



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

---

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

---

Дисциплина: «Моделирование»

Лабораторная работа №5

Тема работы:

«Исследование математической модели на  
основе технологии вычислительного  
эксперимента.»

Студент: Левушкин И. К.

Группа: ИУ7-62Б

Преподаватель: Градов В. М.

Москва, 2020 г.

## Цель работы

Получение навыков проведения исследований компьютерной математической модели, построенной на квазилинейном уравнении параболического типа. Исследование проводится с помощью программы, созданной в лабораторной работе №4.

## Исходные данные

1. Значения параметров (все размерности согласованы)

$$k(T) = a_1(b_1 + c_1 T^{m_1}), \text{ Вт/см К},$$

$$c(T) = a_2 + b_2 T^{m_2} - \frac{c_2}{T^2}, \text{ Дж/см}^3\text{К}.$$

Порядки величин (как в лаб. работе №4):

$$a_1 = 0.0134, b_1 = 1, c_1 = 4.35 \cdot 10^{-4}, m_1 = 1,$$

$$a_2 = 2.049, b_2 = 0.563 \cdot 10^{-3}, c_2 = 0.528 \cdot 10^5, m_2 = 1.$$

$$\alpha(x) = \frac{c}{x-d}.$$

Порядки величин (как в лаб. работе №4):

$$\alpha_0 = 0.05 \text{ Вт/см}^2 \text{ К},$$

$$\alpha_N = 0.01 \text{ Вт/см}^2 \text{ К},$$

$$l = 10 \text{ см},$$

$$T_0 = 300 \text{ К},$$

$$R = 0.5 \text{ см},$$

2. Поток тепла  $F(t)$  при  $x = 0$

$$F(t) = \frac{F_{max}}{t_{max}} t e^{-(\frac{t}{t_{max}} - 1)}, \text{ где } F_{max}, t_{max} - \text{амплитуда импульса потока и время ее достижения (Вт/см}^2 \text{ и с)}.$$

# Результаты работы

## Задание 1.

*Провести исследование по выбору оптимальных шагов по времени  $\tau$  и пространству  $h$ . Шаги должны быть максимально большими при сохранении устойчивости разностной схемы и заданной точности расчета.*

*Рассмотреть влияние на получаемые результаты амплитуды импульса  $F_{max}$  и времени  $t_{max}$  (определяют крутизну фронтов и длительность импульса).*

*Точность расчета можно оценить разными способами.*

- 1. Уменьшая шаги и наблюдая сходимость решений, как это делалось в лаб. работе №1.*
- 2. Проверяя, соблюдается ли при выбранных  $h, \tau$  баланс мощности после выхода на стационарное распределение температуры (в установившемся режиме), реализующееся при  $F(t) = const$ , т.е. в этом режиме должно выполняться условие: подводимая мощность равна отводимой. Имеем*

$$\pi R^2(F_0 - F_N) = 2\pi R \int_0^l \int \alpha [T(x, t_m) - T_0] dx,$$

*окончательно*

$$\frac{F_0 - F_N}{\frac{2}{R} \int_0^l \int \alpha [T(x, t_m) - T_0] dx} - 1 \leq \varepsilon. \quad (1)$$

*Задать точность  $\varepsilon$  примерно  $10^{-2}$ . Здесь  $t_m$  - время выхода на стационарный режим, т.е. когда температура перестает меняться с заданной точностью (см. лаб. работу №4).*

*Замечание. Варьируя параметры задачи, следует иметь ввиду, что решения, в которых температура превышает значения примерно  $2000K$ , физического смысла не имеют и практического интереса не представляют.*

## Решение

Начнем исследование по выбору оптимальных шагов по времени и пространству, проверяя выполнение неравенства (1) из 2 способа на следующем диапазоне шагов: по  $t$ :  $\tau = 1, 2, \dots, 10$  сек, по  $x$ :  $h = 0.1, 0.2, \dots, 1$  см.  $F(t) = const = F_0$ .

Ниже представлены результаты выполнения/не выполнения неравенства (1) на заданном диапазоне шагов в виде множества точек на графике  $\tau(h)$ , где точки  $(h_i, \tau_i)$  означают, что при шагах  $h = h_i, \tau = \tau_i$  неравенство выполняется.

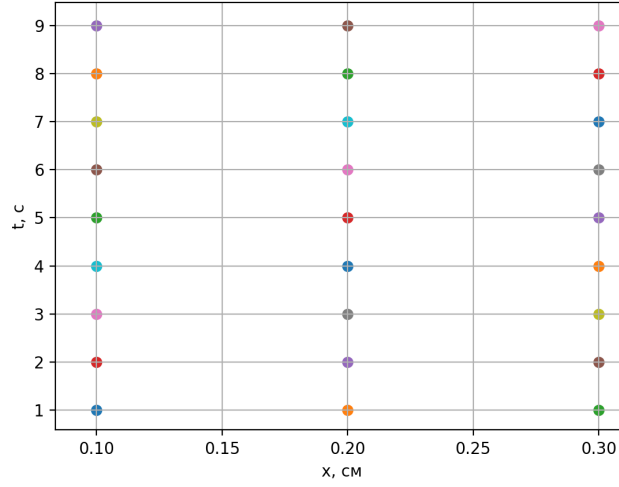


Рис. 1: Выполнение неравенства (1) при определенных шагах

Отсюда видно, что при  $h > 0.3$  см, баланс мощности после выхода на стационарное распределение температуры не соблюдается. Также, из данного эксперимента вытекает, что баланс мощности после выхода на стационарное распределение температуры не зависит от шага по времени. Это обусловлено тем, что параметры неравенства (1) не зависят от  $\tau$ .

Таким образом, остановимся на  $h = 0.3$  см и начнем уменьшать шаги по времени.

