1. Word2Vec

Word2Vec – модель, которая по заданному набору текстов, обучает векторные представления для слов с помощью нейронной сети. Все вектора соответствующие словам получены так, что бы максимизировать логарифм вероятности нахождения слова рядом со своими соседями в предложениях их тестовой выборки.

$$\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j\in nb(t)}\log p(w_j|w_t)$$

где $nb(t)$ – это множество всех "соседей"для слова w_t.

Если обучить данную модель на достаточно больших датасетах то полученные вектора будут обладать способностью обнаруживать достаточно сложные зависимость, наприпер vec(Japan) - vec(sushi) + vec(Germany) $\approx$ vec(bratwurst) или vec(Einstein) - vec(scientist) + vec(Picasso) $\approx$ vec(painter)

Обучается данная модель без учителя – что является большим плюсом.

2. Word Mover's Distance

Пусть нам дан некоторый набор текстов в котором n уникальны слов(предполагаем что изначально мы удалили стоп слова). Представим его в виде нормированного мешка слов(nBOW) – то есть в виде вектора $d \in \mathbb{R}^n$, где если i-ое слово встречалось в тексте один раз то $d_i = \frac{c_i}{\sum_{j=1}^{n} c_i}$.

Представим наш вектор d как точку в $(n-1)$ мерном симплексе – рассмотрим следующий пример семантически близких предложений с абсолютно разными словами:

Obama speaks to the media in Illinois

The President greets the press in Chicago

$$w = [\prime Obama\prime, \prime speaks\prime, \prime media\prime, \prime Illinois\prime, \prime President\prime, \prime greets\prime, \prime press\prime, \prime Chicago\prime]$$

$$d = [1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0]$$

$$d\prime = [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]$$

После удаления из этих предложений стоп слов вектора d и d' получаются совершенно различны – они не имеют совершенно никаких общих не нулевых элементов(с учетом из позиции) и даже находятся на почти максимальном расстоянии в симплексе.

Получается что наша задача заключается в том что бы учесть в нашей метрике близости текстов так же и семантическую близость отдельных пар слов. Мера семантической("смысловой") близости слов может быть получена с помощью рассмотрения евклидова расстояния между словами в пространстве в котором находятся вектора полученные путем обучения модели word2vec.

Пусть у нас есть матрица векторных представлений слов из word2vec $X\ in\mathbb{R}^{dxn}$ для n слов конечного размера. В данной матрице каждый столбец $x_i \in \mathbb{R}^d$ является векторным представлением i-ого слова.

Тогда расстояние между словами i и j может быть измерено как $c(i,j) = \|x_i - x_j\|_2$ – стоимость перехода одного слова в другое.

Таким образом мы сделали первый шаг для вычисления расстояния между документами.

Пусть d и d' nBOW представления двух текстовых документов в $(n-1)$ мерном симплексе. В первую очередь мы должны как то "перевести"каждое слово из d в какие то слова из d'.

Рассмотрим матрицу разряженную матрицу перемещений $T \in \mathbb{R}^{nxn}$, где $T_{ij} \geq 0$ обозначает как далеко надо переводить слово i из d в слово j из d'. Для полного переведения d в d' мы

должно выполняться следующее – количество переводов слова i из d должно быть равно d_i то есть $\sum_j T_{ij} = d_i$ и в обратную сторону – количество переводов слова j из d' должно быть равно d'_j то есть $\sum_i T_{ij} = d'_j$. То есть T_{ij} это "количество"слова i из d переходит в слово j из d'.

Таким образом мы можем определить расстояние между текстами как минимальную совокупную стоимость перехода требуемую для того чтобы перевести d в d' – $\min \sum_{i,j} T_{ij} c(i,j)$.

