# имитационное моделирование

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1	КОРОТКО О ГЛАВНОМ GPSS	2
2	МОДЕЛИРОВАНИЕ	7
	2.1 Философские аспекты моделирования	7
	2.2 Классификация видов моделирования	8
	2.3 Технические средства математического моделирования	10
	2.3.1 Цифровая техника	10
	2.3.2 Аналоговая техника	10
	2.3.3 Гибридные ВМ	12
	2.4 Формал. и алгоритмиз. процесса функционир. сложных систем	12
	2.5 Основные этапы моделирования больших систем	13
	2.5.1 1 этап	13
	2.5.2 2 этап	14
	2.5.3 3 этап	15
	2.5.4 Тактическое планирование	16
	2.6 Итеративная калибровка модели	16
	2.6.1 Проверка адекватности и корректировки модели	17
	2.7 Сети Петри	19
	2.7.1 Обыкновенные сети Петри	20
	2.7.2 Графы сетей	20
	2.7.3. Основные свойства сетей Петви	21

## 1 КОРОТКО О ГЛАВНОМ GPSS

Язык GPSS (GeneralPurposeSimulationSystem), ориентированный на процессы, разработан еще в 1961 г., но продолжает широко использоваться. Язык реализован в ряде программ имитационного моделирования, так, версия программы GPSS/PC в среде Windows создана в 2000 г.

Модель (программа) на языке GPSS представляет собой последовательность операторов (их называют блоками), отображающих события, происходящие в СМО при перемещениях транзактов. Поскольку в интерпретаторах GPSS реализуется событийный метод и в СМО может быть одновременно много транзактов, то интерпретатор будет попеременно исполнять разные фрагменты программы, имитируя продвижения транзактов в текущий момент времени до их задержки в некоторых устройствах или очередях.

Операторы (блоки) GPSS имеют следующий формат:

## <meтка><имя\_оператора><поле\_операндов> [<комментарий>]

Метка может занимать позиции, начиная со второй, имя оператора – с восьмой, поле операндов – с девятнадцатой, комментарий обязательно отделяется от поля операндов пробелом.

Поле операндов может быть пусто, иметь один или более операндов, обозначаемых ниже при описании блоков символами **A** , **B** , **C** ,... Операндами могут быть идентификаторы устройств, накопителей, служебные слова и стандартные числовые атрибуты (СЧА). К СЧА относятся величины, часто встречающиеся в разных задачах. Это, например, такие операнды, как **S** – объем занятой памяти в накопителе, **F** – состояние устройства, **Q** – текущая длина очереди, **P** – параметр транзакта (каждый транзакт может иметь не более **L** параметров, где **L** зависит от интерпретатора), **V** – целочисленная переменная

(вещественная и булева переменные обозначаются **FV** и **BV** соответственно), **X** – хранимая переменная (переменная, для которой автоматически подсчитывается статистика), **K** – константа, **AC1** – текущее время, **FN** – функция, **RN** – случайная величина, **RN1** – случайная величина, равномерно распределенная в диапазоне [0, 1] и др. При этом ссылки на СЧА записываются в виде **<СЧА>\$<идентификатор>**. Например, **Q\$ORD** означает очередь **ORD** или **FN\$COS** — ссылка на функцию **COS**.

Рассмотрим наиболее <u>часто встречающиеся операторы</u>, сопровождая знакомство с ними простыми примерами моделей. Источники заявок обычно описываются блоком:

#### GENERATE A,B,C,D,E

Здесь **A** и **B** служат <u>для задания интервалов между появлениями заявок,</u> при этом можно использовать <u>один из следующих</u> вариантов:

- интервал равномерно распределенная в диапазоне [**A-B, A+B**] случайная величина;
- интервал значение функции, указанной в В, умноженной на А;

С – задержка в выработке первого транзакта; D — число вырабатываемых источником заявок; Е — приоритет заявок. Если D пусто, то число вырабатываемых транзактов неограничено. Например:

#### GENERATE 6, FN\$EXP, ,15

Этот оператор описывает источник, который вырабатывает 15 транзактов с интервалами, равными произведению числа 6 и значения функции EXP;

#### GENERATE 36,12

Здесь <u>число транзактов неограничено</u>, интервалы между транзактами – случайные числа в диапазоне [24, 48]. Функции, на которые имеются ссылки в операторах, должны быть описаны с помощью блока следующего типа:

#### M FUNCTION A, B

За ним следует строка, начинающаяся с первой позиции:

Здесь метка  $\mathbf{M} - \underline{\mathbf{u}} \underline{\mathbf{m}} \underline{\mathbf{m}}$ 

EXP FUNCTION RN1,C12

Это описание непрерывной (**c**) функции **EXP**, заданной таблично **12**-ю узловыми точками, аргументом является случайная равномерно распределенная величина в диапазоне [0, 1]; или:

BBB FUNCTION (RN1), \*4, D6

Дискретная (**D**) функция **ввв** задана 6-ю узловыми точками, аргумент — четвертый параметр транзакта, возбудившего обращение к функции **ввв**.

