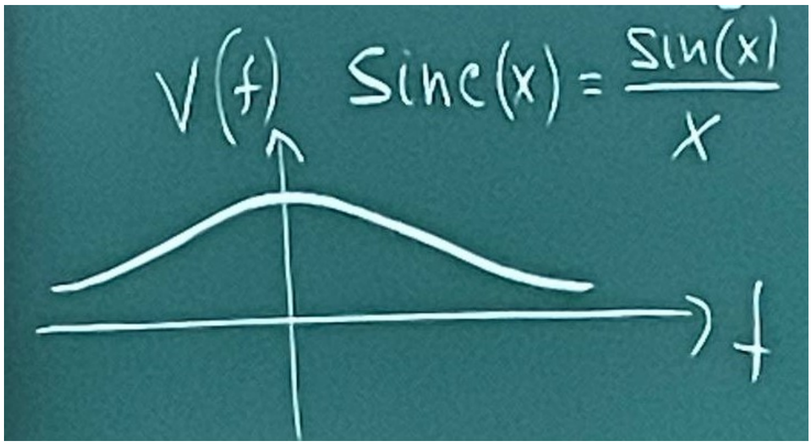
Лекция 2

$(-F, F)\ \Delta t = \frac{1}{2F}$

$U(t) = \sum_{k=\infty}^{+\infty} U(k\Delta t) \mathrm{sinc}(2\pi F(t - \frac{k}{2F}))$

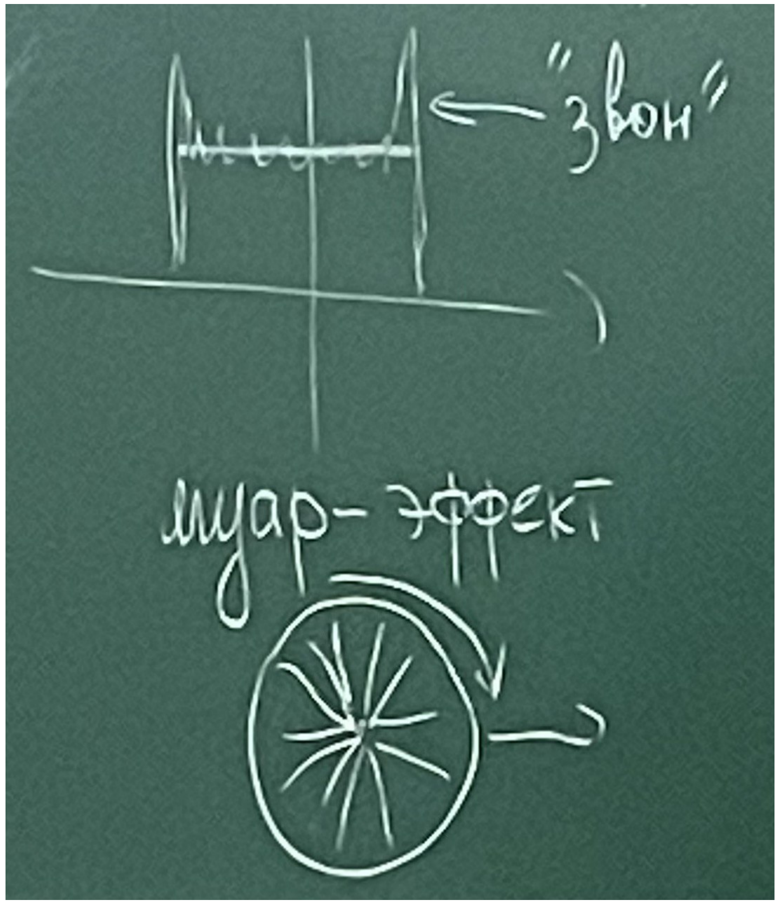
> $\mathrm{sinc}(2\pi F(t - \frac{k}{2F}))$ – функция отсчетов

