

2. Теоретические исследования методов расчета на устойчивость штоков цилиндров

2.1 Обзор существующих методов расчета гидроцилиндров

Метод расчета штоков гидроцилиндров на устойчивость зависит от компоновки гидроцилиндра, от вида закрепления на концах. Худшим является случай, когда цилиндр укреплен на машине шарнирно, т. е. имеет проушины у задней головки и на штоке.

Такой гидроцилиндр может быть подвержен нагружению по следующим схемам:

- 1) эксцентричные продольные сжимающие нагрузки и поперечная сила;
- 2) только эксцентричные продольные сжимающие нагрузки;
- 3) центральные продольные сжимающие нагрузки и поперечная сила;

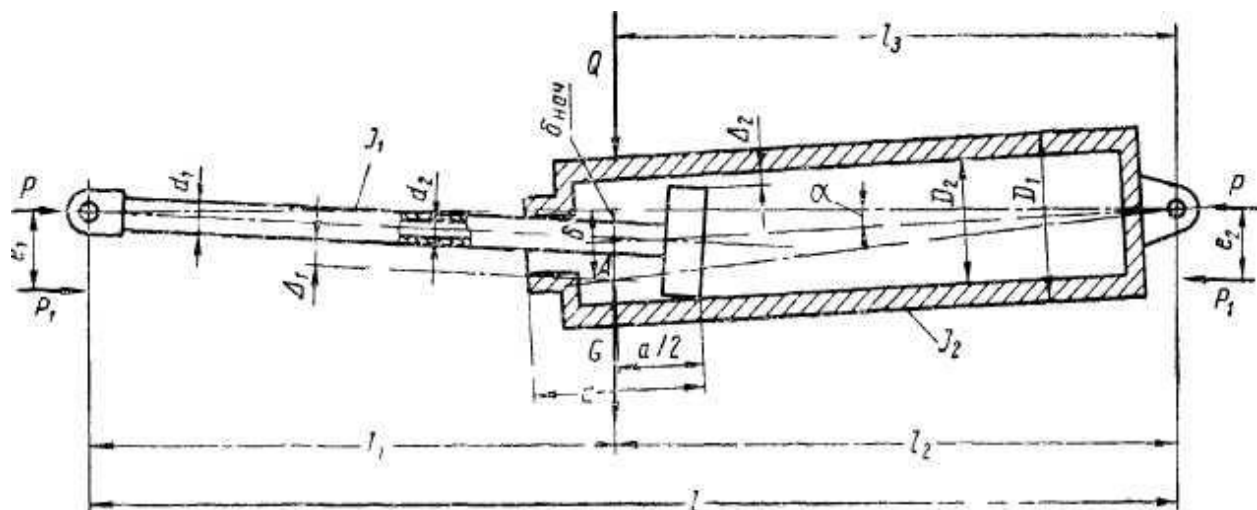


Рисунок 2.1 – Схема нагружения силового гидроцилиндра

- 4) только центральные продольные сжимающие нагрузки. Первая схема нагружения гидроцилиндра показана на рисунке 2.1.

На практике наиболее часто встречаются схемы нагружения 2 и 4. Условные обозначения на схеме рис. 2.1:

l_1 — расстояние от головки штока гидроцилиндра до точки А в см;

l_2 — расстояние от переходной точки А до шарнира корпуса гидроцилиндра в см;

$l = l_1 + l_2$ — длина гидроцилиндра в рабочем положении в см;

a — расстояние от начала передней направляющей штока до конца поршня в см;

Δ_1 — зазор на диаметр в направляющих штока в см (табл. 35);

Δ_2 — зазор на диаметр между поршнем и цилиндром в см (табл. 35);

J_1 и J_2 — моменты инерции сечения на длинах l_1 и l_2 в см⁴

$\delta_{\text{нач}}$ — начальный прогиб гидроцилиндра в см;

P — наибольшая рабочая продольная нагрузка в кГ;

e_2, e_1 — эксцентриситет продольной силы относительно оси цилиндра и относительно оси штока;

X — расстояние от головки штока гидроцилиндра до места наибольшего прогиба под нагрузкой в см;

δ — наибольший прогиб домкрата под нагрузкой в см;

Q — поперечная сила в кГ;

l_3 — расстояние от точки приложения поперечной силы до шарнира цилиндра в см,

G — вес гидроцилиндра в кГ;

α — угол между осью гидроцилиндра и горизонтальной плоскостью в радианах.

Таблица №2.1

Расчетные зазоры на диаметры в направляющих штока и между поршнем и цилиндром в см

Отверстия	Валы	Номинальные диаметры в мм								
		18-30	39-50	50-80	80-120	120-150	150-180	180-220	220-260	260-310
	<i>C</i>	0,00535	0,00640	0,00720	0,00833	0,00964	0,00964	0,0108	0,0108	0,0122
	<i>C</i>	0,0101	0,0114	0,0135	0,0158	0,0180	0,0180	0,0200	0,0200	0,0224
	<i>X</i>	0,0176	0,0207	0,0247	0,0288	0,0340	0,0340	0,0100	0,0400	0,0460
	<i>C</i>	0,0283	0,0344	0,0420	0,0464	0,0524	0,0524	0,0606	0,0606	0,0686
	<i>X</i>	0,0122	0,0504	0,0602	0,0702	0,0802	0,0802	0,0904	0,0904	0,100
<i>A_з</i>	<i>C</i>	0,0094	0,0106	0,0127	0,0148	0,0168	0,0168	0,0100	0,0190	0,0212
	<i>C</i>	0,0128	0,0142	0,0170	0,0198	0,0229	0,0229	0,0251	0,0251	0,0282
	<i>X</i>	0,0192	0,0224	0,0268	0,0313	0,0366	0,0363	0,0130	0,0430	0,0192
	<i>C</i>	0,0294	0,0354	0,0418	0,0480	0,0544	0,0544	0,0626	0,0626	0,0708
	<i>X</i>	0,0428	0,0510	0,0610	0,0712	0,0810	0,0816	0,0916	0,0916	0,102
<i>A</i>	<i>C</i>	0,0282	0,0346	0,0402	0,0462	0,0522	0,0522	0,0602	0,0602	0,0684
	<i>C</i>	0,0291	0,0354	0,0414	0,0480	0,0544	0,0544	0,0626	0,0626	0,0708
	<i>X</i>	0,0328	0,0394	0,0466	0,0538	0,0616	0,0616	0,0716	0,0716	0,0814
	<i>C</i>	0,0396	0,0480	0,0564	0,0650	0,0734	0,0734	0,0856	0,0856	0,0960
	<i>X</i>	0,0504	0,0604	0,0720	0,0836	0,0955	0,0955	0,108	0,108	0,121

Расчет гидроцилиндра на прочность и устойчивость включает в себя определение величины критической сжимающей силы и наибольшего напряжения от сжатия и изгиба при рабочей нагрузке

Критическая сила определяется из уравнения

$$\frac{\frac{P_{кр}}{E_1 J_1}}{\operatorname{tg}(l_1 \frac{P_{кр}}{E_1 J_1})} + \frac{\frac{P_{кр}}{E_2 J_2}}{\operatorname{tg}(l_2 \frac{P_{кр}}{E_2 J_2})} = 0 \quad (2.1)$$

Наибольшее напряжение от сжатия и изгиба при рабочей нагрузке

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{P\delta}{W} \quad (2.2)$$

В расчетных формулах принято, что основные детали гидроцилиндра изготовлены из стали ($E = 2.1 * 10^6 \text{ кГ/см}^2$), имеют круглое сечение и наибольший прогиб гидроцилиндра под нагрузкой происходит на границе длин l_1 и l_2 ($X \geq l_1$).

