

Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ETS DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN Y ANTENAS

Responsable : Madrigal Bravo Juan Manuel

Presenta : Rueda Vázquez Erick

Simulación de un arreglo lineal de 8 antenas de cuadro pequeño

Ciudad de México, 13 de Diciembre de 2019

© Copyright by
Erick Rueda
2019

Contents

1	Antena de cuadro pequeño	1
2	Arreglo Lineal	4
2.1	Introducción	4
2.2	Arreglo de 8 elementos	4
3	Conclusiones	15

List of Figures

1	Geometría para una antena cuadrada	1
2	Factor de arreglo $N = 8$	5
3	Factor de un solo elemento	6
4	Patrón de arreglo de antena	7
5	Comparación de patrones de radiación	8
6	Patrón de radiación de un arreglo en 3-D	13
7	Patrón de radiación de un elemento en 3-D	14
8	Variación de N en un arreglo	15
9	Patrón de la figura 2 en la grafica 3-D	15

1 Antena de cuadro pequeño

Una corriente en un bucle cerrado cuya dimensión es inferior en comparación a longitud de onda se denomina antena de lazo pequeño. Pequeño se interpreta como significado eléctricamente pequeño.

En la antena de cuadro pequeño la corriente tiene una amplitud constante y una fase cero alrededor del bucle que forma la antena. Cada lado de la antena es un segmento corto de corriente eléctrica uniforme que se modela como un dipolo ideal. Los dos lados paralelos al eje x tienen un potencial vectorial total que esta dado por

$$A_x = \frac{\mu I l}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta R_1}}{R_1} - \frac{e^{-j\beta R_3}}{R_3} \right) \quad (1)$$

El signo menos en el segundo termino aparece porque la corriente en el lado 3 es negativa sobre el eje x . Similarmente para los lados 2 y 4 tenemos

$$A_y = \frac{\mu I l}{4\pi} \left(\frac{e^{-j\beta R_2}}{R_2} - \frac{e^{-j\beta R_4}}{R_4} \right) \quad (2)$$

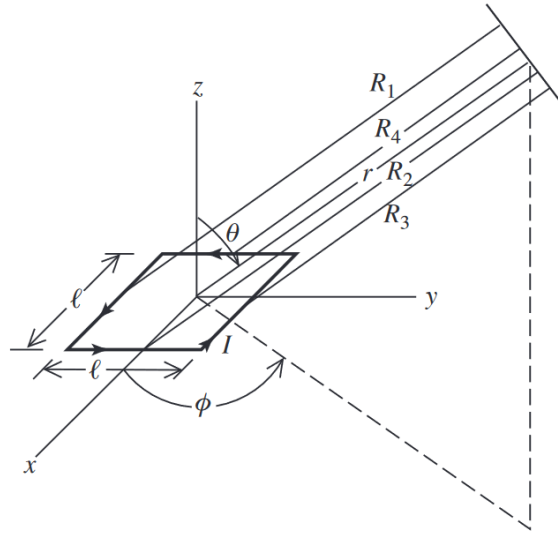


Figure 1: Geometría para una antena cuadrada

Considerando las condiciones de campo lejano, tenemos que las variaciones para la amplitud son cercanamente iguales ($R_1 \approx R_2 \approx R_3 \approx R_4 \approx r$) y la diferencia de fase es encontrada

de asumir que cada lado emite rayos de forma paralela. Comparando la distancia de los rayos paralelos, se encuentran las siguientes consideraciones geometricas

$$\begin{aligned} R_1 &= r + \frac{l}{2} \sin \theta \sin \phi, & R_2 &= r - \frac{l}{2} \sin \theta \sin \phi \\ R_3 &= r - \frac{l}{2} \sin \theta \sin \phi, & R_4 &= r + \frac{l}{2} \sin \theta \sin \phi \end{aligned} \quad (3)$$

