Algorithmen und Wahrscheinlichkeit

Woche 1

Ilya Maier

Heute

- Motivation
- Organisatorisches
- Zusammenhang

Motivation

- Student perspective:
- Leichter **Bonus**
  - 2p. code expert
  - 2p. minitest
  - 2p. serie / peergrading
  - 80% insgesamt für 0.25
  - **Aktive** Mitarbeit = 50-75% der Prüfung

Prüfung

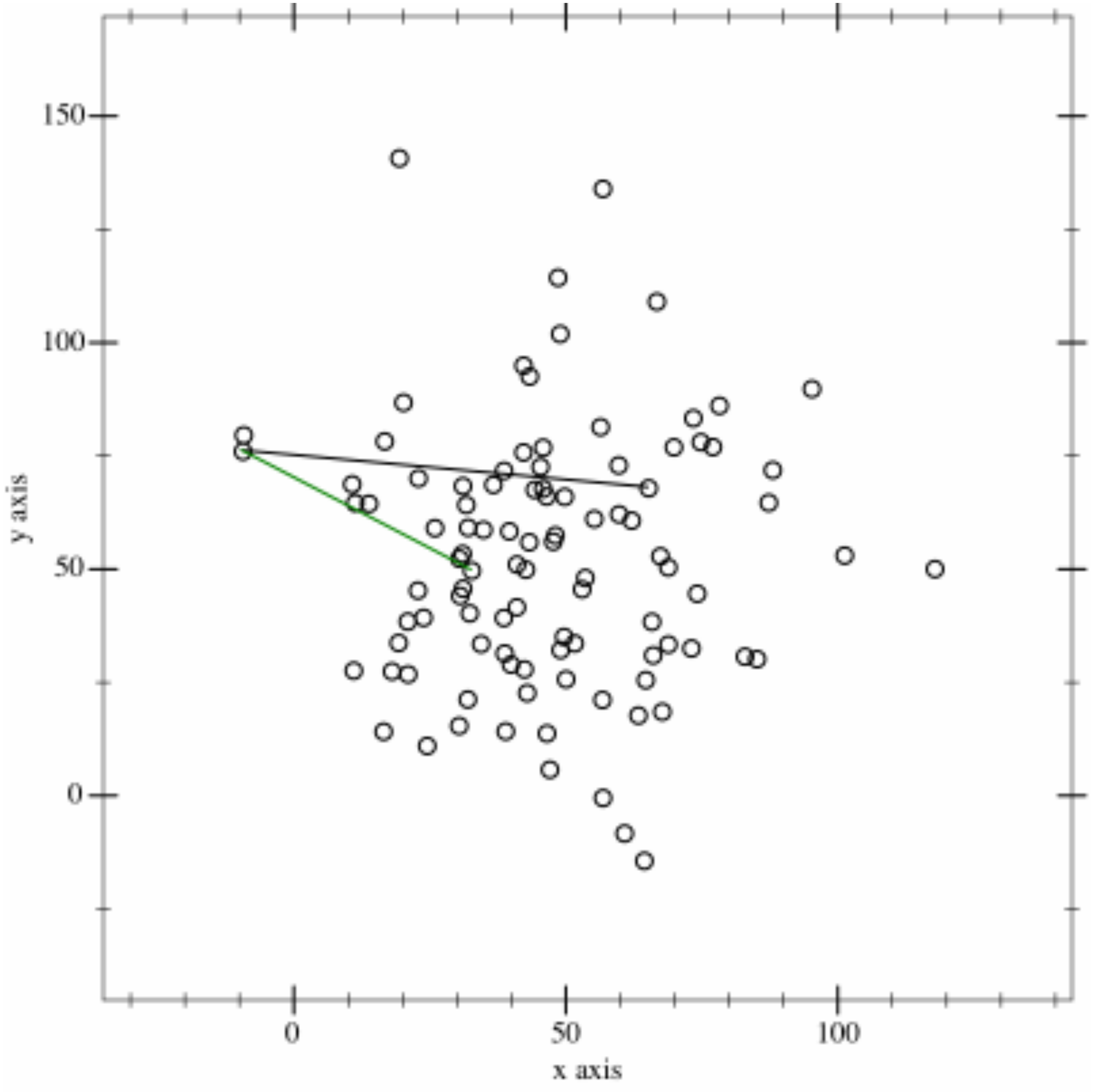
- 50% multiple choice / short answers
- 25% schriftlich
- 25% code expert

