2 задача: Trade Arbitrage

2 модуль, 2 семестр

ФИВТ МФТИ. 2019

Описание by Илья Белов

1. Текст задачи

Необходимо написать торгового советника для поиска арбитража.

Определение

Арбитраж - это торговля по цепочке различных валют в надежде заработать на небольших различиях в коэффициентах. Например, есть следующие курсы валют (на 03.05.2015):

GBP/USD: 0.67 RUB/GBP: 78.66 USD/RUB: 0.02

Имея 1\$ и совершив цикл USD->GBP->RUB->USD, получим 1.054\$. Таким образом

заработав 5.4%.

Время работы – O(VE)

Формат входных данных.

Первая строка содержит число N – количество возможных валют (размер таблицы котировок)

Далее следует построчное представление таблицы. Диагональные элементы (i, i) пропущены (подразумевается, что курс валюты к себе же 1.0).

В элементе таблицы (i, j) содержится обменный курс i->j.

Если обмен в данном направлении не производится, то -1.

Формат выходных данных.

Выведите YES, если арбитраж есть, и NO, иначе.

Пример:

in		out
4		YES
32.1	1.50 78.66	
	0.04 2.43	
0.67 21.22	51.89	
0.01 -1	0.02	

2. Описание алгоритма

Предполагаем, что изначально у нас есть 1 единица каждой валюты. Далее V раз пробуем обменять валюту на другую, выбираем тот переход при котором мы получаем б**о**льшее количество валюты. Если после прохождения V шагов у нас какие-то вершины были отрелаксированы, значит у нас есть цикл, по которому мы можем увеличивать валюту бесконечно \Rightarrow существует арбитраж. Иначе мы не можем увеличивать баланс бесконечно и арбитража нет

3. Доказательство корректности

http://e-maxx.ru/algo/ford bellman

4. Время работы и дополнительная память

$$T = O(VE)$$
$$M = O(V)$$

5. Доказательство времени работы

V раз (V-1 за время основного цикла ещё 1 раз во время проверки на отрицательные циклы) релаксируются E рёбер за $O(1) \Rightarrow T = O(VE)$