Substituyendo estos valores en los exponentes de las ecuaciones 1 y 2, y a r en los denominadores, tenemos

$$\begin{aligned} A_x &= \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r} (e^{-j\beta(l/2) \sin \theta \sin \phi} - e^{+j\beta(l/2) \sin \theta \sin \phi}) \\ A_y &= \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r} (e^{+j\beta(l/2) \sin \theta \sin \phi} - e^{-j\beta(l/2) \sin \theta \sin \phi}) \end{aligned}$$

o

$$\begin{aligned} A_x &= -2j \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \left(\frac{\beta l}{2} \sin \theta \sin \phi \right) \\ A_y &= +2j \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \left(\frac{\beta l}{2} \sin \theta \cos \phi \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Dado que l es pequeño comparado con la longitud de onda, $\beta l = 2\pi l/\lambda$ también es pequeño y la función $\sin(\frac{\beta l}{2} \sin \theta \sin \phi)$ de la ecuación 4 puede ser remplazada por sus argumentos, dando

$$\begin{aligned} A_x &\approx -j \frac{\mu I e^{-j\beta r}}{4\pi r} \beta l^2 \sin \theta \sin \phi \\ A_y &\approx +j \frac{\mu I e^{-j\beta r}}{4\pi r} \beta l^2 \sin \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (5)$$

Combinando ambos componentes para formar el vector pontencial total, tenemos

$$A = A_x \hat{x} + A_y \hat{y} = j\beta l^2 \frac{\mu I e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \theta (-\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}) \quad (6)$$

El término en paréntesis en la ecuación 6 es el vector unitario $\hat{\phi}$, entonces

$$A = j\beta S \frac{\mu I e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \theta \hat{\phi} \quad (7)$$

donde S es el area del bucle. Todo el campo A es transversal a la direcci3n de propagaci3n, asi que el campo el3ctrico esta dado por $-j\omega A$

$$E = \eta\beta^2 S \frac{Ie^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \hat{\phi} \quad (8)$$

dado que $\omega\mu\beta = \omega^2\mu\sqrt{\mu s} = \sqrt{\mu/\epsilon}\omega^2\mu\epsilon = \eta\beta^2$. El campo magnetico de radiaci3n es

$$H = \frac{1}{\eta} \hat{r} \times E = -\beta^2 S \frac{Ie^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \hat{\theta} \quad (9)$$

2 Arreglo Lineal

2.1 Introducción

Usualmente el patrón de radiación de un solo elemento es relativamente amplio, y cada elemento provee valores bajos de directividad(ganancia). En muchas aplicaciones es necesario diseñar antenas con características altamente directivas(alta ganancia) para cumplir con las demandas de comunicación a larga distancia. Esto puede ser cumplido al incrementar electricamente el tamaño de la antena.

Otra forma de hacer más directiva una antena, sin tener que incrementar el tamaño eléctrico individualmente, es formar un montaje de elementos radiantes en una configuración eléctrica y geométrica. Esta nueva antena, formada por múltiples elementos, es conocida como un arreglo. En la mayoría de los casos, los elementos del arreglo son idénticos. El campo total del arreglo es determinado por la adición vectorial de cada campo de los elementos radiantes.

2.2 Arreglo de 8 elementos

Para encontrar el campo E producido por un arreglo de 8 antenas de cuadro pequeño utilizamos la ecuación

$$E(total) = [E(un solo elemento en el punto de referencia)]X[factor de arreglo] \quad (10)$$

El factor de arreglo está dado por

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\Psi} \quad (11)$$

donde

$$\Psi = \beta d \cos \theta + \alpha \quad (12)$$

Para visualizar el patrón de radiación del campo E es necesario los terminos de la ecuación 10 estén normalizado, por lo que podemos usar la siguiente ecuación correspondiente al factor de arreglo normalizado

$$(AF)_n = \frac{1}{N} \left[\frac{\sin(\frac{N}{2}\psi)}{\sin(\frac{1}{2}\psi)} \right] \quad (13)$$

Para nuestro caso $N = 8$, $d = \frac{\lambda}{4}$ y asumiendo una fase entre los elementos $\alpha = 0$ tenemos que $\Psi = \beta d \cos \theta + \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} \cos \theta = \frac{\pi}{2} \cos \theta$ por lo que la ecuación 13 quedaría como

$$(AF)_n = \frac{1}{8} \left[\frac{\sin(4\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin(\frac{1}{2}\frac{\pi}{2} \cos \theta)} \right] \quad (14)$$

Con el siguiente codigo podemos graficar nuestro patrón de arreglo

```
theta = -180:0.01:180;
N = 8;
psi = (pi/2)*cos(theta);
FA = (1/N)*((sin((N/2).*psi))./(sin((1/2).*psi)));

figure(1);
polarplot(theta, FA); title('Patrón de factor de arreglo');
```