3. Оптимизационная задача

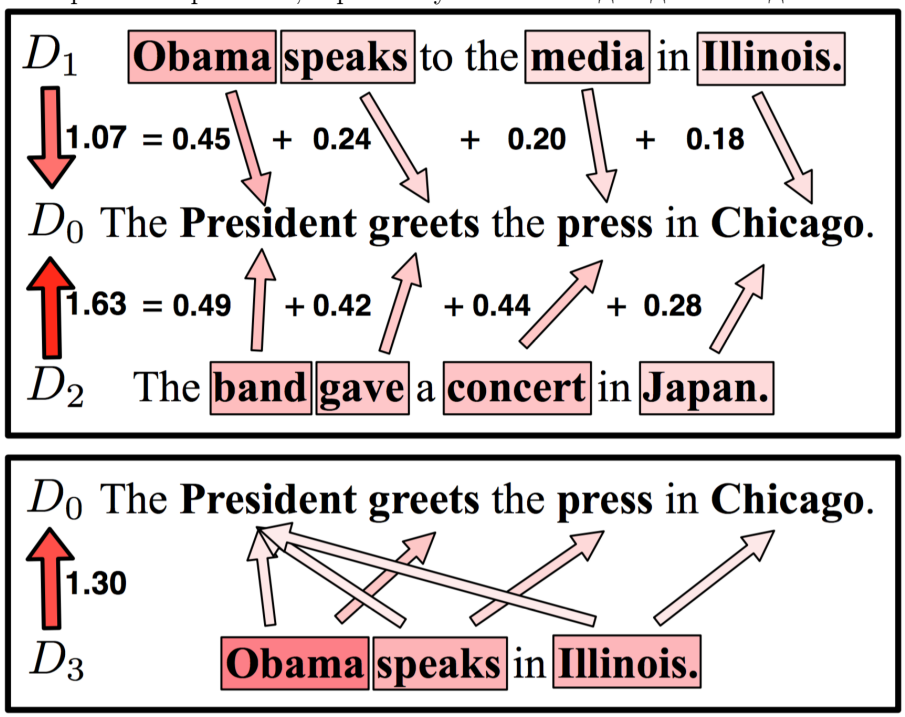
Формально данная задача минимизации стоимости перехода из d в d' записывается следующим образом:

$$\min_{T \geq 0} \sum_{i,j} T_{ij} c(i,j)$$

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = d_i \forall i \in 1, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{ij} = d_j \forall j \in 1, ..., n$$

Данная задача это частный случай задачи earth mover's distance metric – известной так же как Метрика Васерштейна, хорошо изученной – т.е для данной задачи есть методы решения.



Рассмотрим работу данной метрики на примере с картинки. В данном примере мы сравниваем предложение D_0 с D_1 и D_2. Для начала из них были удалены стоп слова. Стрелки из каждого слова предложений D_1 и D_2 подписаны вкладом в расстояние $T_{ij}c(i,j)$. Видно что метрика соответствует нашим ожиданиям и перенесла слова с семантически близкие к ним. Перевод слова Illinois в Chicago гораздо дешевле чем Japan в Chicago потому что вектора Illinois в Chicago находятся ближе чем Japan в Chicago. Видно что переход из D_1 в D_0 гораздо дешевле чем в D_2 в то время как расстояние рассчитанное через BOW или TF-IDF для D_0 с D_1 одинаково.

Второй пример показывает как работаешь меток когда число слов в предложениях разные, это увеличило расстояние между словами но такое эффект вызван тем что у нас маленькие предложения и не содержат одинаковых слов.

4. Оценка сложности задачи

Оценка сложности получения лучшего решения задачи равна $O(p^3 logp)$ где p – количество различных слов в тексте(взята из решения отптимизационной задачи earth mover distance). В больших датасетах количество уникальных слов велико – что делает вычисление метрики долгим и проблематичным. Поэтому давайте попробуем как то оценивать эту метрику с помощью нижней границы.

