



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Дисциплина: «Моделирование»

Лабораторная работа №1

Тема работы:

«Исследование псевдослучайных чисел»

Студент: Левушкин И. К.

Группа: ИУ7-72Б

Преподаватель: Рудаков И. В.

Москва, 2020 г.

Задание

Реализовать критерий оценки случайности последовательности.

Сравнить результаты работы данного критерия на одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных последовательностях псевдослучайных целых чисел.

Последовательности получать алгоритмическим способом и табличным способом.

Формализация

Реализация последовательностей случайных последовательностей

В данной лабораторной работе генерация псевдослучайных чисел осуществляется с помощью вихря Мерсенна [1], табличные значения берутся из трёх файла.

Критерий оценки случайности последовательности

В качестве критерия проверки случайности последовательности был выбран критерий равномерности (критерий частот), использующий χ^2 -критерий [2].

Кратко описать данный критерий можно следующим образом:

- Пусть k – количество всех возможных принимаемых значений,
- p_s - вероятность того, что наблюдение относится к категории s ,
- n - количество проведенных экспериментов,
- Y_s - число экспериментов относящихся к категории s .

Поскольку все возможные принимаемые значения должны быть равновероятны, то $p_s = \frac{1}{k}$

Тогда получим статистику V , также известную как расстояние Пирсона D :

$$V = \frac{k}{n} \sum_{s=1}^k (Y_s^2) - n$$

Если V равно нулю, то распределение абсолютно равномерно, то есть все возможные принимаемые значения входят в анализируемую последовательность по одному разу.

Для определения «приемлемого» значения V используются значения из χ^2 -распределения с $\nu = k - 1$ степенями свободы:

	$p = 1\%$	$p = 5\%$	$p = 25\%$	$p = 50\%$	$p = 75\%$	$p = 95\%$	$p = 99\%$
$\nu = 9$	2.088	3.325	5.899	8.343	11.39	16.92	21.67
$\nu = 89$	60.93	68.25	79.68	88.33	97.60	112.02	122.94
$\nu = 899$	803.31	830.41	870.05	898.33	927.23	969.86	1000.57

Таблица 1

Если в таблице выбрать число x , стоящее на ν -ой строке и в столбце p , то это означает, что вероятность того, что значение V будет меньше либо равно x , равно x , приближенно равна p , если n достаточно велико.

Чтобы определить насколько большим должно быть n , воспользуемся эмпирическим правилом:

Необходимо взять n настолько большим, чтобы все значения величин np_s были больше или равны пяти.

В нашем случае p_s равно:

- $\frac{1}{10} = 0.1$ при $k = 10$
- $\frac{1}{90} = 0.0(1)$ при $k = 90$
- $\frac{1}{900} = 0.00(1)$ при $k = 900$

В соответствии с сформулированным эмпирическим правилом необходимо провести $n \geq 50$, $n \geq 450$, $n \geq 4500$ наблюдений для одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных чисел, соответственно.

В данной лабораторной работе используется $n = 100$, $n = 1000$, $n = 10000$ наблюдений для одноразрядных, двухразрядных и трехразрядных чисел, соответственно.

Результаты работы

Ниже приведены результаты работы программы. В таблицах представлены первые 10 полученных чисел.

Алгоритмические значения				Табличные значения			
	0..9	10..99	100..999		0..9	10..99	100..999
1	0	28	548	1	5	44	374
2	6	39	528	2	5	59	571
3	7	65	354	3	3	94	767
4	4	23	656	4	0	58	558
5	9	45	253	5	6	82	220
6	7	71	211	6	7	28	791
7	8	50	101	7	6	88	761
8	5	64	306	8	5	61	567
9	8	98	696	9	2	43	841
V				V			
4.8 92.42 915.2				5.4 70.2 792.4			
Заполнить				Заполнить			

Пример №1 работы программы

Алгоритмические значения				Табличные значения			
	0..9	10..99	100..999		0..9	10..99	100..999
1	6	69	115	1	6	46	920
2	2	79	782	2	5	89	314
3	3	89	580	3	3	79	315
4	3	91	812	4	5	45	825
5	0	96	894	5	1	94	638
6	2	46	708	6	6	82	423
7	3	30	986	7	5	19	649
8	2	81	529	8	0	28	321
9	0	58	865	9	9	24	348
V				V			
3.8 76.04 950.3				8.8 86.6 841.8			
Заполнить				Заполнить			

