ДЗ по дискретной математике на 24.09.2021

Кожевников Илья 2112-1

23 сентября 2021 г.

№1а

$(A \backslash B) \cap ((A \cup B) \backslash (A \cap B)) = A \backslash B$
$A \cap \neg B \cap ((A \cup B) \cap (\neg A \cup \neg B) = A \cap \neg B$
$A \cap \neg B \cap ((A \cap \neg A \cup A \cap \neg B) \cup (B \cap \neg A \cup B \cap \neg B)) = A \cap \neg B$
$A \cap \neg B \cap ((A \cap \neg B) \cup (B \cap \neg A)) = A \cap \neg B$
$A \cap \neg B \cap ((A \backslash B) \cup (B \backslash A)) = A \cap \neg B$
$A \cap \neg B \cap (A \triangle B) \neq A \cap \neg B$
Ответ: Нет

№1б

$(A \cap B) \backslash C = (A \backslash C) \cap (B \backslash C)$
$A \cap B \cap \neg C = A \cap \neg C \cap B \cap \neg C$
$A \cap B \cap \neg C = A \cap B \cap \neg C$
Ответ: Да

№1в

$(A \cup B) \backslash (A \backslash B) \subseteq B$
$A \cup B) \cap \neg(A \cap \neg B) \subseteq B$
$(A \cup B) \cap (\neg A \cup B) \subseteq B$
$A \cap \neg A \cup A \cap B \cup B \cap \neg A \cup B \cap B \subseteq B$
$A \cap B \cup B \cap \neg A \cup \underline{B} \subseteq \underline{B}$
Ответ: Да

№1г

$((A \backslash B) \cup (A \backslash C)) \cap (A \backslash (B \cap C)) = A \backslash (B \cup C)$
$(A \cap \neg B \cup A \cap \neg C) \cap (A \cap \neg B \cup \neg C) = A \cap \neg B \cap \neg C$
$A \cap \neg(B \cap C) \cap A \cap \neg(B \cap C) = A \cap \neg(B \cup C)$
$A \cap \neg(B \cap C) \neq A \cap \neg(B \cup C)$
Ответ: Нет

№2

Для того, чтобы понять, как расположены относительно друг друга множества (A_1 и B_9) и (A_9 и B_1), используем круги Эйлера для четырех случаев:
1)$A \cap B = \varnothing$
2)$A_9 \cap B_9 = \varnothing$
3)A_9 пересекает B_9, а A_1 пересекает B_1
4)A_9 пересекает B_1

Заметим, что из всех четырех случаев следует, что $A_1 = A_2 = A_3 = ... = A_n$, значит $A_2 = A_1, A_5 = A_9$. Аналогично, $B_8 = B_1, B_5 = B_9$. Но т.к. по условию $A_1 \backslash B_1 = A_9 \backslash B_9$, то и $A_2 \backslash B_8 = A_5 \backslash B_5$.
Ч.Т.Д.

№3

Докажем данное высказывание методом мат. индукции.
База:

$(1)^3 = 1^3$

Шаг:

$1^3 + 2^3 + ... + n^3 + (n+1)^3 = (1 + 2 + ... + n + n + 1)^2$

$1 + 2 + ... + n)^2 + (n+1)^3 = ((n+1)\frac{n+2}{2})^2$

$(\frac{n(n+1)}{2})^2 + (n+1)^3 = (\frac{(n+1)(n+2)}{2})^2$

$\frac{(n+1)^2 n^2}{4} + n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$

$n^4 + 2n^3 + n^2 + 4n^3 + 12n^2 + 12n + 4 = (n^2 + 2n + 1)(n^2 + 4n + 4)$

$n^2 + 6n^3 + 13n^2 + 12n + 4 = n^2 + 6n^3 + 13n^2 + 12n + 4$

Ч.Т.Д.

№4

Докажем данное высказывание методом мат. индукции.
База:

$F_2 - F_1 = F_1$

$2 - 1 = 1$

$1 = 1$

Шаг:

$F_{2k+2} - F_{2k+1} + F_{2k-1} = F_{2k+1}$

$F_{2k+2} + F_{2k-1} = 2F_{2k+1}$

$F_{2k} - F_{2k-1} = F_{2k+1}$

$F_{2k} + F_{2k-1} = F_{2k-1} + F_{2k}$

Ч.Т.Д.