

Задание 3 “Графы 3”

Д е д л а й н 29 а п р е л я 2019 г.

С с ы л к а н а к о н т е с т :

<https://contest.yandex.ru/contest/12476/enter/>

В е д о м о с т ь :

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/1Y0w6mLCwHihoDzg9Ot7SahquiY1dx3Y4BkEpynn6z2s/edit#gid=2087997050>

Задача 1. «Минимальное остовное дерево» (4 баллов)

Задача А в конкурсе.

Дан неориентированный связный граф. Требуется найти вес минимального остовного дерева в этом графе.

Вариант 1. С помощью алгоритма Прима.

Вариант 2. С помощью алгоритма Крускала.

Вариант 3. С помощью алгоритма Борушки.

Ваш номер варианта прописан в ведомости.

Формат входного файла.

Первая строка содержит два натуральных числа n и m — количество вершин и ребер графа соответственно ($1 \leq n \leq 20000$, $0 \leq m \leq 100000$).

Следующие m строк содержат описание ребер по одному на строке.

Ребро номер i описывается тремя натуральными числами b_i , e_i и w_i — номера концов ребра и его вес соответственно ($1 \leq b_i, e_i \leq n$, $0 \leq w_i \leq 100000$).

Формат выходного файла.

Выведите единственное целое число - вес минимального остовного дерева.

in	out
4 4 1 2 1 2 3 2 3 4 5 4 1 4	7

Задача 2а). Приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера. (4 балла)

Задачи в контексте нет.

Найдите приближенное решение метрической неориентированной задачи коммивояжера в полном графе (на плоскости) с помощью минимального остовного дерева, построенного в первой задаче.

Оцените качество приближения на случайном наборе точек, нормально распределенном на плоскости с дисперсией 1. Нормально распределенный набор точек получайте с помощью `std::normal_distribution`.

При фиксированном N , количестве вершин графа, несколько раз запустите оценку качества приближения. Вычислите среднее значение и среднеквадратичное отклонение качества приближения для данного N .

Запустите данный эксперимент для всех N в некотором диапазоне, например, $[2, 10]$.

Автоматизируйте запуск экспериментов.

В решении требуется разумно разделить код на файлы. Каждому классу - свой заголовочный файл и файл с реализацией.

Задача 2б). Приближенное решение задачи коммивояжера. (3 балла)

Задачи в контексте нет.

То же, что и задача 2а), но сделать приближение не хуже, чем в 1,5 раза от идеального. Предлагается использовать лучшее паросочетание на подграфе из нечетных вершин минимального остовного дерева.

<http://chekuri.cs.illinois.edu/teaching/fall2006/lect2.pdf>

Задача 3. Максимальный поток в ориентированном графе. (4 балла)

Задача в контексте - В.

Задан ориентированный граф, каждое ребро которого обладает целочисленной пропускной способностью. Найдите максимальный поток из вершины с номером 1 в вершину с номером n .

Вариант 1. С помощью алгоритма Эдмондса-Карпа.

Вариант 2. С помощью алгоритма Диница.

Формат входного файла.

Первая строка входного файла содержит n и m — количество вершин и количество ребер графа ($2 \leq n \leq 100$, $1 \leq m \leq 1000$). Следующие m строк содержат по три числа: номера вершин, которые соединяет соответствующее ребро графа и его пропускную способность. Пропускные способности не превосходят 10^5 .

Формат выходного файла.

В выходной файл выведите одно число — величину максимального потока из вершины с номером 1 в вершину с номером n .

in	out
4 5 1 2 1 1 3 2 3 2 1 2 4 2 3 4 1	3

Задача 4. Чай. (5 балла)

Задача в контексте - С.

В одном из отделов крупной организации работает n человек. Как практически все сотрудники этой организации, они любят пить чай в перерывах между работой. При этом они достаточно дисциплинированы и делают в день ровно один перерыв, во время которого пьют чай. Для того, чтобы этот перерыв был максимально приятным, каждый из сотрудников этого отдела обязательно пьет чай одного из своих любимых сортов. В разные дни сотрудник может пить чай разных сортов. Для удобства пронумеруем сорта чая числами от 1 до m .

Недавно сотрудники отдела купили себе большой набор чайных пакетиков, который содержит a_1 пакетиков чая сорта номер 1, a_2 пакетиков чая сорта номер 2, ..., a_m пакетиков чая сорта номер m . Теперь они хотят знать, на какое максимальное число дней им может хватить купленного набора так, чтобы в каждый из дней каждому из сотрудников доставался пакетик чая одного из его любимых сортов.

Каждый сотрудник отдела пьет в день ровно одну чашку чая, которую заваривает из одного пакетика. При этом пакетики чая не завариваются повторно.

Входные данные

Первая строка содержит два целых числа n и m ($1 \leq n, m \leq 50$). Вторая строка содержит m целых чисел a_1, \dots, a_m ($1 \leq a_i \leq 10^6$ для всех i от 1 до m).

Далее следуют n строк — i -я из этих строк описывает любимые сорта i -го сотрудника отдела и имеет следующий формат: сначала следует положительное число k_i — количество любимых сортов чая этого сотрудника, а затем идут k_i различных чисел от 1 до m — номера этих сортов.

Выходные данные

Выведите одно целое число — искомое максимальное количество дней.

in	out
2 3 3 2 1 2 1 2 2 1 3	3
3 3 2 7 4 2 1 2 1 2 2 2 3	4