Для функции  $F(t) = \frac{F_{max}}{t_{max}} t e^{-(\frac{t}{t_{max}} - 1)}$ , подберем  $F_{max} = 30$  Вт/см<sup>2</sup>,  $t_{max} = 20$  с..

Поскольку график функции  $F(t) = \frac{30}{20} t e^{-(\frac{t}{20} - 1)} \approx 0$  при  $t > 160$  с. (рис. 2), то будем проводить измерения при  $t_i = 18, 72, 144$  с. (поскольку при  $t > 160$  стержень уже практически весь остынет и будет нечего сравнивать).

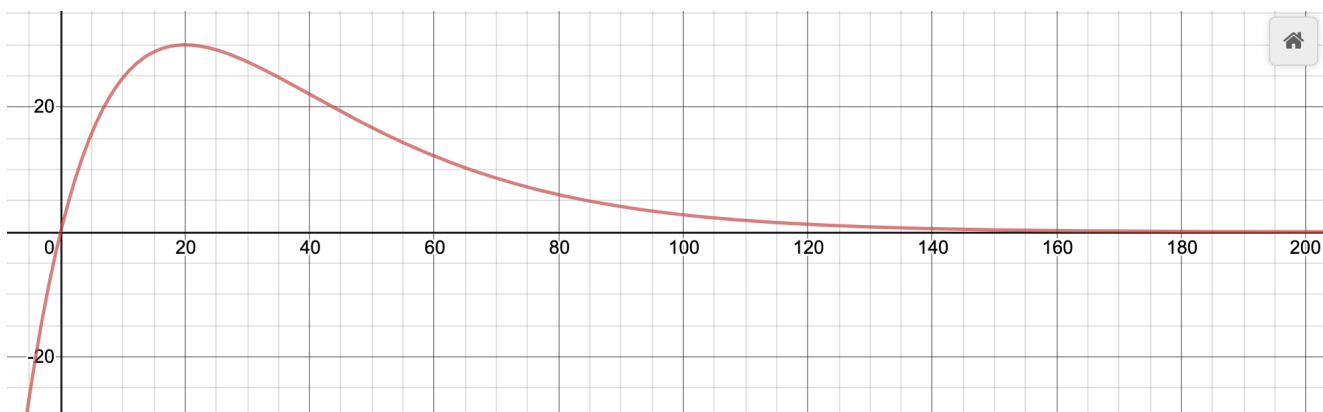


Рис. 2: График функции  $F(t) = \frac{30}{20}te^{-(\frac{t}{20}-1)}$

Ниже приведены 3 таблицы для  $t_i = 18, 72, 144$  с. соответственно.

Каждая колонка (кроме 1-ой) соответствует значениям функции  $T(x, t_i)$  при шагах  $\tau_k$  по  $t$  и  $h = 0.3$  см по  $x$ .

x, см	$T(t_i=18c), \tau = 9c$	$T(t_i=18c), \tau = 6c$	$T(t_i=18c), \tau = 3c$	$T(t_i=18c), \tau = 1c$	$T(t_i=18c), \tau = 0.5c$	$T(t_i=18c), \tau = 0.25c$
0.00	698.6470	704.7200	711.0016	715.4807	716.6590	717.2604
0.30	418.3414	420.1297	421.8280	423.0352	423.3699	423.5453
0.60	336.0523	336.0652	335.7837	335.4113	335.2971	335.2377
0.90	311.1787	310.8767	310.3318	309.7716	309.5989	309.5070
1.20	303.5058	303.2774	302.9144	302.5578	302.4482	302.3897
1.50	301.1088	300.9848	300.8021	300.6329	300.5826	300.5560
1.80	300.3532	300.2950	300.2157	300.1482	300.1294	300.1197
2.10	300.1132	300.0881	300.0568	300.0330	300.0269	300.0239
2.40	300.0365	300.0263	300.0147	300.0070	300.0053	300.0044
2.70	300.0118	300.0078	300.0037	300.0014	300.0010	300.0008

Рис. 3: Таблица  $T(x, 18)$ .  $h = 0.3$  см.

x, см	$T(t_i=72c), \tau = 9c$	$T(t_i=72c), \tau = 6c$	$T(t_i=72c), \tau = 3c$	$T(t_i=72c), \tau = 1c$	$T(t_i=72c), \tau = 0.5c$	$T(t_i=72c), \tau = 0.25c$
0.00	475.2750	475.2583	475.0150	474.7235	474.6338	474.5865
0.30	377.2207	377.5177	377.6289	377.5903	377.5658	377.5512
0.60	334.5280	334.9302	335.2299	335.3617	335.3849	335.3951
0.90	315.6171	315.9582	316.2606	316.4326	316.4709	316.4893
1.20	307.1179	307.3534	307.5833	307.7299	307.7652	307.7826
1.50	303.2566	303.4000	303.5499	303.6530	303.6790	303.6920
1.80	301.4907	301.5704	301.6581	301.7218	301.7385	301.7469
2.10	300.6810	300.7220	300.7688	300.8043	300.8138	300.8187
2.40	300.3099	300.3296	300.3525	300.3703	300.3752	300.3777
2.70	300.1403	300.1491	300.1593	300.1673	300.1696	300.1707
3.00	300.0632	300.0668	300.0708	300.0740	300.0748	300.0753
3.30	300.0283	300.0296	300.0309	300.0319	300.0322	300.0323
3.60	300.0126	300.0130	300.0133	300.0134	300.0134	300.0134
3.90	300.0056	300.0056	300.0056	300.0055	300.0054	300.0054
4.20	300.0024	300.0024	300.0023	300.0022	300.0021	300.0021

