Лекция 15

Основные свойства сети Петри

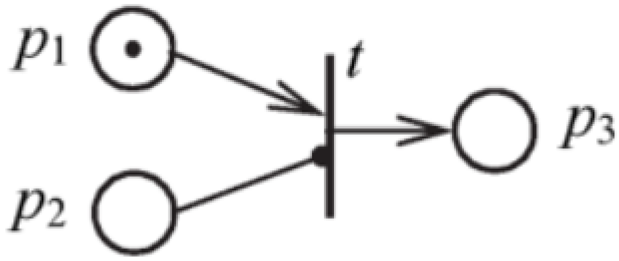
1. Свойство ограниченности – позиция в сети называется ограниченной, если для любой достижимой в сети маркировки существует такое k, что маркировка $\mu \leq k$, то есть сеть называется ограниченной, если все ее позиции ограниченные (сеть, которую мы рассматривали на предыдущем рисунке, неограниченная).
2. Свойств безопасности – в безопасной сети вектор маркировок состоит только из нулей и единиц, то есть является двоичным
3. Свойство консервативности – сеть называется консервативной, если сумма фишек во всех позициях остается постоянной при работе с ней, то есть сумма по всем τ для данной сети остается постоянной.
4. Свойство живости – переход называется потенциально живым, если в начальной маркировки существует некая маркировка, при которой переход может сработать. Если переход является потенциально живым для любой достижимой в сети маркировки, то он называется живым. Если не является – то называем мертвым, маркировка в этом случае будет называться тупиковой. То есть при тупиковой маркировки не может сработать ни один переход. Переход называется *устойчивым*, если никакой другой переход не может лишить его возможности сработать при наличии необходимых условий.

Ингибиторные сети

Это сети Петри, для которых функция инцидентности имеет вид F^P т.е. она дополнена специальной функцией инцидентности

Ингибиторные дуги связывают только позиции с переходами, кратность этих дуг равна 1. Правила срабатывания перех.

Это сети Петри, для которых функция инцидентности имеет вид $F = F^P \cup F^t \cup F^I$, т. е. она дополнена специальной функцией инцидентности $F^I : P \times T \to \{0, 1\}$, которая вводит ***ингибиторные дуги*** для тех пар $(p_i t_j)$, для которых $f_{ij}^I = 1$. Ингибиторные дуги связывают только позиции с переходами, эти дуги на рисунках заканчиваются не стрелками, а кружочками. Кратность этих дуг всегда равна 1.



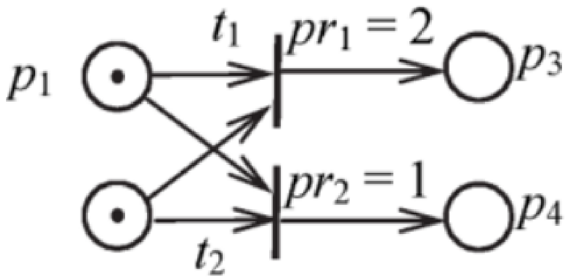
Правила срабатывания переходов в ингибиторной сети модифицируются следующим образом: переход t_j может сработать при маркировке М, если для всех связанных с ним позиций p_i и p_k.

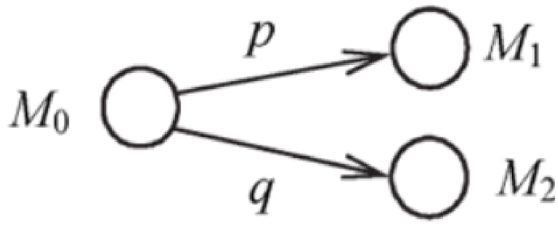
$$(\mu_i \geq f_{ij}^p) \wedge (\mu_k \cdot f_{kj}^I = 0),$$

то есть введено дополнительное условие: позиция p_k, соединенная с переходом t_j ингибиторной дугой, не должна содержать фишек (должна иметь нулевую маркировку). Так, переход t на рисунке выше может срабатывать только при $\mu_1 > 0$ и $\mu_2 = 0$.

