ДЗ по мат. анализу на 19.01.2022

Кожевников Илья 2112-1

18 января 2022 г.

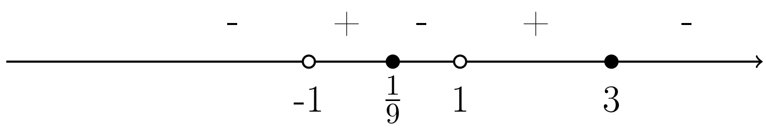
№1

a)

$f(x) = \frac{3x-7}{(x^2-1)^2}$

$f'(x) = \frac{(3x-7)'(x^2-1)^2-(3x-7)((x^2-1)^2)'}{(x^2-1)^4} = \frac{3(x^2-1)^2-4x(x^2-1)(3x-7)}{(x^2-1)^4}$

$$\begin{cases} \dfrac{-9x^2+28x-3}{(x^2-1)^3} = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x-3)(-9x+1)}{(x-1)^3(x+1)^3} = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$$



Значит, функция возрастает на промежутках $(-1; \frac{1}{9}) \cup (1; 3)$

И убывает на промежутках $(-\infty; -1) \cup (\frac{1}{9}; 1) \cup (3; +\infty)$.

Точки $x = \frac{1}{9}, x = 3$ - точки экстремума.

Точек локального минимума нет.

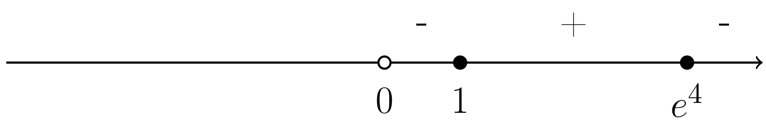
Точки $x = \frac{1}{9}, x = 3$ - точки локального максимума.

b)

$f(x) = \frac{ln(x)^2}{\sqrt{x}}$

$f'(x) = \frac{(ln(x)^2)'\sqrt{x}-ln(x)^2(\sqrt{x})'}{x} = \frac{4ln(x)-ln(x)^2}{2x\sqrt{x}}$

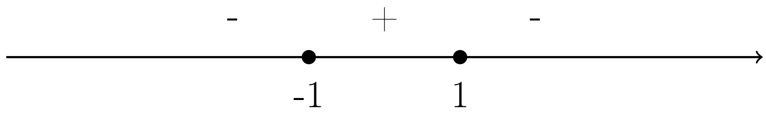
$$\begin{cases} \dfrac{ln(x)(4-ln(x)}{2x\sqrt{x}} = 0 \\ x > 0 \end{cases}$$



Значит, функция возрастает на промежутке $(1; e^4)$
И убывает на промежутках $(0; 1) \cup (e^4; -\infty)$.
Точки $x = 1, x = e^4$ - точки экстремума.
Точка $x = e^4$ - точка локального максимума.
Точка $x = 1$ - точка локального минимума.

c)

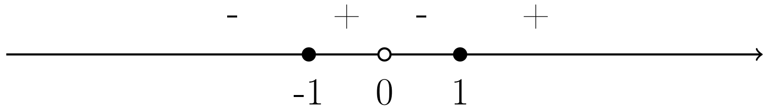
$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$
$f'(x) = \frac{2-2x^2}{(1+x^2)^2}$
Т.к. знаменатель никогда не равен нулю, то можно приравнять нулю числитель.
$2 - 2x^2 = 0$
$x = \pm 1$



Значит, функция возрастает на промежутке $(-1; 1)$
И убывает на промежутках $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
Точки $x = \pm 1$ - точки экстремума.
Точка $x = 1$ - точка локального максимума.
Точка $x = -1$ - точка локального минимума.

d)

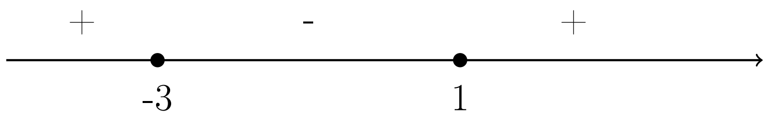
$f(x) = x^2 - ln(x^2)$
$f'(x) = 2x - \frac{2}{x}$
$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x} = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



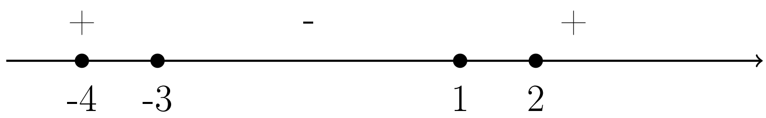
Значит, функция возрастает на промежутках $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$
И убывает на промежутках $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$.
Точки $x = -1, x = 1$ - точки экстремума.
Точек локального максимума нет.
Точки $x = -1, x = 1$ - точки локального минимума.

№2

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$
$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x+3)(x-1)$

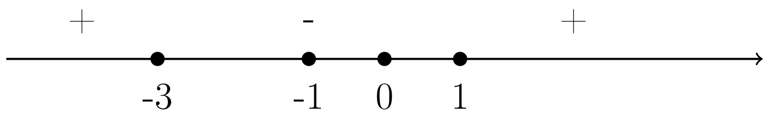


a)



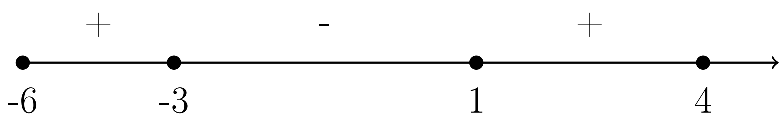
Для нахождения максимума надо сравнить значения в x = -3 и x = 2.
$f(-3) = -27 + 27 + 27 + 2 = 29$
$f(2) = 8 + 12 - 18 + 2 = 4$
Значит, наибольшее значение достигается при x = -2.
Для нахождения минимума надо сравнить значения в x = -4 и x = 1.
$f(-4) = -64 + 48 + 36 + 2 = 22$
$f(1) = 1 + 3 - 9 + 2 = -3$
Значит, минимальное значение достигается при x = 1.

b)



Т.к. функция убывает на данном отрезке, наибольшее значение достигается при x = -1, а наименьшее - при x = 0.

c)



Для нахождения максимума надо сравнить значения в x = -3 и x = 4.
$f(-3) = -27 + 27 + 27 + 2 = 29$
$f(4) = 64 + 48 - 36 + 2 = 78$
Значит, наибольшее значение достигается при x = 4.
Для нахождения минимума надо сравнить значения в x = -6 и x = 1.
$f(-6) = -216 + 108 + 54 + 2 = -52$

$f(1) = 1 + 3 - 9 + 2 = -3$
Значит, минимальное значение достигается при x = -6.