Расчет гидроцилиндра на устойчивость

Критическая сила определяется по формуле

$$P_{кр} = \left(\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}} \right)^2 J_1 > P \text{ кГ} \quad (2.3)$$

(рассчитывается цилиндр при выдвинутом штоке).

Значение $\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}}$ определяется из графиков определения критической силы

Для значений $\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}}$ и l_1 не вошедших в соответствующий график, следует производить интерполяцию.

$$J_1 = J_{1н} - J_{1в} \quad (2.4)$$

$$J_2 = J_{2н} - J_{2в} \quad (2.5)$$

где $J_{н}$ и $J_{в}$ — момент инерции сплошного сечения с диаметром d равным соответственно наружному и внутреннему диаметру, в см^4 .

Расчет штока на прочность

Наибольшее напряжение от сжатия и изгиба определяется по формуле (2), где $F = k_F F_H$ площадь расчетного сечения штока в см^2 ;

F_H — площадь круглого сплошного сечения с наружным диаметром d в см^2 (см. табл. 36):

$W = k_x * W_H$ — момент сопротивления сечения штока в см^3 ;

W_H — момент сопротивления круглого сплошного сечения в см^3 ;

$k_F; k_W$ — коэффициенты ослабления сечения концентричным продольным отверстием.

Условие применимости данной методики

$$x = 505 * d_1^2 * \sqrt{\frac{1}{P}} \text{ см.} \quad (2.6)$$

Определение прогибов

Полный прогиб определяется.

$$\frac{l}{d_1} \leq 5 \quad \delta = \delta_{\text{нач}} \quad (2.7)$$

где d_1 — диаметр штока;

при

$$\frac{l}{d_1} < 5, \quad l_1 = l_2, \quad J_2 \geq 5J_1 \quad (2.8)$$

$$\delta = \frac{\delta_{\text{нач}}}{\frac{k_1}{t_1} * \frac{l}{4} + \frac{1}{2}}$$

где d_1 — диаметр штока,

при

$$\frac{l}{d_1} > 5, \quad l_1 \neq l_2, \quad J_2 < 5J_1$$

$$\delta = \frac{\delta_{\text{нач}}}{\left(\frac{k_1}{t_1} + \frac{k_2}{t_2}\right)l_1l_2} \quad (2.9)$$

Наибольший прогиб определяется в зависимости от схемы нагружения.

Схема 1:

$$\delta_{\text{нач}} = e_1 - \frac{e_1 - e_1}{l}l_1 + \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)l_1l_2}{2al} + \frac{Ql_1l_3}{Pl} + \frac{Gl_1l_2}{2Pl}\cos\alpha \quad (2.10)$$

Схема 2.

$$\delta_{\text{нач}} = e_1 - \frac{e_1 - e_1}{l}l_1 + \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)l_1l_2}{2al} + \frac{Gl_1l_2}{2Pl}\cos\alpha \quad (2.11)$$

Схема 3:

$$\delta_{\text{нач}} = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)l_1l_2}{2al} + \frac{Ql_1l_3}{2al} + \frac{Gl_1l_2}{2Pl}\cos\alpha \quad (2.12)$$

Схема 4:

$$\delta_{\text{нач}} = \frac{(\Delta_1 + \Delta_2)l_1l_2}{2al} + \frac{Gl_1l_2}{2Pl}\cos\alpha \quad (2.13)$$

(основные условные обозначения даны к схеме рис. 102).

$$k_1 = \sqrt{\frac{P}{EJ_1}} \quad (2.14)$$

$$k_2 = \sqrt{\frac{P}{EJ_2}} \quad (2.15)$$

$$t_1 = tg(k_1l_1) \quad (2.16)$$

$$t_2 = tg(k_2l_2) \quad (2.17)$$

После определения наибольшего напряжения от сжатия и изгиба по формуле (24) определяется запас прочности по пределу текучести

$$n = \frac{\sigma_r}{\sigma} \quad (2.18)$$

Условие применимости вышеизложенной методики расчета на прочность и устойчивость

$$X \geq l_1 \quad (2.19)$$

Согласно рекомендуемому ряду максимальный ход

$$S = 10D \quad (2.20)$$

Если гидроцилиндры выбраны с максимальным ходом, то данная методика может оказаться неприменимой. В этом случае рекомендуется рассчитывать шток на продольный изгиб.

Рассматриваем шток как гибкий стержень, нагруженный продольной сжимающей нагрузкой. Если цилиндр и шток снабжен проушинами, то нагрузка действует по продольной оси штока.

Критическая сила выражается формулой Эйлера:

$$P_{кр} = \eta \frac{EJ_{мин}}{l^2} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{(\mu l)^2} \quad (2.21)$$

где η — коэффициент устойчивости;

μ — коэффициент приведенной длины.

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{F} = \frac{\pi^2 EJ_{мин}}{(\mu l)^2 * F} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.22)$$

Условие применимости формулы Эйлера:

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{кр}}} \quad (2.23)$$

где $\sigma_{кр}$ — предел пропорциональности для материала стержня;

$$\lambda > \frac{\mu l}{i_{min}} \quad (2.24)$$

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{мин}}{F}} \sigma = \frac{P}{F} + \frac{P\delta}{W} \quad (2.25)$$

Если для выбранного гидроцилиндра формула Эйлера не применима, расчет ведем по формуле Ясинского:

$$\sigma_{кр} = a - b * \lambda + c * \lambda^2 \quad (2.26)$$

где а и b — коэффициенты (см. табл. 2.2).

Таблица №2.2

Предельные гибкости и параметры а, b и с в зависимости от критического напряжения от гибкости для различных материалов

Материал	a	b	c		
Сталь Ст.3	3100	11,4	0,00	105	61
Сталь Ст.6	4610	36,17	0,00	100	60
Чугун	7700	120	0,53	80	-

$$P_{кр} = \sigma_{кр} * F \quad (2.27)$$

При расчете сжатых стержней условие прочности и условие устойчивости объединяются одним расчетным уравнением

$$P_{доп} = \varphi[\sigma_{ож}] * F \quad (2.28)$$

где φ — коэффициент понижения допускаемого напряжения, который зависит от гибкости и от материала стержня

Данный метод расчета включает в себя применение графиков корня отношения критической силы к моменту инерции штока. Данные графики были произведены в середине прошлого века НИИ ГИПРОМАШ. Образцы графиков, полученные мной, были в плохом состоянии. Что способствует зрительной ошибке. Также графики не очень удобны при расчетах конструкций гидроцилиндров с применением компьютерных вычислительных комплексов.

Мною было принято решение модернизировать этап нахождения критической силы потери на устойчивость. Для этого нужно снять данные с графиков, аппроксимировать и привести к аналитическому виду. Данная задача является возможной с применением современного программного обеспечения для обработки данных.

2.2 Приведение к аналитическому виду и анализ результата

Для получения значения критической силы в настоящее время необходимо, снимать данные с графиков по значениям $\sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$ и $\frac{l_2}{l_1}$ [11]. Это не является удобным в эру облачных вычислений больших данных. Мною была поставлена задача снять данные с графиков определения критической силы для различных отношений $\sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$ и $\frac{l_2}{l_1}$ и вывести зависимость. Для этого я использовал компьютерные средства.