Пример №2 работы программы

Алгоритмические значения				Табличные значения			
	0..9	10..99	100..999		0..9	10..99	100..999
1	0	29	964	1	0	29	241
2	6	99	400	2	4	40	638
3	3	83	976	3	3	12	718
4	5	43	315	4	6	87	902
5	7	25	866	5	1	23	932
6	1	12	639	6	5	88	322
7	1	65	542	7	8	84	601
8	7	82	949	8	1	40	896
9	2	57	957	9	1	54	605
V				V			
4.4 65.42 915.4				9.0 107.0 809.4			
Заполнить				Заполнить			

Пример №3 работы программы

Алгоритмические значения				Табличные значения			
	0..9	10..99	100..999		0..9	10..99	100..999
1	7	81	817	1	3	60	615
2	9	79	743	2	8	68	877
3	7	62	698	3	9	16	201
4	5	77	242	4	7	43	665
5	1	14	210	5	3	30	985
6	6	59	104	6	6	60	265
7	0	94	944	7	7	41	333
8	8	67	323	8	4	40	985
9	2	74	914	9	2	97	421
V				V			
4.2 92.24 904.6				10.0 85.2 782.4			
Заполнить				Заполнить			

Пример №4 работы программы

Вывод

Исходя из приведенных результатов работы программы следует, что:

№	V (алг.) 0..9	V (алг.) 10..99	V (алг.) 100..999	V (табл.) 0..9	V (табл.) 10..99	V (табл.) 100..999
1	4.8	92.42	915.2	5.4	70.2	792.4
2	3.8	76.04	950.3	8.8	86.6	793.5
3	4.4	97.1	915.4	9.0	107.0	809.4
4	4.2	92.24	904.6	10.0	85.2	782.4

Таблица 2

Сравнивая эти значения с значениями V из таблицы 1, можно прийти к выводам, что вероятность p при котором величина V принимает указанные значения:

№	p (алг.) 0..9	p (алг.) 10..99	p (алг.) 100..999	p (табл.) 0..9	p (табл.) 10..99	p (табл.) 100..999
1	$\leq 25\%$	$\leq 75\%$	$\leq 75\%$	$\leq 25\%$	$\leq 25\%$	$\leq 1\%$
2	$\leq 25\%$	$\leq 50\%$	$\leq 95\%$	$\leq 75\%$	$\leq 50\%$	$\leq 1\%$
3	$\leq 25\%$	$\leq 75\%$	$\leq 75\%$	$\leq 75\%$	$\leq 95\%$	$\leq 5\%$
4	$\leq 25\%$	$\leq 75\%$	$\leq 75\%$	$\leq 75\%$	$\leq 50\%$	$\leq 1\%$

Таблица 3

Видно, что при получении трехразрядных последовательностей с помощью таблицы случайных чисел при большом n (10000) V принимает такие малые значения, что вероятность p стремится к 0. Другими словами, наблюдаемые значения очень близки к ожидаемым, что неудивительно, поскольку таблица случайных чисел по определению подразумевает, что это набор цифр такой, что вероятность возникновения любой цифры от 0 до 9 одна и та же ($p_s = \frac{1}{k}$).

Также, заметим, что значения, сгенерированные алгоритмически, как и ожидалось, являются удовлетворительно случайными по отношению к χ^2 -критерию (в среднем $25\% \leq p \leq 75\%$). Другими словами, V достаточно большое, чтобы не считать результаты искусственными как в случае с табличным заполнением, но в то же время достаточно маленькое, чтобы считать результаты равномерно распределенными.

Таким образом, полученные результаты полностью соответствуют ожидаемым.

Список литературы

- [1] Mersenne Twister: A 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudo-Random Number Generator [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.315.6296&rep=rep1&type=pdf> свободный – (10.10.2020)
- [2] Случайные числа [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://vk.com/doc10903696_194274866?hash=449e2b0813b76d81ce&dl=db99c067f1a свободный – (10.10.2020)