

ДЗ по мат. анализу на 25.05.2022

Кожевников Илья 2112-1

24 мая 2022 г.

№2

Из условия следует следующее:

$$p = xy = (u^2 - w^2)(u^2 - v^2) = u^4 - u^2v^2 - u^2w^2 + v^2w^2$$

$$q = \frac{x}{y} = \frac{u^2 - w^2}{u^2 - v^2}$$

$$r = \arctg\left(\frac{x}{y}\right) = \arctg\left(\frac{u^2 - w^2}{u^2 - v^2}\right)$$

Матрица якоби имеет следующий вид: $J = \begin{pmatrix} \frac{Dp}{Du} & \frac{Dp}{Dv} & \frac{Dp}{Dw} \\ \frac{Dq}{Du} & \frac{Dq}{Dv} & \frac{Dq}{Dw} \\ \frac{Dr}{Du} & \frac{Dr}{Dv} & \frac{Dr}{Dw} \end{pmatrix}$

$$\frac{Dp}{Du} = 4u^3 - 2uv^2 - 2uw^2$$

$$\frac{Dp}{Dv} = 2vu^2 + 2vw^2$$

$$\frac{Dp}{Dw} = -2wu^2 + 2wv^2$$

$$\frac{Dq}{Du} = \frac{(u^2 - w^2)'u(u^2 - v^2) - (u^2 - w^2)(u^2 - v^2)'u}{(u^2 - v^2)^2} = \frac{2u(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2}$$

$$\frac{Dq}{Dv} = \frac{(u^2 - w^2)'v(u^2 - v^2) - (u^2 - w^2)(u^2 - v^2)'v}{(u^2 - v^2)^2} = \frac{2v(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2}$$

$$\frac{Dq}{Dw} = \frac{(u^2 - w^2)'w(u^2 - v^2) - (u^2 - w^2)(u^2 - v^2)'w}{(u^2 - v^2)^2} = \frac{2w(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2}$$

$$\frac{Dr}{Du} = \frac{2u(w^2 - v^2)}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2}$$

$$\frac{Dr}{Dv} = \frac{2v(w^2 - u^2)}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2}$$

$$\frac{Dr}{Dw} = \frac{-2w}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2}$$

$$\text{Значит, } J = \begin{pmatrix} 4u^3 - 2uv^2 - 2uw^2 & 2vu^2 + 2vw^2 & -2wu^2 + 2wv^2 \\ \frac{2u(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2} & \frac{2v(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2} & \frac{2w(w^2 - v^2)}{(u^2 - v^2)^2} \\ \frac{2u(w^2 - v^2)}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2} & \frac{2v(w^2 - u^2)}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2} & \frac{-2w}{(u^2 - w^2)^2 + (u^2 - v^2)^2} \end{pmatrix}$$

№1

Пусть $u = f(xyz)$. Покажите, что $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} = F(xyz)$ и найдите F .

№3

Найти дифференциалы df и $d^2 f$ для функций

a)

$$f(x, y, z) = \varphi(x, xy, xyz)$$

b)

$$f(x, y, z) = \varphi(x^2 + y^2, y^2 + z^2, z^2 + x^2)$$