Figure 2: Factor de arreglo $N = 8$

Para el campo E de un solo elemento tenemos, de la ecuación 8

$$E = \eta\beta^2 S \frac{Ie^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin \theta \hat{\phi}$$

El patrón de radiación de un solo elemento está dado por

$$F(\theta, \phi) = \frac{E}{E_{max}} \quad (15)$$

para nuestro campo

$$F(\theta, \phi) = \frac{\eta\beta^2 S (Ie^{-j\beta r}/4\pi r) \sin \theta}{\eta\beta^2 S (Ie^{-j\beta r}/4\pi r)}$$

por lo que nuestro patrón de radiación solo es dependiente de θ

$$F(\theta) = \sin \theta \quad (16)$$

Graficando a la ecuación 16 tenemos

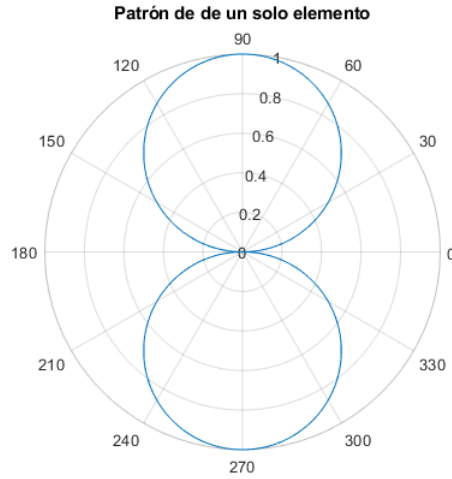


Figure 3: Factor de un solo elemento

El patrón de nuestra antena de 8 elementos esta dado por

$$F(\theta)_{total} = \sin \theta \frac{1}{8} \left[\frac{\sin(4\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin(\frac{1}{2}\frac{\pi}{2} \cos \theta)} \right] \quad (17)$$

Graficando nuestro patrón de arreglo total con el siguiente codigo tenemos

Con el siguiente codigo podemos graficar nuestro patrón de arreglo

```

clear; clc; close all;
theta = -180:0.01:180;

N = 8;
psi = (pi/2)*cos(theta);
FA = (1/N)*((sin((N/2).*psi))./(sin((1/2).*psi)));
f_elemento = abs(sin(theta));
F_total = FA./f_elemento;
figure(1);
polarplot(theta, F_total); title('Patrón total');

```

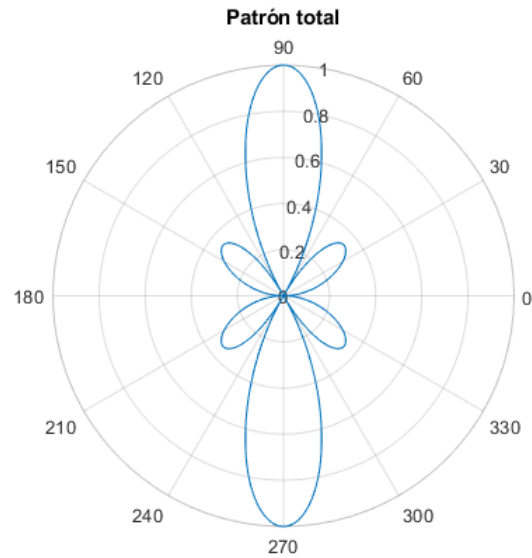


Figure 4: Patrón de arreglo de antena

Como podemos observar el patrón total es el resultado de multiplicar el patrón de un elemento por el factor de arreglo. En la siguiente figura se puede notar que al agregar mas elementos a nuestra antena esta se hace más directiva

