

# 3 задача: Максимальный поток в неориентированном графе (1)

3 модуль, 2 семестр

ФИВТ МФТИ, 2019

Описание by Илья Белов

## 1. Текст задачи

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

**Вариант 1. С помощью алгоритма Эдмондса-Карпа.**

Вариант 2. С помощью алгоритма Диница.

Формат входного файла.

Первая строка входного файла содержит  $n$  и  $m$  — количество вершин и количество ребер графа ( $2 \leq n \leq 100$ ,  $1 \leq m \leq 1000$ ). Следующие  $m$  строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят  $10^5$ .

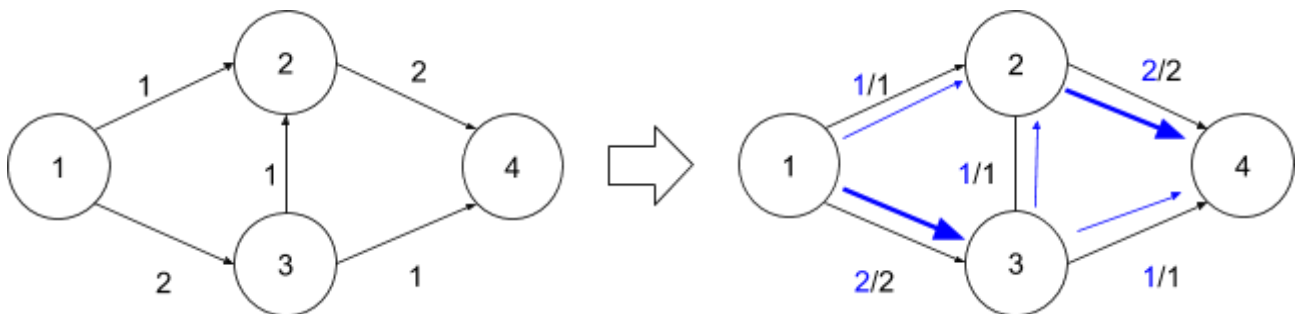
Формат выходного файла.

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером  $n$ .

Пример:

in	out
4 5 1 2 1 1 3 2 3 2 1 2 4 2 3 4 1	3

Иллюстрация примера:



## 2. Описание алгоритма

- 1) Изначально все потоки равны нулю
- 2) Находим кратчайший в рёберном смысле путь из истока в сток. Если такового нет, максимальный поток найден, завершаем алгоритм
- 3) Через найденный путь пускаем максимальный возможный поток, равный минимальной пропускной способности рёбер на пути
- 4) Обновляем остаточную сеть
- 5) Возвращаемся к пункту 2)

## 3. Доказательство корректности

На каждой итерации 2-5 поток в графе  $G$  увеличивается вдоль одного из кратчайших путей в  $G_f$  из истока  $s$  в сток  $t$ . Этот процесс повторяется до тех пор пока существует кратчайший  $s \rightarrow t$  путь в  $G_f$ . Если в  $G_f$  не существует кратчайшего пути из  $s$  в  $t$ , значит, не существует вообще никакого  $s \rightarrow t$  пути в  $G_f$  следовательно по теореме Форда-Фалкерсона найденный поток  $f$  максимальный.

#### **4. Время работы и дополнительная память**

$$T = O(VE^2)$$

$$M = O(V + E)$$

#### **5. Доказательство времени работы и дополнительной памяти**

Время работы: см. на Викиконспектах:

[https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм\\_Эдмондса-Карпа](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Алгоритм_Эдмондса-Карпа)

Дополнительная память: нам необходимо хранить копию графа, на которой мы и будем считать поток