$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

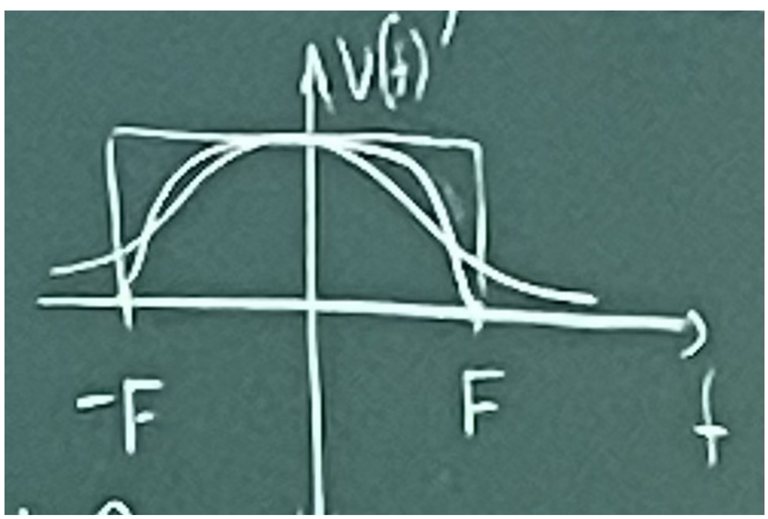


1. Нарушение частоты дискретизации

   $\Delta t > \frac{1}{2F}$ эффект Гиббса



2. Преодоление эффекта Гиббса
    - использование "окон"



1. Окно Хеннинга

$$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 + \cos(\frac{\pi f}{F})\right) & |f| \le F \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

2. Окно Кайзера

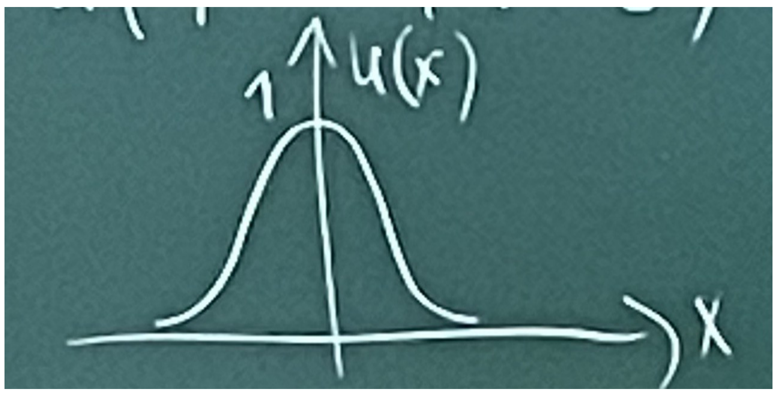
$$w(t) = \begin{cases} \frac{I_0\left(\alpha\sqrt{1-(\frac{f}{F})^2}\right)}{I_0(\alpha)} & |f| \leq F \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}$$

I_0 – модифицированная функция Бесселя

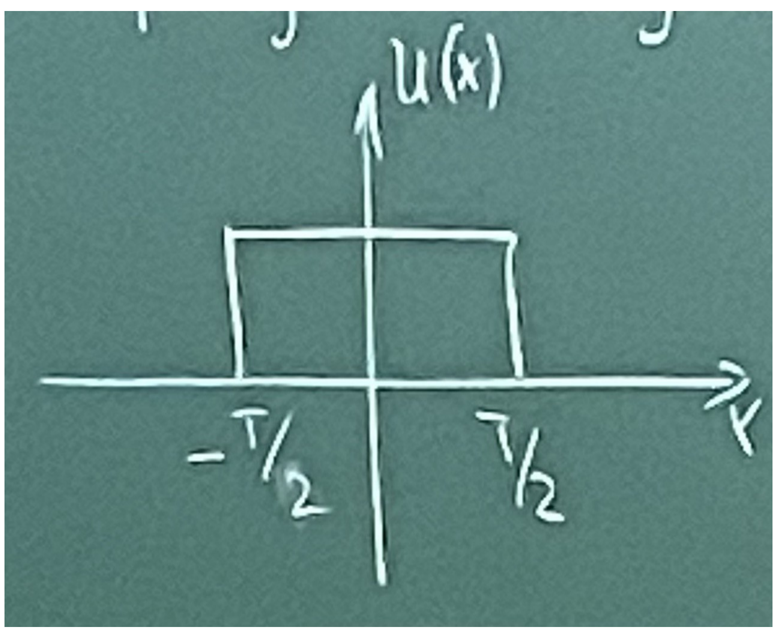
Лабораторная работа 1

Изучение дискретизации сигналов. Рассматриваем два типовых сигнала:

