имя	рост
Маша	150 ✓
Паша	160
Саша	180
Даша	190 ✓

← генеральная совокупность (из 4 человек)

3 исследователя спросили рост у 2 случ. людей

1) МД → $\hat{\mu}_1 = 170$

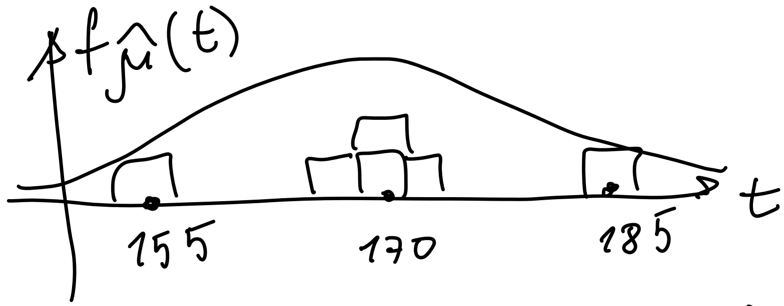
2) СД → $\hat{\mu}_2 = 185$

3) МП → $\hat{\mu}_3 = 155$

$$\mu = \frac{1}{4}(150 + 160 + 180 + 190) = 170$$

выборка из 2 человек $\left(C_2^4 = \frac{4!}{2!\,(4-2)!} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \right)$

выборка	$\hat{\mu}$ ← случайная величина
МП	155
МС	170 ✓
МД	165 •
ПС	175 •
ПД	170 ✓
СД	185



$$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}(X_1 + \ldots + X_n) \xrightarrow[n \to \infty]{\text{ЦПТ}} N(?\,,\,?)$$

$$\mathbb{E}[\overline{X}] = \mathbb{E}\left[\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)\right] =$$

$$= \frac{1}{n}\left(\underbrace{\mu + \dots \mu}_{n \text{ раз}}\right) = \frac{1}{n} \cdot \mu n = \mu$$

$$\operatorname{var}[\overline{X}] = \operatorname{var}\left(\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)\right) =$$

$$= \frac{1}{n^2} \operatorname{var}(X_1 + \dots + X_n) =$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(\underbrace{\operatorname{var}(X_1)}_{\sigma^2} + \dots + \underbrace{\operatorname{var}(X_n)}_{\sigma^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot (n \cdot \sigma^2) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\hat{\mu} = \overline{X} \underset{n \to \infty}{\overset{\text{ЦПТ}}{\sim}} N\left(\mu, \frac{\hat{\sigma}^2}{n}\right)$$

$$\mathbb{P}\left(\mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \overline{X} \le \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.999$$

$$-\overline{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le -\mu \le 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \overline{X} \quad \Big| \cdot (-1)$$

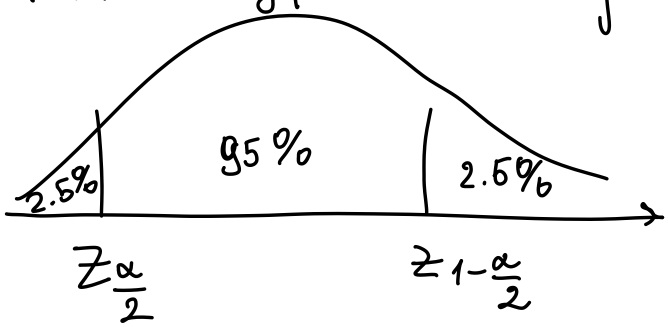
$$\overline{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ge \mu \ge \overline{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\overline{X} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$P\left(\mu \in \bar{X} \pm 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.999$$

$\alpha = 0.05$ (5%) – уровень значимости

$1-\alpha = 0.95$ уровень доверия



MD. $\hat{\mu}_1 = 170$

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{1}{2-1}\left((150-170)^2 + (190-170)^2\right)} \approx 28$$

