

ДЗ по дискретной математике на 11.12.2021

Кожевников Илья 2112-1

11 декабря 2021 г.

№1

Заметим, что искомое количество способов размещения больных по палатам равняется 8^{26} , т.к. если мы пронумеруем наши палаты от 1 до 8, то для каждого больного у нас будет возможность положить его в одну из 8 палат. Таких больных будет 26, а, значит, ответом будет число 8^{26}

Ответ: 8^{26}

№2

Посчитаем общее количество чисел из 4 знаков. Таких чисел будет $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$, т.к. ноль не может стоять на 1 месте, а на всех остальных позициях могут стоять 10 цифр. Из общего количества 4-значных чисел вычтем количество 4-значных чисел, в которых нет ни одного нуля. Такое количество будет равно 9^4 . Тогда искомое количество будет равно $9 \cdot 1000 - 9^4 = 2439$

Ответ: 2439

№3

Обозначим количество последовательностей, в которых нет двух подряд стоящих нулей, длины n за $F(n)$. Тогда заметим, что при составлении последовательности длины n мы можем взять любую подходящую последовательность длины на 1 меньше такую, что если новый n -ый член равен 0, то $n-1$ -ый должен быть равен 1, а если n -ый равен 1, то $n-1$ -ый член последовательности может быть любым. В первом случае количество подходящих последовательностей будет равняться $F(n-2)$, а во втором - $F(n-1)$. Тогда получается, что $F(n) = F(n-2) + F(n-1)$.

Что и требовалось доказать.

№4

Рассмотрим все числа, в которых нет 1. Таких чисел всего 9^{12} . Тогда количество чисел, где есть хоть одна единица будет равна $10^{12} - 9^{12} = 717570463519$. Но $717570463519 > 282429536482$. Значит, количество чисел, где есть хоть одна единица, больше.

Ответ: Количество чисел, где есть хоть одна единица, больше.

№5

Обозначим покрашенные клетки за 1, а непокрашенные - за 0.

Тогда количество раскрасок для 1 случая равняется 2^8 , для второго также 2^8 , а для 3 - 2^6 . Тогда общее количество подходящих раскрасок равняется $2^8 + 2^8 + 2^6 - 2^4 - 2^4 - 2^4 + 2^2 =$

$512 + 64 - 48 + 4 = 532$ (по формуле суммы трех множеств)

Ответ: 532

№6

Пусть искомое число - n . Тогда по формуле суммы трех множеств посчитаем n :

$n = 6 \cdot 4 - 6 \cdot 4 + 4 \cdot 2 - 1 = 7$. Итого, экипаж состоит из 7 людей. Но тогда заметим, что если мы построим двудольный граф, то из одной доли выходит 24 ребра. Но если лишь один работник обладает всеми профессиями, то в другой доле 6 вершин имеют степень, не превосходящую 3, а какая-то одна вершина имеет степень 4. Итого $4 + 6 \cdot 3 < 24$. Значит, техническое задание невыполнимо.

Ответ: Нет, невыполнимо.

№7

Аналогично с номером 3, покажем, что для вычисления количества слов без 011 подходит формула с числами Фибоначчи. Пусть мы хотим построить слово длиной n . Тогда если оно оканчивается нулём, то мы можем последнее число к слову длины $n-1$, то есть мы имеем $f(n-1)$ слов. Аналогично, если оно имеет 01 на последних двух позициях, то $f(n-2)$ слов. Но если оно имеет 11 на последних двух позициях, то тогда перед ними не может быть нуля. Имеем рекуррентную формулу $f(n) = f(n-1) + f(n-2) + 1$. Тогда получается, что искомое число таково: $2^9 - f(9) = 512 - 143 = 369$

Ответ: 369