## Серия 2. Деревья +

**1.** В связном графе нашлись три простых пути максимальной длины, каждые два из которых пересекаются ровно по одной вершине. Докажите, что у всех трех путей есть общая вершина.

**2.** В связном графе нет циклов длины менее 5 и степени всех вершин не менее 10. Докажите, что в нем не менее 101 вершин.

**3.**Выпуклый $n$-угольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники.

а) Докажите что при $n \geq 4$ найдутся две диагонали, отрезающие от многоугольника треугольники.

б) Докажите что при $n \geq 6$ найдется диагональ, отрезающая четырёхугольник или пятиугольник.

**4.** Докажите, что у дерева может быть не более двух центров.

**5.** Пусть $G$ — связный граф, причем отличный от дерева. Докажите, что $G$ имеет хотя три вершины, удаление любой из которых не нарушает связности.

**6.** Дан связный граф, у которого 200 вершин нечетной степени, а остальные имеют четную степень. Докажите, что вершины этого графа можно покрыть 100 путями (не обязательно простыми!), не имеющими общих рёбер.

**7.** Дано дерево. За ход разрешается стереть одно ребро, ведущее в висячую вершину, и соединить эту вершину ребром с любой другой вершиной. За какое наименьшее число ходов можно из одного заданного дерева на $n$ вершинах гарантированно получить другое заданное дерево на $n$ вершинах (все вершины считаются одинаковыми)?

---

## Серия 2. Деревья +

**1.** В связном графе нашлись три простых пути максимальной длины, каждые два из которых пересекаются ровно по одной вершине. Докажите, что у всех трех путей есть общая вершина.

**2.** В связном графе нет циклов длины менее 5 и степени всех вершин не менее 10. Докажите, что в нем не менее 101 вершин.

**3.**Выпуклый $n$-угольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники.

а) Докажите что при $n \geq 4$ найдутся две диагонали, отрезающие от многоугольника треугольники.

б) Докажите что при $n \geq 6$ найдется диагональ, отрезающая четырёхугольник или пятиугольник.

**4.** Докажите, что у дерева может быть не более двух центров.

**5.** Пусть $G$ — связный граф, причем отличный от дерева. Докажите, что $G$ имеет хотя три вершины, удаление любой из которых не нарушает связности.

**6.** Дан связный граф, у которого 200 вершин нечетной степени, а остальные имеют четную степень. Докажите, что вершины этого графа можно покрыть 100 путями (не обязательно простыми!), не имеющими общих рёбер.

**7.** Дано дерево. За ход разрешается стереть одно ребро, ведущее в висячую вершину, и соединить эту вершину ребром с любой другой вершиной. За какое наименьшее число ходов можно из одного заданного дерева на $n$ вершинах гарантированно получить другое заданное дерево на $n$ вершинах (все вершины считаются одинаковыми)?

---

## Серия 2. Деревья +

**1.** В связном графе нашлись три простых пути максимальной длины, каждые два из которых пересекаются ровно по одной вершине. Докажите, что у всех трех путей есть общая вершина.

**2.** В связном графе нет циклов длины менее 5 и степени всех вершин не менее 10. Докажите, что в нем не менее 101 вершин.

**3.**Выпуклый $n$-угольник разрезан непересекающимися диагоналями на треугольники.

а) Докажите что при $n \geq 4$ найдутся две диагонали, отрезающие от многоугольника треугольники.

б) Докажите что при $n \geq 6$ найдется диагональ, отрезающая четырёхугольник или пятиугольник.

**4.** Докажите, что у дерева может быть не более двух центров.

**5.** Пусть $G$ — связный граф, причем отличный от дерева. Докажите, что $G$ имеет хотя три вершины, удаление любой из которых не нарушает связности.

**6.** Дан связный граф, у которого 200 вершин нечетной степени, а остальные имеют четную степень. Докажите, что вершины этого графа можно покрыть 100 путями (не обязательно простыми!), не имеющими общих рёбер.

**7.** Дано дерево. За ход разрешается стереть одно ребро, ведущее в висячую вершину, и соединить эту вершину ребром с любой другой вершиной. За какое наименьшее число ходов можно из одного заданного дерева на $n$ вершинах гарантированно получить другое заданное дерево на $n$ вершинах (все вершины считаются одинаковыми)?