

Задача А. Разбор утверждения

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 2 секунды
Ограничение по памяти: 256 мегабайт

На вход вашей программе дается утверждение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned}\langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Выражение} \rangle &::= \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{ '->' } \langle \text{Выражение} \rangle \\ \langle \text{Дизъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Конъюнкция} \rangle \mid \langle \text{Дизъюнкция} \rangle \text{ '|' } \langle \text{Конъюнкция} \rangle \\ \langle \text{Конъюнкция} \rangle &::= \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Конъюнкция} \rangle \text{ '&' } \langle \text{Отрицание} \rangle \\ \langle \text{Отрицание} \rangle &::= \text{'!'} \langle \text{Отрицание} \rangle \mid \langle \text{Переменная} \rangle \mid \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'}' } \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{' ' } \}^*\end{aligned}$$

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами оператора '->' нет пробелов. В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы. Символ апострофа (') имеет код 39.

Вам требуется написать программу, разбирающую утверждение и строящую его дерево разбора, и выводящую полученное дерево в единственной строке без пробелов в следующей грамматике:

$$\begin{aligned}\langle \text{Файл} \rangle &::= \langle \text{Вершина} \rangle \\ \langle \text{Вершина} \rangle &::= \text{'('} \langle \text{Знак} \rangle \text{' , ' } \langle \text{Вершина} \rangle \text{' , ' } \langle \text{Вершина} \rangle \text{')' } \\ &\quad \mid \text{'('} \langle \text{Вершина} \rangle \text{')' } \\ &\quad \mid \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Знак} \rangle &::= \text{'->' } \mid \text{'|'} \mid \text{'&' } \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A'} \dots \text{'Z'}) \{ \text{'A'} \dots \text{'Z'} \mid \text{'0'} \dots \text{'9'} \mid \text{' ' } \}^*\end{aligned}$$

Формат входных данных

В единственной строке входного файла дано утверждение в грамматике из условия. Размер входного файла не превышает 100 КБ.

Формат выходных данных

В единственной строке выходного файла выведите дерево разбора утверждения без пробелов.

Примеры

стандартный ввод
!A&!B->!(A B)
стандартный вывод
(->,(& , (!A) , (!B)) , (! (, A , B)))
стандартный ввод
P1' ->!QQ->!R10&S !T&U&V
стандартный вывод
(-> , P1' , (-> , (!QQ) , (, (& , (!R10) , S) , (& , (& , (!T) , U) , V)))

файле не требуется, достаточно любого эквивалентного написания. Порядок гипотез в строке также должен совпадать с порядком гипотез в соответствующей строке исходного файла. Если строка не является доказанной, укажите это. Ошибки не распространяются транзитивно и некорректная строка может быть использована для обоснования других строк. Если корректных обоснований может быть несколько, укажите любое.

Схема аксиом	Номер
$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha$	1
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)$	2
$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \ \& \ \beta$	3
$\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \alpha$	4
$\alpha \ \& \ \beta \rightarrow \beta$	5
$\alpha \rightarrow \alpha \vee \beta$	6
$\beta \rightarrow \alpha \vee \beta$	7
$(\alpha \rightarrow \gamma) \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \vee \beta \rightarrow \gamma)$	8
$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow \neg \alpha$	9
$\neg \neg \alpha \rightarrow \alpha$	10