Здесь аргумент задан с использованием косвенной адресации, признаком которой является символ \*, т.е. запись \*4 означает, что аргументом является величина, указанная в 4-м параметре транзакта, вызвавшего функцию (в данном примере можно было бы использовать равноценную запись \*р4). В общем случае

косвенная адресация выполняется путем записи операнда в виде **СЧА\*СЧА**. Например: **Q\*p5** – длина очереди с именем, записанным в парамтере 5 транзакта.

Тразакты могут порождаться и оператором размножения:

#### SPLIT A,B,C

<u>Новые транзакты</u> порождаются, когда в данный блок <u>входит некоторый</u> <u>транзакт</u>. При этом создается семейство транзактов, включающее основной (вошедший в блок) транзакт и **A** его копий. Основной транзакт переходит в следующий по порядку блок, а его копии переходят в блок с меткой **B**. Для различения транзактов параметр **C** основного транзакта увеличивается на 1, а транзактов-копий – на 2, 3, 4,... и т. д.

Обратное действие – сборка транзактов выполняется операторами:

#### ASSEMBLE A

#### GATHER A

Согласно оператору **ASSEMBLE** первый из вошедших в блок транзактов выйдет из него только после того, как в этот блок придут еще **A-1** транзактов того же семейства. Второй оператор отличается от предыдущего тем, что из блока выходят все **A** транзактов.

<u>Операторы</u> **занятия** транзактом и **освобождения** от обслуживания устройства **A**:

#### SEIZE A

#### RELEASE A

Задержка в движении транзакта по СМО описывается оператором:

#### ADVANCE

A,B

**А** и **В** имеют тот же смысл, что и в операторе **GENERATE** $^{1}$ .

ПРИМЕРЫ в finder\_mod.pdf (248 стр.).

<sup>1.</sup> А и В задают интервал между появлениями заявок, юзаем один из следующих вариантов:

<sup>•</sup> интервал – равномерно распределенная в диапазоне [А-В, А+В] случайная величина;

<sup>•</sup> интервал – значение функции, указанной в В, умноженной на А;)

### 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ

## 2.1 Философские аспекты моделирования.

Объектом называется всё то, на что направлена человеческая деятельность.

В научном исследовании большую роль играет понятие гипотезы – определенное предсказание, основанное на небольшом количестве опытных данных, наблюдениях, догадках. Быстрая проверка гипотезы может быть проведена в ходе специально поставленных экспериментов.

При формировании и проверке правильности гипотезы в качестве метода суждения используется аналогия. Аналогией называется суждение о каком либо частном сходстве двух объектов.

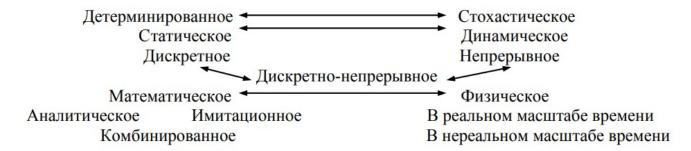
Современные научные гипотезы создаются как правило по аналогии проверенным на практике положениям. Таким образом, аналогия связывает гипотезу с экспериментом.

Гипотезы и аналогии, отражающие реальный объктивно-существующий мир, должны обладать наглядностью или сводиться к удобным для исследования логическим схемам. Такие логические схемы, упрощающие рассуждения и позволяющие проводить эксперименты, уточняющие природу явлений, называются моделями.

**Модель** – объект - заместитель объекта оригинала, обеспечивающий изучение некоторых свойств оригинала. Замещение одного объекта другим с целью получения информации о важнейших свойствах объекта-оригинала с помощью объекта-модели называется **моделированием**.

