

ДЗ по линейной алгебре на 24.04.2022

Кожевников Илья 2112-1

24 апреля 2022 г.

№1

1.1)

Для того, чтобы найти угол между AM и BH , найдем уравнения этих прямых.

Для начала найдем AM .

$$M = \left(\frac{C_x + D_x}{2}, \frac{C_y + D_y}{2}, \frac{C_z + D_z}{2} \right) = (-8 \quad 4 \quad 1)$$

$$\overline{AM} = M - A = (-10 \quad 7 \quad -2)$$

Теперь найдем координаты H .

Заметим, что, т.к. BH - высота, этот вектор является ортогональной составляющей. Тогда найдем \overline{BA} и \overline{AC} .

$$\overline{BA} = (-18 \quad 12 \quad -6)$$

$$\overline{AC} = (0 \quad 1 \quad -9)$$

$$\text{Тогда если } U = \langle \overline{AC} \rangle, \text{ то } pr_U(BA) = \frac{(\overline{BA}, \overline{AC})}{(\overline{AC}, \overline{AC})} \overline{AC} = \frac{33}{41} (0 \quad 1 \quad -9) = (0 \quad \frac{33}{41} \quad -\frac{297}{41})$$

$$\overline{BH} = \overline{BA} - pr_U(BA) = (-18 \quad 12 \quad -6) - (0 \quad \frac{33}{41} \quad -\frac{297}{41}) = (-18 \quad \frac{459}{41} \quad \frac{51}{41})$$

Теперь найдем искомые данные

$$\cos(\angle(\overline{AM}, \overline{BH})) = \frac{(\overline{AM}, \overline{BH})}{|\overline{AM}| \cdot |\overline{BH}|} = \frac{180 + \frac{3213}{41} - \frac{102}{41}}{\sqrt{153} \cdot \sqrt{\frac{18486}{41}}} = \frac{10491}{41} \frac{41}{9\sqrt{1431638}} = \frac{10491}{9\sqrt{1431638}}$$

Значит, искомый угол будет равен $\arccos(\frac{10491}{9\sqrt{1431638}})$

Ответ: $\arccos(\frac{10491}{9\sqrt{1431638}})$

1.2)

Переведем уравнения AM и BH в параметрический вид.

$$AM: \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix} t$$

$$BH: \begin{pmatrix} 20 \\ -15 \\ 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -18 \\ \frac{459}{41} \\ \frac{51}{41} \end{pmatrix} t$$

$$\rho(AM, BH) = \frac{\left\| \begin{pmatrix} -10 & 7 & -2 \\ -18 & \frac{459}{41} & \frac{51}{41} \\ -18 & 12 & -6 \end{pmatrix} \right\|}{\left\| \begin{pmatrix} i & j & k \\ -10 & 7 & -2 \\ -18 & \frac{459}{41} & \frac{51}{41} \end{pmatrix} \right\|} = \frac{\frac{-2574}{41}}{|(-\frac{1275}{41}, -\frac{1986}{41}, -\frac{576}{41})|} = \frac{2574}{3\sqrt{655733}}$$

Ответ: $\frac{2574}{3\sqrt{655733}}$