

Задание

Реализовать программу для построения графиков функции и плотности распределения для следующих распределений:

- равномерное распределение;
- распределение Эрланга.

Равномерное распределение

Говорят, что случайная величина X имеет равномерное распределение на отрезке $[a; b]$, если ее **функция плотности распределения** имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} c, & x \in [a; b] \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Значение константы c однозначно определяется из условия нормировки:

$$1 = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b cdx = c(b - a) = 1, \text{ тогда } c = \frac{1}{b - a}$$

Обозначается как $X \sim R(a, b)$

Функция распределения равномерной случайной величины X :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a; b] \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Распределение Эрланга

Гамма функцией называется отображение

$$\Gamma(x) : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R},$$

определенное **правилом**

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t} \cdot t^{x-1} dt$$

Говорят, что случайная величина ξ имеет гамма распределение с параметрами λ и α , если ее **функция плотности распределения** вероятностей имеет вид:

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Обозначается как $\xi \sim \Gamma(\lambda, \alpha)$.

Распределение Эрланга – это гамма-распределение с параметром α , принимающим только целые значения.

Текст программы

Ниже представлен текст программы, написанной на языке программирования Python.

```
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from PyQt5 import QtWidgets
from PyQt5.QtWidgets import QMessageBox
from scipy.stats import gamma
from design import Ui_Mainwindow

UNIFORM_FROM = -15
UNIFORM_TO = 15
GAMMA_FROM = 0
GAMMA_TO = 50

class MainWindow(QtWidgets.QMainWindow, Ui_Mainwindow):
    def __init__(self):
        super().__init__()
        self.setupUi(self)

        self.createBtn.clicked.connect(self.show_graphics)

    @staticmethod
    def get_uniform_function(a: float, b: float, x_list: list[int]):
        y_list = []
        for x in x_list:
            if x < a:
                y_list.append(0.)
            elif a <= x <= b:
                y_list.append((x - a) / (b - a))
            else:
                y_list.append(1.)

        return y_list

    @staticmethod
    def get_uniform_density(a: float, b: float, x_list: list[int]):
        c = 1 / (b - a)
        y_list = []
        for x in x_list:
            if a <= x <= b:
                y_list.append(c)
            else:
                y_list.append(0.)

        return y_list
```

```

@staticmethod
def get_gamma_function(alpha: int, _lambda: int, x_list: np.ndarray[float]):
    y_list = gamma.cdf(x_list, alpha, _lambda)
    return y_list

@staticmethod
def get_gamma_density(alpha: int, _lambda: int, x_list: np.ndarray[float]):
    y_list = gamma.pdf(x_list, alpha, _lambda)
    return y_list

def show_graphics(self):
    try:
        a, b = map(float, (self.rA.text(), self.rB.text()))
    except ValueError:
        QMessageBox.about(self, 'Ошибка', 'Значения параметров а и b '
                                           'должны быть числами')

        return

    try:
        alpha, _lambda = map(int, (self.gA.text(), self.gB.text()))
    except ValueError:
        QMessageBox.about(self, 'Ошибка', 'Значения параметров alpha и '
                                           '_lambda должны быть целыми числами')

        return

matplotlib.use('QtAgg')

x_uniform = [x for x in range(UNIFORM_FROM, UNIFORM_TO + 1)]
y_uniform_func = self.get_uniform_function(a, b, x_uniform)
y_uniform_den = self.get_uniform_density(a, b, x_uniform)

x_gamma = np.linspace(GAMMA_FROM, GAMMA_TO + 1, (GAMMA_TO - GAMMA_FROM) * 50)
y_gamma_func = self.get_gamma_function(alpha, _lambda, x_gamma)
y_gamma_den = self.get_gamma_density(alpha, _lambda, x_gamma)

fig, axs = plt.subplots(2, 2)
axs[0, 0].plot(x_uniform, y_uniform_func, 'tab:blue')
axs[0, 0].set_title('Функция равномерного распределения')
axs[0, 1].plot(x_uniform, y_uniform_den, 'tab:orange')
axs[0, 1].set_title('Функция плотности равномерного распределения')
axs[1, 0].plot(x_gamma, y_gamma_func, 'tab:green')
axs[1, 0].set_title('Функция распределения Эрланга')
axs[1, 1].plot(x_gamma, y_gamma_den, 'tab:red')
axs[1, 1].set_title('Функция плотности распределения Эрланга')

for ax in axs.flat:
    ax.set(xlabel='x', ylabel='y')

plt.title = 'Функции распределения и плотности распределения'
plt.show()

```

Результат

В результате разработана программа, позволяющая строить графики функции и плотности равномерного распределения и распределения Эрланга. Параметры задаются в соответствующих полях. На рисунке 1.1 представлен интерфейс программы.