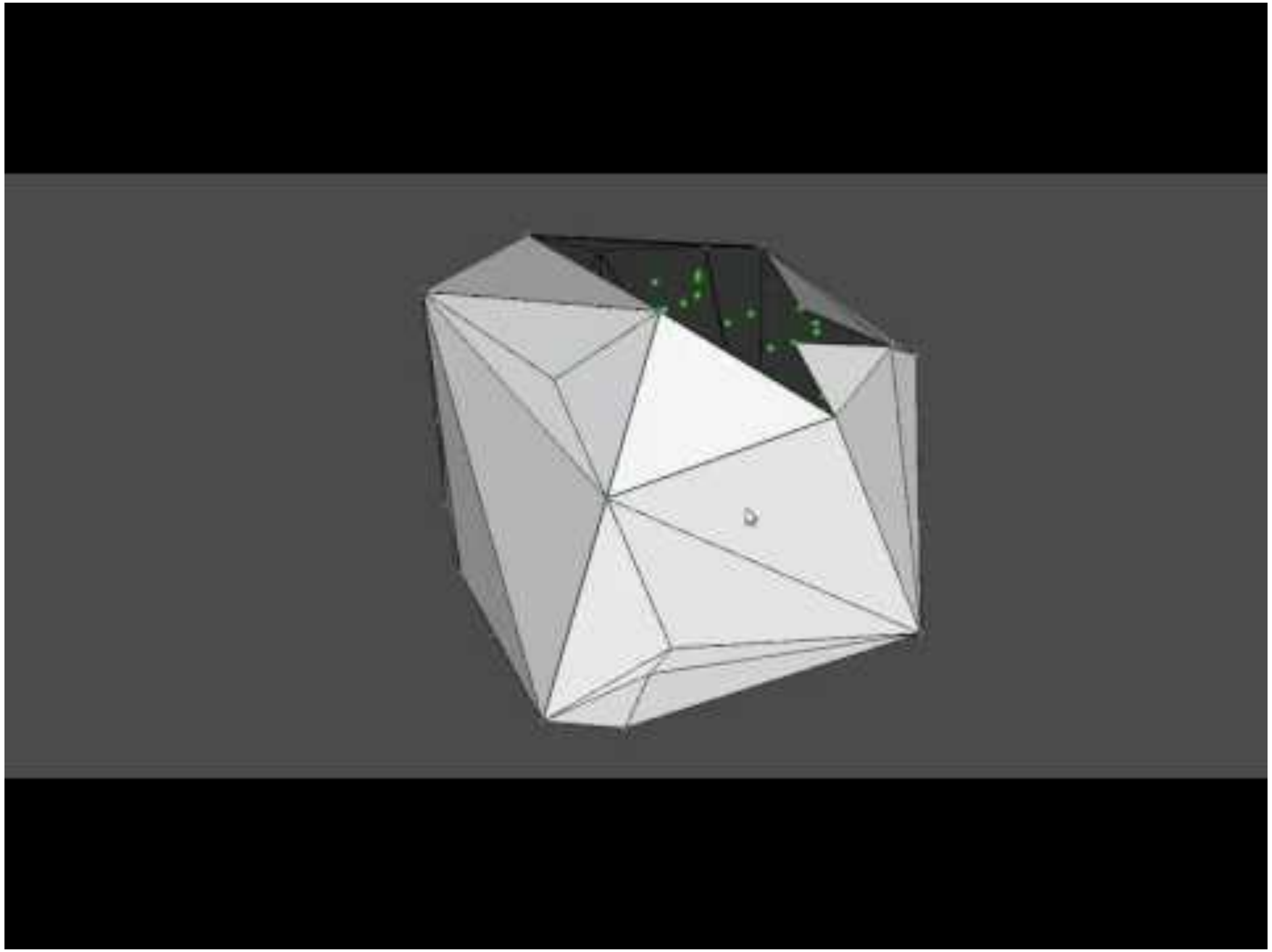
Motivation

- Student perspective:
  - Ana, PProg, DDCA -> man kann nicht wirklich was skippen
  - AnW: 3 Teile, man kann “neu” in das Fach einsteigen
    Rest im Sommer nachholen
  - Eine Woche frei im April, Feiertage im Mai, 2.5 Monate Zeit bis zu den Prüfungen -> entspannteres Semester, mehr Zeit zum lernen