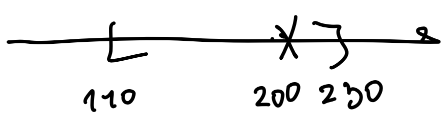
$170 \pm 3 \cdot \frac{28}{\sqrt{2}}$ – доверительный интервал

$$P(110 \le \mu \le 230) \approx 99.9\%$$

гипотезы:

H_0: $\mu = 200$

H_A: $\mu \neq 200$



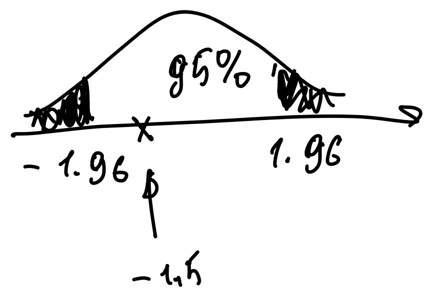
$200 \in [110; 230]$

гипотеза данным не противоречит

$$\hat{\mu} = \bar{X} \underset{H_0}{\sim} N\left(200, \frac{\hat{\sigma}^2}{n}\right)$$

$$z = \frac{\hat{\mu} - 200}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \underset{H_0}{\sim} N(0, 1)$$

$$z_{obs} = \frac{170 - 200}{28/\sqrt{2}} \approx -1.5$$



не отвергаем гипотезу

Метод моментов

$$X_1, \dots, X_n \underset{iid}{\sim} Poiss(\lambda)$$

λ - интенсивность

$$\mathbb{E}[X_i] = Var[X_i] = \lambda$$

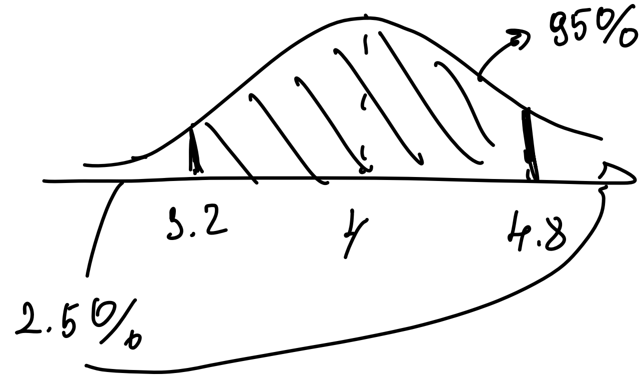
$$\mathbb{E}[X_i] - \bar{X}_n = \lambda \Rightarrow \hat{\lambda}^{MM} = \bar{X}$$

$$\hat{\lambda}^{MM} = \bar{X} \overset{ц.п.т}{\sim} N\left(\lambda, \frac{\hat{\lambda}}{\;}\right)$$

$(\quad , n)$

$\bar{X}_{100} = 4 \quad , \quad \alpha = \underline{5}\%$

DU: $4 \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{4}{100}} \rightsquigarrow \lambda \in [3.2, 4.8]$



$X_1, \dots, X_{100} \sim \text{iid Poiss}(\lambda_x)$
$Y_1, \dots, Y_{100} \sim \text{iid Poiss}(\lambda_y)$

$\bar{X} = 4 \quad , \quad \bar{Y} = 5$

$\hat{\lambda} = \bar{X}$

$\Delta = \bar{Y} - \bar{X} = \hat{\lambda}_y - \hat{\lambda}_x \sim N\left(\lambda_y - \lambda_x, \frac{\lambda_y}{100} + \frac{\lambda_x}{100}\right)$

$\bar{Y} \sim N\left(\lambda_y, \frac{\lambda_y}{100}\right)$
$\bar{X} \sim N\left(\lambda_x, \frac{\lambda_x}{100}\right)$

$\quad (5 - 4) \pm 1.96 \sqrt{\frac{5+4}{}}$

$$\Delta \approx (5-4) \pm 1.96 \cdot \sqrt{\frac{[illegible]}{100}}$$

$$\Delta \approx 1 \pm 1.96 \cdot \frac{3}{10}$$

$$\Delta \in [0.6 \; ; \; 1.4]$$