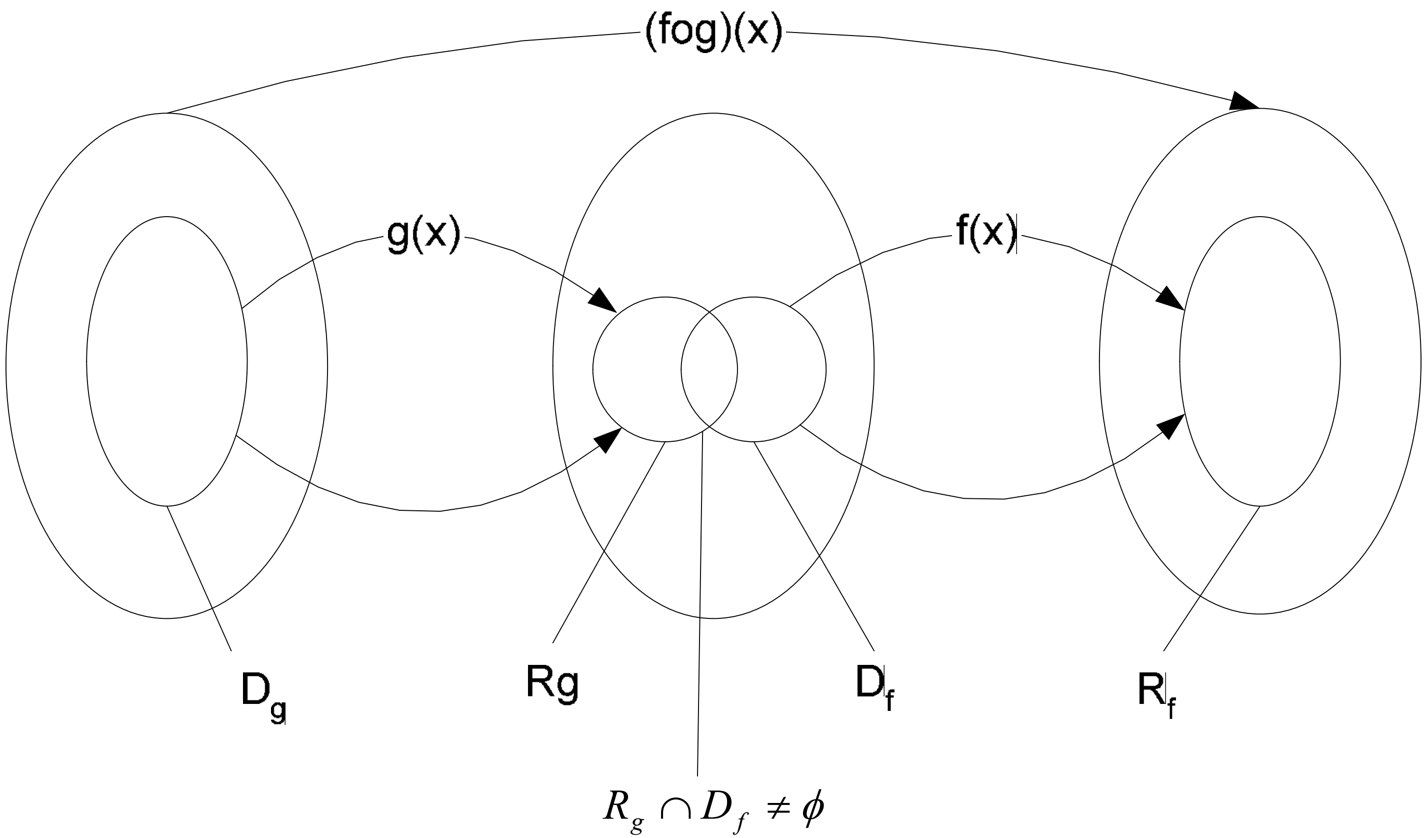
FUNGSI (PART II)

Oleh: Ikhsan Romli, S.Si, M.Sc.

