

ДЗ по дискретной математике на 14.01.2022

Кожевников Илья 2112-1

13 января 2022 г.

№1

Используем следующую формулу из лекции: $\binom{n}{a_1, a_2, \dots, a_k} = \frac{n!}{a_1! a_2! \dots a_k!}$

$$\frac{12!}{2^6} = \frac{479001600}{64} = 7484400$$

Ответ: 7484400

№2

Решим задачу перебором по количеству гвоздик.

Пусть гвоздик в букете 0.

Тогда вот все возможные пары количеств роз и тюльпанов такие: 5 и 2, 3 и 4, 4 и 3

Пусть гвоздик в букете 1.

Тогда вот все возможные пары количеств роз и тюльпанов такие: 5 и 1, 4 и 2, 3 и 3, 2 и 4

Пусть гвоздик в букете 2.

Тогда вот все возможные пары количеств роз и тюльпанов такие: 5 и 0, 4 и 1, 1 и 4, 3 и 2, 2 и 3

Пусть гвоздик в букете 3.

Тогда вот все возможные пары количеств роз и тюльпанов такие: 4 и 0, 3 и 1, 2 и 2, 1 и 3, 0 и 4.

Итого, в сумме возможных комбинаций 17.

Ответ: 17.

№5

Посчитаем, сколько раз каждая буква встречается в слове обороноспособность.

О - 7

Б - 2

Р - 1

Н - 2

С - 3

П - 1

Т - 1

Ь - 1

Посчитаем количество слов, которые можно получить из всех букв кроме О. Таких слов $\frac{11!}{2!2!3!}$.

Тогда одну О можно вставить на 12 позиций, а всего мы тогда можем получить C_{12}^7 слов.

Значит, всего искомым слов $\frac{11!}{24} \cdot \frac{12!}{7!5!} = 1317254400$

№6

Проведем параллель между данной задачей и задачей про монеты и перегородки.

Заметим, что, если составлять "слова" из разных монет и перегородок, то всего их будет $\frac{24!}{4!}$

Значит, всего искомых способов разложить книги $\frac{24!}{4!} = 23!$

Ответ: $23!$

№7

Заметим, что условие выполняется в двух случаях:

1) $f(a) = a$

2) $f(a) = b, f(b) = a, a \neq b$

Значит, f будет биекцией, где $f(a) = a$ или $f(a) = b, f(b) = a, a \neq b$.

Максимальное количество наборов из a и b - 3, т.к. всего у нас элементов 7.

Пусть у нас есть один такой набор из a и b .

Тогда искомое количество - $C_7^2 = 21$

Если таких наборов из a и b два, то:

Тогда искомое количество - $C_7^2 \cdot C_5^2 = 210$

Если таких наборов из a и b три, то:

Тогда искомое количество - $C_7^2 \cdot C_5^2 \cdot C_3^2 = 630$

Также у нас есть одна f , когда каждый элемент переходит сам в себя.

Итого, искомая сумма будет равна $21 + 210 + 630 + 1 = 862$

Ответ: 862