### 2.2 Классификация видов моделирования.

В зависимости от характера изучаемых процессов в некоторой сложной системе все виды моделирования можно разделить:



- Детерминированное моделирование отображает детерминированные процессы, т.е. такие, в которых отсутствуют всякие случайные воздействия.
- Стохастическое моделирование отображает случайные, вероятностные процессы и события.
- Статическое служит для описания сложной системы в конкретный момент времени.
- Динамическое отражает поведение системы во времени.
- **Дискретное** моделирование используется для описания процессов, происходящих в дискретные моменты времени.
- Непрерывное используется для описание непрерывных во времени процессов.
- Дискретно-непрерывное используется для тех случаев, когда хотят отразить наличие как дискретных, так и непрерывных процессов в системе.
- Под математическом моделированием будем понимать процесс установления данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью и исследование этой модели,

позволяющее получить характеристики реального объекта. Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект лишь с некоторой степенью приближения.

• Для аналитического моделирования характерным является то, что процессы функционирования элементов системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений (алгебраических, интегральнодифференциальных, конечно-разностных и т.д.) или логических условий.

Аналитические модели могут быть исследованы тремя способами:

- 1. Аналитическим. Получение в общем виде зависимости выходных характеристик от исходных.
- 2. Численным. Нельзя решить сложные уравнения в общем виде. Результаты получают для конкретных начальных данных.
- 3. **Качественным**. Нет возможности получения конкретных решений, но можно выделить некоторые свойства объектов или решений уравнений, например, оценить устойчивость решения.
- При **имитационном моделировании** алгоритм, реализующий модель, воспроизводит процесс функционирования системы во времени. Имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением логической структуры объекта и последовательности протекания процесса во времени. Это позволяет по исходным данным получить сведения о состоянии процесса в определенные моменты времени. Преимуществом имитационного моделирования является возможность решения более сложных задач.

Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные

характеристики системы, многочисленные случайные воздействия. Когда результаты, полученные имитационной моделью, являются реализацией случайных величин и функций, то для нахождения характеристик процесса функциональной системы необходимо его многократное воспроизведение с последующей статистической обработкой.

• **Комбинированное моделирование** при анализе сложных систем позволяет объединить достоинства отдельных методов. В нем проводят декомпозицию процесса функционирования сложной системы на подпроцессы и для тех, где можно используют аналитические модели, где нельзя – имитационное моделирование.

### 2.3 Технические средства математического моделирования

### 2.3.1 Цифровая техника

Цифровая техника является дискретной. Основная проблема — быстродействие (не догнать реальное время) слишком сложен механизм.

#### 2.3.2 Аналоговая техника

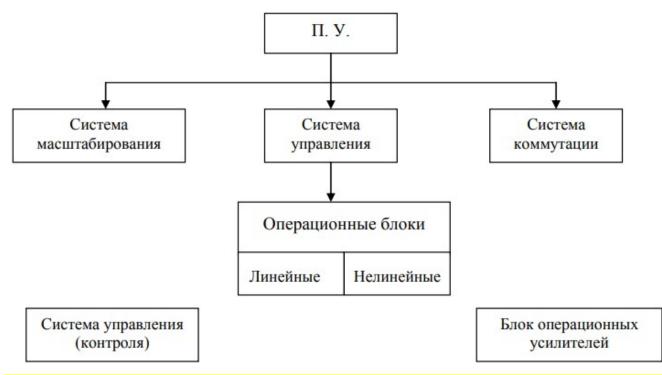
В отличие от дискретной техники в основе аналоговой <u>лежит принцип</u> моделирования, а не счета. При использовании в качестве модели некоторой задачи электронных цепей, каждой переменной величине ставится в соответствие определенную переменную величину электрической цепи. При этом основой построения такой модели является **изоморфизм** - подобие исследуемой задачи и соответствующей электрической модели. При определении критерия подобия используют специальные приемы масштабирования, соответствующие заданным параметрам.

Согласно своим вычислительным возможностям ABM наиболее приспособлены для исследования объектов, динамика которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных, реже - алгебраическими, следовательно, ABM можно отнести к классу специальных машин.

В общем случае под ABM понимаем совокупность электрических элементов, организованных с систему, позволяющих изоморфно моделировать динамику изучаемого объекта. Функциональные блоки ABM должны реализовывать весь комплекс арифметикологических операций.

АВМ делятся по мощности (степень дифференциальных уравнений):

- малые (n ≤ 10)
- средние  $(10 \le n \le 20)$
- большие (n ≤ 20)



Теги: Система масштабирования, Система управления, Система коммутации, Операционные блоки, Система управления (контроля), Блок операционных усилителей.

## 2.3.3 Гибридные ВМ

Широкий класс BC, использующий как аналоговый, так и дискретный метод представления и обработки информации.

