

1 семестр. Контрольная работа №1. 19.12.2022

1. В графе 106 вершин. Может ли оказаться так, что среди них есть 14 вершин степени 4 и 6 вершин степени 100?

2. Конечное множество разбито на 10 подмножеств с одинаковым количеством элементов, и это же множество разбито на 100 подмножеств с одинаковым числом элементов. Докажите, что можно выбрать 100 различных элементов так, что каждое из множеств первого разбиения содержит ровно 10 выбранных элементов, а каждое из множеств второго разбиения содержит ровно один выбранный элемент.

3. Даны натуральные числа a_1, \dots, a_n с суммой $2n - 2$. Докажите, что существует дерево на n вершинах со степенями a_1, \dots, a_n .

4. Из столицы выходит 100 дорог, из остальных городов — по 10 дорог, причем из любого города можно доехать по дорогам до любого другого. Докажите, что можно закрыть 50 дорог, выходящих из столицы так, что и после этого из любого города можно будет доехать до любого другого.

5. В графе G любые два нечетных цикла имеют общую вершину. Докажите, что $\chi(G) \leq 5$.
