Illia Yatskevich
Paweł Maśluch

Podstawy Sztucznej Inteligencji - Projekt 1

Algorytm A*

Porównywaliśmy działanie algorytmu A* z algorytmem Dijkstry i algorytmem Floyda-Warshalla. Wynikiem działania algorytmu jest tablica dwuwymiarowa zawierająca długości najkrótszych ścieżek dla wszystkich możliwych par wierzchołków (jest ich n*n, gdzie n - liczba wierzchołków.

Spis plików:

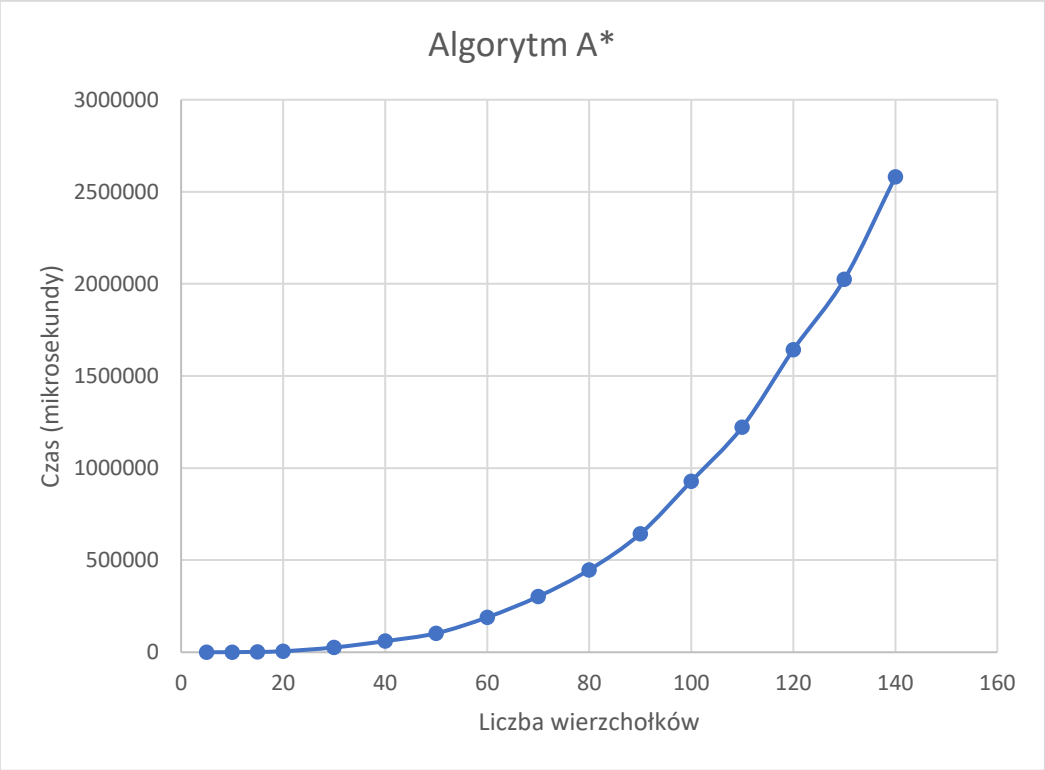
- Astar.cpp
- Dijkstra.cpp
- FloydWarshall.cpp
- benchmark.h
- gen_graph.cpp (jako argument podajemy liczbę wierzchołków)
- time_test.sh (skrypt do testowania działania algorytmów z dużymi grafami pełnymi, w tym przypadku w funkcji solve() trzeba zakomentować funkcję output(), na wyjściu będzie tylko czas działania algorytmu)
- run.sh (skrypt do testowania działania algorytmów z niewielkimi algorytmami, w tym przypadku w funkcji solve() trzeba odkomentować funkcję output(), na wyjściu będzie zarówno czas, jak i tablica dwuwymiarowa, zawierająca długości najkrótszych ścieżek dla wszystkich możliwych par wierzchołków, dane trzeba ręcznie umieścić w pliku graph.txt)