Подклассы гибридных ВМ:

- 1. АВМ с цифровыми методами численного анализа
- 2. АВМ, программируемые с помощью ЦВМ
- 3. АВМ с цифровым управлением и логикой
- 4. АВМ с цифровыми элементами (цифровые вольтметры, память)
- 5. ЦВМ с аналоговыми арифметическими устройствами
- 6. ЦВМ, допускающие программирование аналогового типа.

В АВМ накладывают и складывают сигналы.

АВМ ↔ система сопряжения АВМ – ЦВМ.

ЦВМ  $\leftrightarrow$  электрическая система согласования

## 2.4 Формал. и алгоритмиз. процесса функционир. сложных систем

Сущность компьютерного моделирования состоит в проведении эксперимента с моделью, которая обычно представляет собой некоторый программный комплекс, описывающий формально или алгоритмически поведение элементов в системе в процессе ее функционирования, т.е. во взаимодействии друг с другом и с внешней средой.

Основные требования, предъявляемые к модели, отображающей функционирование некоторой системы:

- 1. **полнота модели** должна предоставлять пользователю возможность получения необходимого набора характеристик, оценок системы, с требуемой точностью и достоверностью.
- 2. **гибкость модели** должна давать возможность воспроизведения различных ситуаций при варьировании структуры, алгоритмов и параметров модели. При чем структура должна быть блочной допускать возможность замены, добавления, исключения некоторых частей без переделки всей модели.
- 3. **машинная реализация модели** должна соответствовать имеющимся ресурсам. Ресурсы технические, экономические. Пример: автомобиль, критерий мин. расход топлива.

Процесс моделирования включает разработку и машинную реализацию модели, является итерационным. Этот итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена модель, которую можно считать адекватной в рамках решения поставленной задачи (исследования и проектирования).

## 2.5 Основные этапы моделирования больших систем

- 1. Построение концептуальной (описательной) модели системы и ее формализация
- 2. Алгоритмизация модели и ее компьютерная реализация.
- 3. Получение и интерпретация результатов моделирования

#### 2.5.1 1 этап

Формулируется модель и строится ее формальная схема. Основное назначение – переход от содержательного описания объекта к его математической модели. Исходный материал – описание.

### Последовательность действий:

- 1. Проведение границы между системой и внешней средой
- 2. Исследование объекта с точки зрения основных составляющих процесса
- 3. Переход от содержательного описания системы к формализованному описанию свойств процесса функционирования непосредственно к концептуальной модели. Переход от описания к модели сводится к исключению из рассмотрения некоторых второстепенных элементов описания. Причем полагается, что они не оказывают существенного влияния на ход процесса. То, что осталось, разбивается на группы:

Блоки 1 группы – имитатор воздействия внешней среды.

Блоки 2 группы – модель процесса функционирования.

Блоки 3 группы – вспомогательные, служат для машинной реализации 1 и 2 групп. 9

4. Процесс функционирования системы так разбивается на подпроцессы, чтобы построение модели отдельных процессов было элементарно и не вызывало особых затруднений.

#### 2.5.2 2 этап

Математическая модель реализуется в конкретную программу. Основной этап – блочная логическая схема.

Последовательность действий:

- 1. Разработка схемы моделирующего механизма
- 2. Разработка схемы программы.
- 3. Выбор технических средств для реализации компьютерной программы

- 4. Программирование, отладка
- 5. Проверка достоверности программы на тестовых примерах.
- 6. Составление технической документации логические схемы, схемы программы, текст, спецификация, иллюстрации и т. д.

#### 2.5.3 3 этап

Компьютер используется для проведения рабочих расчетов по готовой программе. Результаты этих расчетов позволяют проанализировать и сделать выводы по характеристикам процесса функционирования исследуемой системы.

#### Последовательность действий:

- 1. Планирования машинного эксперимента (активный/пассивный) Составление плана проведения эксперимента, с указанием переменных и параметров, для которых должен проводиться эксперимент. Главная задача дать максимальный объем информации об объекте при минимальных затратах машинного времени.
- 2. Проведений рабочих расчетов (контрольная калибровка модели).
- 3. Статистическая обработка результатов и их интерпретация.
- 4. Составления отчетов

При **стратегическом планировании** ставится задача построения оптимального плана эксперимента для достижения цели, поставленной перед моделированием (оптимизация структуры, алгоритмов и параметров).