Рис. 4: Таблица  $T(x, 72)$ .  $h = 0.3$  см.

x, см	$T(t_i=144c), \tau = 9c$	$T(t_i=144c), \tau = 6c$	$T(t_i=144c), \tau = 3c$	$T(t_i=144c), \tau = 1c$	$T(t_i=144c), \tau = 0.5c$	$T(t_i=144c), \tau = 0.25c$
0.00	310.8666	310.6081	310.3689	310.2208	310.1853	310.1678
0.30	305.2961	305.0905	304.8990	304.7802	304.7516	304.7375
0.60	302.7241	302.5850	302.4533	302.3707	302.3508	302.3410
0.90	301.4626	301.3757	301.2913	301.2375	301.2244	301.2179
1.20	300.8112	300.7600	300.7085	300.6748	300.6665	300.6624
1.50	300.4604	300.4319	300.4018	300.3814	300.3763	300.3738
1.80	300.2653	300.2503	300.2336	300.2218	300.2188	300.2173
2.10	300.1542	300.1469	300.1382	300.1317	300.1300	300.1291
2.40	300.0899	300.0867	300.0826	300.0793	300.0784	300.0779
2.70	300.0524	300.0513	300.0496	300.0480	300.0476	300.0474
3.00	300.0304	300.0302	300.0297	300.0292	300.0290	300.0289
3.30	300.0176	300.0177	300.0177	300.0176	300.0176	300.0176
3.60	300.0101	300.0103	300.0105	300.0106	300.0106	300.0106
3.90	300.0057	300.0059	300.0062	300.0063	300.0063	300.0063

Рис. 5: Таблица  $T(x, 144)$ .  $h = 0.3$  см.

Фиксируя  $x_j$  и сравнивая на этой строке значения  $T(x_j, t_i)$  при разных шагах  $\tau$  в каждой таблице, приходим к выводу, что наиболее оптимальный шаг по времени  $\tau = 1$  с., поскольку при  $\tau > 1$  значения  $T$  далеки от точного, а при  $\tau < 1$  различия уже незначительные (наблюдается сходимость решений).

*Пример:*

Фиксируем  $x_j = 0.3$  см;

$T(t_i = 18) = 418.3414, 420.1297, 421.8280, 423.0352, 423.3699, 423.5453$  К

при  $\tau = 9, 6, 3, 1, 0.5, 0.25$  с. соответственно.

Далее, начнем уменьшать шаги по пространству  $h$  при  $\tau = 1$  с..

Ниже приведены 3 таблицы для  $t_i = 18, 72, 144$  с. соответственно.

Каждая колонка (кроме 1-ой) соответствует значениям функции  $T(x, t_i)$  при шагах  $h_k$  см по  $x$  и  $\tau = 1$  с. по  $t$ .

x, см	$T(t_i=18c), h=0.3\text{см}$	$T(t_i=18c), h=0.1\text{см}$	$T(t_i=18c), h=0.05\text{см}$	$T(t_i=18c), h=0.01\text{см}$	$T(t_i=18c), h=0.005\text{см}$	$T(t_i=18c), h=0.001\text{см}$
0.00	715.4807	722.8159	716.3603	709.4603	708.5146	707.7466
0.30	423.0352	481.9886	444.1038	414.0602	413.8101	413.6110
0.60	335.4113	349.4057	338.4945	330.1204	330.0570	330.0082
0.90	309.7716	312.6328	309.6169	307.7659	307.5653	307.4095
1.20	302.5578	302.9841	302.2030	301.6601	301.6566	301.6541
1.50	300.6329	300.3788	300.3495	300.3373	300.3365	300.3360
1.80	300.1482	300.0725	300.0650	300.0621	300.0619	300.0618
2.10	300.0330	300.0128	300.0110	300.0104	300.0104	300.0104
2.40	300.0070	300.0038	300.0024	300.0016	300.0016	300.0016

Рис. 6: Таблица  $T(x, 18)$ .  $\tau = 1$  с.

x, см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.3см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.1см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.05см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.01см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.005см	T(t <sub>i</sub> =72с), h=0.001см
0.00	474.7235	475.1732	473.8360	472.4725	472.2882	472.1389
0.30	377.5903	399.6132	385.7095	373.8286	373.7317	373.6542
0.60	335.3617	343.7813	337.6780	332.5178	332.4680	332.4285
0.90	316.4326	319.6933	316.9351	315.0193	314.7970	314.6218
1.20	307.7299	308.9947	307.7198	306.6657	306.6531	306.6432
1.50	303.6530	303.1922	303.1060	303.0495	303.0433	303.0385
1.80	301.7218	301.4615	301.4168	301.3887	301.3858	301.3835
2.10	300.8043	300.6610	300.6383	300.6246	300.6232	300.6222
2.40	300.3703	300.3856	300.3237	300.2756	300.2750	300.2745
2.70	300.1673	300.1685	300.1402	300.1221	300.1200	300.1185
3.00	300.1673	300.0717	300.0590	300.0511	300.0502	300.0495
3.30	300.0740	300.0296	300.0241	300.0207	300.0203	300.0200
3.60	300.0319	300.0118	300.0095	300.0081	300.0079	300.0078
3.90	300.0134	300.0045	300.0036	300.0030	300.0030	300.0029
4.20	300.0055	300.0017	300.0013	300.0011	300.0011	300.0011

Рис. 7: Таблица  $T(x, 72)$ .  $\tau = 1$  с.