Так как снятие данных вручную заняло бы приличное количество времени и точность данных была бы подтверждена зрительной ошибке. Мною было разработано программное обеспечение для снятия данных с графика [13]

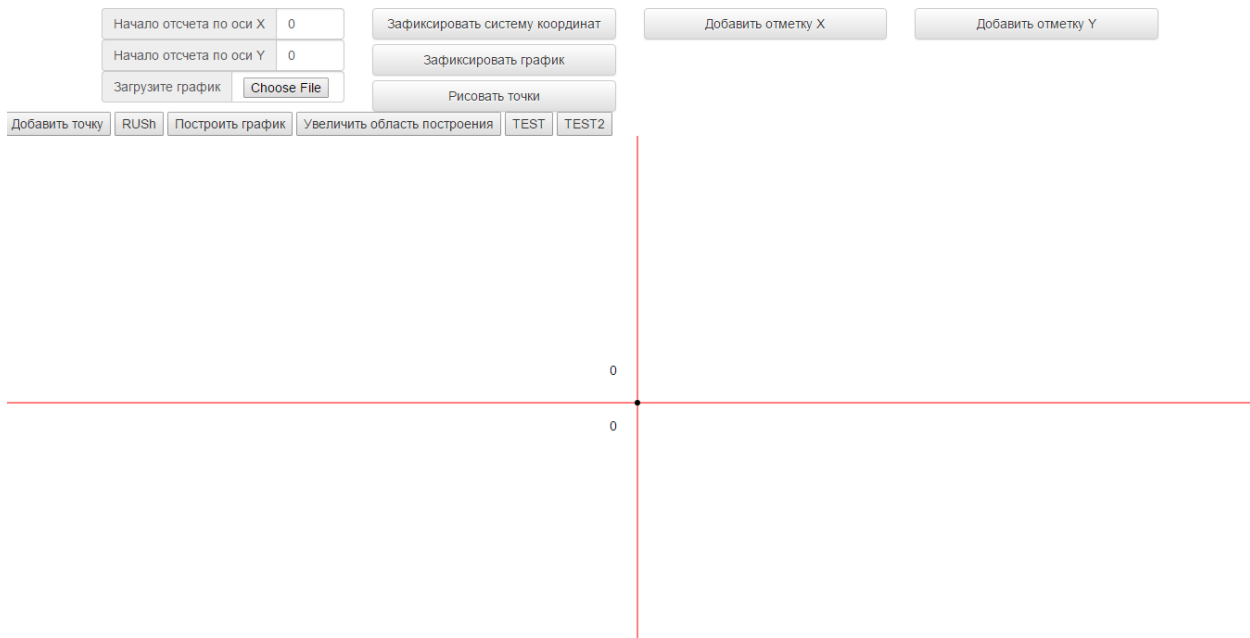


Рисунок 2.2 – Интерфейс программы для снятия исходных данных с графиков

Данное приложение было написано на языке javascript и работает в среде браузера. Система представляет собой две совмещенные системы координат. Первая система координат представлена в масштабе графиков и является видимой, далее будем называть её видимой. Вторая система координат является – координатной сеткой экрана и используется только для фонового расчета, будем называть её вспомогательной. У видимой системы координат можно настраивать начало отчета и маркеры в произвольном порядке. После нанесения маркерной сетки, производится расчет приведенного коэффициента для каждого участка графика. Для расчета первичного приведенного коэффициента необходимо, что бы каждая ось имела хотя бы один координатный график. По умолчанию начала отсчета принимаем [0:0]. Этот подход позволяет гибко масштабировать график. В графике критического напряжения, ось $\frac{l_2}{l_1}$ представлена в логарифмических координатах. Это не влияет на полученный результат. Я решил брать значения до 16 знака после запятой. Перевод в

реальные координаты я решил производить в конечном расчетном комплексе, что исключает потерю точности при импорте данных.

