

# Лекция 5

## Базовые понятия в теории систем

**Система** — это множество элементов, находящихся в отношениях и связях между собой.

**Элемент** — часть системы, представление о которой нецелесообразно подвергать дальнейшему членению.

**Сложная система** — это система, характеризующаяся большим числом элементов (2 или более) и, что наиболее важно, большим числом взаимосвязей элементов. Сложность системы определяется также видом взаимосвязей элементов, свойствами целенаправленности, целостности, членимости, *иерархичности*, многоаспектности.

**Подсистема** — часть системы (подмножество элементов и их взаимосвязи), которая имеет свойства системы.

**Надсистема** — система, по отношению к которой рассматриваемая система является подсистемой.

**Структура** — отображение совокупности элементов системы и их взаимосвязи. Понятие структуры отличается от понятия системы также тем, что при описании структуры принимают во внимание лишь типы элементов и их связи без конкретизации значений их параметров.

**Параметр** — величина, выражающая свойства или системы, или ее части, или влияющие на систему среды.

## Характеристики сложной системы

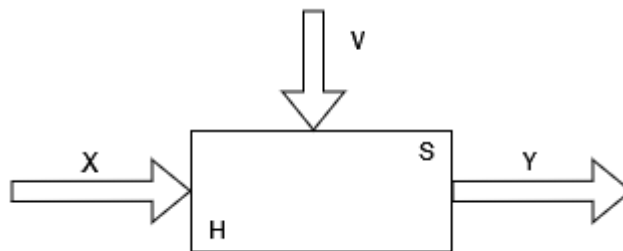
1. **Целенаправленность** — свойство искусственной системы, выражающее назначение системы (необходима для оценки эффективности вариантов системы).

2. Целостность – свойство системы, характеризующее взаимосвязанность элементов и наличие зависимости выходных параметров от параметров элементов. При этом большинство выходных параметров не являются простым повторением или суммой параметров элементов.
3. Иерархичность – свойство сложной системы, выражающее возможность и целесообразность ее иерархичного описания, то есть представление в виде нескольких уровней, между компонентами которых имеются отношения "целые – часть".

## Задачи сложной системы

1. Modeling – создание моделей сложных систем.
2. Simulation – анализ свойств систем на основе исследования их моделей.

## Основы теории моделирования



Модель объекта можно представить как совокупность множества величин, описывающих процесс функционирования реальной системы и образующие в общем случае следующие подмножества:

- совокупность входных воздействий ( $x_i \in X, i = \overline{1, n_X}$ )
- совокупность воздействий внешней среды ( $v_i \in V, i = \overline{1, n_V}$ )
- совокупность собственных (внутренних параметров системы) ( $h_i \in H, i = \overline{1, n_H}$ )
- совокупность выходных характеристик системы ( $y_i \in Y, i = \overline{1, n_Y}$ )

В общем случае  $x_i, v_i, h_i, y_i$  являются элементами непересекающихся подмножеств и содержат как недетерминированные, так и стохастические составляющие. При моделировании системы  $S$  входные воздействия, воздействия внешней среды и внутренние параметры являются независимыми – экзогенными, которые в общем случае имеют вид:

$$\overrightarrow{x(t)} = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n_x}(t))$$

$$\overrightarrow{v(t)} = (v_1(t), v_2(t), \dots, v_{n_v}(t))$$

$$\overrightarrow{h(t)} = (h_1(t), h_2(t), \dots, h_{n_h}(t))$$

А выходные характеристики системы являются зависимыми, то есть эндогенными элементами:

$$\overrightarrow{y(t)} = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_{n_y}(t))$$

Процесс функционирования системы описывается во времени некоторым оператором, который в общем случае преобразует независимые переменные в зависимые:

$$\overrightarrow{y(t)} = F_S(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{h}, t)$$

Эта зависимость является **законом функционирования сложной системы  $S$** . В общем виде он может быть задан в виде функции, функционала, логических условий в алгоритмическом или табличном виде.

Под алгоритмом функционирования сложной системы подразумевается метод получения выходных характеристик с учетом входных воздействий  $x(t)$ , воздействий внешней среды  $v(t)$  и внутренних параметров системы  $h(t)$ .

Отношение может быть получено и через понятие состояния системы (через свойства системы конкретной модели). Эти же состояния характеризуются вектором состояний:

$$\overrightarrow{z} = (z_1, z_2, \dots, z_k), \quad k = \overline{1, n_z}$$

Если рассматривать процесс функционирования системы  $S$  как последовательную смену состояний, то они могут быть интерпретированы как координаты точки в  $k$ -мерном фазовом пространстве, причем каждой реализации процесса будет соответствовать некоторая фазовая траектория. Совокупность всех

возможных состояний системы называется **пространством состояний объекта моделирования**.

Состояние системы (момент времени от  $t_0$  до  $t_k$ ) полностью определяется начальными условиями  $z^0$ :

$$\vec{z}^0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_k^0),$$

где  $z_1^0$  – свойство системы в момент времени  $t_0$ .

Состояние системы  $S$  в момент времени  $t_0$  определяется входными воздействиями, внутренними параметрами и воздействиями внешней среды, которые имели место за промежуток времени  $t - t_0$  с помощью векторных уравнений:

$$\begin{aligned}\vec{Z} &= \Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t) \\ \vec{y}(t) &= F(\vec{z}, t) \\ \vec{y}(t) &= F(\Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, \vec{v}, \vec{h}, t))\end{aligned}$$

В общем случае время модели может быть непрерывным на интервале, а может быть дискретным. Отсюда появляется понятие интервала числа интервалов (это тоже параметр системы).

Следовательно, под **математической моделью** реальной сложной системы принимают конечное множество элементов вместе с математическими связями между ними и характеристиками  $\vec{y}(t)$ . Это математическая схема общего вида.

## Типовая математическая схема

В практике моделирования на первоначальных этапах формализации объектов используют так называемые  **типовые математические схемы**, к которым относят такие хорошо проработанные (разработанные) математические объекты, как дифференциальные алгебраические уравнения, конечные вероятностные автоматы и т.д.

Процесс функционирования системы	Типовая математическая схема	Обозначение
Непрерывно-детерминированный подход	Стандартные ДУ	D-схема

Процесс функционирования системы	Типовая математическая схема	Обозначение
Дискретно-детерминированный подход	Конечные автоматы	F-схема
Дискретно-стохастический подход	Вероятностные автоматы	P-схема
Непрерывно-стохастический подход	Система массового обслуживания	Q-схема
Обобщенные (универсальный)	Агрегативная система	A-схема