5. Word centroid distance

Рассмотрим следующую нижнюю границу:

$$\sum_{i,j=1}^{n} T_{ij}c(i,j) = \sum_{i,j=1}^{n} T_{ij}\|x_i - x'_j\|_2 = \sum_{i,j=1}^{n} \|T_{ij}(x_i - x'_j)\|_2 \geq$$

$$\geq \| \sum_{i,j=1}^{n} T_{ij}(x_i - x'_j)\|_2 = \| \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} T_{ij} \right) x_i - \sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} T_{ij} \right) x'_j \|_2 =$$

$$= \| \sum_{i=1}^{n} d_i x_i - \sum_{j=1}^{n} d_j x'_j \|_2 = \|Xd - Xd'\|_2$$

Даная метрика называется Word Centroid Distance (WCD) в ней для каждый документ представлен средними весами вектора слов. Сложность данного метода $O(dp)$ – что очень мало. Используя данную метрики можно классифицировать тесты алгоритмом knn на больших датасетах потому что она достаточна быстрая в плане вычисления или же ее можно использовать для того что бы отсеять совсем дальних соседей а дальше уже воспользоваться точной метрикой.

6. Relaxed word moving distance.

Несмотря на то что WCD очень быстра для вычисления, она не очень хорошо оценивает нашу метрику. Мы можем получить гораздо более лучшую оценку при ослаблении условий оптимизации с помощью удаления одного из условий(removing both constraints results in the trivial lower bound T = 0).

$$\min_{T \geq 0} \sum_{i,j} T_{ij}c(i,j)$$

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = d_i \forall i \in 1, ..., n$$

Данная задача оптимизации помогает получить нижнюю оценку WMD. Видно что любое решение основной оптимизационной задачи также будет решением упрощенной. Тогда оптимальное решение для каждого слова из d это перемещение в самые похожие слова из d'. Таким образом оптимальное решение данной задачи следующее:

$$T^*_{ij} = \Big\{ d_i if j = \text{argmin}_j c(i,j) 0 otherwise$$

Оптимальность данной матрицы легко показать. Пусть T любой матрицей являющейся решением лдя данной задачи, тогда вклад в занчение для любого слова не может быть меньше $j* = \text{argmin}_j c(i,j)$:

$$\sum_j T_{ij}c(i,j) \geq \sum_j T_{ij}c(i,j*) = c(i,j*) \sum_j T_{ij} = c(i,j*)d_i = \sum_j T^*_{ij}c(i,j)$$

Вычислительно данная метрика требует только вычисление $j* = \text{argmin}_i c(i,j)$ что является поиском наиближайшего соседа в евклидовом пространстве word2veca. Для каждого вектора x_i из документа D нам нужно найти самый ближнвй к нему вектор x_j из D'.

Второй вариант - когда снимается второй ограничение практически идентичен, просто задача поиска ближайшего соседа оборачивается в обратную сторону. Обе границы можно посчитать одновременно и это будет иметь не такую уж и большую сложность. Обозначим это границы $l_1(d,d')$ и $l_2(d,d')$ соответственно. Мы можем получить лучшею оценку взяв максимум от этих двух границ – $l_r(d,d') = max(l_1(d,,d'),l_2(d,d'))$ – такая оценка называется Relaxed WMD (RWMD). Данная оценка значительно лучше чем WCD. Оценка сложности алгоритма knn на данной метрике равна $O(p^2)$

Мы можем использовать полученные оценки метрики что бы резко сократить количество(сложность) вычислений при нахождении ближайших k соседей для данного документа.

7. Результаты данной метрики

Данную метрику проверяли на kNN классификаторе на 8 различных датасетах.

Для начала рассмотрим датасеты на которых проводились эксперименты.

Table 1. Dataset characteristics, used in evaluation.

NAME	n	BOW DIM.	UNIQUE WORDS (AVG)	$\lvert\mathcal{Y}\rvert$
BBCSPORT	517	13243	117	5
TWITTER	2176	6344	9.9	3
RECIPE	3059	5708	48.5	15
OHSUMED	3999	31789	59.2	10
CLASSIC	4965	24277	38.6	4
REUTERS	5485	22425	37.1	8
AMAZON	5600	42063	45.0	4
20NEWS	11293	29671	72	20

BBCSPORT – статьи опубликованные в период с 2004 до 2005 года

TWITTER – датасет из твитов размеченных как 'позитивные' 'негативные' 'нейтральные'

RECIPE – набор рецептов размеченных регионом происхождения

OHSUMED – коллекция медицинских рефератов, отличающиеся различными сердечно-сосудистыми группам заболеваний

CLASSIC – датасет из наборов предложений из академических статей размеченных именем автора

AMAZON – датасет отзывов с амазона, которые помечены по категориям продуктов в (книги, DVD, электроника, кухонная)

20NEWS – набор статей размеченныз на 20 различных категорий

Из всех датасетов были удалены стоп слова. Данная таблица отображает статистику для каждого датасета, количество уникальных слов – размерность bag-of-words, среднее количество уникальных слов в документе, и количество классов $|y|$

Использовался word2vec обученный на 3 миллионах слов/фраз из статей новостей гугла. слова на которых не обучался word2vec были удалены при вычислении метрики.