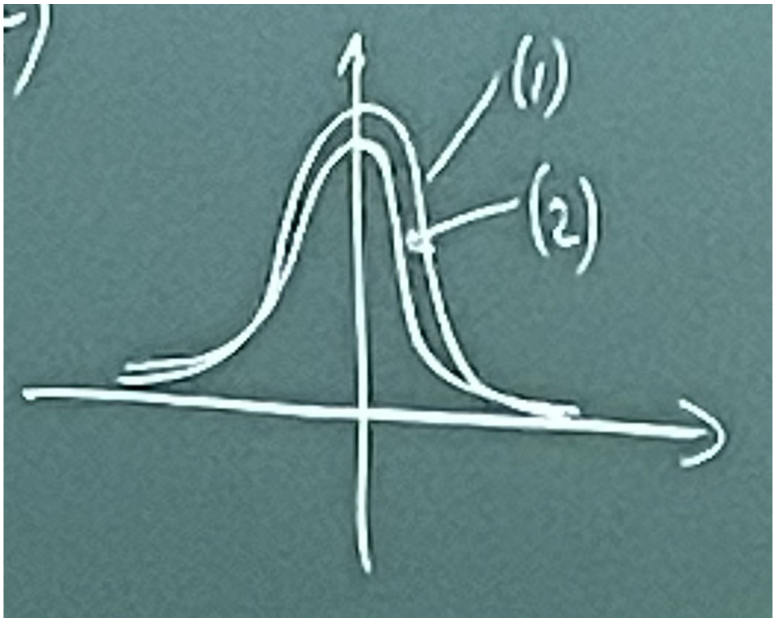
1. Сигнал Гаусса – $U(x) = \exp(\frac{-x^2}{\delta^2})$



2. Прямоугольный импульс (rect)

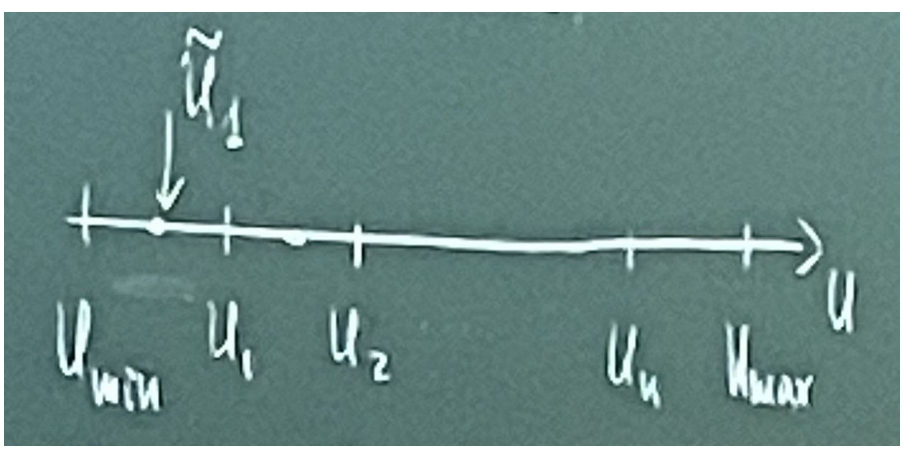


Выбираем шаг дискретизации и с этим шагом проводим дискретизации, то есть получаем набор отчета, а затем по формуле выполняем восстановление сигнала. Для сравнения будем строить в одних тех же осях две кривые: исходную и восстановленного сигнала. И смотрим насколько хорошо с заданным знаком произошло восстановление.



Программа должна допускать изменение Δt. И то же самое для прямугольного импульса. То есть должны быть по итогу две картинки. И будем отвечать на вопросы, почему так получилось.