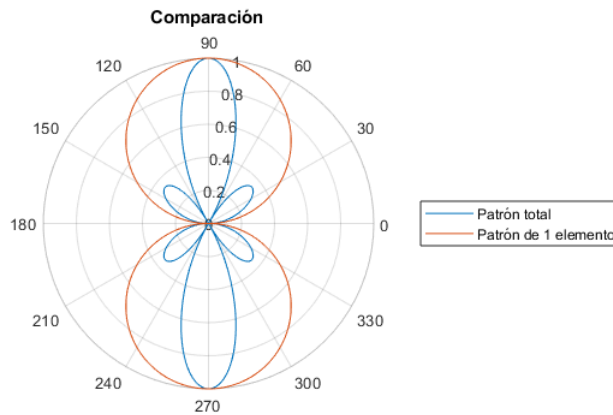


Figure 5: Comparación de patrones de radiación

Para graficar el patrón de radiación en 3-D se utilizo el siguiente código

```
clear; close all; clc;
% Angle Increment
del_th=2;
del_phi=4;

% Plot Range
rmin = 0;
scl = 1;

% thea and phi range
thrg = [0, 180];
phirg = [0, 360];

thrg(2)=round((thrg(2)-thrg(1))/del_th)*del_th+thrg(1);
```

```

theta=((thrg(1):del_th:thrg(2))*pi/180;
phirg(2)=round((phirg(2)-phirg(1))/del_phi)*del_phi+phirg(1);
phi=(phirg(1):del_phi:phirg(2))*pi/180;

[THETA,PHI]=meshgrid(theta,phi);

% pattern calculation
N = 8;
psi = (pi/2)*cos(THETA);
FA = (1/N)*((sin((N/2).*psi))./(sin((1/2).*psi)));
yy = sin(THETA) .* FA;

r=yy;
ratio=max(max(r));

% Transfer to rectangular coordinate
[X,Y,Z]=Sph2rec(THETA,PHI,r);

% Cross-section - Theta
thetac1=ones(size(theta))*theta(1);
[XCT1,YCT1,ZCT1]=CrossSecT(thetac1,phi,ratio,1,rmin);
thetac2=ones(size(theta))*theta(length(theta));
[XCT2,YCT2,ZCT2]=CrossSecT(thetac2,phi,ratio,scl,rmin);

% Cross-section -Phi
if phi(1) ~= (phi(length(phi))-2*pi)
    phic1=ones(size(phi))*phi(1);
    [XCP1,YCP1,ZCP1]=CrossSecP(theta,phic1,ratio,scl,rmin);
    phic2=ones(size(phi))*phi(length(phi));
    [XCP2,YCP2,ZCP2]=CrossSecP(theta,phic2,ratio,scl,rmin);

```

```

end

h=mesh(X,Y,Z, 'FaceAlpha','0.8');
set(h,'linewidth',1.1);
hold on;
colorbar
% h.FaceColor = 'flat';

% Plot Cross-section - Theta
cst1=mesh(XCT1,YCT1,ZCT1);
set(cst1,'linestyle','none');
cst2=mesh(XCT2,YCT2,ZCT2);
set(cst2,'linestyle','none');

% Plot Cross-section - Phi
if phi(1) ~= (phi(length(phi))-2*pi)
    csp1=mesh(XCP1,YCP1,ZCP1);
    set(csp1,'linestyle','none');
    csp2=mesh(XCP2,YCP2,ZCP2);
    set(csp2,'linestyle','none');
    %Boundary Line
    bl2=plot3([0 0],[0 0],[0 min(min(Z))],'k');
    % Plot Boundary Line
    Bdyplot(theta(1),phi(1),ratio,scl,rmin);
    Bdyplot(theta(1),phi(length(phi)),ratio,scl,rmin);
    Bdyplot(theta(length(theta)),phi(1),ratio,scl,rmin);
    Bdyplot(theta(length(theta)),phi(length(phi)),ratio,scl,rmin);
end

% Coordinate

```

```

cor=1;
% Plot Coordinate
if cor ==1
    corx=max(max(X))*1.1;
    cory=max(max(Y))*1.1;
    corz=max(max(Z))*1.1;
    corr=max([corx,cory,corz]);
    q1=plot3([0 corr],[0 0],[0 0],'k');
    q2=plot3([0 0],[0 corr],[0 0],'k');
    q3=plot3([0 0],[0 0],[0 corr],'k');
    set(q1,'linewidth',1.5);
    set(q2,'linewidth',1.5);
    set(q3,'linewidth',1.5);
    t1=text(corr*1.05,0,0,'x','horizontalalignment','center');
    t2=text(0,corr*1.05,0,'y','horizontalalignment','center');
    t3=text(0,0,corr*1.05,'z','horizontalalignment','center');
    set(t1,'fontsize',[12],'fontname','Times New Roman');
    set(t2,'fontsize',[12],'fontname','Times New Roman');
    set(t2,'fontsize',[12],'fontname','Times New Roman');
end

view(180-45,20);
title('Patrón de radiación normalizado en 3-D');

% Transfer Spherical Coordinate to Rectangular Coordinate
function [xt,yt,zt]=Sph2rec(thetat,phit,rhot)
xt=rhot.*sin(thetat).*cos(phit);
yt=rhot.*sin(thetat).*sin(phit);
zt=rhot.*cos(thetat);
end

