ДЗ по дискретной математике на 17.09.2021

Кожевников Илья 2112-1

16 сентября 2021 г.

№1

$(A \to B) \lor (B \to C)$
$\neg A \lor B \lor \neg B \lor C$
Но т.к. $B \lor \neg B \equiv 1$, то изначальное выражение является тавтологией.
Ч.Т.Д.

№2

$A \to (B \to C)$ $\quad$ $(A \to B) \to C$
$\neg A \lor (\neg B \lor C)$ $\quad$ $\neg(\neg A \lor B) \lor C$
$\neg A \lor \neg B \lor C(1)$ $\quad$ $A \land \neg B \lor C(2)$
Пусть F1 и F2 - выражения (1) и (2) соответственно.

A	B	C	F1	F2
0	0	0	1	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Заметим, что значения F1 и F2 при одних и тех же значениях A, B и C расходятся. Значит, высказывания не равносильны.
Ответ: нет

№3

$A \land (B \to C)$ $\quad$ $(A \land B) \to (A \land C)$
$A \land (\neg B \lor C)$ $\quad$ $\neg A \lor \neg B \lor (A \land C)$
Пусть F1 и F2 - выражения (1) и (2) соответственно.

A	B	C	F1	F2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Заметим, что значения F1 и F2 при одних и тех же значениях A, B и C расходятся. Значит,

высказывания не равносильны.
Ответ: нет

№4

$A \to (B \to C)$ $\quad$ $(A \to B) \to (A \to C)$
$\neg A \vee \neg B \vee C$ $\quad$ $\neg(\neg A \vee B) \vee \neg A \vee C$
$\neg A \vee \neg B \vee C$ $\quad$ $A \wedge B \vee \neg A \vee C$
Пусть F1 и F2 - выражения (1) и (2) соответственно.

A	B	C	F1	F2
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Заметим, что значения F1 и F2 при одних и тех же значениях A, B и C расходятся. Значит, высказывания не равносильны.
Ответ: нет

№5

Проверим выражение $A \wedge B \vee B \wedge C \vee C \wedge A$
Пусть F - данное выражение

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Заметим, что F истинно лишь тогда, когда истинны два или три элементарных утверждения из A, B и C. Следовательно, данное выражение - искомое.
Ответ: $A \wedge B \vee B \wedge C \vee C \wedge A$

№6

$ab = n => a = \frac{n}{b}$
Если $a \leq \sqrt{n}$, то изначальное выражение верно (т.к. $(1) \vee (b \leq \sqrt{n}) = 1$).
Тогда пойдем от противного. Пусть $a > \sqrt{n}$. Тогда:
$\frac{n}{b} > \sqrt{n}$
$n > b\sqrt{n}$
$b < \sqrt{n}$
Тогда при $a > \sqrt{n}$, $b \leq \sqrt{n} =>$ изначальное выражение также становится истинным.
Аналогично, можно понять, что при $b > \sqrt{n}$, $a \leq \sqrt{n}$ изначальное выражение также становится истинным. Следовательно, как бы a или b ни относились к n, одно из выражений $a \leq \sqrt{n}$, $b \leq \sqrt{n}$ будет верно $=>$ все изначальное выражение будет верно.
Ч.Т.Д.

№7

$n^{25} + n^{64} = n^{25}(1 + n^{39})$

Пусть n - четное число. Тогда n^{25}(т.к. четное число, умноженное на четное будет четным, а n^{25} представляет собой произведение 25 одинаковых четных чисел) - четное, а $1 + n^{39}$ - нечетное (т.к. нечетное число, умноженное на нечетное будет нечетным, а $1 + n^{39}$ представляет собой произведение 25 одинаковых нечетных чисел). Но четное число, умноженное на нечетное число дает четное, значит, изначальная сумма будет четная.

Пусть n - нечетное число. Тогда n^{25} - нечетное (аналогично), а $1 + n^{39}$ - четное (аналогично). Но четное число, умноженное на нечетное число дает четное, значит, изначальная сумма будет четная.

Получается, независимо от четности числа n, изначальное выражение всегда будет четным.
Ч.Т.Д.