Fungsi Komposisi

Hal tersebut dapat diilustrasikan sebagai berikut :



Fungsi Komposisi

Dengan cara yang sama, $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Syarat agar dua fungsi bisa dikomposisikan, maka harus terpenuhi $R_f \cap D_g \neq \phi$

Domain dari komposisi fungsi f dan g didefinisikan sbb :

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

Sedangkan definisi dari Range komposisi fungsi komposisi

$$R_{g \circ f} = \{g(t) \in R_g \mid t \in R_f\} \text{ atau } R_{g \circ f} = \{y \in R_g \mid y = g(t), t \in R_f\}$$

$$R_{f \circ g} = \{f(t) \in R_f \mid t \in R_g\} \text{ atau } R_{f \circ g} = \{y \in R_f \mid y = f(t), t \in R_g\}$$

Fungsi Komposisi

Sifat-sifat fungsi komposisi :

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

$$((f \circ g) \circ h)(x) = (f \circ (g \circ h))(x)$$

Contoh :

1. Jika diketahui $f(x) = \sqrt{x}$ $g(x) = 1 - x^2$ Tentukan

   $g \circ f$ dan $f \circ g$ beserta domain dan range-nya!

   $D_f = [0, \infty)$ $D_g = \Re$

   $R_f = [0, \infty)$ $R_g = (-\infty, 1]$

Contoh

Karena $R_f \cap D_g$ = $[0,\infty) \neq \phi$, maka fungsi $g \circ f$ terdefinisi

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\sqrt{x}\right) = 1 - x$$

a. Mencari Domain $g \circ f$

$$\begin{aligned} D_{g \circ f} &= \left\{x \in D_f \middle| f(x) \in D_g \right\} \\ &= \left\{x \in [0,\infty) \middle| \sqrt{x} \in \Re \right\} \\ &= \left\{x \geq 0 \middle| -\infty < \sqrt{x} < \infty \right\} \end{aligned}$$

Contoh

$$= \left\{ x \geq 0 \middle| \sqrt{x} \geq 0 \right\}$$

$$= \left\{ x \geq 0 \middle| x \geq 0 \right\}$$

$$= x \in [0, \infty) \cap [0, \infty)$$

$$= x \in [0, \infty)$$

b. Mencari Range $g \circ f$

$$R_{g \circ f} = \left\{ y \in R_g \middle| y = g(t), t \in R_f \right\}$$

$$R_{g \circ f} = \left\{ y \in (-\infty, 1] \middle| y = 1 - t^2, t \in [0, \infty) \right\}$$

Jadi $R_{g \circ f} = y \in (-\infty, 1] \cap (-\infty, 1]$

$$= y \in (-\infty, 1]$$

Contoh

Karena $R_g \cap D_f = (-\infty,1] \cap [0,\infty) = [0,1] \neq \phi$, maka fungsi $f \circ g$ terdefinisi dengan

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(1-x^2) = \sqrt{1-x^2}$$

c. Domain $f \circ g$

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \\ &= \{x \in \Re \mid 1-x^2 \in [0,\infty)\} \\ &= \{x \in \Re \mid 1-x^2 \geq 0\} \\ &= \{x \in \Re \mid -1 \leq x \leq 1\} \\ &= \Re \cap [-1,1] \\ &= [-1,1] \end{aligned}$$

Contoh

d. Range $f \circ g$

$$R_{f \circ g} = \left\{ y \in R_f \,\middle|\, y = f(t), t \in R_g \right\}$$

$$= \left\{ y \in [0, \infty) \,\middle|\, y = \sqrt{t}, t \in (-\infty, 1] \right\}$$

$$= \left\{ y \geq 0 \,\middle|\, y = \sqrt{t}, 0 \leq t \leq 1 \right\}$$

$$= \left\{ y \geq 0 \,\middle|\, 0 \leq y \leq 1 \right\}$$

$$= [0, \infty) \cap [0,1]$$

$$= [0,1]$$

Contoh

2. Jika diketahui fungsi

$$f(x) = x|x| \qquad g(x) = x - 1$$

$$D_f = \Re \quad R_f = \Re \qquad R_g = \Re \quad D_g = \Re$$

Tentukan $g \circ f$ beserta domain dan range-nya!