**Тактическое планирование** преследует частные цели оптимальной реализации каждого конкретного эксперимента из множества необходимых — оно задается при стратегическом планировании.

### 2.5.4 Тактическое планирование

Тактическое планирование связано с вопросами эффективности и определением способа проведения испытаний, намеченных планом эксперимента. Тактическое планирование прежде всего связано с решением задач:

- 1. Определение начальных условий в той мере, в которой они влияют на достижение
- 2. Сокращение размеров выборки при уменьшении дисперсии решения.

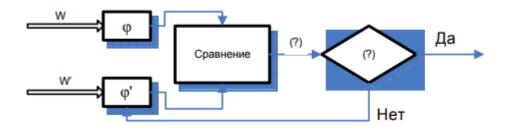
Для получения соотношений, связывающих характеристики, описывающие функционирование q-схемы, вводят некоторые допущения относительно входных потоков, функций распределения, длительности обслуживания запросов и дисциплины обслуживания. Для таких систем в качестве типовой математической модели будем рассматривать теорию Марковских процессов.

Случайный процесс, протекающий в некоторой системе S, называется Марковским процессом, если он обладает следующими свойствами:

1. для каждого момента времени  $t_0$  вероятность любого состояния системы в будущем (при  $t > t_0$ ) зависит только от её состояния в настоящий момент ( $t = t_0$ ) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние.

Другими словами в Марковском случайном процессе будущее развитие зависит только от от настоящего состояния и не зависит от предыстории процесса. Для Марковского процесса разработаны уравнения Колмогорова. В общем виде они представляются: F = (P'(t),P(t),lambda). Лямбда — набор некоторых коэффициентов. В общем случае — просто вектор.

## 2.6 Итеративная калибровка модели



Три класса ошибок (по убыванию страшности):

- 1. Ошибки формализации. Неполное/недостаточно подробное модели объекта или предметной области.
- 2. <u>Ошибки решения</u>. Некорректный/слишком упрощенный метод построения модели.
- 3. Ошибка задания параметров модели (на стадии эксперимента).

## 2.6.1 Проверка адекватности и корректировки модели

Проверка адекватности модели некоторой системы заключается в анализе ее соразмерности и равнозначности системы. Адекватность нарушается из-за идеализации внешних условий и режимов функционирования; пренебрежением некоторых случайных факторов.

Простейшая мера адекватности применительно к ^ схеме калибровки:

Умодели, Уобъекта. DeltaY – разность по модулю, либо относительная погрешность. Считают, что модель адекватна с системой, если вероятность того, что отклонение deltaY не превысит некоторой величины delta, больше допустимой вероятности.

Практическое использование критерия невозможно, потому что:

- для проектируемых/модернизируемых систем отсутствует информация о характеристике Y объекта
- система оценивается не по одной, а по множеству характеристик
- характеристики могут быть случайными величинами и функциями
- отсутствует возможность априорного точного задания предельных отклонений и допустимых вероятностей

На практике оценка адекватности обычно проводится путем <u>экспертного</u> <u>анализа</u> разумности результатов моделирования.

Выделяют следующие виды проверок:

- проверка моделей элементов
- проверка моделей внешних воздействий
- проверка концептуальной модели
- проверка способов измерения и вычисления выходных характеристика Корректировка модели. Если по результатам проверки адекватности выявляются недопустимые рассогласования (объекта и модели), необходимо вносить изменения:

глобальные - в случае обнаружения методических ошибок в концептуальной/математической модели

**локальные** - связаны с уточнением некоторых параметров и алгоритмов. Выполняются путем замены моделей компонентов системы и внешних воздействий на эквивалентные, но более точные.

**параметрические** - изменения некоторых специальных параметров, называемых калибровочными

III этап завершается определением и фиксацией области пригодности модели, под которой понимается: множество условий, при соблюдении которых точность результатов моделирования находится в допустимых пределах.

## 2.7 Сети Петри

Сеть Петри — математическая абстракция, один из формализмов — на практике занимает положение между цифровым автоматом и вероятностным. ПО любой сложности можно формализовать графом (автомат с памятью/автомат милимура). Остаются нюансы, которые с помощью автоматного подхода не моделируются (проявляется на уровне регистровых передач) — событию нельзя придать какие-либо характеристики, *помимо* его собственно свершения (почему совершилось и т.п.).

Сеть Петри состоит из 4-х элементов<sup>2</sup>:

- множество позиций,
- множество переходов,
- входная функция,
- выходная функция.