x, см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.3см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.1см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.05см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.01см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.005см	T(t <sub>i</sub> =144с), h=0.001см
0.00	310.2208	310.4836	310.4870	310.4809	310.4799	310.4791
0.30	304.7802	306.1619	305.4092	304.7569	304.7562	304.7556
0.60	302.3707	302.9319	302.5935	302.3011	302.3006	302.3002
0.90	301.2375	301.4774	301.3153	301.2013	301.1880	301.1775
1.20	300.6748	300.7816	300.6994	300.6288	300.6286	300.6284
1.50	300.3814	300.3554	300.3513	300.3491	300.3489	300.3488
1.80	300.2218	300.2038	300.2010	300.1995	300.1993	300.1992
2.10	300.1317	300.1193	300.1174	300.1163	300.1162	300.1162
2.40	300.0793	300.0842	300.0758	300.0687	300.0687	300.0686
2.70	300.0480	300.0502	300.0451	300.0416	300.0412	300.0408
3.00	300.0480	300.0300	300.0269	300.0247	300.0245	300.0243
3.30	300.0292	300.0178	300.0159	300.0146	300.0145	300.0144
3.60	300.0176	300.0105	300.0094	300.0086	300.0085	300.0084

Рис. 8: Таблица  $T(x, 144)$ .  $\tau = 1$  с.

Фиксируя  $x_j$  и сравнивая на этой строке значения  $T(x_j, t_i)$  при разных шагах  $h$  в каждой таблице, приходим к выводу, что наиболее оптимальный шаг по пространству  $h = 0.01$  см, поскольку при  $h > 1$  значения  $T$  далеки от точного, а при  $h < 1$  различия уже незначительные (наблюдается сходимость решений).

*Пример:*

Фиксируем  $x_j = 0.6$  см;

$T(t_i = 18) = 335.4113, 349.4057, 338.4945, 330.1204, 330.0570, 330.0082$  К

при  $h = 0.3, 0.1, 0.05, 0.01, 0.005, 0.001$  см., соответственно.

Таким образом, оптимальные шаги:

$\tau = 1.0$  с.

$h = 0.01$  см.

При этом  $F_{max}$  и  $t_{max}$  будут влиять на полученные результаты только в том случае, если сделать их слишком маленькими (близкими к 0). При уменьшении  $t_{max}$  будет меняться выбор, какие  $t_i$  нужно будет фиксировать для  $T(x_j, t_i)$ . Поскольку, если задать  $t_{max}$  очень маленьким (близким к 0), то стержень быстро остынет и сравнивать будет уже нечего на больших  $t_i$ .

*Пример:*

Зададим  $t_{max} = 0.7$  с.. Тогда график функции  $F(t)$  выглядит следующим образом:

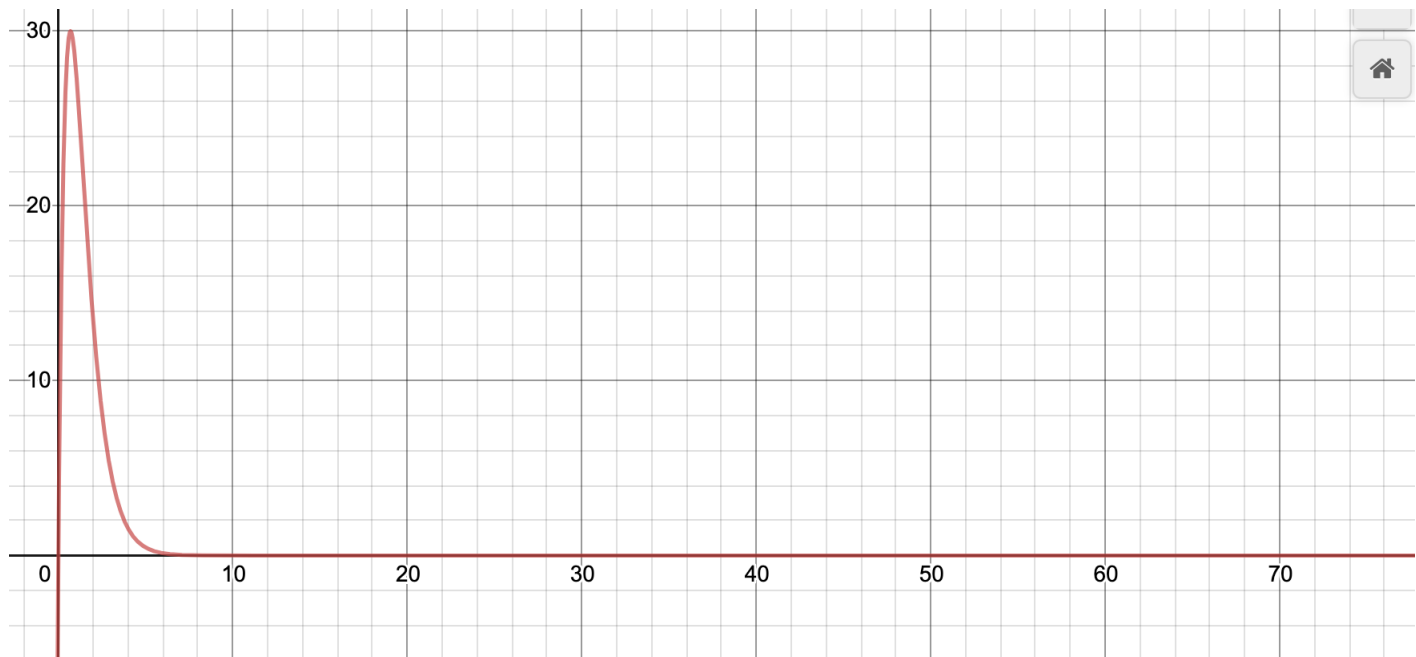


Рис. 9: График функции  $F(t) = \frac{30}{0.7}te^{-(\frac{t}{20}-1)}$

Где видно, что уже при  $t = 9$  с.  $F(t) \approx 0$ . А значит уже при  $t > 20$  (когда стержень практически полностью остывает) температура по всей длине стержня будет практически равна 300 К. Поэтому придется сравнивать только при малых  $t_i$ . Соответственно, если уменьшить  $t_{max}$  на столько, что оно будет меньше тестируемого шага  $\tau$ , то и сравнить ничего не получится.