Сети с приоритетами

При определении сети Петри отмечалась недетерминированность ее работы: если имеется возможность срабатывания нескольких переходов, то срабатывает любой из них. При моделировании реальных систем могут сложиться ситуации, когда последовательность срабатываний необходимо регламентировать. Это можно сделать, введя множество приоритетов $PR : T \to \{0, 1, \dots\}$ и приписав каждому из переходов t_j соответствующее целочисленное значение приоритета pr_j. Тогда правило срабатывания переходов модифицируется: если на некотором такте работы сети PN имеется возможность для срабатывания нескольких переходов, то срабатывает тот из них, который имеет наивысший приоритет. Так, из двух готовых к срабатыванию переходов t_1 и t_2 на рисунке первым должен сработать переход t_2, имеющий приоритет $pr_2 = 1$, поскольку приоритет перехода $t_1 pr_2 = 2$, то есть ниже.





Сети со случайными срабатываниями переходов

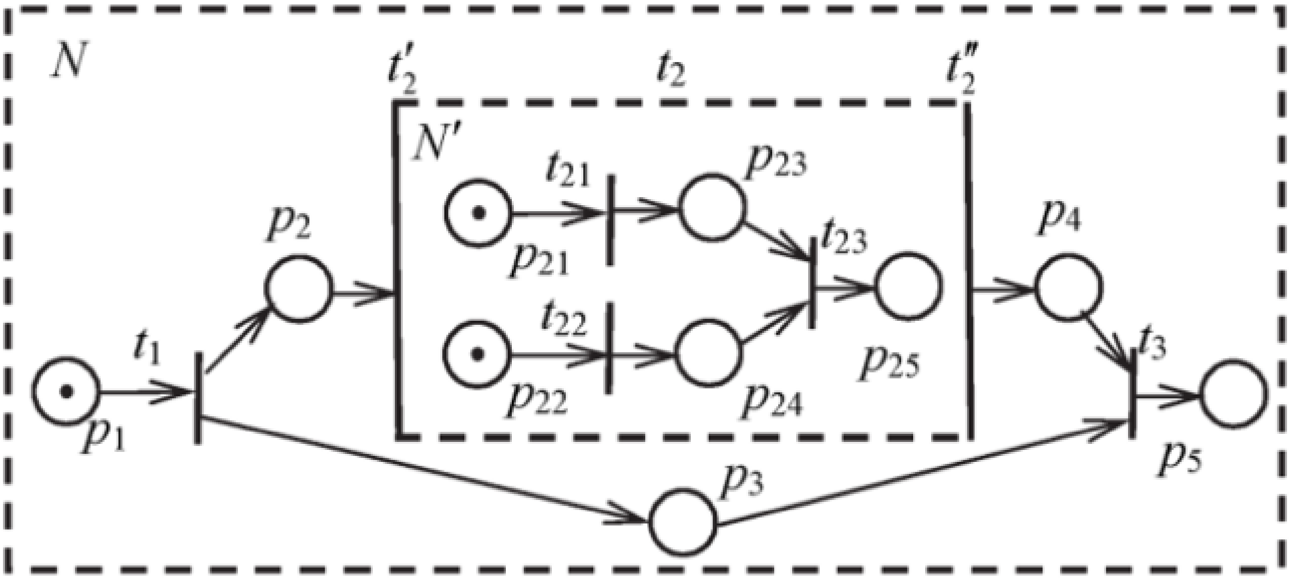
В описанной выше ситуации, когда имеется возможность срабатывания нескольких переходов $t_i, t_j \ldots, t_s$, их приоритет можно задавать вероятностями срабатывания каждого их переходов $p_i, p_j, \ldots, p_s$, причем $p_i + p_j + \ldots + p_s = 1$. Тогда исходная маркировка M_0 приведет на следующих шагах работы сети к набору маркировок $M_i, M_j, \ldots, M_S$, каждая из которых будет помечена соответствующей вероятностью. Отождествив маркировки с состоянием сети и предположив, что вероятности не зависят от работы сети в предыдущие такты, мы получим цепь Маркова, описывающую вероятностное поведение системы.