<u>Złożoności obliczeniowe:</u>

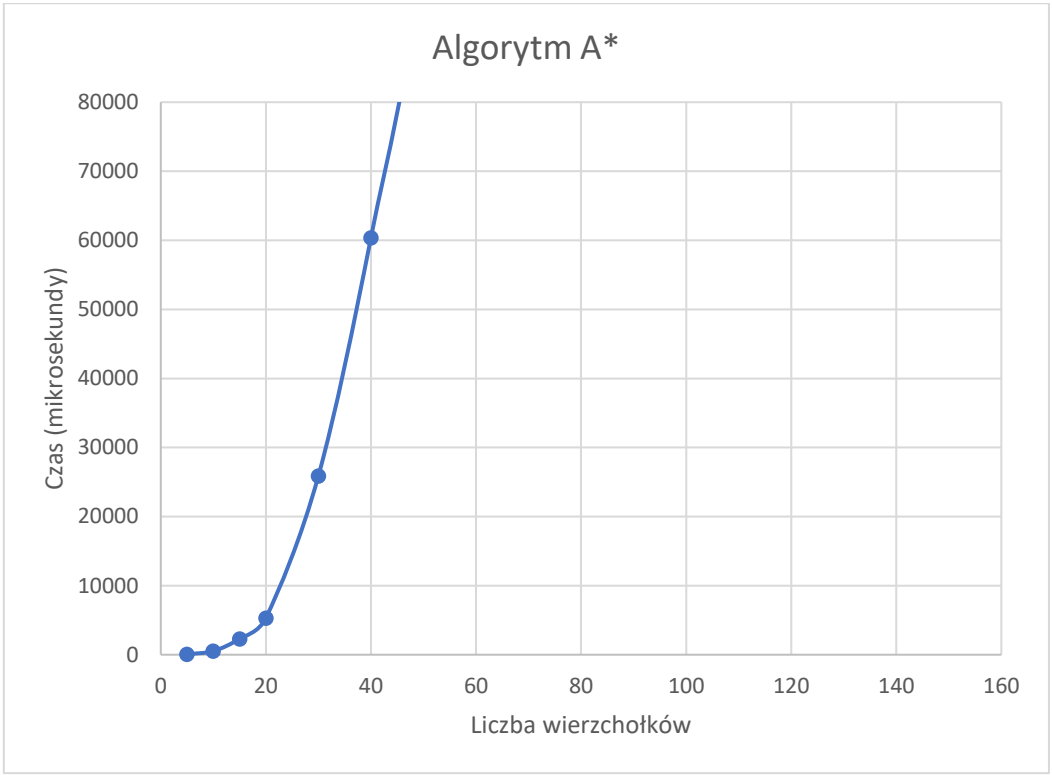
1) **Algorytm Floyda-Warshalla:**
   O(V^3), gdzie V – liczba wierzchołków (ze względu na potrójnie zagnieżdżoną pętlę for w algorytmie Floyda-Warshalla)
2) **Algorytm Dijkstry:**
   Zwykły algorytm Dijkstry(najkrótsze ścieżki od ustalonego początkowego wierzchołka do wszystkich pozostałych) ma złożoność obliczeniową $O(V + E \cdot logV)$. Żeby znaleźć najkrótsze ścieżki dla wszystkich możliwych par wierzchołków, musimy uruchomić algorytm V razy, więc złożoność będzie równa $O(V^2 + E \cdot V \cdot log\, V)$ (E – liczba krawędzi grafu). Dla grafów pełnych $E = O(V^2)$, więc końcowa złożoność obliczeniowa będzie wynosić $O(V^3 \cdot logV)$.
3) **Algorytm A*:**
   Zwykły algorytm A*(najkrótsze ścieżki od ustalonego początkowego wierzchołka do ustalonego końcowego) ma złożoność obliczeniową $O(V + E)$. Żeby znaleźć najkrótsze ścieżki dla wszystkich możliwych par wierzchołków, musimy uruchomić algorytm V^2 razy, więc złożoność czasowa będzie wynosić $O(V^3 + E \cdot V^2)$. Dla grafów pełnych $E = O(V^2)$, więc końcowa złożoność obliczeniowa będzie równa $O(V^4)$.
   Przypominamy, że E – liczba krawędzi grafu.