```

```

% Calculate Cross-section of the Cut - Theta
function [xc,yc,zc]=CrossSecT(thetac,phic,ratioc,sclc,rminc)
[THETAC,PHIC]=meshgrid(thetac,phic);
rc=f(THETAC,PHIC);
rc = Scale(rc,ratioc,sclc,rminc);
% Mesh the cross-section plane
[IC,JC]=size(rc);
for i=1:IC
    rc(i,JC)=0;
end
[xc,yc,zc]=Sph2rec(THETAC,PHIC,rc);
end

% Calculate Cross-section of the Cut - Phi
function [xc,yc,zc]=CrossSecP(thetac,phic,ratioc,sclc,rminc)
[THETAC,PHIC]=meshgrid(thetac,phic);
rc=f(THETAC,PHIC);
rc = Scale(rc,ratioc,sclc,rminc);
% Mesh the cross-section plane
[IC,JC]=size(rc);
for j=1:JC
    rc(IC,j)=0;
end
[xc,yc,zc]=Sph2rec(THETAC,PHIC,rc);
end

% Plot Boundary Line
function Bdyplot(thetab,phib,ratiob,sclb,rminb)
rb= Scale(f(thetab,phib),ratiob,sclb,rminb);

```



```
[xb,yb,zb]=Sph2rec(thetab,phib,rb);
plot3([0,xb],[0,yb],[0,zb], 'k');
end
```

```
% Scaling
```

```
function fs=Scale(rs,ratios,scls, bb)
    fs=(rs/ratios).^scls;
end
```