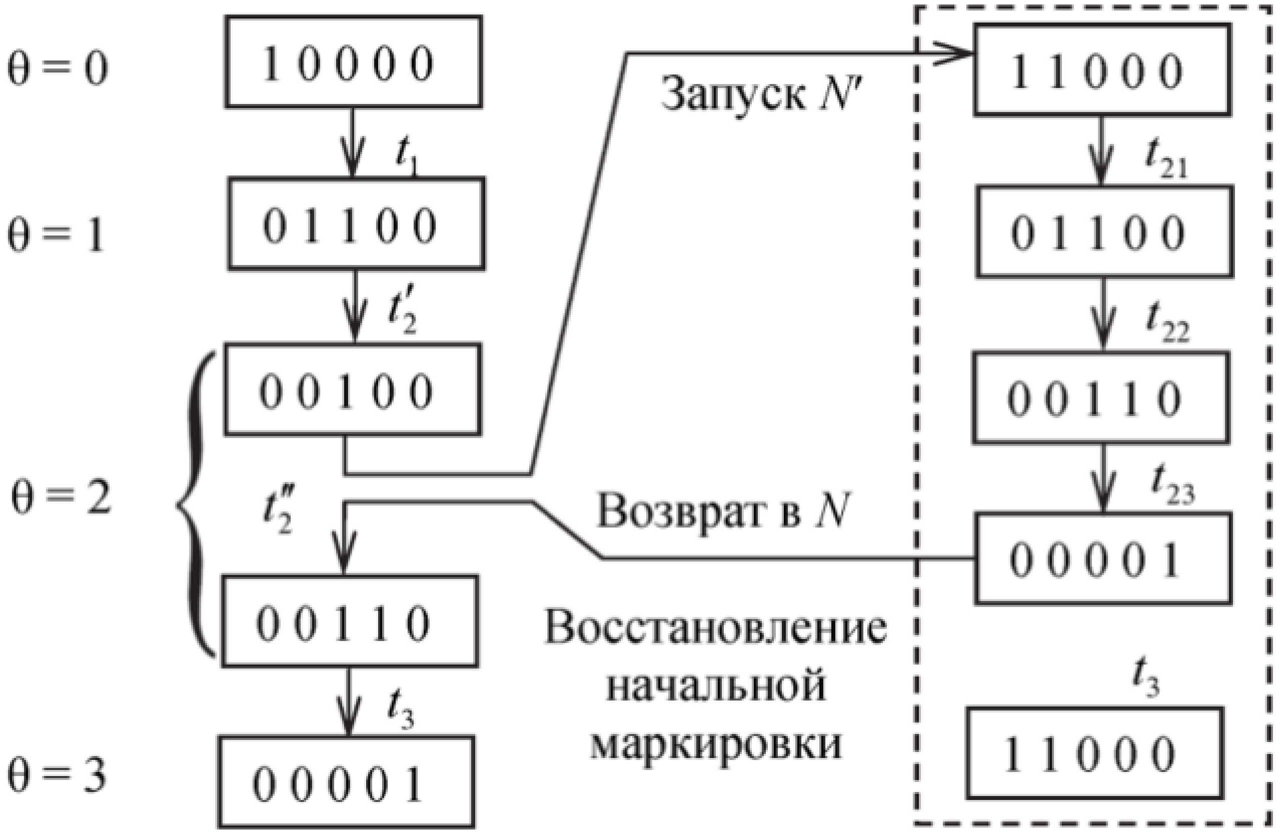
Иерархические сети

Сети представляют собой многоуровневые структуры, в которых выделяют сети различных уровней (позволяют моделировать различные многоуровневые иерархические системы).