То же самое касается и  $F_{max}$ . Если задать его значение близким к 0, то стержень в принципе не будет нагреваться и сравнивать будет нечего (рис. 10).

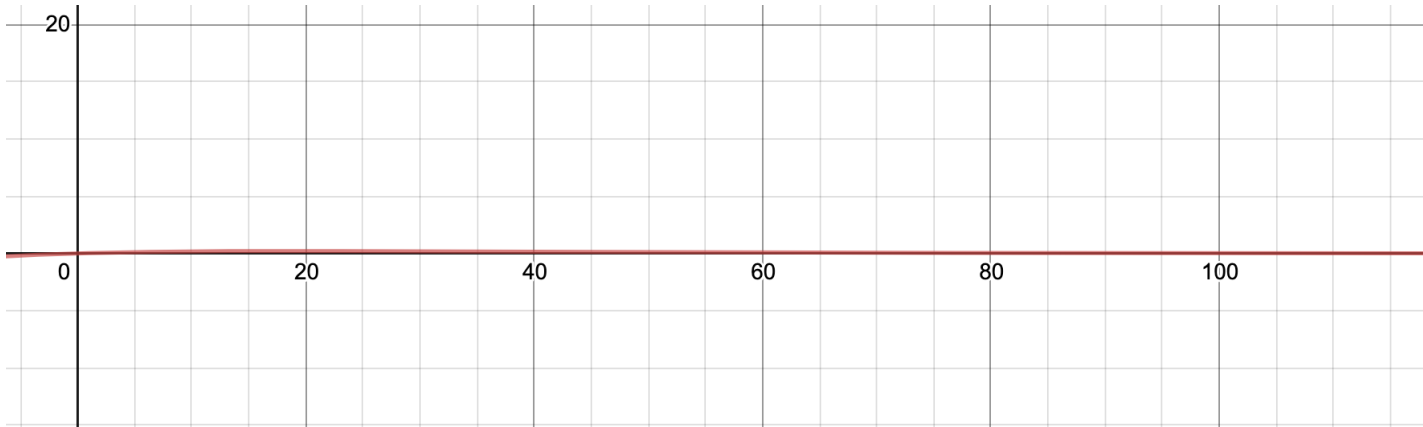


Рис. 10: График функции  $F(t) = \frac{0.2}{19}te^{-(\frac{t}{20}-1)}$

## Задание 2.

График зависимости температуры  $T(0, t)$  при 3-4 значениях параметров  $a_2$  и/или  $b_2$  теплоемкости.

Справка. С ростом теплоемкости темп нарастания температуры снижается.

### Решение

Ниже приведены графики температуры  $T(0, t)$  при 4 значениях параметров  $a_2$  теплоемкости.

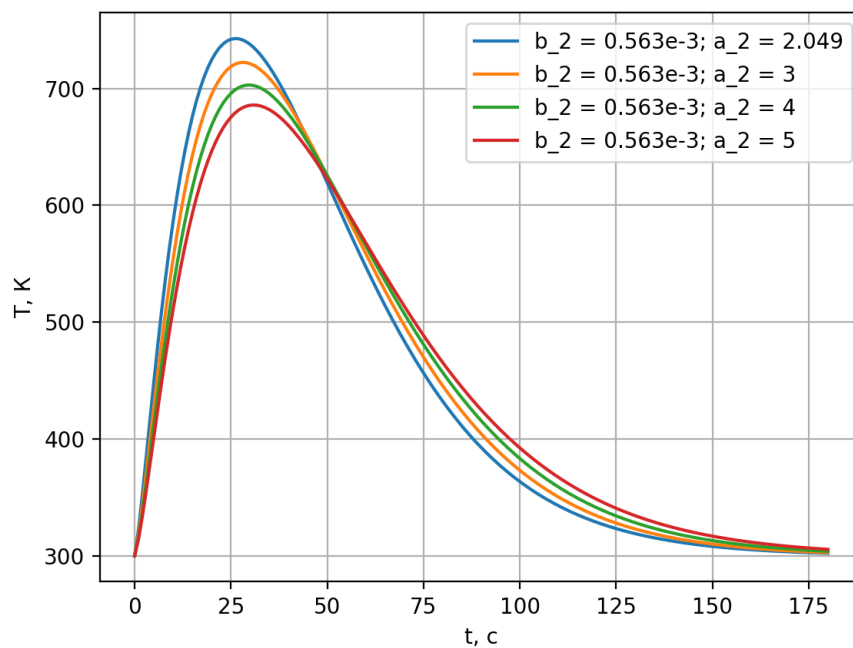


Рис. 11: График функции  $T(0, t)$  при  $b_2 = 0.563 \times 10^{-3}$

Как и указано в справке с ростом теплоемкости темп нарастания температуры снижается.

### Задание 3.

График зависимости температуры  $T(0, t)$  (т.е. при  $x = 0$ ) в частотном режиме теплового нагружения. Импульсы следуют один за другим с заданной частотой  $\nu$  (частота определяется количеством импульсов в 1 секунду).

Показать, что при большом количестве импульсов температурное поле начинает в точности воспроизводиться от импульса к импульсу.