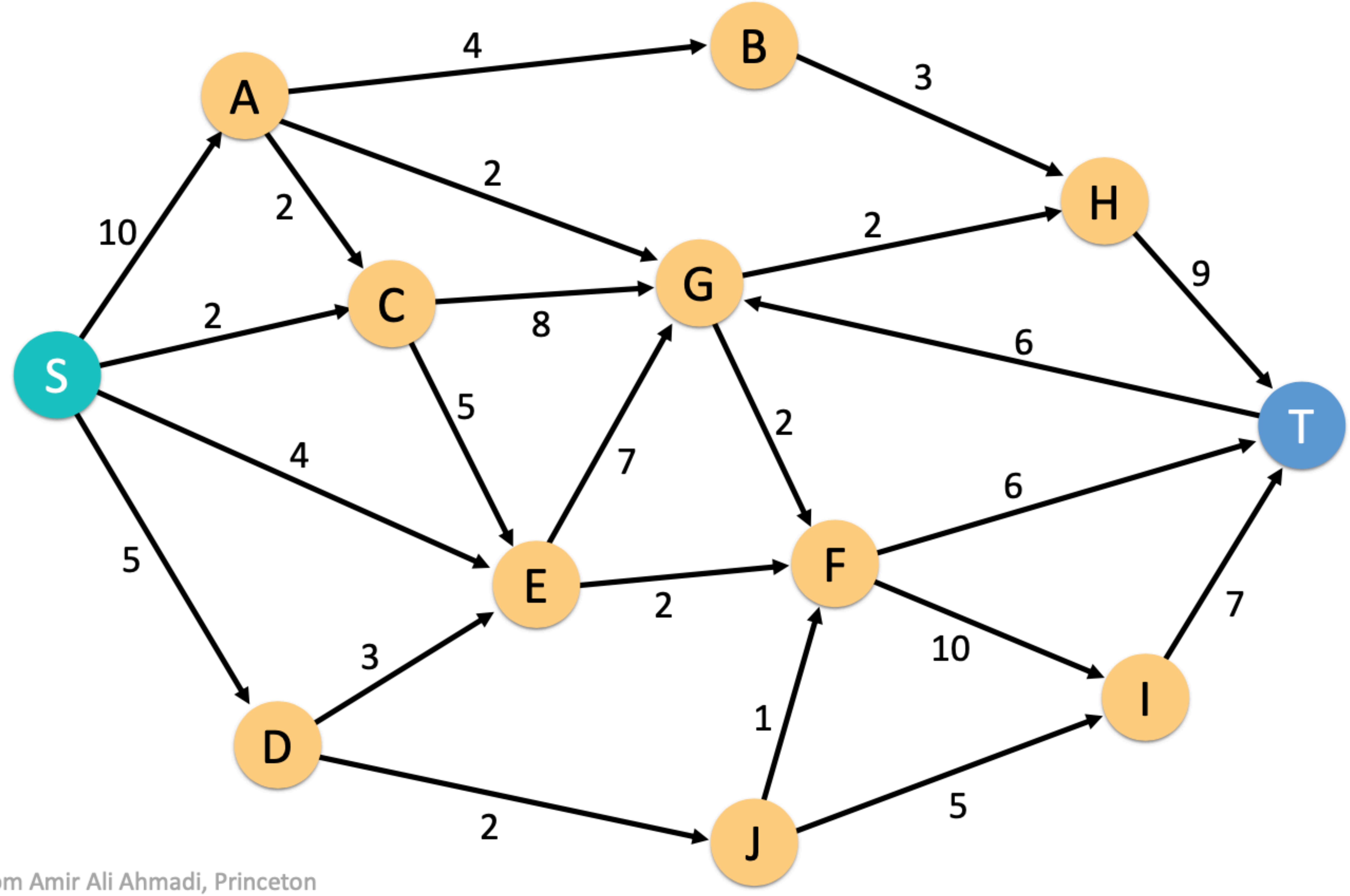
Motivation

- Inhalt perspective:
  - **Einfache** und coole Algorithmen
  - Gut und verständlich geschriebenes Skript



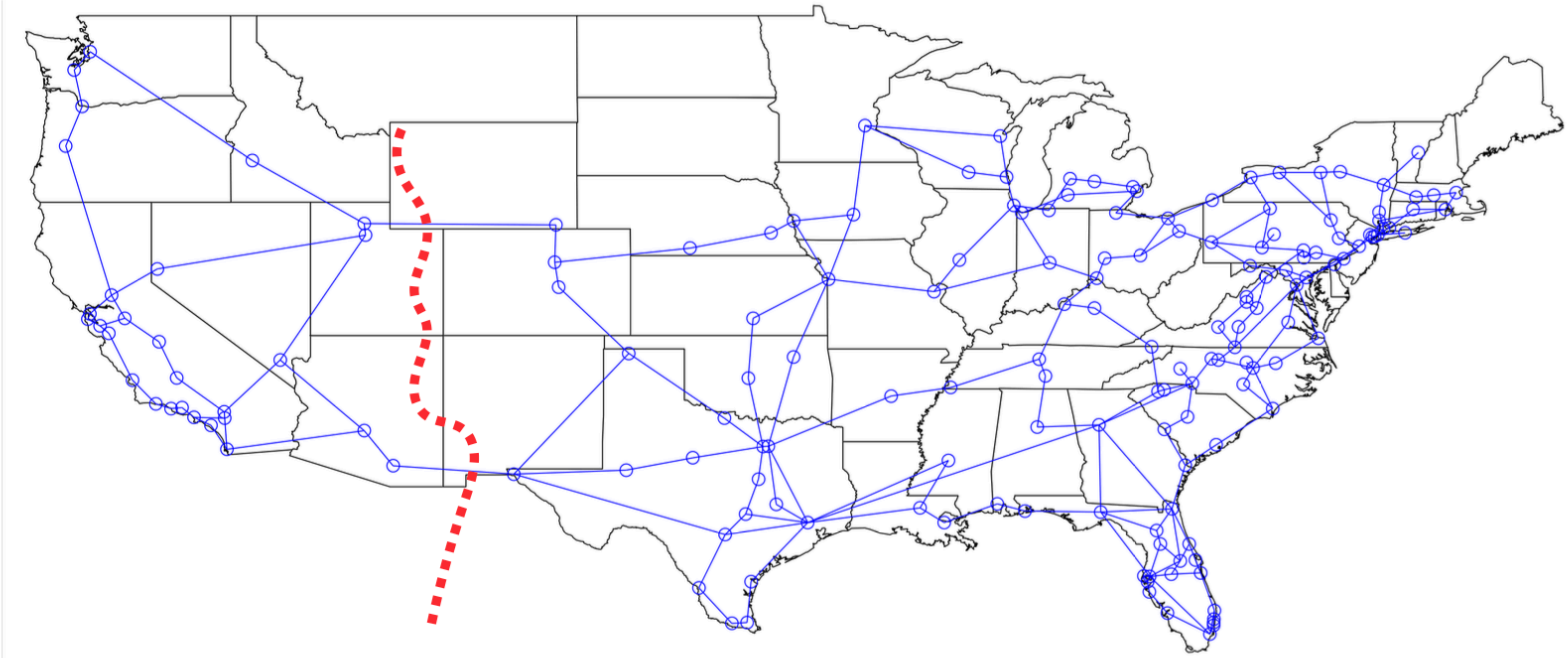


Maximum traffic from S to T?