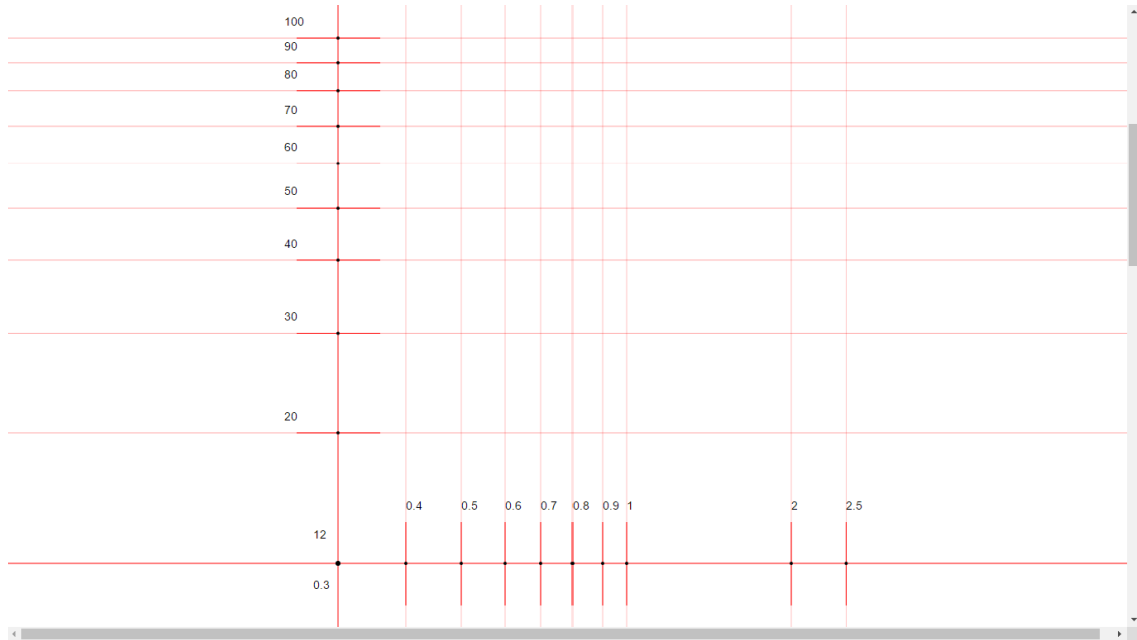


Рисунок 2.3 – Интерфейс программы для снятия исходных данных с графиков

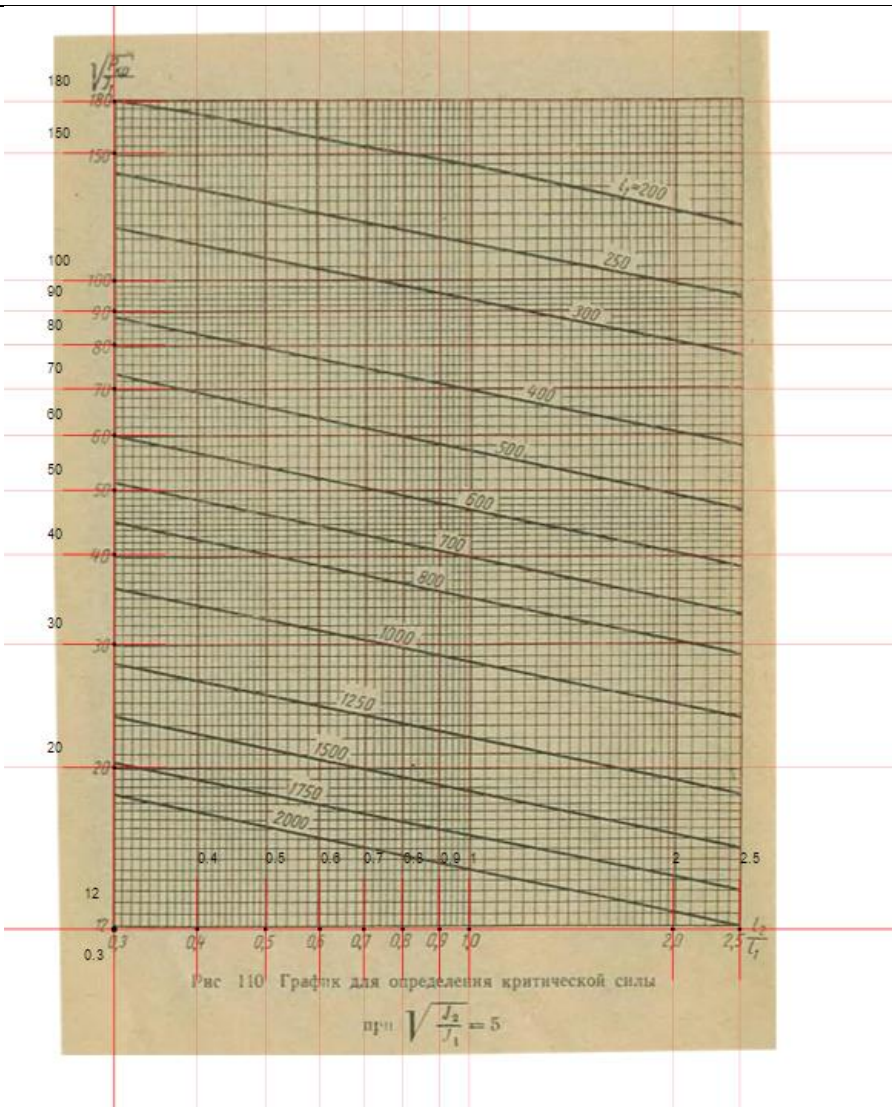
После загрузки графика в систему, указываем начало координат, в случае если график начинается не с нуля, сопоставляем начало координат графика с началом координат графической системы. Соотносим значения на осях график с отметками на видимой системе координат. Фиксируем систему координат и график с помощью кнопки зафиксировать «систему координат» после этого возможно построить точки. После первого клика на график система начинает автоматически расставлять точки через каждые 2 пикселя. После окончания расставления точек можно вручную поправить точки, которые создают грубую погрешность. После этого можно вычислить координаты каждой точки. Система вычисляет координаты точки в местных координатах, после этого система применяет для каждой координаты коэффициент приведения и выводит данные в формате csv (Comma-Separated Values) для координаты по оси x.

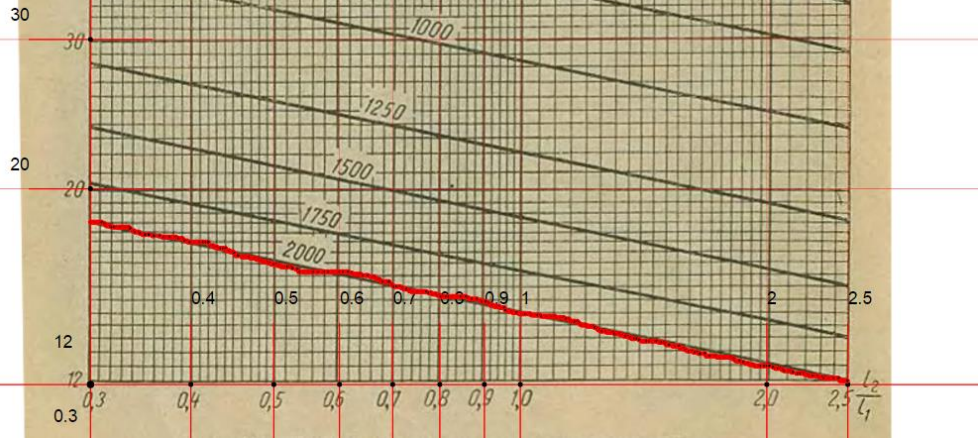
Алгоритм снятия данных представлен таблице 2.1

Технология снятия координат с графиков в программе descart

1 Подготовка системы	
1.1 Задаем начало координат	<div>Начало отсчета по оси X 0</div> <div>Начало отсчета по оси Y 0</div> <div>Загрузите график Choose File</div>
1.2 Загружаем исходный график в систему	<p>Рис 110 График для определения критической силы при $\sqrt{\frac{J_2}{J_1}} = 5$</p>

продолжение таблицы №2.3

<div>1.3</div> <div>Добавляем метки на накладную систему координат через интерфейс</div>	<div><div>Добавить отметку X</div><div><div>✕</div><div>0.1</div></div><div><div>✕</div><div>0.3</div></div></div> <div><div>Добавить отметку Y</div><div><div>✕</div><div>180</div></div><div><div>✕</div><div>150</div></div><div><div>✕</div><div>100</div></div></div>
<div>1.4</div> <div>Соотносим метки на исходном графике с накладной системой координат</div>	<div></div>

<p>1.5</p> <p>Фиксируем результат</p>	<div>Зафиксировать систему координат</div> <div>Зафиксировать график</div> <div>Рисовать точки</div>
2 Снятие данных	
<p>2.1 Кликнув на графике ведем аккуратно линию по следу графика.</p>	
<p>2.2</p> <p>Нажимаем на кнопку «снять результаты» и получаем результаты в формате JSON</p>	<div> <div> Начало отсчета по оси X: 0.3 Начало отсчета по оси Y: 12 Загрузите график: <input type="button" value="Choose File"/> </div> <div> <div>Зафиксировать систему координат</div> <div>Зафиксировать график</div> <div>Рисовать точки</div> </div> <div> <div>Добавить отметку X</div> <div> <input checked="" type="checkbox"/> 0.4 <input checked="" type="checkbox"/> 0.5 <input checked="" type="checkbox"/> 0.6 <input checked="" type="checkbox"/> 0.7 <input checked="" type="checkbox"/> 0.8 <input checked="" type="checkbox"/> 0.9 <input checked="" type="checkbox"/> 1 <input checked="" type="checkbox"/> 2 <input checked="" type="checkbox"/> 2.5 </div> <div> <div>Добавить отметку Y</div> <div> <input checked="" type="checkbox"/> 20 <input checked="" type="checkbox"/> 30 <input checked="" type="checkbox"/> 40 <input checked="" type="checkbox"/> 50 <input checked="" type="checkbox"/> 60 <input checked="" type="checkbox"/> 70 <input checked="" type="checkbox"/> 80 <input checked="" type="checkbox"/> 90 <input checked="" type="checkbox"/> 100 <input checked="" type="checkbox"/> 150 <input checked="" type="checkbox"/> 180 </div> </div> </div> <div> <div>Добавить точку</div> <div>снять результаты</div> <div>Построить график</div> <div>Увеличить область построения</div> <div>TEST</div> <div>TEST2</div> </div> <pre> [{"t": "1000000000000000000", "data": [{"x": 0.3144578313253012, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3156626506024096, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3168674698795181, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3180722891566265, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3204819277108434, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3216867469879518, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3228915662650602, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3240963855421687, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3253012048192771, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3265060240963855, "y": 18.540880503144656}, {"x": 0.3289156626506024, "y": 18.540880503144656}]} </pre> </div>

JSON (javascript object notation) это способ представления данных. Данные представляются в текстовом формате. Возможно предоставлять сложно структурированные данные. Преимущества данного формате в простоте и распространенности. JSON поддерживают все языки программирования. Так как JSON является подмножеством языка javascript, взаимодействие клиентской части (снятие данных) и серверной производится по простому алгоритму.

CSV (Comma-Separated Values) представляет данные в очень простом формате. Ряды данных разделенные запятой. Данный формат очень легко импортируется в программный комплекс Microsoft Office Excel.

Для удобства будем обозначать $\sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$ греческой буквой омега большая Ω , а $\frac{l_2}{l_1}$ как омега маленькое ω и Θ для $\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}}$.

График для определения критической силы при $\Omega = 4$ находится в приложении.