Продемонстрировать, как по мере роста частоты импульсов размах колебаний температуры уменьшается (вплоть до нуля), т.е. реализуется квазистационарный режим, при котором в торец поступает постоянный поток  $F_c = \nu \int_0^{t_u} F(t) dt$ . Здесь  $t_u$  - длительность импульса, определяемая как момент времени, когда  $\frac{F(t_u)}{F_{max}} \approx 0.05$ . Если взять прямоугольные импульсы длительностью  $t_u$ , т.е.  $F(t) = \text{const} = F_0$ , то  $F_c = \nu F_0 t_u$ .

Справка. Полученное температурное поле должно совпасть с результатом расчета  $T(x)$  по программе лаб. работы №3 при  $F_0 = F_c$ , разумеется при всех одинаковых параметрах модели, в частности, вместо  $k(T)$  надо использовать  $k(x)$  из лаб. работы №3.

### Решение

Частотный режим реализуется следующим образом:

- Заводится массив  $pulses_t$  для  $t_i$ , содержащий информацию о том, сколько прошло времени с момента запуска  $i$  — импульса.
- В момент времени  $T = \frac{1}{\nu}$ , заносится в массив текущее значение времени  $t$ . Затем происходит обнуление  $t$  (запускается следующий импульс).
- $F(t)$  находится как сумма текущей волны и всех предыдущих, состояние которых лежит в массиве  $pulses_t$ .
- В конце каждой итерации по времени происходит увеличение всех элементов массива  $pulses_t$  на  $\tau$  (обновляется состояние каждого импульса).

Ниже приведен график зависимости  $T(0, t)$  в частотном режиме теплового нагружения при  $\nu = 0.01$  (т. е. второй импульс запускается, когда  $t = 100$  с.);  $F_{max} = 50$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.:

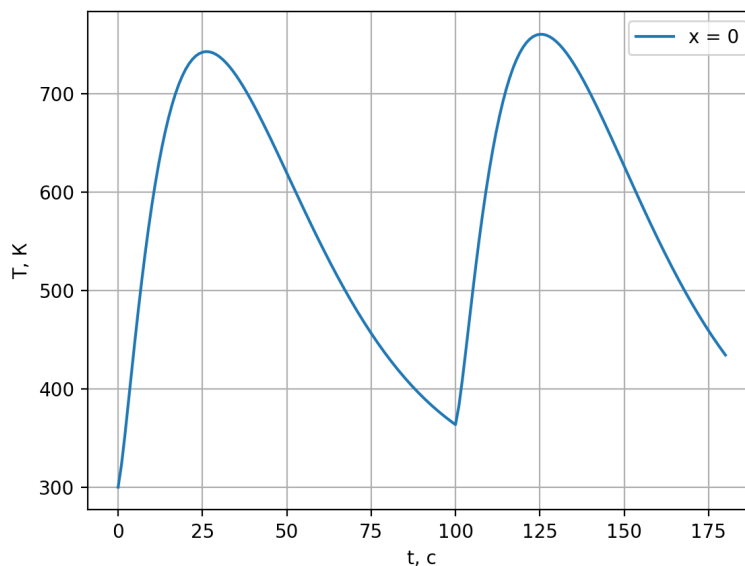


Рис. 12: График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.01$ .  $F_{max} = 50$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

Видно, что во время достижения амплитуды второго импульса, температура больше, чем во время достижения первого импульса. Это говорит о том, что к этому моменту времени первый импульс еще не успел до конца затухнуть.

Ниже приведены графики зависимости  $T(0, t)$  в частотном режиме теплового нагружения с постепенным увеличением частоты от  $\nu = 0.05$  с. до  $\nu = 0.5$  1/с. с шагом 0.05 1/с..  $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup> (уменьшено в 10 раз, поскольку в условиях задачи сказано, что решения, в которых температура превышает значения примерно 2000К, физического смысла не имеют и практического интереса не представляют.);  $t_{max} = 20$  с.:

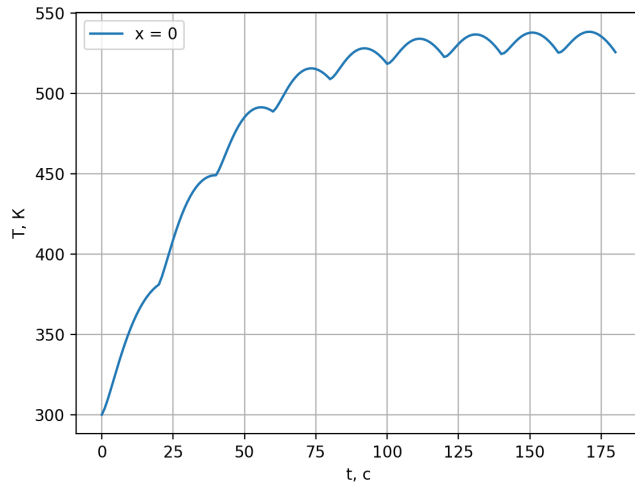


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.05$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

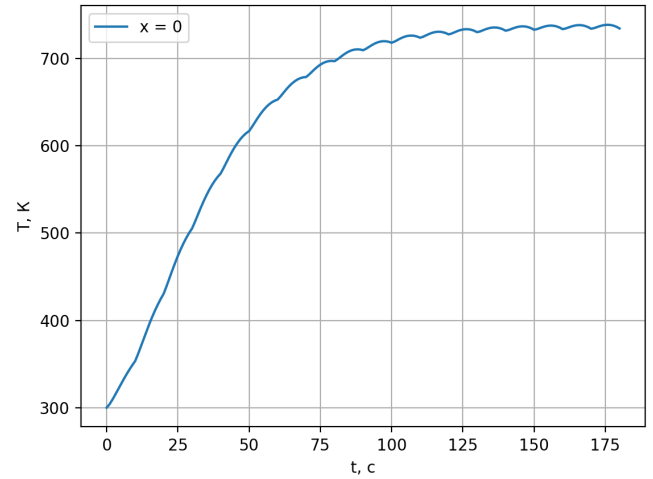


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.1$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