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$\mid -A \& B \rightarrow A$	[1] $\mid -(A \& B) \rightarrow A$ [Ax. sch. 4]
$\mid -A \& B \rightarrow B$	[2] $\mid -(A \& B) \rightarrow B$ [Ax. sch. 5]
$A \& B \mid -A$	[3] $A \& B \mid -A$ [Ded. 1]
$A \& B \mid -B$	[4] $A \& B \mid -B$ [Ded. 2]
$A \& B \mid -B \rightarrow A \rightarrow B \& A$	[5] $A \& B \mid -B \rightarrow A \rightarrow (B \& A)$ [Ax. sch. 3]
$A \& B \mid -A \rightarrow B \& A$	[6] $A \& B \mid -A \rightarrow (B \& A)$ [M.P. 4, 5]
$A \& B \mid -B \& A$	[7] $A \& B \mid -B \& A$ [M.P. 3, 6]
$\mid -A \& B \rightarrow B \& A$	[8] $\mid -(A \& B) \rightarrow (B \& A)$ [Ded. 7]
$A \rightarrow B, C, D \mid -E \rightarrow D$	[1] $A \rightarrow B, C, D \mid -E \rightarrow D$ [Incorrect]
$A \rightarrow B, C, D, D \mid -D$	[2] $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D$ [Hyp. 4]
$A \rightarrow B, C, D, D \mid -D \rightarrow E$	[3] $A \rightarrow B, C, D, D \mid -D \rightarrow E$ [Incorrect]
$A \rightarrow B, C, D \mid -E$	[4] $A \rightarrow B, C, D \mid -E$ [Incorrect]
$D, A \rightarrow B, C, D \mid -E$	[5] $D, A \rightarrow B, C, D \mid -E$ [M.P. 2, 3]
$E, D, C \mid -(A \rightarrow B) \rightarrow D$	[6] $E, D, C \mid -(A \rightarrow B) \rightarrow D$ [Ded. 1]

Задача С. Нормализация метаязыка

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	15 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Дано доказательство на метаязыке из предыдущей задачи:

$$\begin{array}{l} \Gamma_1 \vdash \alpha_1 \\ \Gamma_2 \vdash \alpha_2 \\ \dots \\ \Gamma_n \vdash \alpha_n \end{array}$$

Перестройте доказательство в доказательство формулы α_n из контекста Γ_n на предметном языке классического исчисления высказываний.

Формат входных данных

Соответствует входному формату из предыдущей задачи. Гарантируется, что доказательство корректно. Объём входного файла – до 3 Мб, при этом можно так выбрать подстроки из входного доказательства (доказательство может содержать формулы, не обязательные для вывода Γ_n), что выходной файл будет не больше 10 Мб.

Формат выходных данных

Доказательство с использованием следующей грамматики:

$$\begin{array}{lcl} \langle \text{Файл} \rangle & ::= & \{ \langle \text{Контекст} \rangle \text{ ' |- ' } \langle \text{Выражение} \rangle \text{ ' \n ' } \} \{ \langle \text{Выражение} \rangle \text{ ' \n ' } \}^* \\ \langle \text{Контекст} \rangle & ::= & \langle \text{Выражение} \rangle \text{ [' , ' } \langle \text{Выражение} \rangle \text{]}^* \\ & & | \text{ ' ' } \end{array}$$

Первая строка выходного файла должна соответствовать $\Gamma_n \vdash \alpha_n$ (тот же порядок гипотез, то же дерево разбора для всех формул), текст далее должен являться выводом α_n из Γ_n в классическом исчислении высказываний.

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \mid \neg A$ $\mid \neg A \rightarrow A$	$\mid \neg A \rightarrow A$ $A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A$ $A \rightarrow A \rightarrow A$ $(A \rightarrow A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow A$ $(A \rightarrow (A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow A$ $A \rightarrow A$
$A, B, C \mid \neg A$ $A \mid \neg C \rightarrow B \rightarrow A$	$A \mid \neg C \rightarrow B \rightarrow A$ $A \rightarrow B \rightarrow A$ $(A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A$ $C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A$ A $A \rightarrow C \rightarrow A$ $C \rightarrow A$ $(C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ $(C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow A) \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ $C \rightarrow B \rightarrow A$
$\mid \neg A \& B \rightarrow A$ $A \& B \mid \neg A$ $A \& B \mid \neg A \rightarrow A \mid B$ $A \& B \mid \neg A \mid B$	$A \& B \mid \neg A \mid B$ $A \& B$ $(A \& B) \rightarrow A$ A $A \rightarrow (A \mid B)$ $A \mid B$

Задача D. Полнота исчисления высказываний

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

В данной задаче требуется построить доказательство выражения классического исчисления высказываний (в варианте натурального вывода), если оно существует.