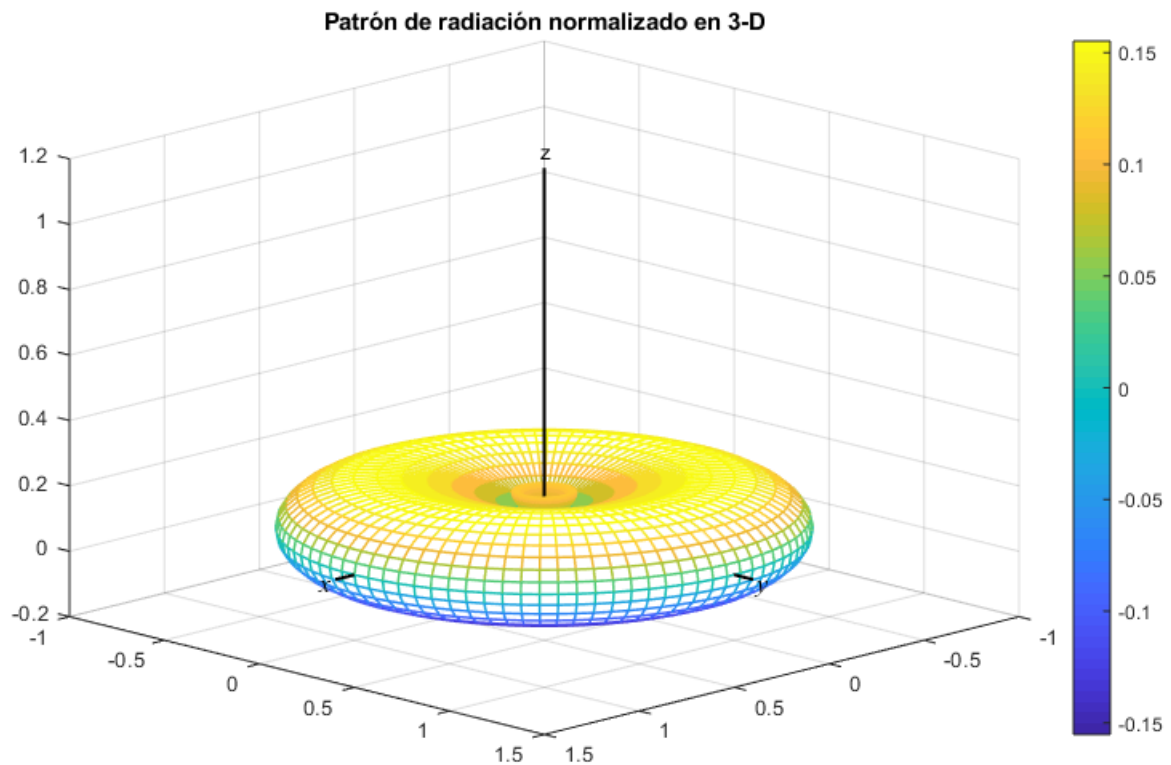


Figure 6: Patrón de radiación de un arreglo en 3-D

Como podemos observar, el patrón de radiación se parece mucho al de un elemento (Figura 7) pero con la diferencia que la "altura" del patrón de radiación del arreglo es menor lo que se puede interpretar como una mayor directividad además de la aparición de un lobulo secundario. La grafica corresponde al patrón de radiación normalizado.

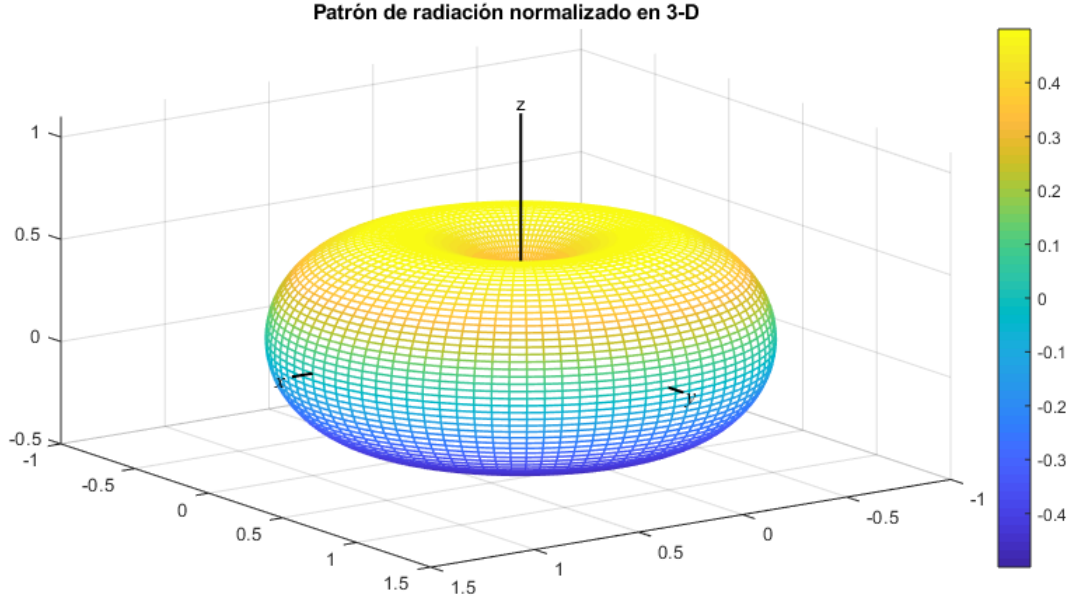


Figure 7: Patrón de radiación de un elemento en 3-D

La densidad de potencia radiada por el arreglo esta definida como

$$\wp_r = \oiint_S S_r dS \quad (18)$$

donde

$$S_r = \frac{1}{2} \frac{|E|^2}{\eta} = \frac{\eta}{2} \left[\frac{\beta^2 l^2 I}{4\pi r} \sin \theta \right]^2 \quad (19)$$

de (18) y (19) tenemos

$$\wp_r = \frac{\eta}{2} \left[\frac{\beta^2 l^2 I}{4\pi r} \right]^2 \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \quad (20)$$

para nuestro caso $l = \frac{\lambda}{4}$

$$\wp_r = 10(\beta^2 l^2 I)^2 = 10 \left(\left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{4} \right)^2 I \right)^2 = 10 \left(\left(\frac{\pi}{2} \right)^2 I \right)^2 \quad (21)$$

3 Conclusiones

En la siguiente figura podemos observar el como a medida que agregamos más elementos a nuestro arreglo lineal de antenas, el patrón de radiación se hace mas directivo. En la figura se muestran valores para $N=2,4,6$ y 8 .

