

Какие-то задачи

1. Граф G связан и $\delta(G) > 1$, Докажите, что в нем можно удалить две соединенные ребром вершины без потери связности.
2. Студенты второго курса ходят на факультативы, которых в этом году оказалось n штук. При этом если собрать вместе учеников любых k кружков, то окажется, что собралось не менее k студентов (для любого $k \in [1..n]$). Докажите, что с каждого факультатива можно выбрать и пригласить на собеседование одного студента так, чтобы для разных факультативов были приглашены разные студенты
3. Любое дерево - двудольный граф. А какие деревья являются полными двудольными графами?
4. Вершины связного графа покрашены в черный и белый цвета таким образом, что число черных вершин четно. Докажите, что в этом графе можно выкинуть несколько ребер так, чтобы в получившемся графе все черные вершины имели бы нечетную степень, а все белые вершины имели бы четную степень.
5. Докажите, что в связном графе есть эйлеров цикл тогда и только тогда, когда всякое его ребро принадлежит нечётному числу простых циклов.