Для сравнения были взяты 7 бейзлайнов

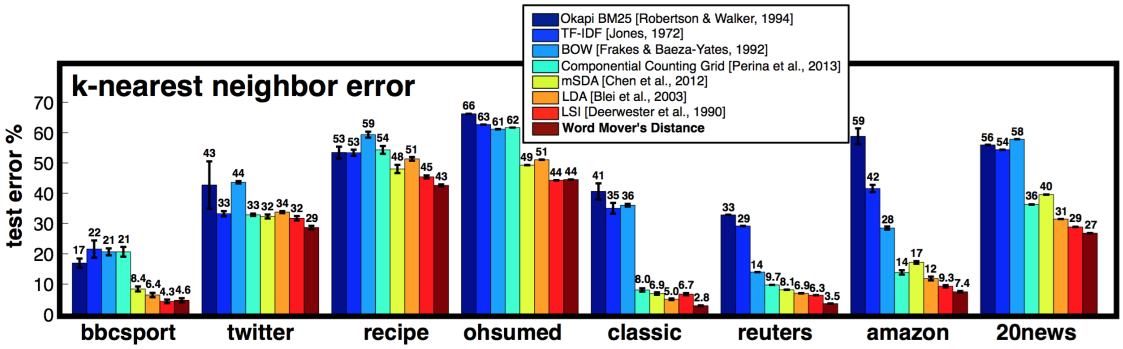
- bag-of-words
- TFIDF term frequency-inverse document frequency
- BM25 Okapi – расширенная версия TFIDF
- LSI Latent Semantic Indexing – использует сингулярное разложение надо BOW для построения семантического пространства
- LDA Latent Dirichlet Allocation – генеративная модель для текстовых документов, обучает представления документов как распределене слов в темах темы.
- mSDA Marginalized Stacked Denoising Autoencoder – обучается несколько автоэнкодера изолированных друг от друга для быстроты обучения.

• CCG Componential Counting Grid – генеративная модель которая моделирует документы как представление распределений слов

8. Классификация документов

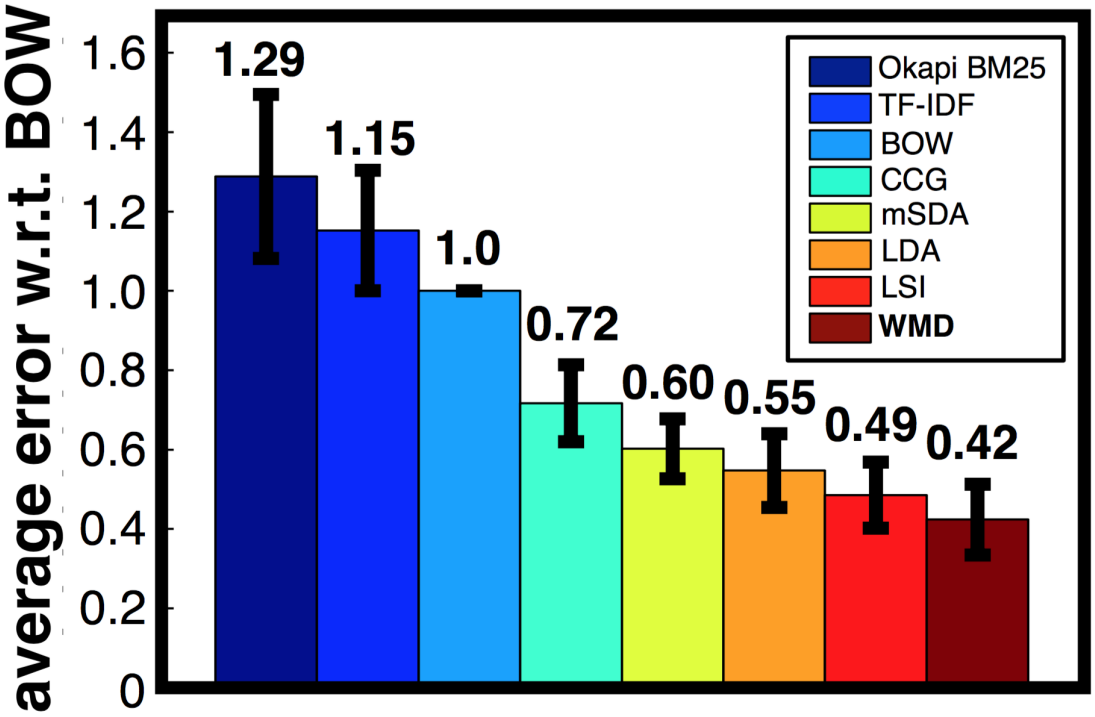
Метрики сходства документов для классификации датасетов с помощью kNN метода. Плюс kNN в том что в отличие от других методов его результаты хорошо интерпретируются и могул быть использованы в ранжировании и рекомендательных системах.