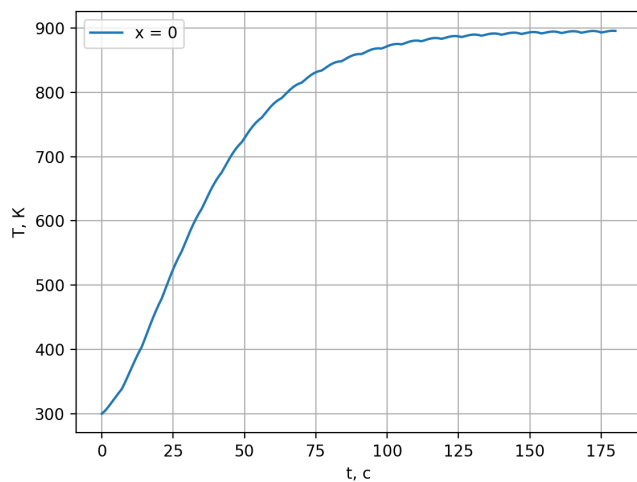


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.15$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

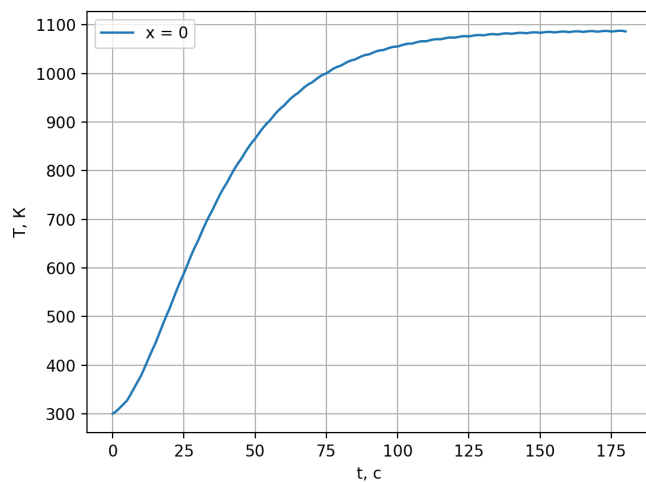


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.2$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

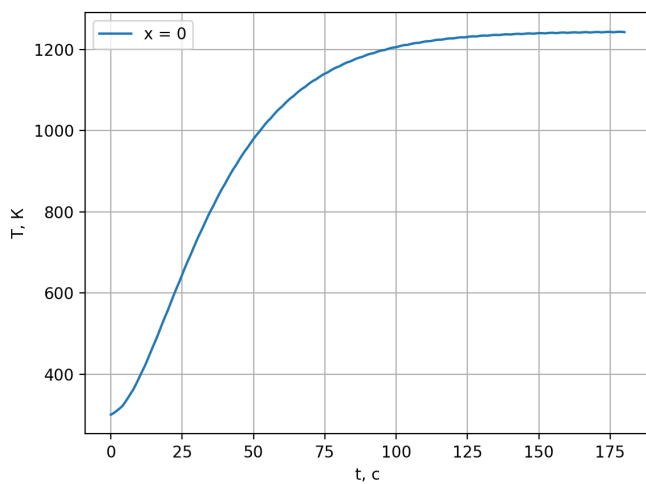


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.25$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

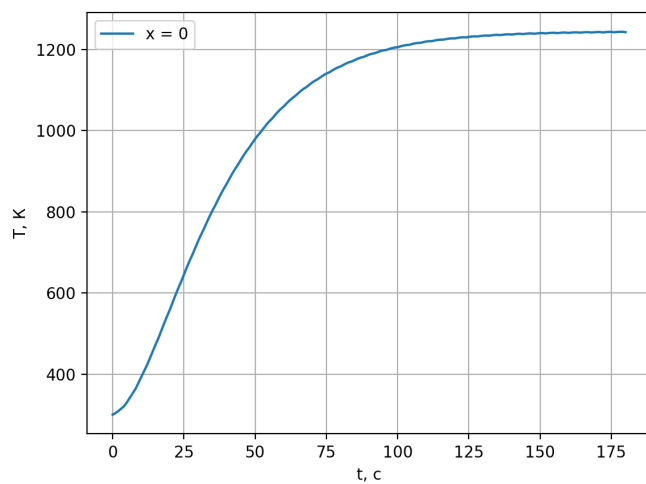


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.3$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

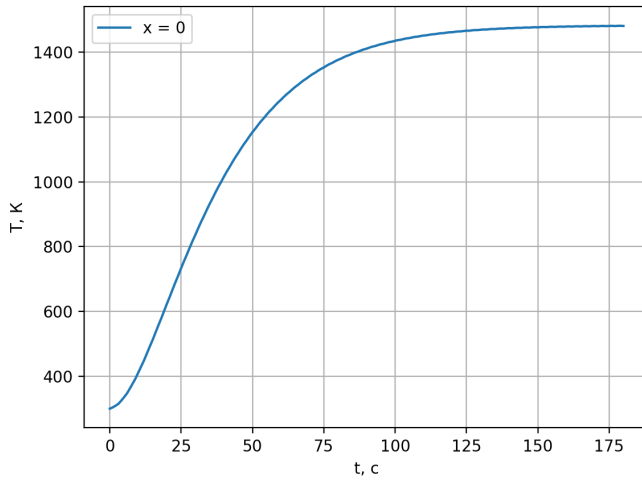


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.35$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