На графике присутствует по оси у отношение критической силы к моменту инерции штока Θ . По оси x заданы отношения длины расстояние от головки штока гидроцилиндра до точки А к расстоянию от переходной точки А до шарнира корпуса гидроцилиндра. Заданное в логарифмическом масштабе.

После загрузки графика в программу и расставления отметок на график наносится порядка 500 точек. С каждой точки мы получаем координату по оси $\lg(\omega)$ и Ω . Данные выгружаются в формате csv и пример полученных данных представлен в таблице 2.4

Таблица №2.4

Данные из программы descart

№	ω	Ω	№	ω	Ω
1	0.29878	18.1783	16	0.32073	17.7643
2	0.30122	18.1783	17	0.32195	17.7643
3	0.30244	18.1783	18	0.32317	17.7643
4	0.30488	18.1783	19	0.32439	18.1783
5	0.3061	18.1783	20	0.32561	17.7643
6	0.30732	18.0955	21	0.32683	17.6815
7	0.30854	18.0127	22	0.32927	17.6815
8	0.30976	17.9299	23	0.33049	17.6815
9	0.31098	17.8471	24	0.33293	17.5987
10	0.3122	17.8471	25	0.33415	17.5987
11	0.31341	17.8471	26	0.33537	17.5987
12	0.31463	17.8471	27	0.33659	17.5159

продолжение таблицы №2.1

13	0.31585	17.8471	28	0.3378	17.5159
14	0.31829	17.7643	29	0.33902	17.5159
15	0.31951	17.7643	30	0.34024	17.5159

Первая колонка значения ω . Во вторую колонку система выводит ω . И ω в исходном графике были по оси x. В третьей колонке располагаются значения Ω , по оси y.

Построим график, как и в исходном графике, по значениям ω и Ω .

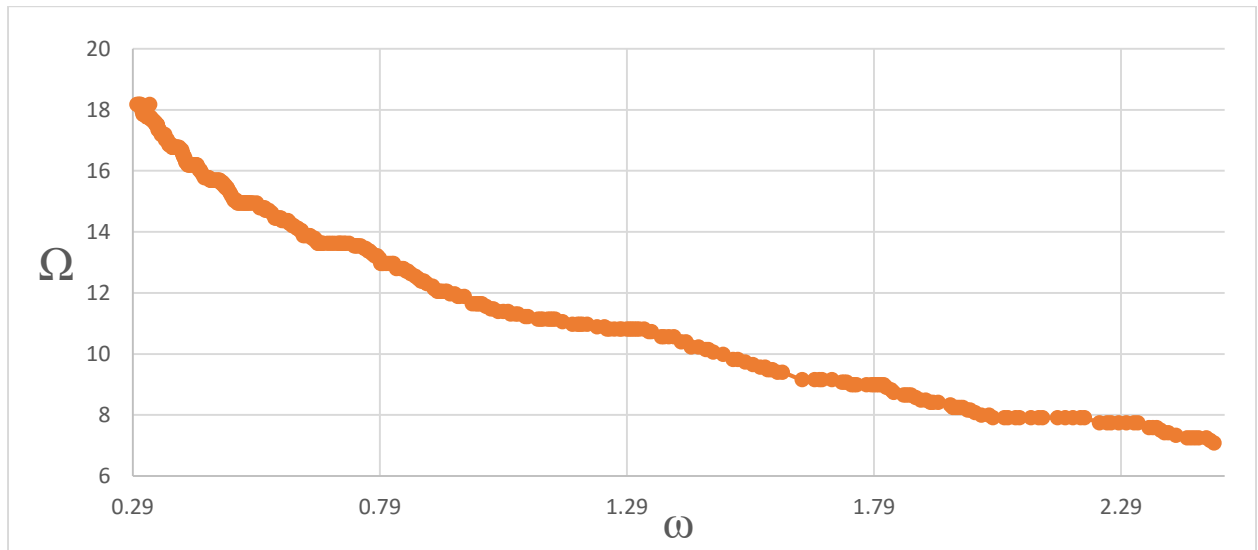


Рисунок 2.4 – Первичный вид исходных данных на графике в логарифмических координатах по оси ω

На первый взгляд полученный график не похож на исходный график, что объясняется масштабом по осям ω и Ω . Построим график по значениям Ω и ω .

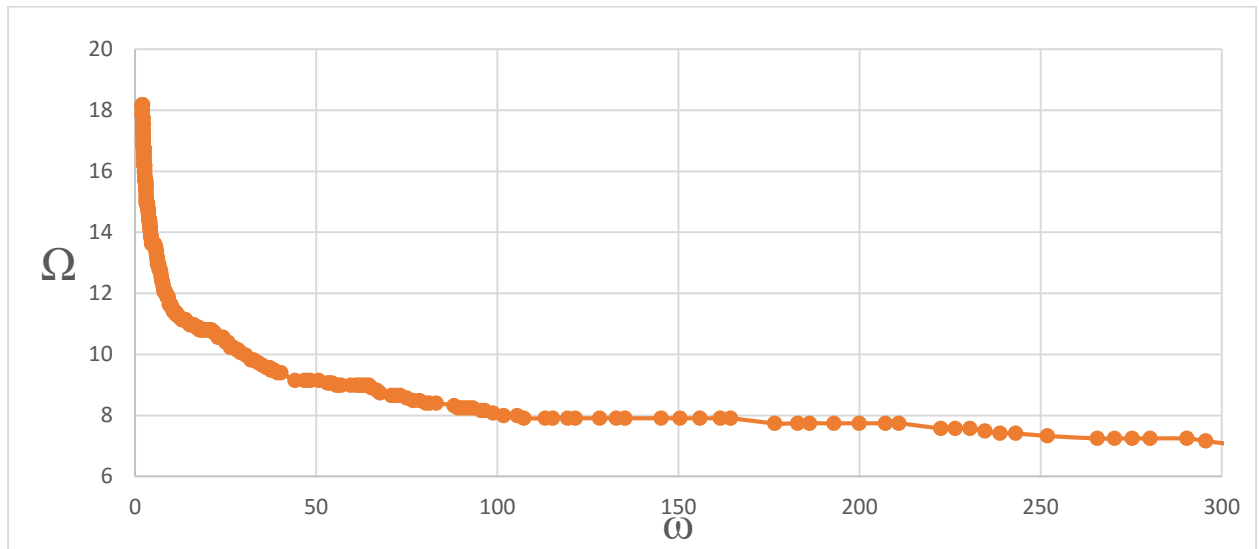


Рисунок 2.5 – Первичный вид исходных данных на графике в декартовых координатах по оси ω

По графику можно судить, что функция имеет убывающий характер. Резко уменьшаясь при небольших значениях ω . Она нормализуется в дальнейшем и стремится к константному значению Ω

Для анализа зависимости будем использовать линию тренда. В пакете excel существует шесть различных видов линия тренда (аппроксимация и сглаживание), которые могут быть отражены на диаграмме. Использование линии тренда того или иного вида определяется типом данных.

Точность аппроксимации. Линия тренда в наибольшей степени приближается к представленной на диаграмме зависимости, если величина достоверности аппроксимации равно или близко к 1. При аппроксимации данных с помощью линии тренда значение R-квадрат рассчитывается автоматически. Полученный результат можно вывести на диаграмме.

После построения графика мы аппроксимируем данный график всеми доступными в excel методами: экспоненциальным, линейным, логарифмическим, полиномиальным, степенным и методом скользящее среднее

Линейная аппроксимация

Линейная аппроксимация — это прямая линия, наилучшим образом описывающая набор данных. Она применяется в самых простых случаях, когда точки данных расположены близко к прямой. Говоря другими словами, линейная аппроксимация хороша для величины, которая увеличивается или убывает с постоянной скоростью.