Квантование сигналов



Ошибка квантования

$\mathrm{E}_i = U - \widetilde{U}_i$

$D_0(\mathrm{E}_i)$ – функция ошибок

Ошибка

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} \int_{U_i}^{U_{i+1}} P(U) D_0(\mathrm{E}_i) du \to \min$$

$P(U)$ – функция распределения

Предискажение сигнала

$\hat{U} = \omega(U)$

Ошибка

$$\mathrm{E}_i = \Delta_i - \text{ширина } \Delta_i = U_{i+1} - U_i$$

$$\Delta_i = \frac{\Delta p}{\omega'(U)}$$

$$Q = \sum_{i=1}^{n-1} \int_{U_i}^{U_{i+1}} P(u) D_0\Big(\frac{\Delta p}{\omega'(U)}\Big) du$$

Пороговая функция

$$D(\Delta_i) = \begin{cases} 0 & |\Delta_i| < D_{\text{нор}} \\ 1 & |\Delta_i| \geq D_{\text{нор}} \end{cases}$$

1. $D_{\text{нор}} = \mathrm{const}$ – равномерное квантование.
2. Закон Вебера-Фехнера.

   $D_{\text{нор}} = \delta_0 U$

$$\frac{\omega(U) - \omega(U_{\min})}{\omega(U_{\max}) - \omega(U_{\min})} = \frac{\ln(\frac{U}{U_{\min}})}{\ln \frac{U_{\max}}{U_{\min}}}$$

$N \approx 230$

$U \to \ln U \to \cdots \to \exp(U)$ – потенцирование

Спектральные преобразования сигналов

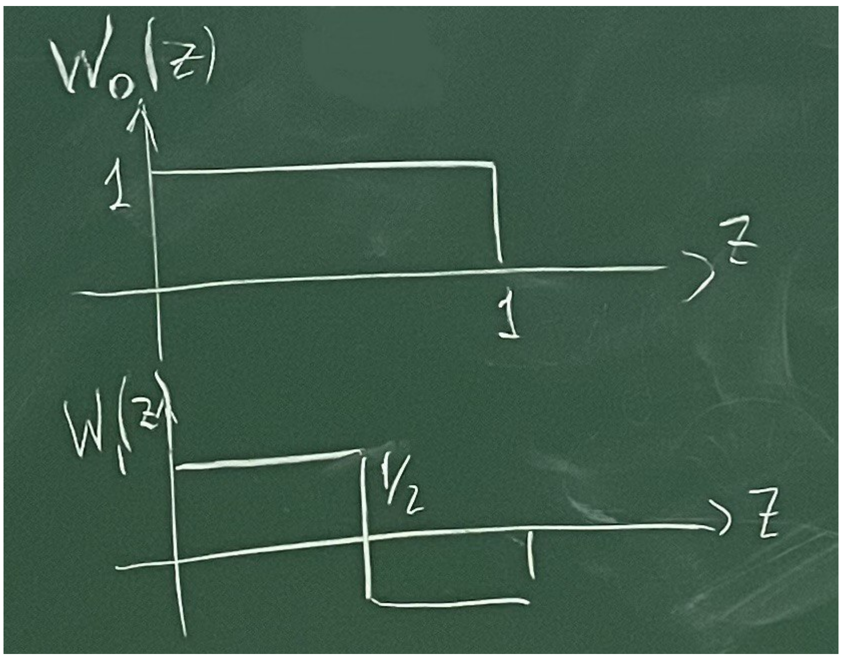
2. Преобразование Уолша [0, 1]

а) Функция Уолша

$$W_\alpha(z) = (-1)^{\sum_{k=1}^{n} \alpha_K Z_K} \quad 0 \le Z \le 1$$

$$Z = \sum_{k=1}^{n} Z_k 2^{-k} \qquad Z_k = 0, 1$$

$$\alpha = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k 2^{k-1} \qquad \alpha_k = 0, 1$$



$$U(x) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} C_\alpha W_\alpha(x)$$

$$C_\alpha = \int_0^1 U(x) W_\alpha(x) dx$$