$R_f \cap D_g$ = $\Re \cap \Re = \Re \neq \phi$, sehingga $g \circ f$ terdefinisi

a. Domain $g \circ f$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \in \Re \mid \quad x|x| \in \Re\}$$

$$= \Re \cap \Re \quad = \Re$$

Contoh

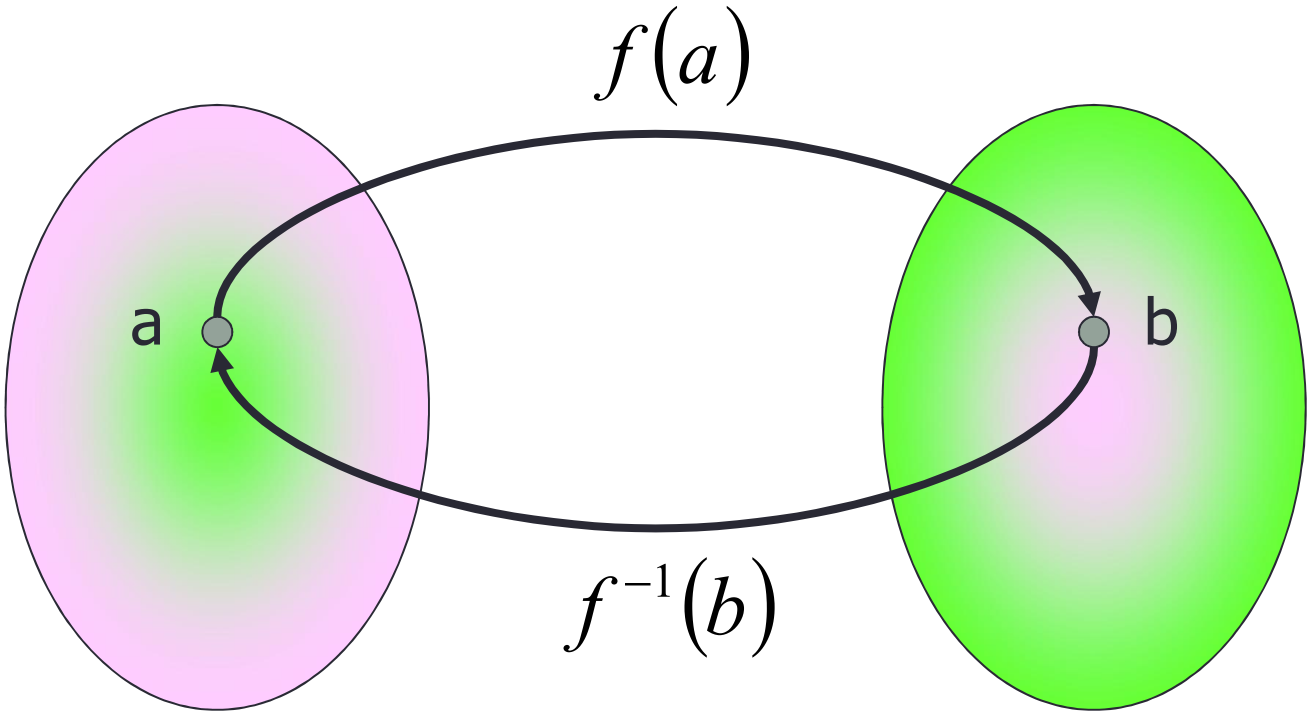
b. Range $g \circ f$

$$R_{g \circ f} = \left\{ y \in R_g \middle| y = g(t), t \in R_f \right\}$$

$$= \left\{ y \in \Re \middle| y = t - 1, t \in \Re \right\}$$

$$= \Re \cap \Re = \Re$$

Fungsi Inversi



Jika f adalah fungsi berkoresponden satu-ke-satu dari A ke B, maka kita dapat menemukan balikan atau inversi (*invers*) dari fungsi f.
Fungsi inversi dari f dilambangkan dengan f^{-1}

Contoh

Relasi $f = \{(1,u),(2,v),(3,w)\}$ dari $A = \{1,2,3\}$ ke $B = \{u,v,w\}$ adalah fungsi yang berkoresponden satu-ke-satu.
Inversi fungsi f adalah $f^{-1} = \{(u,1),(v,2),(w,3)\}$.
Jadi f adalah fungsi *invertible* (dapat dibalikkan).