Получаем линейное уравнение где коэффициент у переменной отрицательный, что свидетельствует о убывающем характере функции. Значение R-квадрат = 0,0505, что свидетельствует что данный вид аппроксимации нам не подходит.

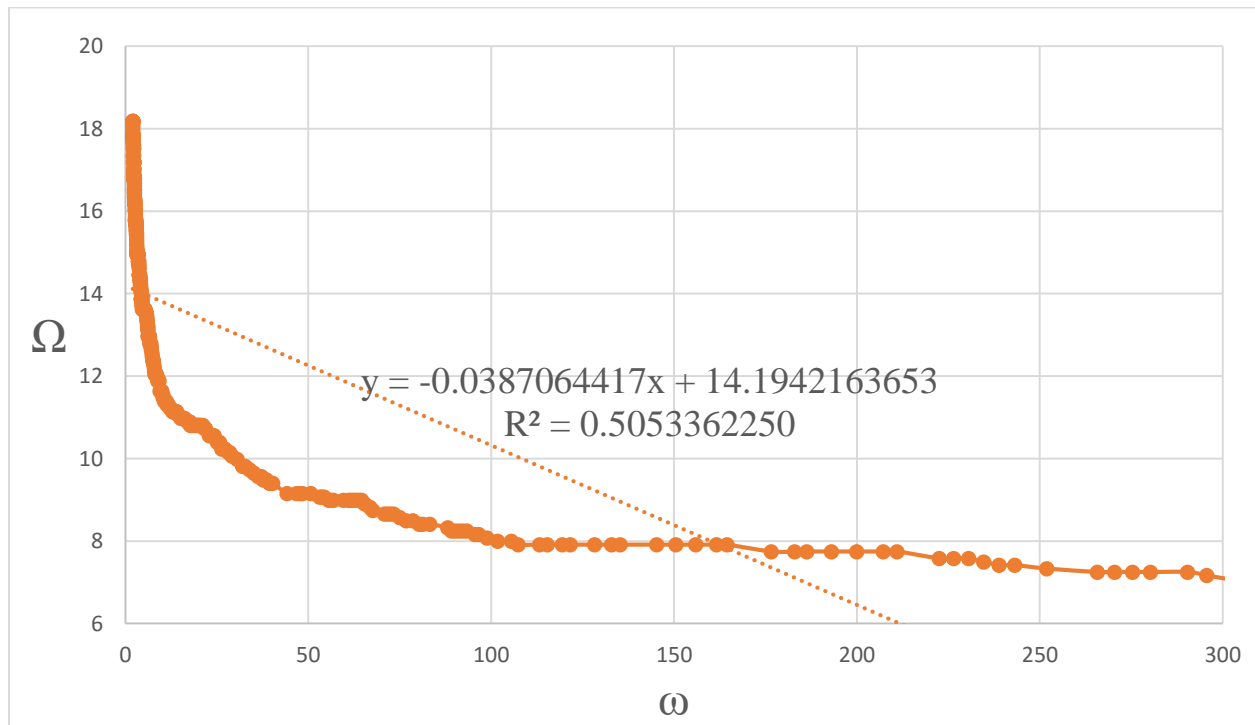


Рисунок 2.6 – Линия тренда, полученная путем линейной аппроксимации

Получаем формулу вида

$$y = -0.0387064417 * x + 14.1942163653 \quad (2.29)$$

Логарифмическая аппроксимация

Логарифмическая аппроксимация хорошо описывает величину, которая вначале быстро растет или убывает, а затем постепенно стабилизируется. Описывает как положительные, так и отрицательные величины.

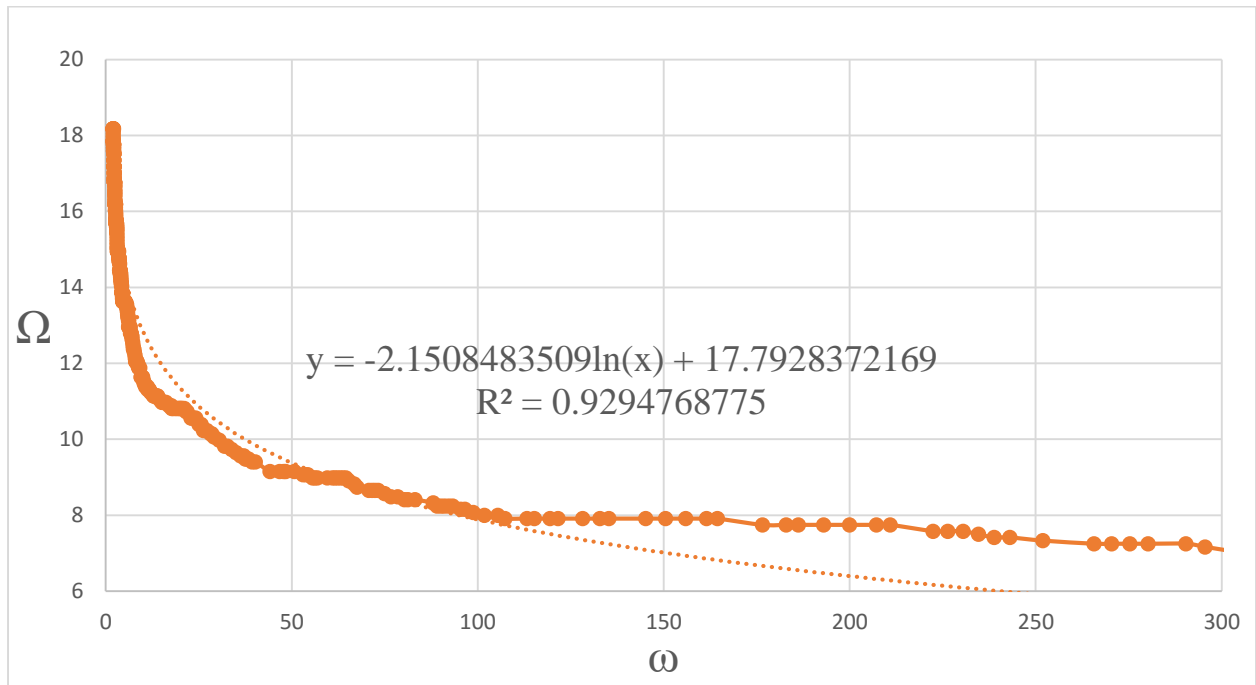


Рисунок 2.7 – Линия тренда, полученная путем логарифмической аппроксимации

Получаем логарифмическое уравнение где коэффициент у переменной отрицательный, что свидетельствует о убывающем характере функции. Кривая довольно хорошо описывает данные, поскольку значение R-квадрат, равное 0,9295, близко к единице.

$$y = -2.1508483509 * \ln(x) + 17.7928372169 \quad (2.30)$$

Полиномиальная аппроксимация

Полиномиальная аппроксимация используется для описания величин, попеременно возрастающих и убывающих. Она полезна, например, для анализа большого набора

данных о нестабильной величине. Степень полинома определяется количеством экстремумов (максимумов и минимумов) кривой. Полином второй степени может описать только один максимум или минимум. Полином третьей степени имеет один или два экстремума. Полином четвертой степени может иметь не более трех экстремумов.