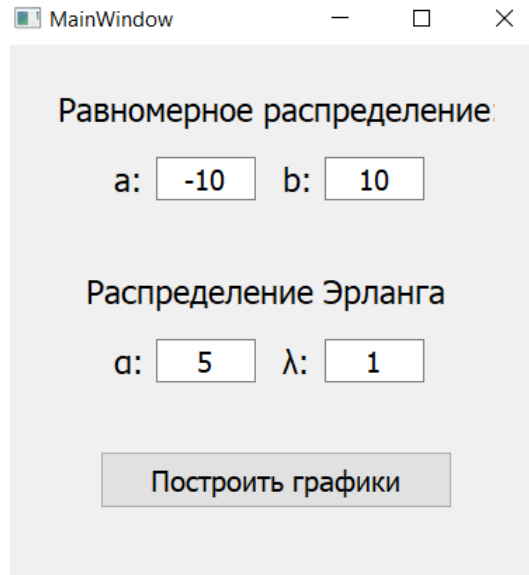


Рисунок 1.1 - Интерфейс разработанной программы

На рисунке 1.2 представлены построенные графики функции и плотности равномерного распределения ($a = -10$, $b = -10$) и распределения Эрланга ($\alpha = 5$, $\lambda = 1$).

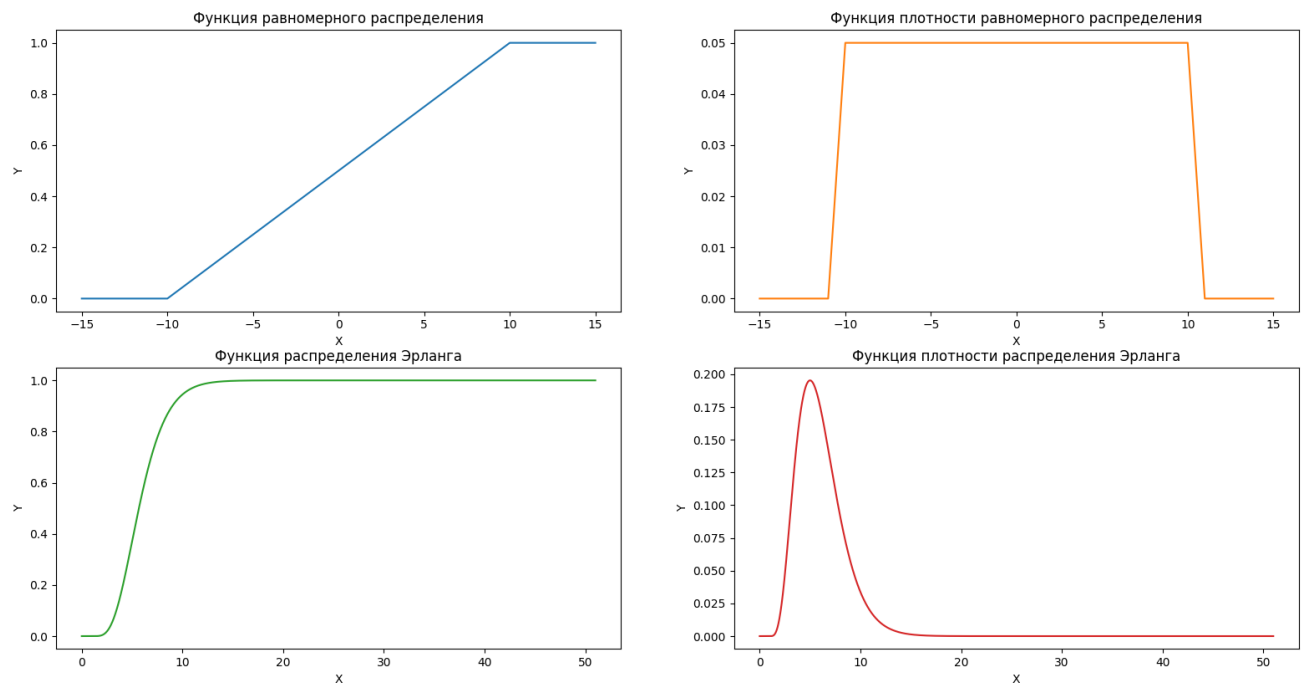


Рисунок 1.2 - Построенные графики функций и плотностей распределения