Grafik dari fungsi

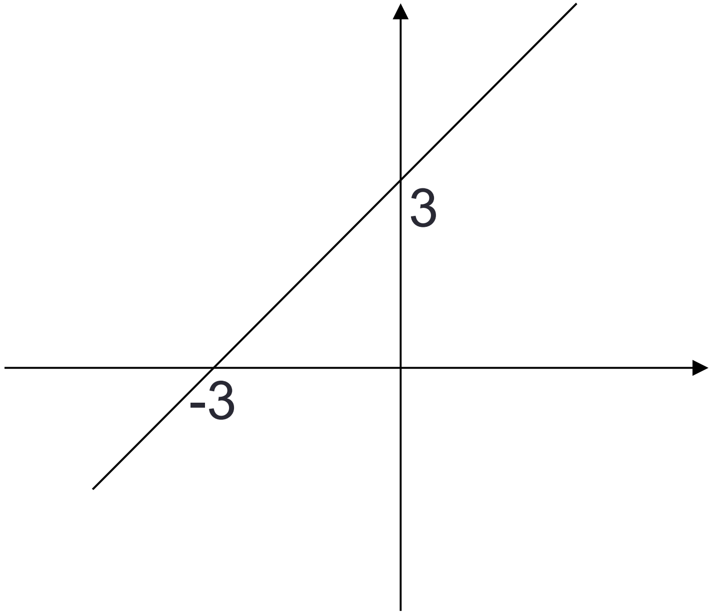
1. Garis Lurus

$$y = mx + c$$

persamaan garis lurus yang melewati (0,c)

contoh :

$$y = x + 3$$



Garis Lurus

$$\left(y - y_1\right) = m\left(x - x_1\right)$$

Persamaan garis lurus melalui $\left(x_1, y_1\right)$

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Persamaan garis lurus melalui $\left(x_1, y_1\right) \& \left(x_2, y_2\right)$

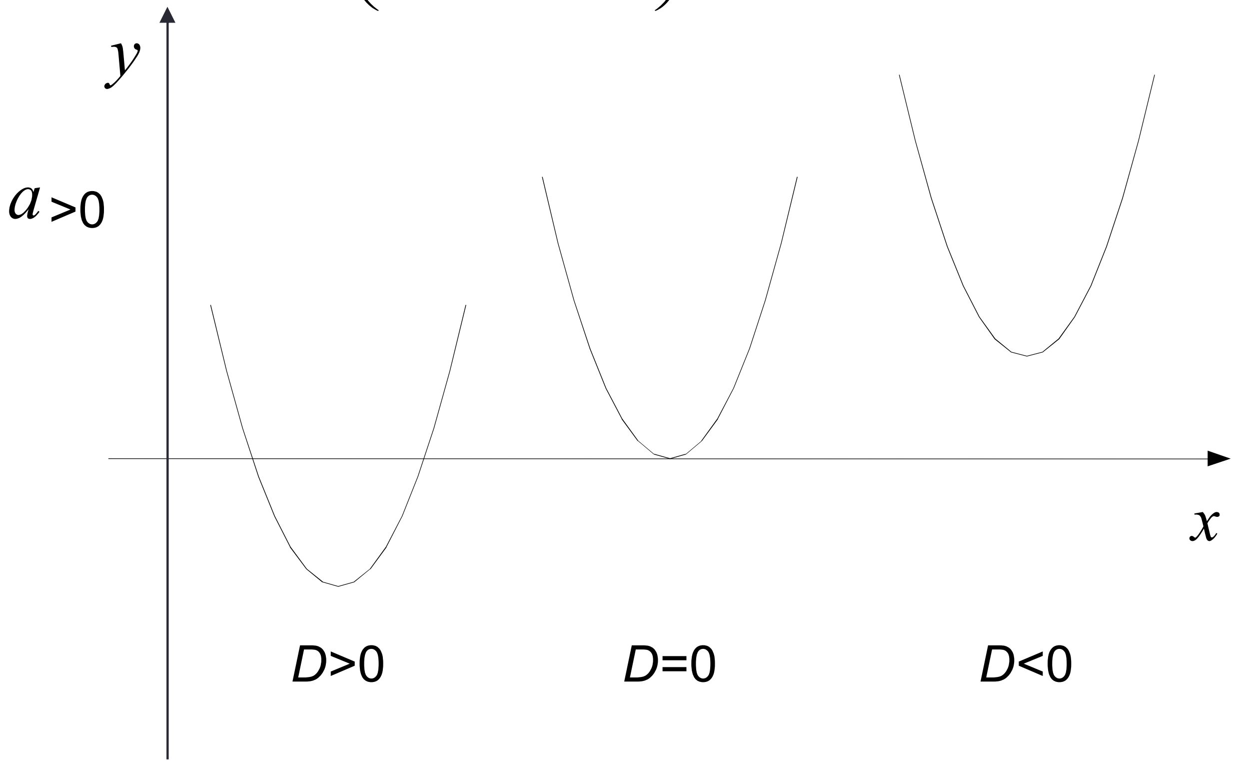
2. Grafik fungsi kuadrat (parabola)