Example adapted from Amir Ali Ahmadi, Princeton

The Internet is today's critical infrastructure!



Network Vulnerability to Single, Multiple, and Probabilistic Physical Attacks. Agarwal et. al.

Organisatorisches

- Jede Woche:
    - Code Expert ab 18 Uhr am Do. -> Abgabe bis nächsten Do um 10
- Alle 2 Wochen alternierend:
    - Minitest in der ÜS, nach der ÜS Serie - Abgabe bis nächsten Do um 10
    - PeerGrading ab 18 Uhr am Do. -> Abgabe bis So -> Korrektur bis Do
- Erster Minitest und Serie **nächsten Do**, den 29. Februar

Organisatorisches

- Abgaben auf Moodle, Korrekturen auch
- Fragen: imaier@ethz.ch
- Webseite: ilyamaier.github.io

Theorie Recap

k-Zusammenhang

Ein Graph $G = (V, E)$ ist **zusammenhängend** $\iff \forall u, v \in V, u \neq v : \exists u, v$-**Pfad** in G

<u>Knoten</u>

$X \subseteq V$

k-zusammenhängend
1) $|V| \geq k + 1$
2) $\forall X \subseteq V : |X| < k \implies G[V \backslash X]$ zusammenhängend

Satz von Menger
G k-zusammenhängend
$\iff \forall u, v \in V, u \neq v : \exists k$ intern-knotendisjunkte u, v-Pfade

<u>Kanten</u>

$X \subseteq E$

k-kanten-zusammenhängend
$\forall X \subseteq E : |X| < k \implies (V, E \backslash X)$ zusammenhängend

Satz von Menger
G k-kanten-zusammenhängend
$\iff \forall u, v \in V, u \neq v : \exists k$ intern-kantendisjunkte u, v-Pfade