В отличие от обыкновенных сетей Петри, в иерархических сетях имеются два типа переходов: простые и составные. Простые переходы ничем не отличаются от рассмотренных ранее. Составные переходы содержат внутри себя сеть Петри более низкого уровня. Формально они состоят из входного ("головного") и выходного ("хвостового") переходов, между ними находится внутрення сеть Петри, которая, в свою очередь, также может быть иерархической (вложенность не ограничена).

Пример иерархической сети N:





Здесь приведен пример иерархической сети который имеет составной переход t_2, содержащий внутри себя сеть N' этот составной переход имеет голову (t_2') и хвост (t_2''). Между ними заключена вся сеть. Она состоит из позиций p_{21}, p_{25} и переходов t_{21}, t_{23}. Иерархическая сеть функционирует как обыкновенная сеть, переходя от одной маркировки к другой, обмениваясь фишками (в том числе между сетями различного уровня). Исключение составляют правила работы составных переходов.

Срабатывание составных переходов является не мгновенным событием, как в обыкновенных сетях Петри, а некоторым составным действием. Поэтому говорят не о срабатывании составного перехода, а о его работе. На каждом шаге дискретного времени θ составной переход может находиться в одном из двух состояний - пассивном и активном. Начальное состояние всех переходов - пассивное. Составной переход может быть активирован, в момент времени θ, если до этого он был пассивен и имеются условия для срабатывания его головного перехода. При этом производится изменение маркировки в сети верхнего уровня по известным нам правилам и одновременно запускается работа в сети, находящейся внутри составного перехода. Во время ее работы функционирование сети верхнего уровня блокируется. Сеть нижнего уровня работает с учетом своей начальной маркировки до тех пор, пока все ее переходы не станут пассивными (то есть не смогут сработать). После этого происходит срабатывание хвостового перехода и изменение маркировки сети верхнего уровня. Составной переход возвращается в пассивное состояние, а в сети нижнего уровня восстанавливается начальная маркировка.

> На шаге $\theta = 2$ происходит работа составного перехода и сети N' в следующем порядке: срабатывает t_2', запуск сети N', окончание работы N', восстановление начальной маркировки, срабатывание t_2 и продолжение работы сети.

Описанный процесс напоминает выполнение подпрограммы при программировании, где срабатывание перехода t_2' соответствует вызову подпрограммы, а t_2'' срабатывание - возврату в основную программу.

Раскрашенные (цветные) сети

В ряде приложений перемещаемые в сети Петри ресурсы (фишки) требуется дифференцировать, и тогда приходится вводить фишки различных видов (например, разных цветов). В этом случае для каждого перехода необходимо указывать, при каких комбинациях фишек во входных позициях он может сработать и какое количество фишек различных цветов помещается в выходные позиции.

Моделирование дискретных систем, формализованных сетей Петри

При описании сетей Петри выделяют два понятия: события и условия.

События – это действие в системе. В сетях Петри они моделируются переходами.

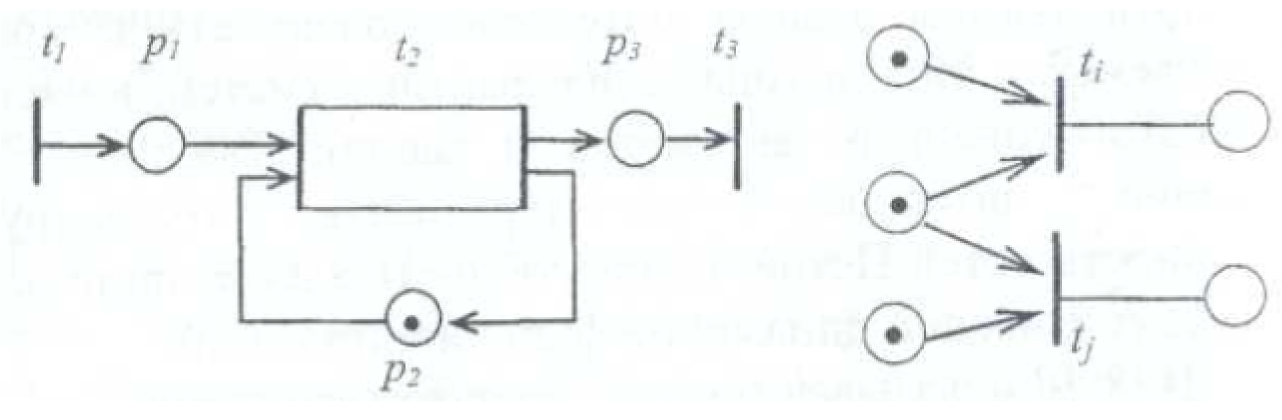
Условие – предикат или логическое описание системы, принимающее значение "истина" или "ложь". Условия моделируются позициями и условиями на дугах. Различаются предусловия и постусловия.

