

Серия 1. Индукция в комбинаторике

1. В стране дураков имеют хождение монеты достоинством 1, 2, 4, ..., 2^n тугриков. Докажите, что, имея по одной монете каждого достоинства, можно уплатить любую сумму, не превышающую $2^{n+1} - 1$ тугриков.

2. Из клетчатого квадрата $2^n \times 2^n$ вырезали а) угловую; б) произвольную клеточку. Докажите, что оставшуюся фигуру можно разрезать на уголки из трех клеточек.

3. Плоскость разбита на части несколькими а) прямыми; б) окружностями. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета правильным образом (т.е. так, чтобы никакие две области одного цвета не имели общей границы).

4. На плоскости нарисован многоугольник, у которого наружу растут волосы. Внутри многоугольника проведено несколько диагоналей, на каждой из которых в одну из сторон растут волосы. Диагонали делят многоугольник на несколько частей. Докажите, что есть часть, внутри которой нет волос.

5. На фестиваль военно-морской песни приглашены хоры из 100 стран. Каждый хор должен исполнить три песни, после чего сразу уехать домой (не выслушивая следующие песни). Ознакомившись с текстами песен, организаторы обнаружили, что каждая песня оскорбительна для одной из участвующих стран. Докажите, что порядок выступлений можно назначить так, чтобы никто не выслушивал более трех оскорбительных для его страны песен.

Серия 1. Индукция в комбинаторике

1. В стране дураков имеют хождение монеты достоинством 1, 2, 4, ..., 2^n тугриков. Докажите, что, имея по одной монете каждого достоинства, можно уплатить любую сумму, не превышающую $2^{n+1} - 1$ тугриков.

2. Из клетчатого квадрата $2^n \times 2^n$ вырезали а) угловую; б) произвольную клеточку. Докажите, что оставшуюся фигуру можно разрезать на уголки из трех клеточек.

3. Плоскость разбита на части несколькими а) прямыми; б) окружностями. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета правильным образом (т.е. так, чтобы никакие две области одного цвета не имели общей границы).

4. На плоскости нарисован многоугольник, у которого наружу растут волосы. Внутри многоугольника проведено несколько диагоналей, на каждой из которых в одну из сторон растут волосы. Диагонали делят многоугольник на несколько частей. Докажите, что есть часть, внутри которой нет волос.

5. На фестиваль военно-морской песни приглашены хоры из 100 стран. Каждый хор должен исполнить три песни, после чего сразу уехать домой (не выслушивая следующие песни). Ознакомившись с текстами песен, организаторы обнаружили, что каждая песня оскорбительна для одной из участвующих стран. Докажите, что порядок выступлений можно назначить так, чтобы никто не выслушивал более трех оскорбительных для его страны песен.

Серия 1. Индукция в комбинаторике

1. В стране дураков имеют хождение монеты достоинством 1, 2, 4, ..., 2^n тугриков. Докажите, что, имея по одной монете каждого достоинства, можно уплатить любую сумму, не превышающую $2^{n+1} - 1$ тугриков.

2. Из клетчатого квадрата $2^n \times 2^n$ вырезали а) угловую; б) произвольную клеточку. Докажите, что оставшуюся фигуру можно разрезать на уголки из трех клеточек.

3. Плоскость разбита на части несколькими а) прямыми; б) окружностями. Докажите, что эти части можно раскрасить в 2 цвета правильным образом (т.е. так, чтобы никакие две области одного цвета не имели общей границы).

4. На плоскости нарисован многоугольник, у которого наружу растут волосы. Внутри многоугольника проведено несколько диагоналей, на каждой из которых в одну из сторон растут волосы. Диагонали делят многоугольник на несколько частей. Докажите, что есть часть, внутри которой нет волос.

5. На фестиваль военно-морской песни приглашены хоры из 100 стран. Каждый хор должен исполнить три песни, после чего сразу уехать домой (не выслушивая следующие песни). Ознакомившись с текстами песен, организаторы обнаружили, что каждая песня оскорбительна для одной из участвующих стран. Докажите, что порядок выступлений можно назначить так, чтобы никто не выслушивал более трех оскорбительных для его страны песен.