$\exists v \in V : \deg(v) < k \implies G$ ist nicht k-zusammenhängend

Knotenzusammenhang $\leq$ Kantenzusammenhang $\leq$ minimaler Grad

2-Zusammenhang

Für einen zusammenhängenden Graphen $G = (V, E)$**:**

Knoten

$v \in V$ ist ein **Artikulationsknoten (AK)**

$\iff G - v$ ist **nicht zusammenhängend**

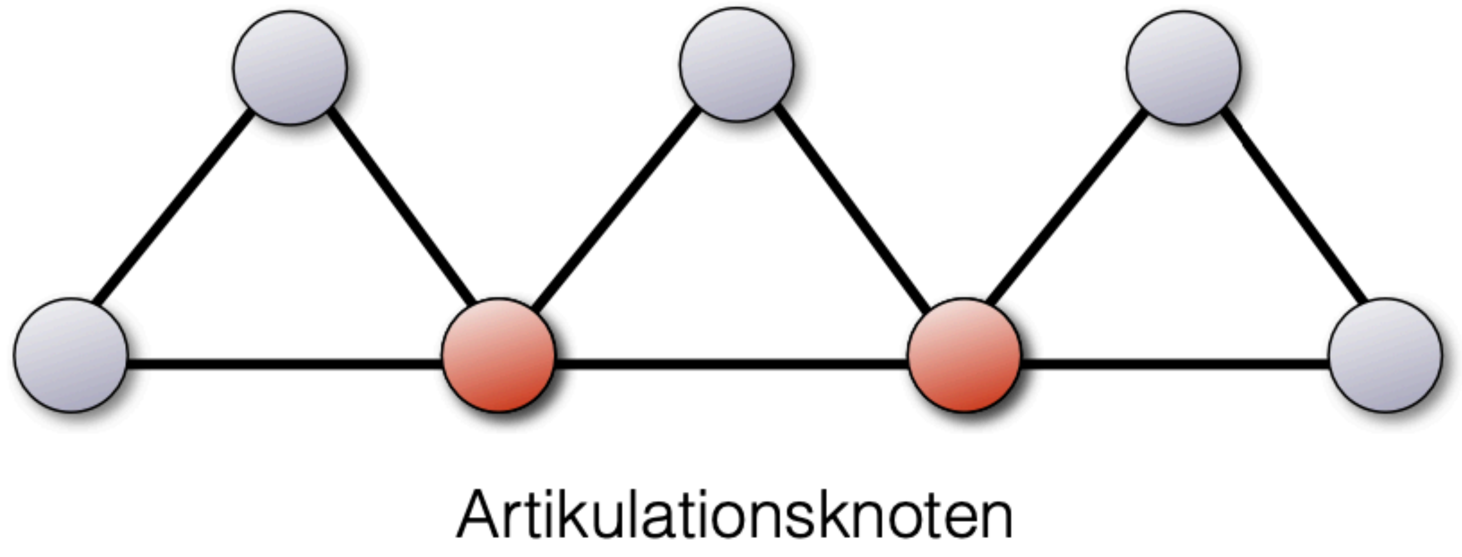
Kanten

$e \in E$ ist eine **Brücke**

$\iff G - e$ ist **nicht zusammenhängend**

$\forall u, v \in V : \{u, v\}$ ist eine **Brücke** $\implies$ $\deg(u) = 1$ oder u ist ein **AK** **und** $\deg(v) = 1$ oder v ist ein **AK**

Umkehrung gilt nicht!