Формат входных данных

На вход дается единственная строка — высказывание, записанное в соответствии со следующей грамматикой:

$$\begin{aligned} \langle \text{Выражение} \rangle &::= \langle \text{Выражение} \rangle \& \langle \text{Выражение} \rangle \\ &| \langle \text{Выражение} \rangle \mid \langle \text{Выражение} \rangle \\ &| \langle \text{Выражение} \rangle \rightarrow \langle \text{Выражение} \rangle \\ &| \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'}' \\ &| \text{'_|_'} \\ &| \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'A' ... 'Z'}) \{ \text{'A' ... 'Z'} \mid \text{'0' ... '9'} \mid \text{'_'} \}^* \end{aligned}$$

Операторы $\&$ и \mid левоассоциативны. Оператор \rightarrow правоассоциативен. Операторы в порядке уменьшения приоритета: $\&$, \mid , \rightarrow .

Будьте внимательны! В случае копирования грамматики из PDF-файла помните, что ASCII код апострофа — 39. Код символов в PDF-файле часто отличается от желаемой кодировки.

Имена переменных не содержат пробелов. Между символами одной связки/константы нет пробелов (\rightarrow и $_|_$). В остальных местах пробелы могут присутствовать. Символы табуляции должны трактоваться как пробелы.

Общая длина выражения не превышает 255 символов. Всего в выражении не будет использовано больше семи различных переменных.

Формат выходных данных

Если высказывание опровержимо (не является общезначимым), укажите этот факт в единственной строке выдачи, приведя опровергающую оценку:

$$\begin{aligned} \langle \text{Опровержима} \rangle &::= \text{'Formula is refutable ['} \langle \text{Оценка} \rangle \text{'}} \\ \langle \text{Оценка} \rangle &::= \langle \text{Переменная} \rangle \text{' := ' } \langle \text{Значение} \rangle \text{' , ' } \langle \text{Оценка} \rangle \\ \langle \text{Значение} \rangle &::= \text{'T'} \mid \text{'F'} \end{aligned}$$

Иначе выведите доказательство. Каждая строка доказательства — узел дерева, пустых строк быть не должно (кроме последней строки). Дочерние узлы указываются перед родительским узлом. В начале строки — уровень узла в квадратных скобках, потом через пробел — формула, в конце строки — обозначение правила, также через пробел и в квадратных скобках. Для обозначения лжи используйте комбинацию $_|_$: подчёркивание (ASCII 95), вертикальная черта (ASCII 124), подчёркивание (ASCII 95). В остальном следуйте формату из примеров.

Доказанное во входном файле высказывание должно быть заключением самого верхнего правила. В данном высказывании отрицание термов ($\neg\varphi$) передавайте как $(\varphi \rightarrow _|_)$. В доказательстве вы можете пользоваться следующими правилами. Посылки правил должны идти в указанном порядке, переставлять их нельзя — однако, гипотезы в контексте могут быть произвольно переставлены.

Обозначение	Посылки	Заклучение
Ax		$\Gamma, \varphi \vdash \varphi$
$E \rightarrow$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi, \Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I \rightarrow$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
$I \&$	$\Gamma \vdash \varphi, \Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$
$E1 \&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \varphi$
$E2 \&$	$\Gamma \vdash \varphi \& \psi$	$\Gamma \vdash \psi$
$I1 \vee$	$\Gamma \vdash \varphi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$I2 \vee$	$\Gamma \vdash \psi$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$E \vee$	$\Gamma, \varphi \vdash \rho, \Gamma, \psi \vdash \rho, \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$	$\Gamma \vdash \rho$
$E !!$	$\Gamma, \varphi \rightarrow \perp \vdash \perp$	$\Gamma \vdash \varphi$

Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
$A \rightarrow (A \& (A \rightarrow A))$	$[2] \ A \mid \neg A \ [Ax]$ $[3] \ A, A \mid \neg A \ [Ax]$ $[2] \ A \mid \neg A \rightarrow A \ [I \rightarrow]$ $[1] \ A \mid \neg A \& (A \rightarrow A) \ [I \&]$ $[0] \ \mid \neg A \rightarrow (A \& (A \rightarrow A)) \ [I \rightarrow]$
$_ \mid _ \rightarrow A$	$[2] \ _ \mid _, A \rightarrow _ \mid _ \mid _ \mid _ \ [Ax]$ $[1] \ _ \mid _ \mid \neg A \ [E !!]$ $[0] \ \mid _ \mid _ \rightarrow A \ [I \rightarrow]$
$A \rightarrow (A \rightarrow _ \mid _)$	Formula is refutable $[A:=T]$

Задача Е. Поверхностные кванторы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

По формуле φ , не использующей отрицаний, конъюнкций и дизъюнкций, постройте эквивалентную формулу с поверхностными кванторами ψ и доказательства $\varphi \vdash \psi$ и $\psi \vdash \varphi$.