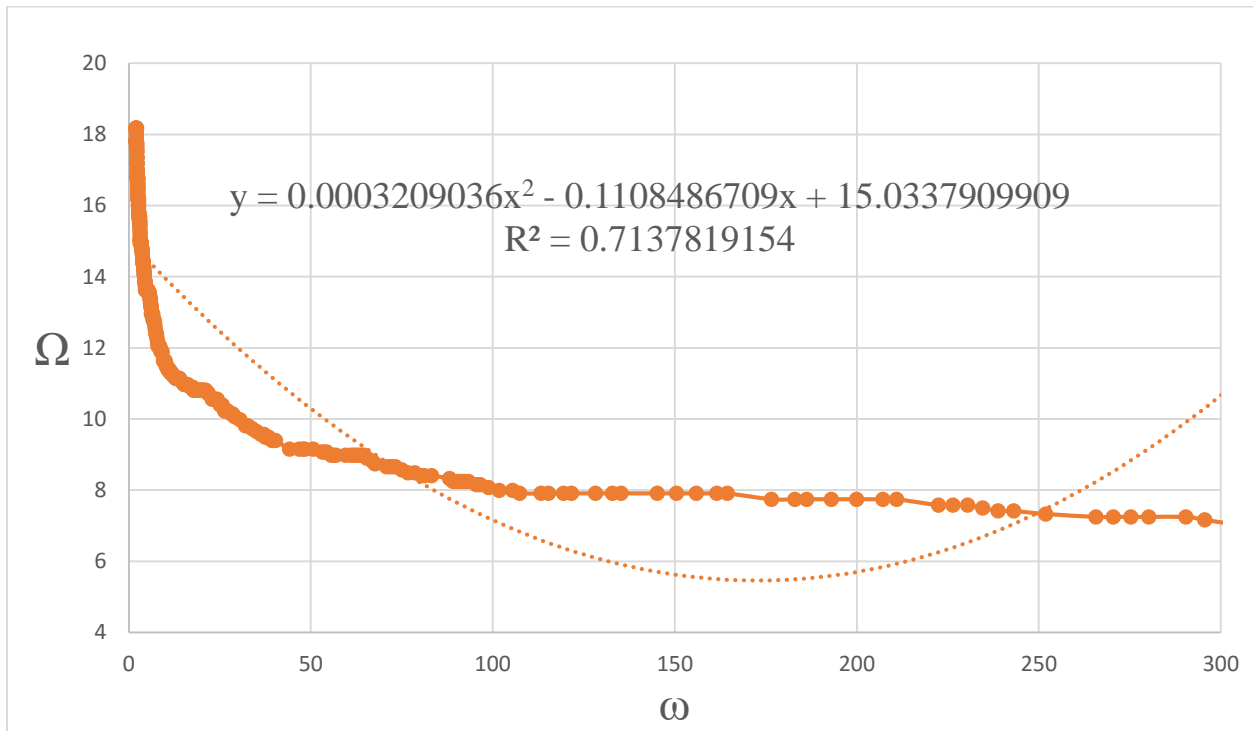


Рисунок 2.8 – Линия тренда, полученная путем полиномиальной аппроксимации 2 степени

Получаем формулу вида

$$y = 0.0003209036 * x^2 - 0.1108486709 * x + 15.0337909909 \quad (2.31)$$

После увеличения степени полинома, значение R-квадрат также увеличивается, увеличивая точность. Но визуально наблюдаются волны, что говорит о неприменимости данного метода. Пакет excel позволяет применять полином до 6 степени, но мы делаем вывод, что этот метод нам не подходит.

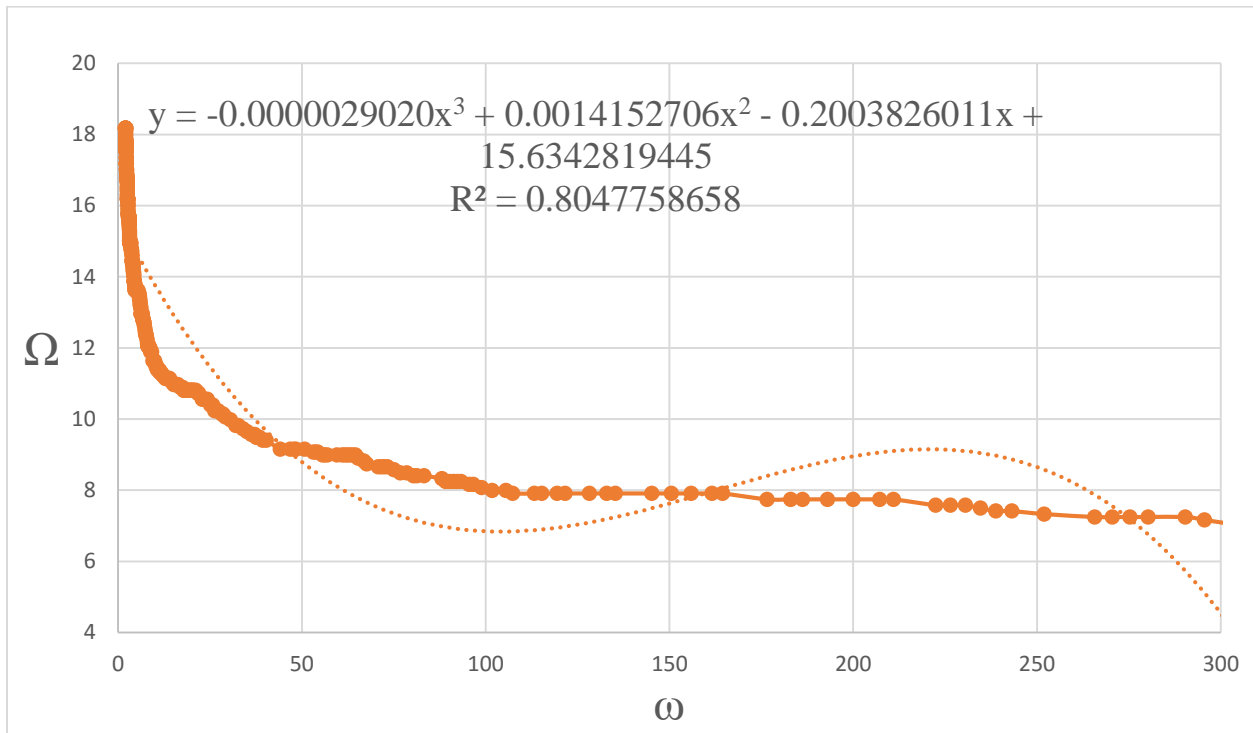


Рисунок 2.9 – Линия тренда, полученная путем полиномиальной аппроксимации 3 степени

$$y = -0.0000029020x^3 + 0.0014152706x^2 - 0.2003826011x + 15.6342819445 \quad (2.32)$$

Степенное приближение дает хорошие результаты, если зависимость, которая содержится в данных, характеризуется постоянной скоростью роста. Примером такой зависимости может служить график ускорения автомобиля. Если в данных имеются нулевые или отрицательные значения, использование степенного приближения невозможно.