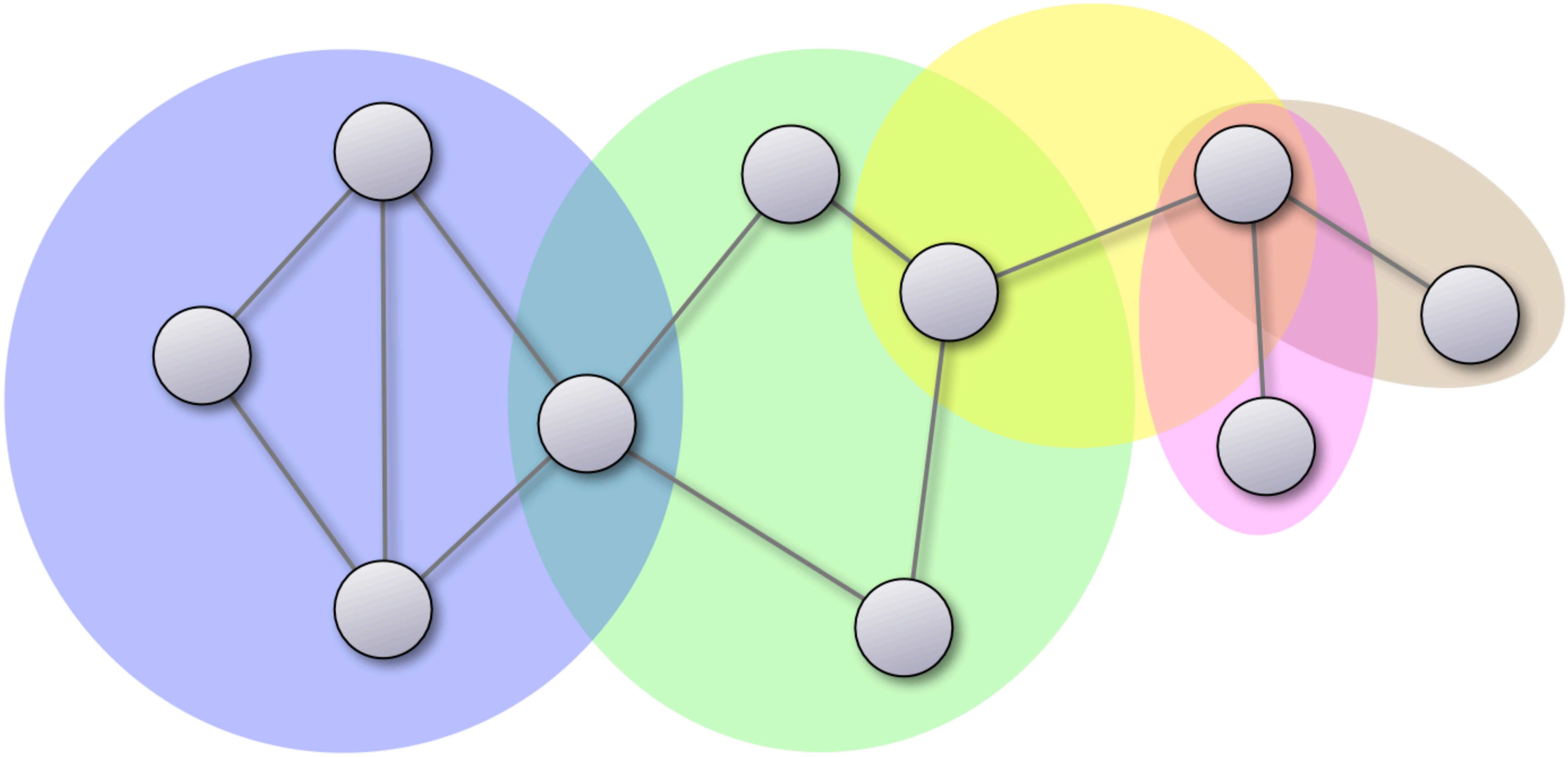


Blöcke