Предусловие – это условие до срабатывания перехода, **постусловие** – соответственно, условие после срабатывания перехода.

Если процесс в системе достаточно сложный, то его подсистемы можно представить в виде **непримитивных событий**.

Особенность Сети Петри – **одновременность**. Если переходы t_i и t_j не влияют друг на друга, то в возможный словарь языка сети Петри входят как слова, начинающиеся с t_i так и слова, начинающиеся с t_j.

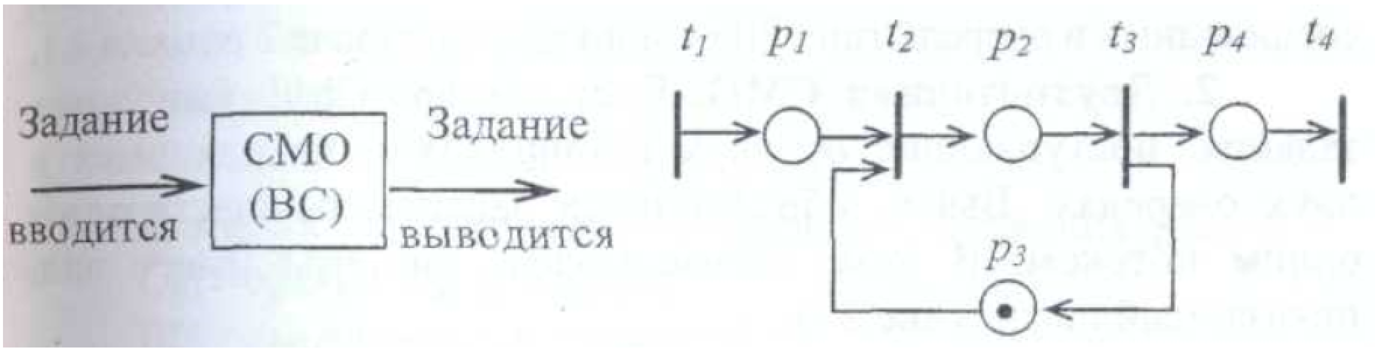
Еще одна ситуация называется **конфликтом**. Переходы t_i, и t_j находятся в конфликте, если запуск одного из них блокирует запуск другого.



Простейшая система массового обслуживания.

Система имеет входной поток заданий (или заявок), и пока она занята выполнением очередного задания, она не может ввести следующее.

Рассмотрим множество условий и событий, характеризующих нашу СМО.



Условия:

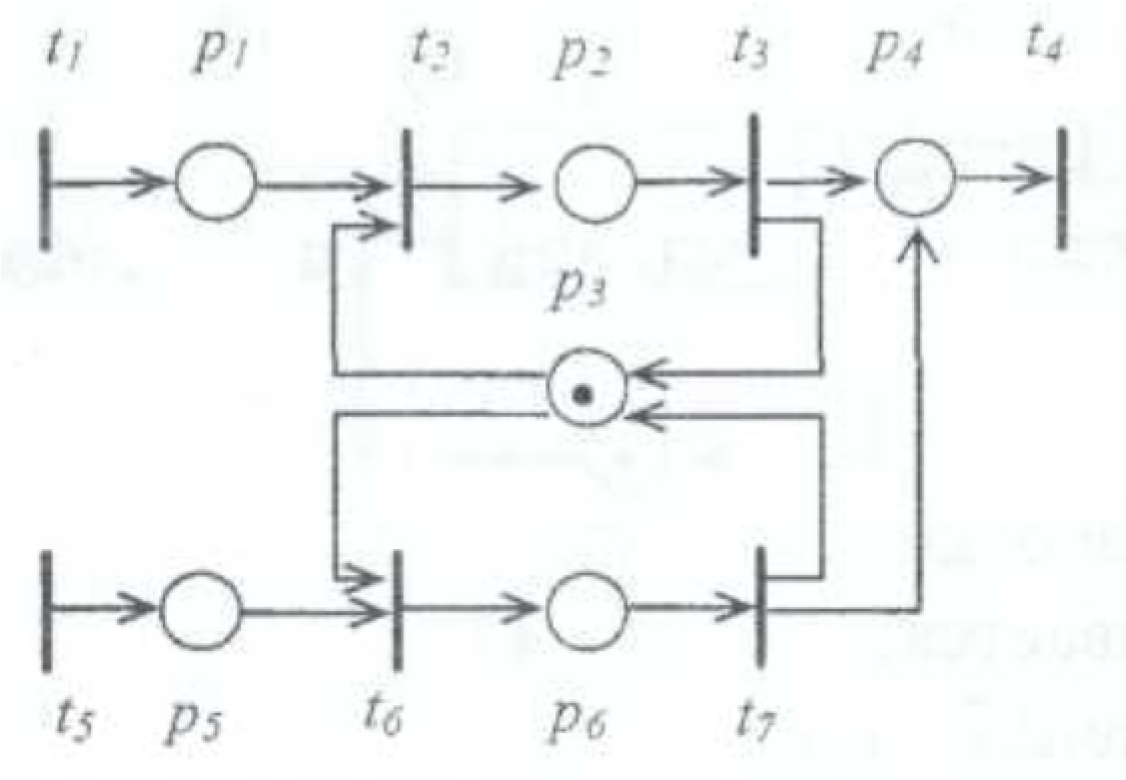
- P_1 - задание ждет обработки;
- P_2 - задание обрабатывается;
- P_3 - процессор свободен;
- P_4 - задание ожидает вывода.

События (это действия):

- t_1 - задание помещается во входную очередь;
- t_2 - начало выполнения задания;
- t_3 - конец выполнения задания;
- t_4- задание выводится.

Поясним работу данной сети. Показанная на рисунке начальная маркировка $M_0 = [0, 0, 1, 0]$ соответствует состоянию, когда система свободна и заявки на обслуживание отсутствуют. При срабатывании перехода t_1 (от внешнего источника) поступает задание и получается маркировка $M_1 = [1, 0, 1, 0]$. При этом может сработать переход t_2, что означает начало обслуживания задания и приводит к маркировке $M_2 = [0, 1, 0, 0]$. Затем может сработать переход t_3, что означает окончание обслуживания задания и освобождение системы, т.е. переход к маркировке $M_3 = [0, 0, 1, 1]$. Переходы t_1 и t_4 могут работать независимо от t_2 и t_3, моделируя поступление и вывод заданий.

Двухпоточная СМО. Пусть теперь СМО выполняет задания, поступающие от двух источников и находящиеся в двух очередях. Вывод обработанных заданий осуществляется одним потоком.



Здесь введены дополнительные **условия**:

- P_5 – задание из второй очереди ждет обработки;
- P_6 - задание из второй очереди обрабатывается.

Также введены дополнительные **события**:

- t_5 - задание помещается во вторую очередь;
- t_6 - начало выполнения задания из второй очереди;
- t_7 - завершение выполнения задания из второй очереди.