ДЗ по мат. анализу на 06.04.2022

Кожевников Илья 2112-1

19 апреля 2022 г.

N_21

a)

$$\begin{split} f(x,y) &= x^2 ln(x^2 + y^2) \\ f(r,\varphi) &= r^2 cos^2(\varphi) ln(r^2 cos^2(\varphi) + r^2 sin^2(\varphi)) \\ \lim_{r \to 0} (r^2 cos^2(\varphi) ln(r^2 cos^2(\varphi) + r^2 sin^2(\varphi))) &= \lim_{r \to 0} (r^2 cos^2(\varphi) ln(r^2)) = 0 \\ 2r^2 cos^2(\varphi) ln(r^2 cos^2(\varphi) + r^2 sin^2(\varphi)) &= \lim_{r \to 0} (r^2 cos^2(\varphi) ln(r^2)) = 0 \end{split}$$

Значение предела не зависит от значения φ , а, значит, функция может быть доопределена до непрерывной.

Ответ: Да, возможно

b)

$$\begin{split} f(x,y) &= \frac{x^2 + y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ f(r,\varphi) &= \frac{r^2 cos^2(\varphi) + r sin(\varphi)}{\sqrt{r^2 cos^2(\varphi) + r^2 sin^2(\varphi)}} \end{split}$$

$$\lim_{r \to 0} \left(\frac{r^2 cos^2(\varphi) + r sin(\varphi)}{\sqrt{r^2 cos^2(\varphi) + r^2 sin^2(\varphi)}} \right) = \lim_{r \to 0} \left(r cos^2(\varphi) + sin(\varphi) \right) = sin(\varphi)$$

Значение предела зависит от значения φ , а, значит, функция не может быть доопределена до непрерывной.

Ответ: Нет, невозможно

№2

$$\begin{split} \frac{d}{dx}(\sqrt{4x^2+y^2}) &= \frac{4x}{\sqrt{4x^2+y^2}}, \frac{d}{dy}(\sqrt{4x^2+y^2}) = \frac{y}{\sqrt{4x^2+y^2}} \\ x &= 1, y = 2: (\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}) \\ (-0.2, 0.3): -0.2 \cdot \sqrt{2} + 0.3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{5} + \frac{3}{10\sqrt{2}} = -\frac{4}{10\sqrt{2}} + \frac{3}{10\sqrt{2}} = -\frac{1}{10\sqrt{2}} \\ \text{Ответ: } -\frac{1}{10\sqrt{2}} \end{split}$$

b)

$$\frac{d}{dx}(x^3y-xy^3)=3x^2y-y^3, \frac{d}{dy}(x^3y-xy^3)=x^3-3xy^2\\ x=1, y=2:(-2,-11)\\ (-0.5,0.8):-0.5\cdot(-2)+0.8\cdot(-11)=1-8.8=-7.8\\ \text{Ответ:}\ -7.8$$

$N_{\overline{2}}3$

$$df = \frac{Df}{Dx} + \frac{Df}{Dy}$$
a)

$$f(x,y) = x^{2} + y^{2}$$

$$\frac{Df}{Dx} = 2x$$

$$\frac{Df}{Dy} = 2y$$

$$df = 2xdx + 2ydy$$
Owners of $f = 2xdx + 2ydy$

Otbet: df = 2xdx + 2ydy

b)

$$\begin{split} &f(x,y) = x^y + y^x \\ &\frac{Df}{Dx} = yx^{y-1} + y^x ln(x) \\ &\frac{Df}{Dy} = xy^{x-1} + x^y ln(y) \\ &df = (yx^{y-1} + y^x ln(x)) dx + (xy^{x-1} + x^y ln(y)) dy \\ &\text{Ответ: } df = (yx^{y-1} + y^x ln(x)) dx + (xy^{x-1} + x^y ln(y)) dy \end{split}$$

c)

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\frac{Df}{Dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{Df}{Dy} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$df = (\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}})dx + (\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}})dy$$
Other:
$$df = (\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}})dx + (\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}})dy$$

<u>№</u>5

$$f(x,y) = ln(x+y^2)$$
$$\frac{Df}{Dx} = \frac{1}{x+y^2}$$

$$\frac{Df}{Dy} = \frac{2y}{x+y^2}$$

b)

$$f(x, y, z) = sin(xy + z^{2})$$

$$\frac{Df}{Dx} = ycos(xy + z^{2})$$

$$\frac{Df}{Dy} = xcos(xy + z^{2})$$

$$\frac{Df}{Dz} = 2zcos(xy + z^{2})$$