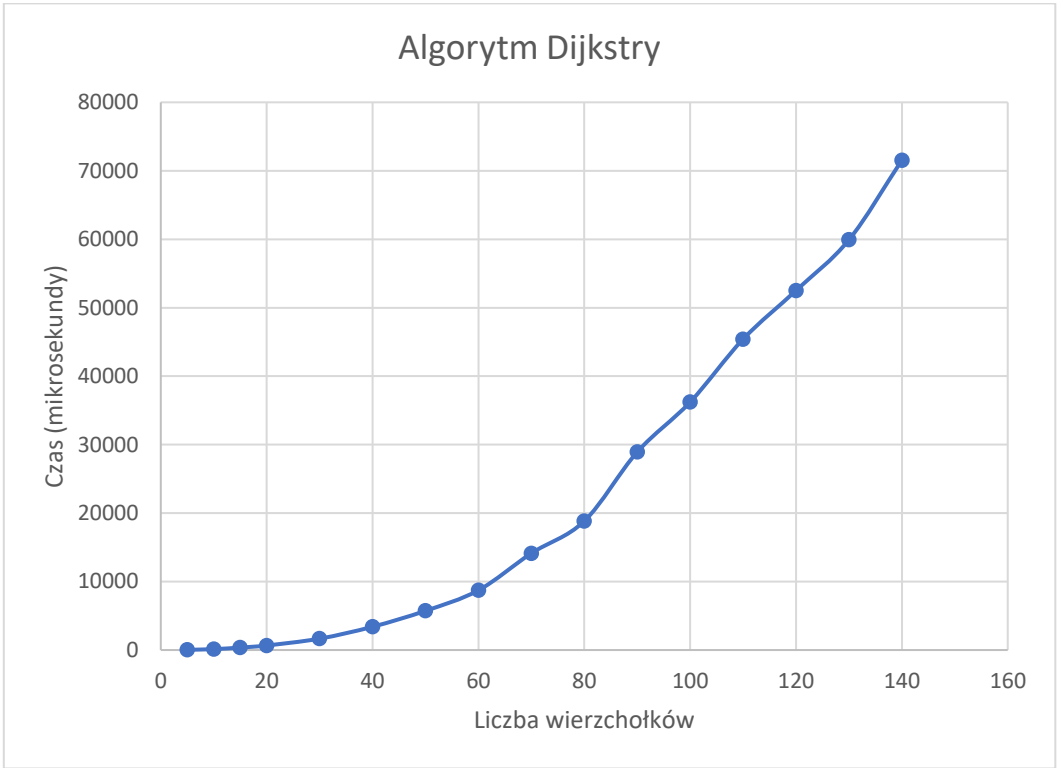
Testy:

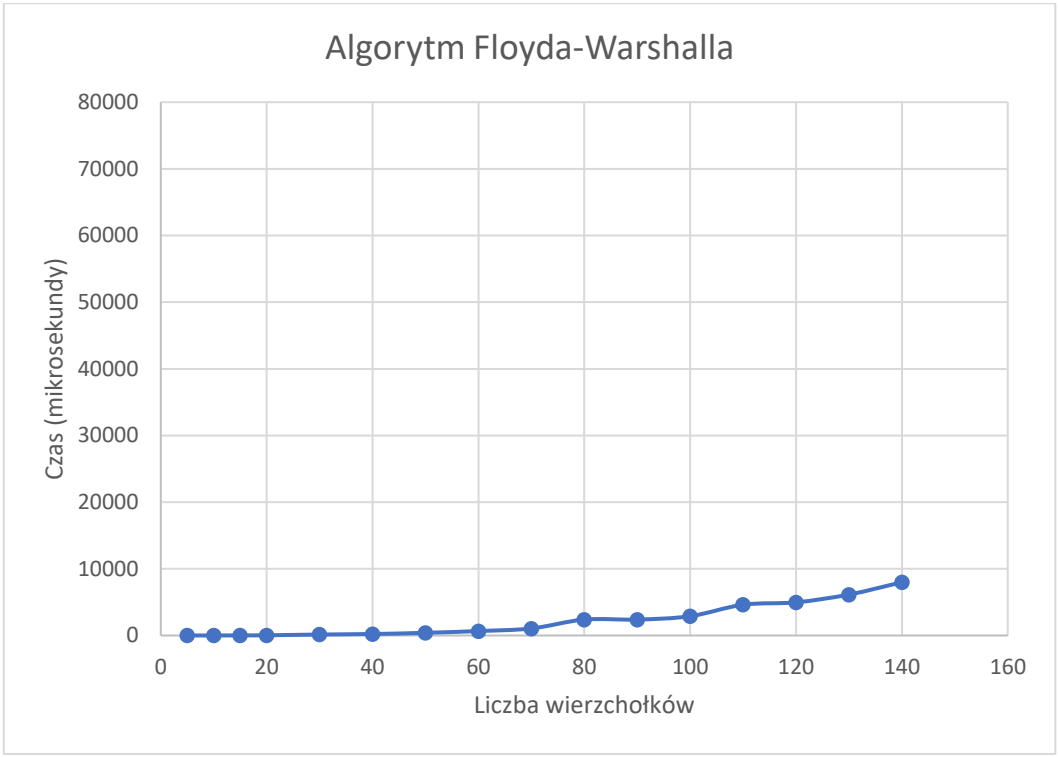
W pliku gen_graph.cpp znajduje się generator grafów pełnych o zadanej liczbie wierzchołków z losowymi wagami w przedziale [1;25]. Testy zostały przeprowadzone dla grafów o takich liczbach wierzchołków: {5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140}. W pliku nagłówkowym benchmark.h zostało zdefiniowane narzędzie do zliczania czasu działania algorytmu.