Сети Петри позволяют ввести состояния, внутри которых используются «фишки». Моделирование производится с помощью «запуска» сети — формально, фишки передвигаются по графу. Можно получить цветную сеть с использованием разноцветных фишек. Можем получить модель для определения работоспособности программы и поиска тупиковых ситуаций.

Сети Петри можно представлять с двух точек зрения:

- 1. теория множеств (абстрактная математика)
- 2. графовое представления

<sup>2.</sup> Не из его лекций!

### 2.7.1 Обыкновенные сети Петри

Математическая модель дискретных динамических систем (параллельных программ, операционных систем, компьютеров и компонентов, вычислительных сетей), ориентированная на анализ и синтез таких систем. Даёт обнаружение блокировок, тупиковых ситуаций, узких мест при выполнении заданий, автоматический синтез параллельных программ, синтез компонент компьютера и т.д.

Формально, **сеть Петри** – кортеж 
$$PN = [\theta, P, T, F, M_0]$$

Если может сработать несколько переходов, то срабатывает любой из них. Функционирование сети останавливается, если при некоторой маркировке (тупиковая маркировка) ни один из её переходов не может сработать.

При одной и той же начальной маркировке, сеть Петри может порождать различные последовательности срабатывания её переходов (в силу недетерминированности её функционирования). Эти последовательности образуют слова в некотором алфавите. Множество всех возможных слов, порождаемых сетью Петри, называется языком сети Петри. Две сети Петри эквивалентны, если порождают один и тот же язык.

В отличие от конечных автоматов, в терминах которых описывается глобальное состояние системы, сети Петри акцентируют внимание на локальных событиях (переходах), локальных условиях (позициях) и локальных же связях между оными. Поэтому в терминах сетей Петри, более адекватно, чем с помощью автоматов, моделируется поведение распределенных асинхронных систем.

## 2.7.2 Графы сетей

Теоретико-графовым представлением сети Петри является двудольный ориентированный мультиграф. Этот граф содержит:

• позиции(места), кружки

- переходы, вертикальные планки
- ориентированные дуги, стрелки, соединяющие позиции с переходами и наоборот.

Кратные дуги обозначаются несколькими параллельными (можно указывать число). Благодаря наличию кратных дуг, сеть Петри есть мультиграф. Благодаря двум типам вершин, граф называется двудольным. Поскольку дуги имеют направления, граф является ориентированным.

## 2.7.3 Основные свойства сетей Петри

1. Свойство ограниченности. Позиция p в сети называется ограниченной, если для любой достижимой в сети маркировки М существует такое K, что  $\mu_i \le k$  .

Сеть называется **ограниченной**, если все её позиции ограничены.  $^{\wedge}$  сеть – неограниченна, потому что есть неограниченный рост  $\mu_2$  .

- 2. Свойство безопасности. Сеть называется безопасной, если при любой достижимой маркировке  $\mu_i \ge 1 \ \forall i = \overline{1,n}$  (n —число позиций). Следовательно, в безопасной сети вектор маркировок состоит только из нулей или единиц (является двоичным словом).
- 3. Свойство консервативности. Сеть называется консервативной, если сумма фишек во всех позициях остается постоянной при работе сети.

$$\sum_{i=1}^n \mu_i = const .$$

4. **Свойство живости.** Переход  $t_j$  в сети ПН называется потенциально живым, если существует достижимая из  $M_0$  маркировка М', при которой  $t_j$  может сработать. Если  $t_j$  является потенциально живым при любой достижимой в сети маркировке, то он называется живым.

Переход  $t_j$ , не являющийся живым при начальной маркировке М0, называется мёртвым при этой маркировке. Маркировка М0 в этом случае называется  $t_{j\,mynukosas}$  для перехода. Если маркировка М0 является  $t_{j\,mynukosas}$  для всех j, то она называется тупиковой маркировкой. Другими словами, при тупиковой маркировке не может сработать ни один переход.

Если рассматривать *дерево* всех маркировок, тупик будет листовой вершиной. Переход называется устойчивым, если никакой другой переход не может лишить его возможности сработать при наличии для этого необходимых условий.

Последовательность маркировок  $M_1,\dots,M_p$  , в которой последующая маркировка через функцию переходов может быть выражена из предыдущей, образует цикл в том случае, когда  $M_0{=}M_p$  . Фактически, каждому циклу соответствует последовательность слов свободного языка сети.

Далее не расписываю **прям пипец**, т. к. сказал, что много спрашивать не будет... \(\bar{\bar}\) / \(\bar{\bar}\)

йцвйцвйцв