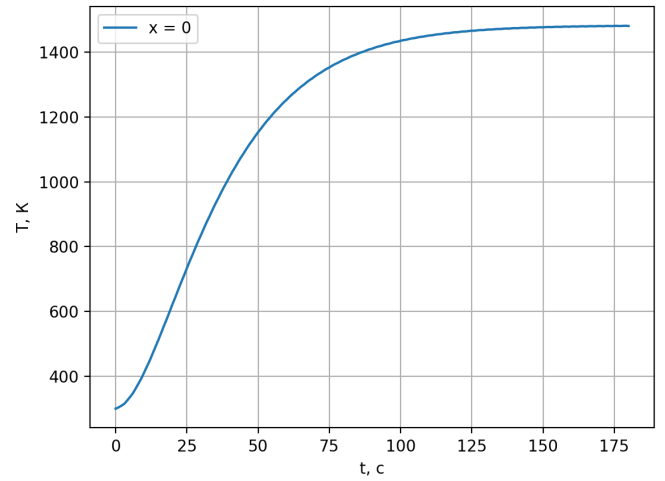


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.4$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

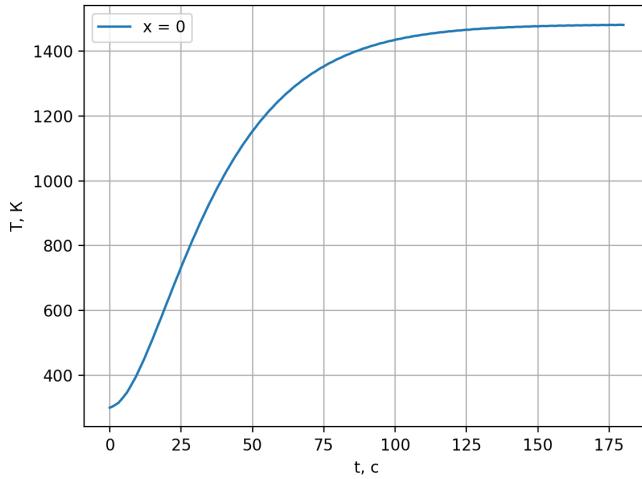


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.45$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

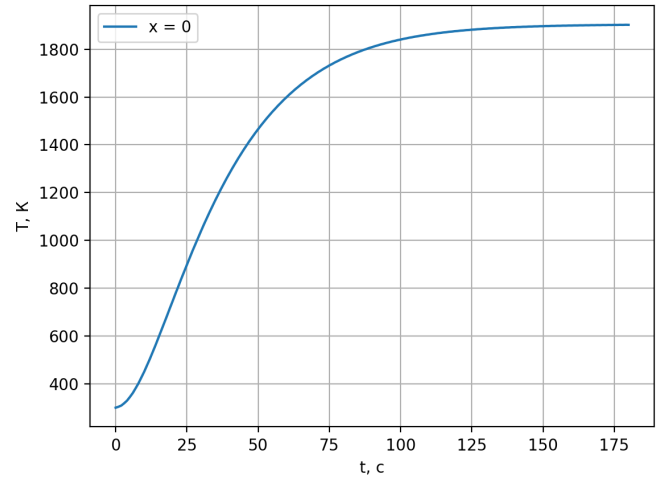


График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.5$  1/с.  
 $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$  с.

Видно, что при  $\nu = 0.5$  1/с температурное поле в точности воспроизводится от импульса к импульсу.

Возьмем  $k(x)$  из лаб. работы №3 вместо  $k(T)$ . Остальные параметры оставим такими же. При  $t_u = 115.0$  с.  $\frac{F(t_u)}{F_{max}} \approx 0.05$ .

Следовательно,  $F_c = 0.5 \int_0^{115.0} \frac{5}{20} t e^{-(\frac{t}{20}-1)} dt = 132.994$  К.

Ниже приведен график распределения  $T(0, t)$  при описанных выше параметрах.

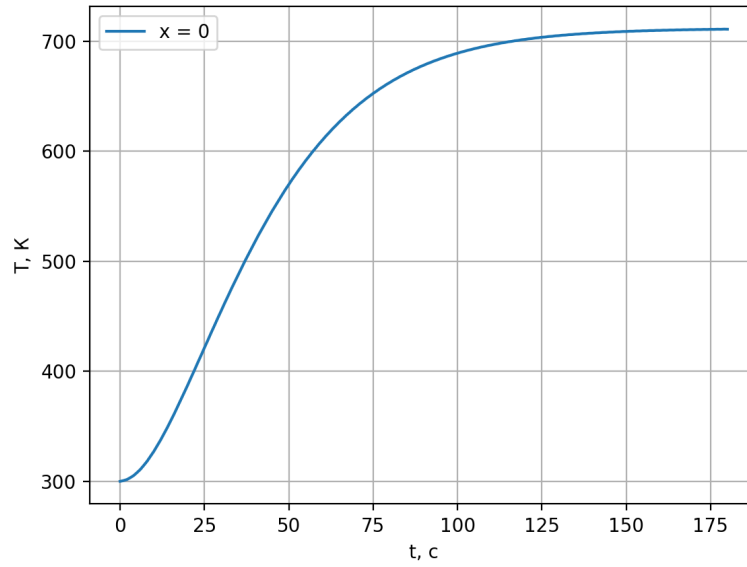


Рис. 13: График функции  $T(0, t)$  при  $\nu = 0.5$ .  $F_{max} = 5$  Вт/см<sup>2</sup>;  $t_{max} = 20$ ;  $k(x)$  с.

Видно, что при установлении квазистационарного режима  $T \approx 710$  К, что совпадает с результатом расчета  $T(x)$  по программе лаб. работы №3 при  $F_0 = F_c$ .

*Примечание:*

*Все измерения в текущем задании были сделаны при оптимальных шагах  $h = 0.01$  см.;  $\tau = 1$  с., полученных в задании 1.*