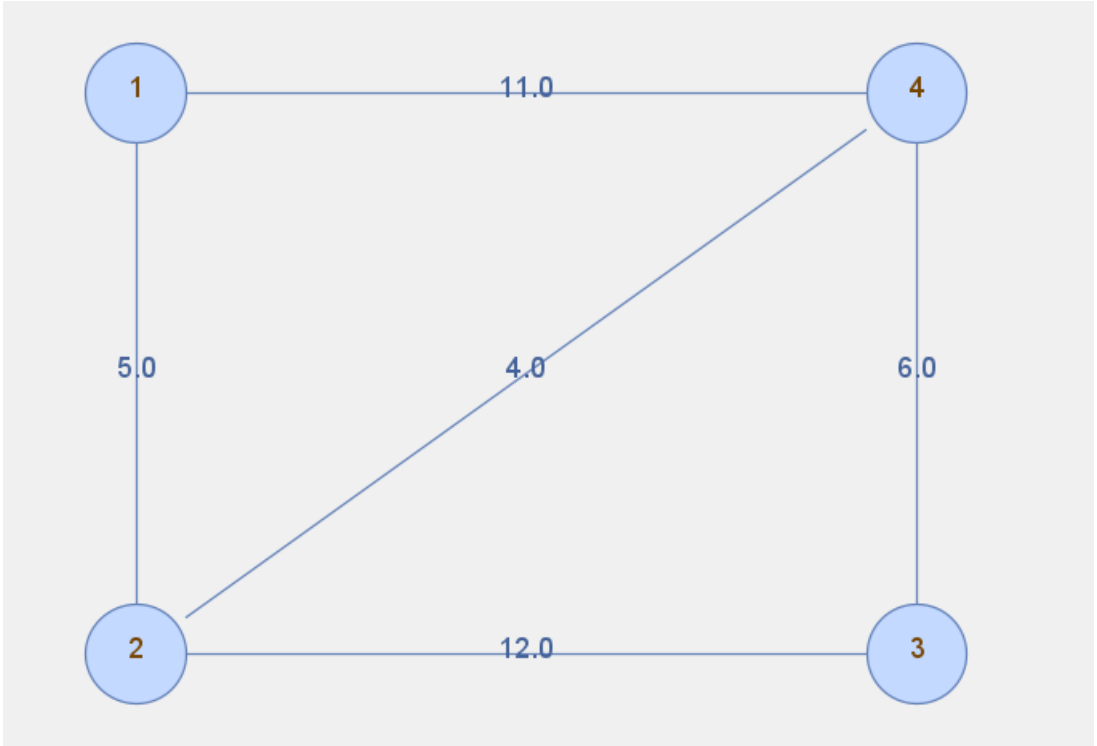
Teraz ten sam wykres, ale ze zmienioną skalą, żeby łatwiej było zobaczyć różnice w złożoności czasowej pomiędzy algorytmami.


Algorytm A*
Czas (mikrosekundy)
80000
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Liczba wierzchołków


Algorytm Dijkstry
Czas (mikrosekundy)
80000
70000
60000
50000
40000
30000
20000
10000
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
Liczba wierzchołków



Przykład działania programu dla grafu o 4 wierzchołkach i 5 krawędzi.



Zawartość pliku graph.txt:
4 5
1 2 5
2 4 4
4 3 6
3 2 12
1 4 11

Po uruchomieniu skryptu run.sh otrzymujemy następujące wyjście:

Astar

0 5 15 9

5 0 10 4

15 10 0 6

9 4 6 0

A* time: 30

Dijkstra

0 5 15 9

5 0 10 4

15 10 0 6

9 4 6 0

Dijkstra time: 20

FloydWarshall

0 5 15 9

5 0 10 4

15 10 0 6

9 4 6 0

Floyd-Warshall time: 0

Wnioski.

Obserwując zachowanie algorytmu A* oraz algorytmów testowych Dijkstry oraz Floyda-Warshalla, stwierdzamy, że najlepiej do problemu znajdowania najkrótszych ścieżek między wszystkimi parami wierzchołków nadaje się algorytm Floyda-Warshalla (pamiętajmy, że analizowaliśmy przypadek grafów gęstych). Świadczą o tym także uzyskane złożoności obliczeniowe.