Формула задаётся в синтаксисе формальной арифметики для упрощения языка (в этом случае не требуется поддерживать произвольные предикатные и функциональные символы). Доказательство не должно использовать никаких нелогических аксиом.

Формат входных данных

```
⟨выражение⟩ ::= ⟨унарное⟩ | ⟨унарное⟩'-'⟨выражение⟩
⟨унарное⟩   ::= ⟨предикат⟩ | '('⟨выражение⟩')'
              | ('@'|'?')⟨переменная⟩'.'⟨выражение⟩
⟨переменная⟩ ::= 'a'... 'z'{'a'... 'z' | '0'... '9'}*
⟨предикат⟩   ::= ⟨терм⟩'='⟨терм⟩
⟨терм⟩       ::= ⟨слагаемое⟩ | ⟨терм⟩'+'⟨слагаемое⟩
⟨слагаемое⟩  ::= ⟨умножаемое⟩ | ⟨слагаемое⟩'*'⟨умножаемое⟩
⟨умножаемое⟩ ::= ⟨переменная⟩ | '('⟨терм⟩')'
              | '0' | ⟨умножаемое⟩'-'
```

Формат выходных данных

В первой строке — заголовок доказательства ($\varphi \vdash \psi$). В последующих строках — доказательство утверждения в формальной арифметике, не использующее нелогических аксиом, по формуле на строку. То есть, последовательность формул формальной арифметики, каждая из которых — либо аксиома исчисления предикатов, либо получается из предыдущих по правилу Modus Ponens или по правилам с кванторами. Далее в файле должен идти заголовок обратного доказательства ($\psi \vdash \varphi$) и само доказательство.

Кроме отсутствия кванторов в глубине формулы, никаких других требований на формулу ψ не накладывается. В частности, вы можете исключить какие-то кванторы, переименовать связанные переменные: для формулы $\varphi := x = 0 \rightarrow \forall x. x = 0$ рассмотреть $\psi := \forall y. x = 0 \rightarrow y = 0$, и т.п.

При необходимости в доказательстве вы можете использовать остальные связки (!, & и |) и все соответствующие аксиомы из исчисления высказываний.

Пример

стандартный ввод
$0=0 \rightarrow @x.x=0$
стандартный вывод
$(0=0 \rightarrow @x.x=0) \mid - (@x.0=0 \rightarrow x=0)$ $(0=0 \rightarrow @x.x=0) \rightarrow (0=0 \rightarrow ((@x.x=0) \rightarrow x=0)) \rightarrow (0=0 \rightarrow x=0)$ $0=0 \rightarrow @x.x=0$ $(0=0 \rightarrow ((@x.x=0) \rightarrow x=0)) \rightarrow (0=0 \rightarrow x=0)$ $(@x.x=0) \rightarrow x=0$ $((@x.x=0) \rightarrow x=0) \rightarrow 0=0 \rightarrow ((@x.x=0) \rightarrow x=0)$ $0=0 \rightarrow ((@x.x=0) \rightarrow x=0)$ $0=0 \rightarrow x=0$ $(0=0 \rightarrow x=0) \rightarrow (0=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow 0=0) \rightarrow (0=0 \rightarrow x=0)$ $(0=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow 0=0) \rightarrow (0=0 \rightarrow x=0)$ $(0=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow 0=0) \rightarrow (@x.0=0 \rightarrow x=0)$ $(0=0 \rightarrow 0=0 \rightarrow 0=0)$ $(@x.0=0 \rightarrow x=0)$ $(@x.0=0 \rightarrow x=0) \mid - (0=0 \rightarrow @x.x=0)$ $@x.0=0 \rightarrow x=0$ $(@x.0=0 \rightarrow x=0) \rightarrow 0=0 \rightarrow x=0$ $0=0 \rightarrow x=0$ $0=0 \rightarrow @x.x=0$