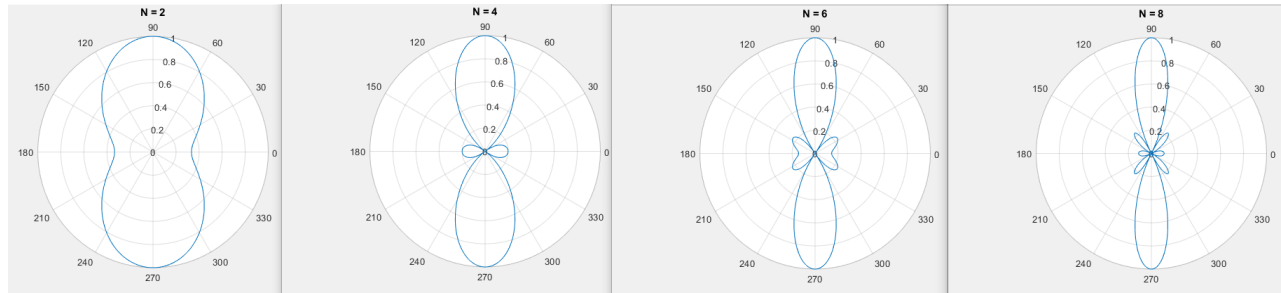


Figure 8: Variación de N en un arreglo

Para comprobar que el análisis era correcto, matemáticamente y el código, se procedio a buscar en la gráfica en 3-D del patrón de radiación del arreglo la figura 2 y se obtuvo lo siguiente

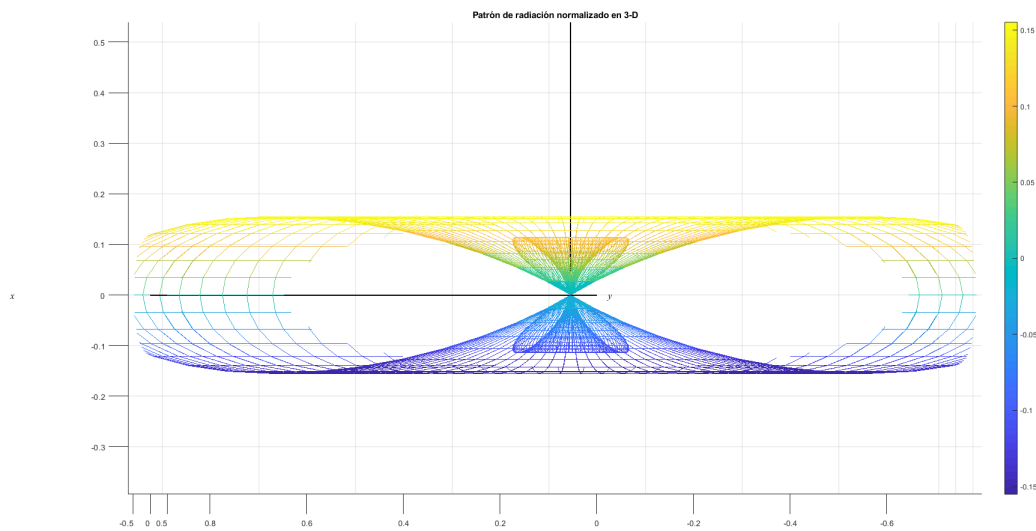


Figure 9: Patrón de la figura 2 en la grafica 3-D

Que corresponde al comportamiento visto en la figura 2, dando como resultado un arreglo Broadside.

References

- [1] Warren L. Stutzman. *Antenna Theory and Design*. JHON WILEY & SONS, INC., 2013.
- [2] Constantine A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design (2nd ed)*. JHON WILEY & SONS, INC., 1997.
- [3] Ortega R. Mauricio. *Matlab aplicado a telecomunicaciones*. Alfaomega Grupo Editor, 2015.
- [4] Sergey N. Makarov. *Antenna and EM Modeling with MATLAB*. JHON WILEY & SONS, INC., 2002.
- [5] Pudn.com. *Matlab codes of Constantine A. Balanis book*. <http://en.pudn.com/Download/item/id/2740681.html>, access : 12/2019.
- [6] WILEY.com. *Antenna and EM Modeling with MATLAB: Chapter resources*. <http://bcs.wiley.com/he-bcs/Books?action=resource&bcsId=8971&itemId=0471218766&resourceId=35528>, access : 12/2019.