

# Задание 4 “RMQ и деревья по неявному ключу”

Д е д л а й н 20 м а я 2019 г .

С с ы л к а н а к о н т е с т :

<https://contest.yandex.ru/contest/12703/enter/>

В е д о м о с т ь :

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1Y0w6mLCwHihoDzg9Ot7SahquiY1dx3Y4BkEpynn6z2s/edit#gid=1410407627>

## Задача 1. Вторая статистика (RMQ) (5 баллов)

Дано число  $N$  и последовательность из  $N$  целых чисел. Найти вторую порядковую статистику на заданных диапазонах.

Для решения задачи используйте структуру данных **Sparse Table**. Требуемое время обработки каждого диапазона  $O(1)$ . Время подготовки структуры данных  $O(n \log n)$ .

Формат входных данных.

- В первой строке заданы 2 числа: размер последовательности  $N$  и количество диапазонов  $M$ .
- Следующие  $N$  целых чисел задают последовательность.
- Далее вводятся  $M$  пар чисел - границ диапазонов.

Гарантируется, что каждый диапазон содержит как минимум 2 элемента.

Формат выходных данных.

Для каждого из  $M$  диапазонов напечатать элемент последовательности - 2ю порядковую статистику. По одному числу в строке.

in	out
10 3	2
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	2
1 2	3
1 10	
2 7	

## Задача 2. Дерево отрезков (5 баллов)

### 2\_1. Сумма на подотрезке.

Дан массив из целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  (индексация с 1!). Для каждого запроса  $[left, right]$  найдите такой подотрезок  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$  этого массива ( $1 \leq left \leq l \leq r \leq right \leq n$ ), что сумма чисел  $a_l + a_{l+1} + \dots + a_r$  является максимально возможной.

Требуемое время ответа на запрос -  $O(\log n)$ .

### Формат входных данных.

Входные данные содержат один или несколько тестовых примеров. Описание каждого из них начинается с двух чисел  $n$  и  $m$  - длины массива и числа интересующих подотрезков.

В следующей строке содержится  $n$  чисел — элементы массива. Каждое из этих чисел по абсолютной величине не превосходит  $10^4$ .

Далее следуют описания подотрезков, каждое описание состоит из двух чисел  $left$  и  $right$ , обозначающих левый и правый конец подотрезка ( $1 \leq left \leq right \leq n$ ).

Суммарная длина всех массивов, а также суммарное число подотрезков не превосходит  $10^5$ .

### Формат выходных данных.

Для каждого из тестовых примеров выведите  $m$  чисел: искомую максимальную сумму для каждого из подотрезков.

in	out
10 3	50
-100 1 2 3 4 -10 50 -100 -1 2	10
1 10	-1
1 5	3
9 9	3
5 2	
-1 2 -1 2 -1	
1 5	
2 4	

**2\_2. Последовательность единиц.** Дан массив из нулей и единиц  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ . Для каждого запроса  $[left, right]$  найдите такой подотрезок  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$  этого массива ( $0 \leq left \leq l \leq r \leq right < n$ ), что числа  $a_l, a_{l+1}, \dots, a_r$  являются максимально возможной последовательностью единиц.

Требуемое время ответа на запрос -  $O(\log n)$ .

### Формат входных данных.

Описание каждого теста начинается с двух чисел  $n$  и  $m$  - длины массива и числа интересующих подотрезков.

В следующей строке содержится  $n$  нулей и единиц.

Далее следуют описания подотрезков, каждое описание состоит из двух чисел  $left$  и  $right$ , обозначающих левый и правый конец подотрезка ( $0 \leq left \leq right < n$ ).

### Формат выходных данных.

Для каждого примера выведите  $m$  чисел: искомую максимальную длину последовательности единиц для каждого из подотрезков.

in	out
10 4	0
0 1 0 1 1 1 1 0 1 1	3
2 2	4
1 5	1
0 9	

### Задача 3. LCA (5 баллов)

Задано дерево с корнем, содержащее  $n$  ( $1 \leq n \leq 100\,000$ ) вершин, пронумерованных от 0 до  $n-1$ . Требуется ответить на  $m$  ( $1 \leq m \leq 10\,000\,000$ ) запросов о наименьшем общем предке для пары вершин. Запросы генерируются следующим образом. Заданы числа  $a_1$ ,  $a_2$  и числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ . Числа  $a_3, \dots, a_{2m}$  генерируются следующим образом:  $a_i = (x \cdot a_{i-2} + y \cdot a_{i-1} + z) \bmod n$ . Первый запрос имеет вид  $\langle a_1, a_2 \rangle$ . Если ответ на  $i-1$ -й запрос равен  $v$ , то  $i$ -й запрос имеет вид  $\langle (a_{2i-1} + v) \bmod n, a_{2i} \rangle$ .

Для решения задачи можно использовать метод двоичного подъёма.

#### Формат входных данных.

- Первая строка содержит два числа:  $n$  и  $m$ . Корень дерева имеет номер 0.
- Вторая строка содержит  $n - 1$  целых чисел,  $i$ -е из этих чисел равно номеру родителя вершины  $i$ .
- Третья строка содержит два целых числа в диапазоне от 0 до  $n-1$ :  $a_1$  и  $a_2$ .
- Четвертая строка содержит три целых числа:  $x$ ,  $y$  и  $z$ , эти числа неотрицательны и не превосходят  $10^9$ .

#### Формат выходных данных.

Выведите в выходной файл сумму номеров вершин — ответов на все запросы.

in	out
3 2 0 1 2 1 1 1 0	2

### Задача 4. Супер-массив строк (5 баллов)

Реализуйте структуру данных “массив строк” на основе декартового дерева по неявному ключу со следующими методами:

```
// Добавление строки в позицию position.
// Все последующие строки сдвигаются на одну позицию вперед.
void InsertAt( int position, const std::string& value );
// Удаление строки из позиции position.
// Все последующие строки сдвигаются на одну позицию назад.
void DeleteAt( int position );
// Получение строки из позиции position.
std::string GetAt( int position );
```

Все методы должны работать за  $O(\log n)$  в среднем, где  $n$  — текущее количество строк в массиве.

Формат входных данных.

Первая строка содержит количество команд  $k \leq 10^6$ .

Последующие  $k$  строк содержат описания команд:

- Команда "+ 10 hello" означает добавление строки hello в позицию 10.
- Команда "- 14 16" означает удаление строк от позиции 14 до позиции 16 включительно.
- Команда "? 33" означает запрос на вывод строки из массива в позиции 33.

Формат выходных данных.

Выведите все строки, запрошенные командами "?".

in	out
6 + 0 myau + 0 krya ? 0 + 2 gav - 1 1 ? 1	krya gav