Для сравнения вычисления качества решения было использовано евклидово расстояние. Гиперпараметры алгоритмов были подобранны на 80 процентах выборки и итоговое качество считалось на итоговых 20



Данная таблица показывает ошибку 8 классификаторов на 8 тестовых датасетах. Для алгоритмов которые не требовали предварительного обучения или подбора параметров на трейне, датасеты были разделены на 5 частей и общая ошибка считалась как среднее. Практически на всех датасетах, кроме BBCSPORT, OHSUMED WMD имеет наименьшую ошибку по сравнению с другими алгоритмами. В частности на датасете TWITTER WMD достигает понижение ошибки аж на 10%

Одно из возможных объяснений плохого показателя на OHSUMED это то что в данных статьях встречается очень много медицинских терминов которые скорее всего не представлены в word2vec.



На данной картинке показаны среднее увеличение ошибки каждого алгоритма по сравнию с WMD.

9. Оптимизация kNN

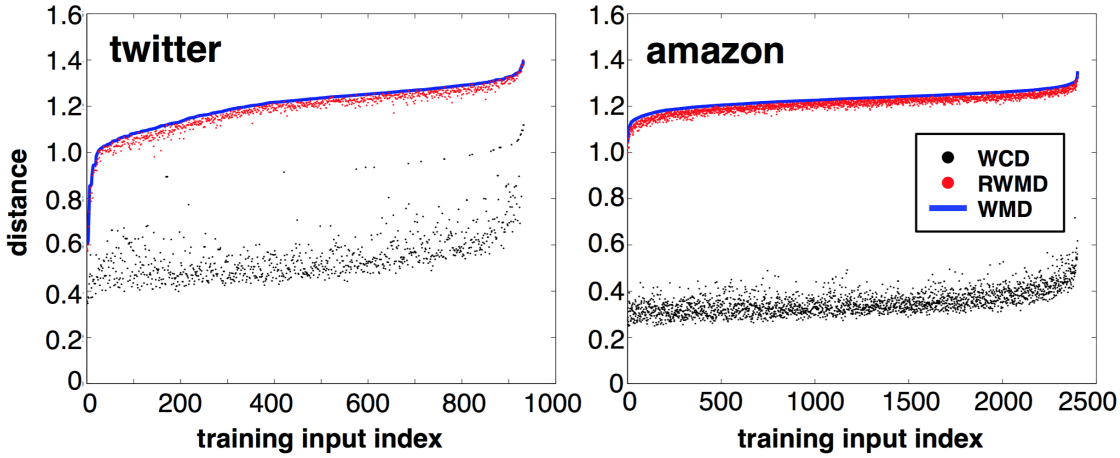
Заоптимизируем алгоритм kNN под нашу метрику и ее оценки:

• Сортим все документы по возрастанию метрики WCD

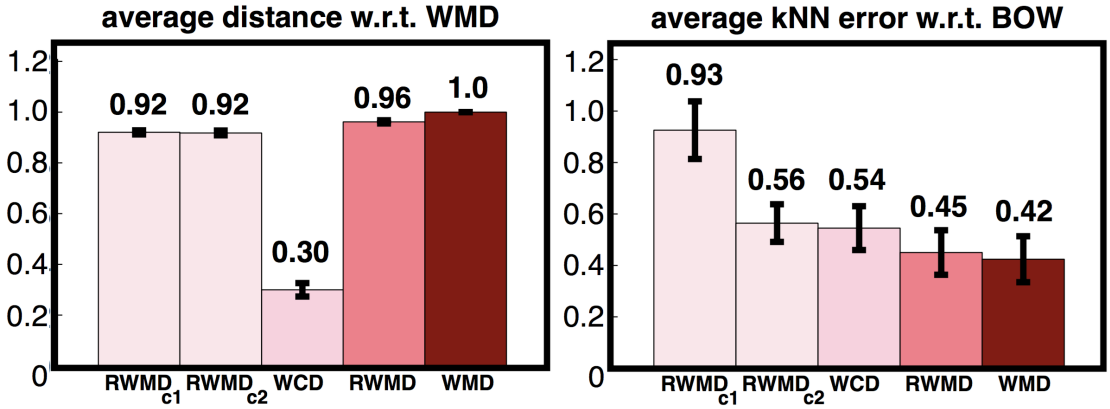
• Вычисляем WMD для первых k документа из предыдущего шага

• Проходимся по каждому из m ближайшим документов не вошедших в k и проверяем что если RWMD данного документа меньше расстояния k-ого то мы добавляем его в k ближних, считает для него WMD, сортим все k + 1 и оставляем k.

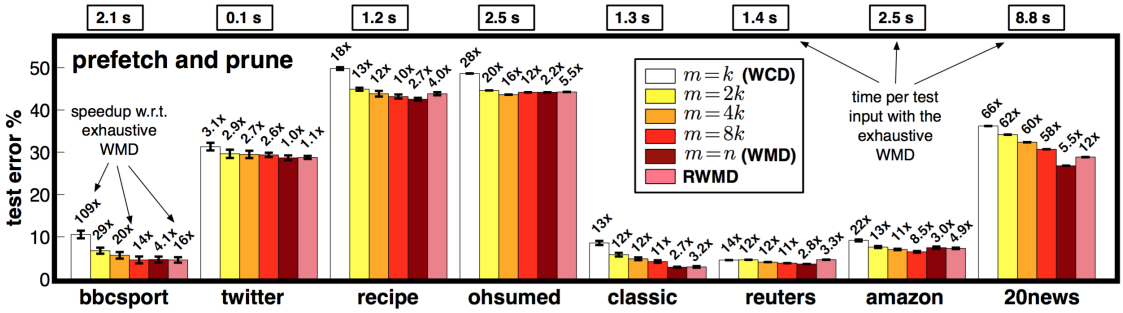
Посмотрим как ведет себя данный алгоритм на тестовых данных.



На данном графике можно наблюдать насколько точно мы оцениваем нашу метрику. Граница RWMD очень близка к настоящему значению. А граница WCD достаточно рахлая(?) и расположена далеко от реального значения метрики. Но несмотря на это форма этой рыхлой линии в точности повторяет форму линии с реальным значением метрики, что позволяет что делает ее полезной эвристикой для выявления перспективных кандидатов в ближайшие соседи.



Рассмотрим данный график, на первом видно как себя показывают оценки метрики по сравнению с реальной метрикой. Видно что WCD совсем плох. На котором видно что значение ошибки RWMD c1 и c2 работают хуже чем WCD но при этом их композиция лучше. При этом стоит подчеркнуть что средняя ошибка knn с RWMD попрежнему превосходит все базовые показатели.



Стоит заметить что увеличение ошибки от изменения m не так существенно. В среднем ошибка минимальна при m=2к