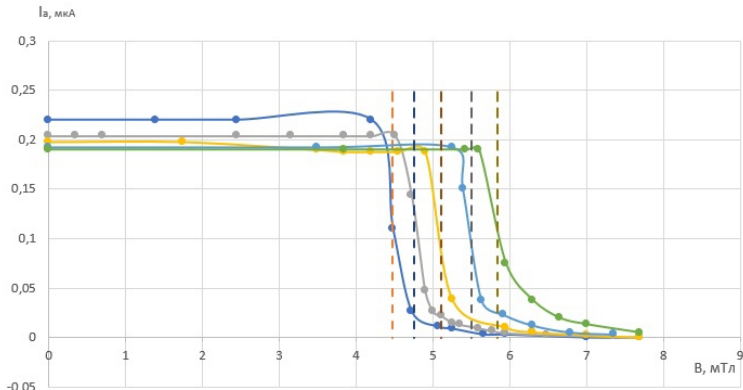


# Метод магнетрона: ожидания

- Результат  $\frac{e}{m}$  должен совпасть с результатом, полученным методом магнитной фокусировки,
- Зависимости  $I_M(I_C)$  должны иметь на некотором участке резкий наклон,
- Зависимость  $B_{cr}^2(U_A)$  должна быть линейной.

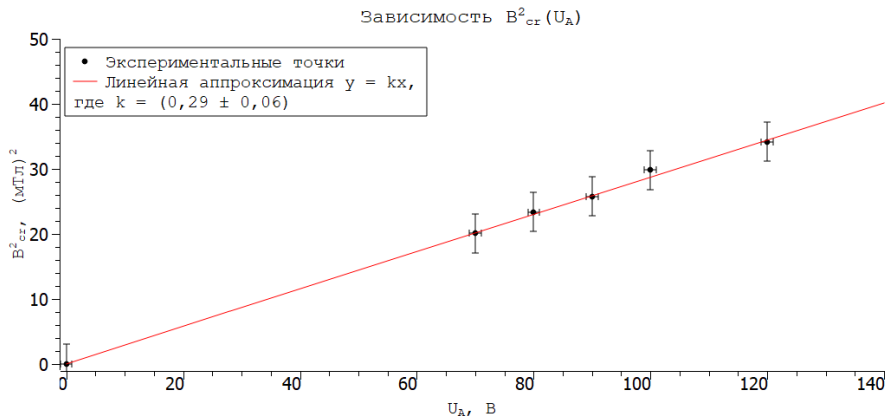
# Метод магнетрона: обработка результатов

1. Снимаем зависимость  $I_M(I_C)$  для пяти значений  $U_A$ . Домнажаем  $I_C$  на переводной коэффициент  $k = 3,5 \cdot 10^{-3}$  (он был написан на установке). Строим семейство кривых  $I_M(B)$  :



# Метод магнетрона: обработка результатов

2. По участкам с резким наклоном графиков определяем  $B_{cr}$ . Строим график  $B_{cr}^2(U_A)$ :



3. По наклону графика (4) и из формулы (12) получаем:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_A}{r_A^2 B_{cr}^2}$$

$$\longrightarrow \frac{e}{m} = (1,9 \pm 0,3) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

- $(\frac{e}{m})_{focus} = (1,2 \pm 0,4) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$
- $(\frac{e}{m})_M = (1,9 \pm 0,3) \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$
- $(\frac{e}{m})_{table} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$

Как мы видим экспериментально полученные значения попадают в  $2\sigma$  окрестность эталонного значения.

Недостатки метода магнетрона:

В идеальной модели график  $I(B)$  должен иметь вертикальный скачок в точке  $B_{cr}$ , но на практике такой зависимости нет. Авторы считают, что это связано с неоднородностью поля и с тепловым движением электронов. Поэтому уравнение (7) точно не описывает траекторию движения всех электронов.