$$y = ax^2 + bx + c$$

Diskriminan $\rightarrow$ $D = b^2 - 4ac$

Grafik Fungsi Kuadrat

Titik puncak = $\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{D}{4a}\right)$



Grafik Fungsi Kuadrat

Contoh :

Gambarlah grafik fungsi $y = x^2 + x + 1$

a =1 jadi a > 0 $\rightarrow$ grafik menghadap ke atas

$$D = b^2 - 4ac$$

$$= 1^2 - 4$$

$$= -3 < 0$$ $\rightarrow$ tidak menyinggung sumbu x

Grafik Fungsi Kuadrat

- Titik potong dengan sumbu koordinat
  - Karena D<0, maka titik potong dengan sumbu *x* tidak ada
  - Titik potong dengan sumbu *y*

    $x = 0 \rightarrow y = 1$

    dengan demikian grafik melalui (0,1)

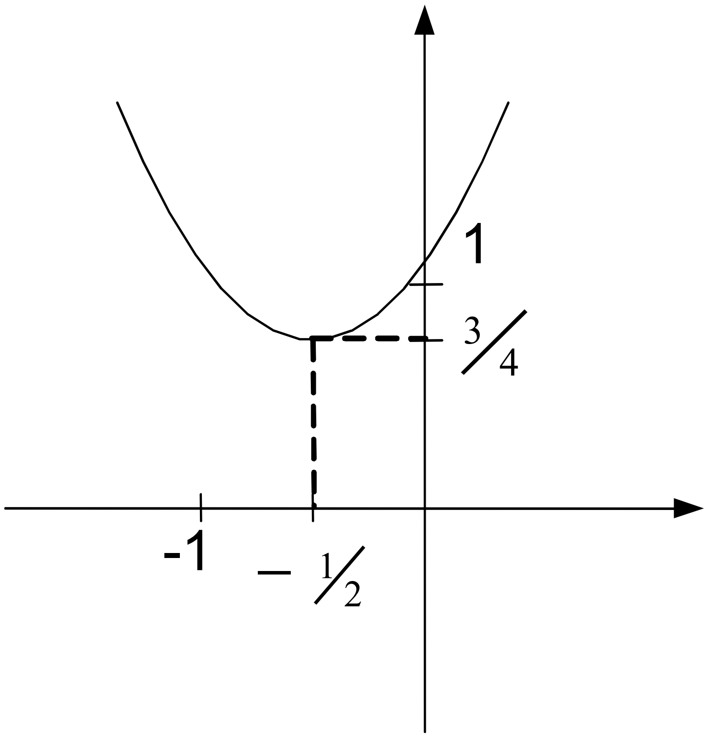
- Titik puncak = $\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{D}{4a}\right)$

$$= \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$$

Grafik Fungsi Kuadrat

Gambar grafik fungsi

$$y = x^2 + x + 1$$



Untuk persamaan kuadrat

$$x = ay^2 + by + c$$

Titik puncak = $\left(-\frac{D}{4a}, -\frac{b}{2a}\right)$

Sumbu simetri = $-\frac{b}{2a}$

Selesai

Lanjut ke Fungsi (Part III) minggu depan….