

# 1 задача: Вторая статистика (RMQ)

4 модуль, 2 семестр

ФИВТ МФТИ, 2019

Описание by Илья Белов

## 1. Текст задачи

Дано число  $N$  и последовательность из  $N$  целых чисел. Найти вторую порядковую статистику на заданных диапазонах.

Для решения задачи используйте структуру данных **Sparse Table**. Требуемое время обработки каждого диапазона  $O(1)$ . Время подготовки структуры данных  $O(n \log n)$ .

Формат входных данных.

- В первой строке заданы 2 числа: размер последовательности  $N$  и количество диапазонов  $M$ .
- Следующие  $N$  целых чисел задают последовательность.
- Далее вводятся  $M$  пар чисел - границ диапазонов.

Гарантируется, что каждый диапазон содержит как минимум 2 элемента.

Формат выходных данных.

Для каждого из  $M$  диапазонов напечатать элемент последовательности - 2-ую порядковую статистику. По одному числу в строке.

Пример:

in	out
10 3	2
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	2
1 2	3
1 10	
2 7	

## 2. Описание алгоритма

Для решения задачи построим структуру данных sparse table, определяемую уравнением  $ST[i][j] = f(A[i], A[i+1], \dots, A[i+2^j-1])$ ,  $j \in [0 \dots \log N]$ .

где  $f$  - некая функция, удовлетворяющая свойствам ассоциативности, коммутативности и идемпотентности. В нашей задаче  $f \equiv \text{second\_min}$

Ответ на запрос  $(l, r)$  ищем по формуле

$f(A[l], A[l+1], \dots, A[r]) = f(ST[l][j], ST[r-2^j+1][j])$ , где  $j = \log(r-l+1)$

## 3. Доказательство корректности

Доказательство смотри на Викиконспектах:

[https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Решение\\_RMQ\\_с\\_помощью\\_разреженной\\_таблицы](https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Решение_RMQ_с_помощью_разреженной_таблицы)

## 4. Время работы и дополнительная память

$$T = O(N \log N + M)$$

$$M = O(N \log N)$$

## 5. Доказательство времени работы и дополнительной памяти

Докажем время работы. При препроцессинге вычисляются элементы таблицы  $N \times \log N$ , соответственно на препроцессинг уходит  $T = O(N \log N)$ . На один запрос уходит  $O(1)$

времени, всего  $M$  запросов, следовательно, общее время работы алгоритма будет

$$T = O(N \log N + M)$$

Докажем доп память. Разреженная таблица имеет размер  $N$  на  $\log N$ , следовательно  $M = O(N \log N)$