ДЗ по дискретной математике на 26.11.2021

Кожевников Илья 2112-1

26 ноября 2021 г.

№1

Заметим, что тогда должен существовать такой z, что $\frac{x}{z} > 0, \frac{z}{y} > 0$
Это означает, что пары (x, z) и (z, y) одного знака, а также ни один элемент не равен 0. Значит, если x и z имеют какой-то определенный знак, то и y имеет тот же знак. Значит, $\frac{x}{y} > 0$.
Получается, что $R \circ R = \{(x, y) : \frac{x}{y} > 0, x, y \in R \backslash \{0\}\}$
Ответ: $R \circ R = \{(x, y) : \frac{x}{y} > 0, x, y \in R \backslash \{0\}\}$

№2

$R = \{(a, 1), (b, 2), (c, 4), (d, 8), (e, 8), (f, 8), (g, 8), (h, 8)\}$
$R^T = \{(1, a), (2, b), (4, c), (8, d), (8, e), (8, f), (8, g), (8, h)\}$
Отсюда,
$R^T R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (d, e), (d, f), (d, g), (d, h), (e, d), (e, e), (e, f), (e, g), (e, h), (f, d), (f, e), (f, f), (f, g), (f, h), (g, d), (g, e), (g, f), (g, g), (g, h), (h, d), (h, e), (h, f), ((h, g), (h, h)\}$
$R \circ R^T = \{(1, 1), (2, 2), (4, 4), (8, 8)\}$
Ответ: В $R^T R$ элементов 28, а в $R \circ R^T$ - 4.

№3

$x(R_1 \cup R_2)y-$функция
Пойдем от противного. Пусть в паре R_1, R_2 найдется хоть одна не функция.
Это означает, что $\exists (a, b), (a, z) \in R, b \neq z \Rightarrow (a, b), (a, z) \in R_1 \cup R_2$, что означает, что $x(R_1 \cup R_2)y$ - не функция. Но это противоречит условию. Значит, и R_1, и R_2 - функции.
Ч.Т.Д.

№4

Рассмотрим множество {1, 2, 3}
и два отнощения эквивалентности на нем:
$\sigma_1 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1)\}$
$\sigma_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 3), (3, 2)\}$
$\sigma_1 \cup \sigma_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2)\}$
Заметим, что на $\sigma_1 \cup \sigma_2$ не выполняется транзитивность: из наличия пар (1, 2) и (2, 3) следует, что должно быть (1, 3), но его нет.
Значит, композиция отношений эквивалентности не всегда сама является отношением эквивалентности.
Ответ: нет, не всегда.

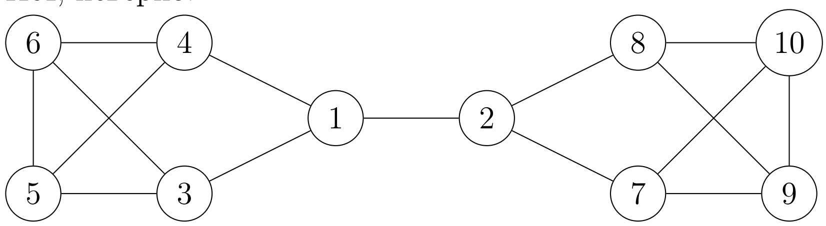
№5

a)

Рассмотрим два случая:
1) Удаленное ребро соединяло вершины степеней 4 и 3
2) Удаленное ребро соединяло вершины равных степеней
Рассмотрим 1 случай:
В таком случае в графе появятся вершины степени 3 и 2, причем вершина степени 2 будет единственной. Значит, граф не сможет распасться на две изоморфные компоненты связности.
Рассмотрим 2 случай:
Тогда пойдем от противного. Пусть после удаления ребра получилось две изоморфные компоненты связности. Заметим, что тогда всего в графе будет либо 10, либо 6 вершин нечетной степени. Значит, в каждой компоненте связности будет либо 5, либо 3 вершин нечетной степени. Но это число должно быть четно (т.к. сумма степеней в графе $= 2 \cdot$ кол-во ребер). Противоречие. Значит, такое невозможно.
Ч.Т.Д.

b)

Нет, неверно:



Тогда можно будет удалить ребро между вершинами 1 и 2.