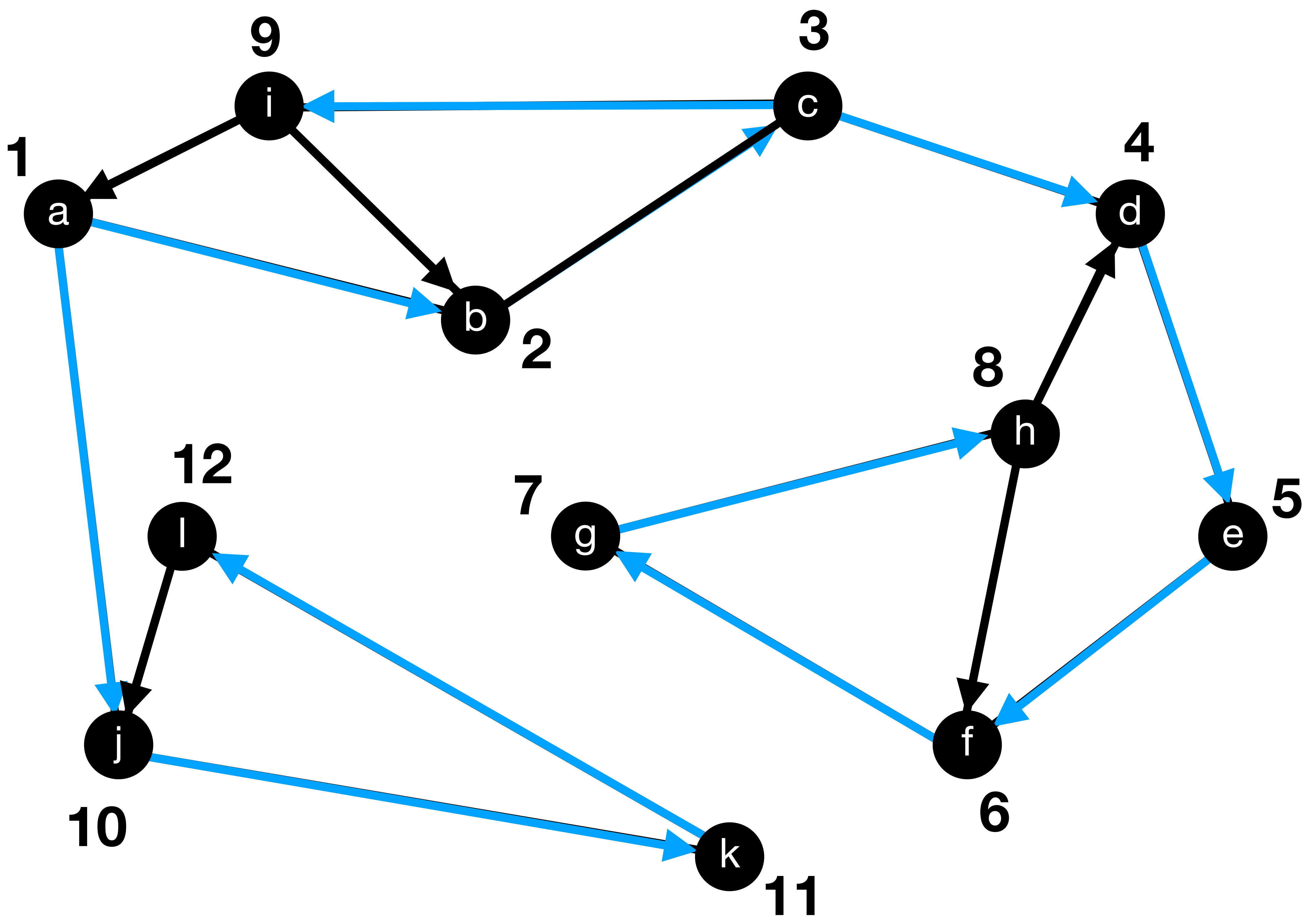
<u>Äquivalenzrelation</u> auf **Kanten**

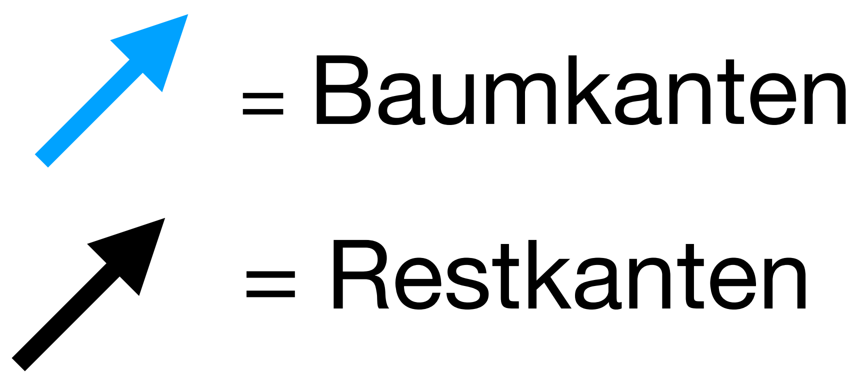
$$e \sim f \iff \begin{cases} e = f \text{ oder} \\ \exists \text{ Kreis durch } e \text{ und } f \end{cases}$$

Lemma: Zwei Blöcke scheiden sich in einem **AK**



Depth First Search





Artikulationsknoten / Brücken finden

low[v]: kleinste **dfs**-Nummer, die man von v aus durch einen gerichteten Pfad aus beliebig vielen Baumkanten und maximal einer Restkante erreichen kann

→ Berechenbar in $O(|V| + |E|)$ mithilfe DP

$$\textbf{low}[v] = \min\left(\text{dfs}[v],\ \min_{(v,w)\in E} \begin{cases} \text{dfs}[w], & \text{falls } (v,w) \text{ Restkante} \\ \text{low}[w], & \text{falls } (v,w) \text{ Baumkante} \end{cases}\right)$$

AK finden

If 1) $v =$ **root** und v hat mind. 2 Kinder in DFS
2) $v \neq$ **root** und v hat ein Kind w in DFS s.t. **low[w]** $\geq$ **dfs[v]**

Brücke finden

Eine Baumkante $e = (v, w)$ ist eine Brücke
$\iff$ **low[w]** $>$ **dfs[v]**

Eine Restkante ist nie eine Brücke