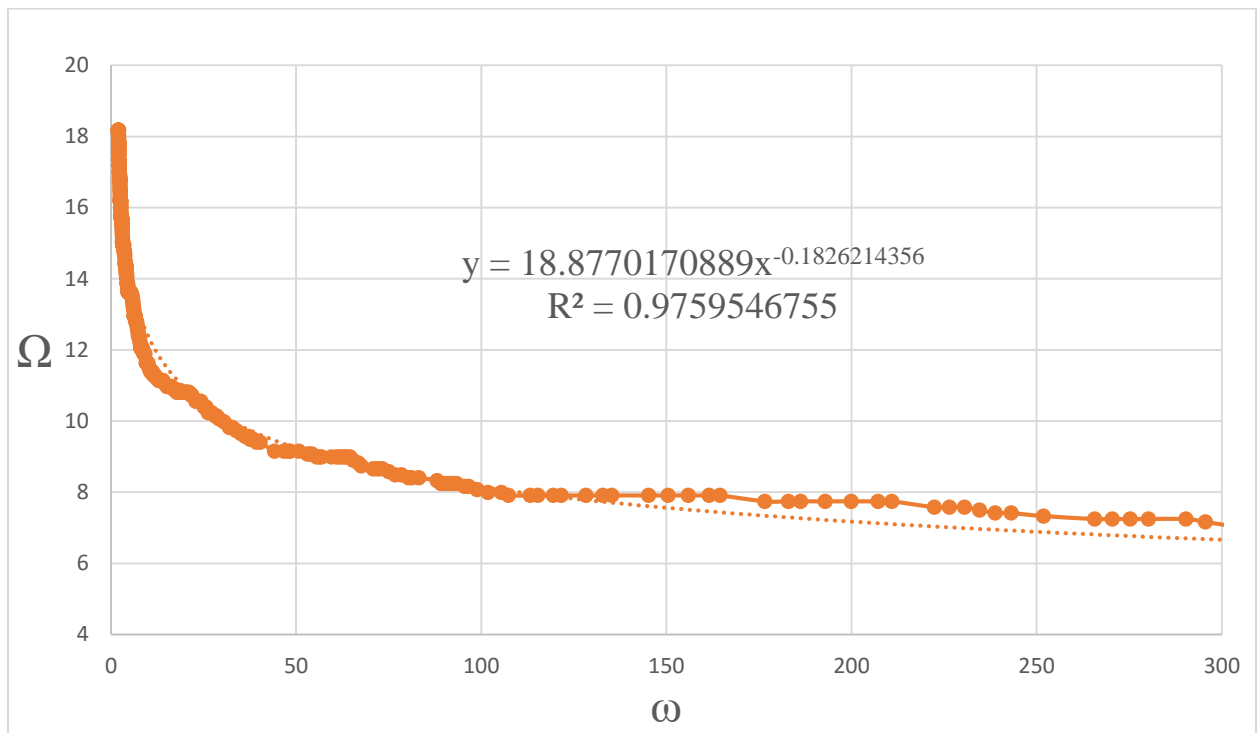


Рисунок 2.10 – Линия тренда, полученная путем степенной аппроксимации

Получаем формулу вида

$$y = 18.8770170889 * x^{-0.1826214356} \quad (2.33)$$

Экспоненциальная аппроксимация

Экспоненциальное приближение следует использовать в том случае, если скорость изменения данных непрерывно возрастает. Однако для данных, которые содержат нулевые или отрицательные значения, этот вид приближения неприменим.

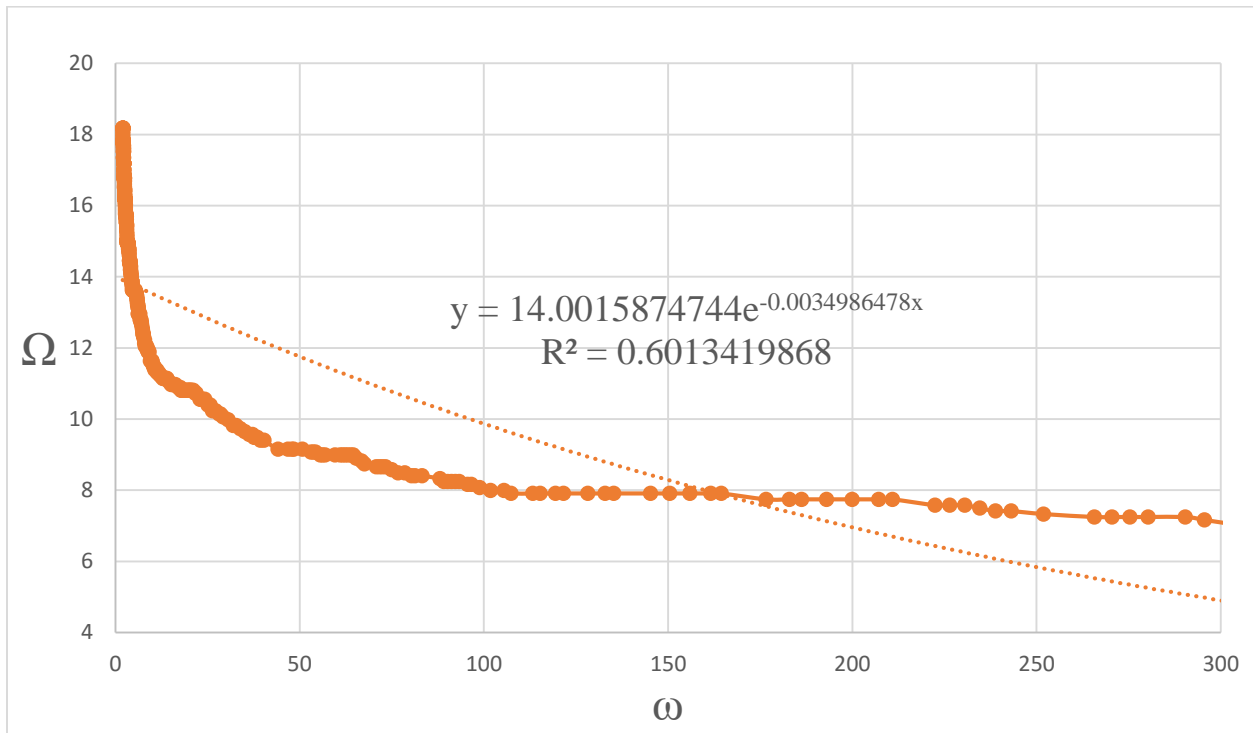


Рисунок 2.11 – Линия тренда, полученная путем экспоненциальной аппроксимации

Получаем формулу вида

$$y = 14.0015874744 * e^{-0.0034986478x} \quad (2.34)$$

Сведем значения для R квадрат для всех методов в сводную таблицу.

Таблица №2.5

Метод аппроксимации	R^2
линейная	0.5053
логарифмическая	0.9295
полиномиальная 2 степени	0.7138
полиномиальная 3 степени	0.8048
степенная	0.976
экспоненциальная	0.6013

Наилучший результат выдает степенной метод. Делаем вывод о степенном характере функции. Применяем этот метод для оставшихся зависимостей на всех графиках.

Из полученных данных возможно проверить показатель степени и коэффициент на зависимости. Первым проверим коэффициент.

Сделаем выборку из 5 l_1 зависимостей. Заносим все данные в таблицу коэффициенты относительно Ω и l_1

Таблица № 2.6

Значения аппроксимированного коэффициента в зависимости от Θ и Ω

$\Theta \backslash \Omega$	1.1	1.3	1.6	2	2.5	3	4
2000	20,068	20,361	19,776	19,074	19,218	19,010	17,726
1000	36,344	37,368	37,506	37,436	36,376	36,554	35,693
600	63,145	63,952	63,255	62,077	61,123	60,617	61,280
400	95,101	93,359	94,875	91,140	90,347	89,303	89,529
200	189,237	194,381	184,747	182,753	184,190	177,979	173,561

С увеличением Ω прослеживается очень слабая зависимость с большой погрешностью

При этом чем больше Θ тем явнее она видна(погрешность)

Таблица № 2.7

Динамика изменений аппроксимированного коэффициента от Θ и Ω

$\Theta \backslash \Omega$	1.1	1.3	1.6	2	2.5	3	4
2000		-0.2930	0.5850	0.7020	-0.1440	0.2080	1.2840
1000		-1.0240	-0.1380	0.0700	1.0600	-0.1780	0.8610
600		-0.8070	0.6970	1.1780	0.9540	0.5060	-0.6630
400		1.7420	-1.5160	3.7350	0.7930	1.0440	-0.2260
200		-5.1440	9.6340	1.9940	-1.4370	6.2110	4.4180

Проверяем динамику увеличения

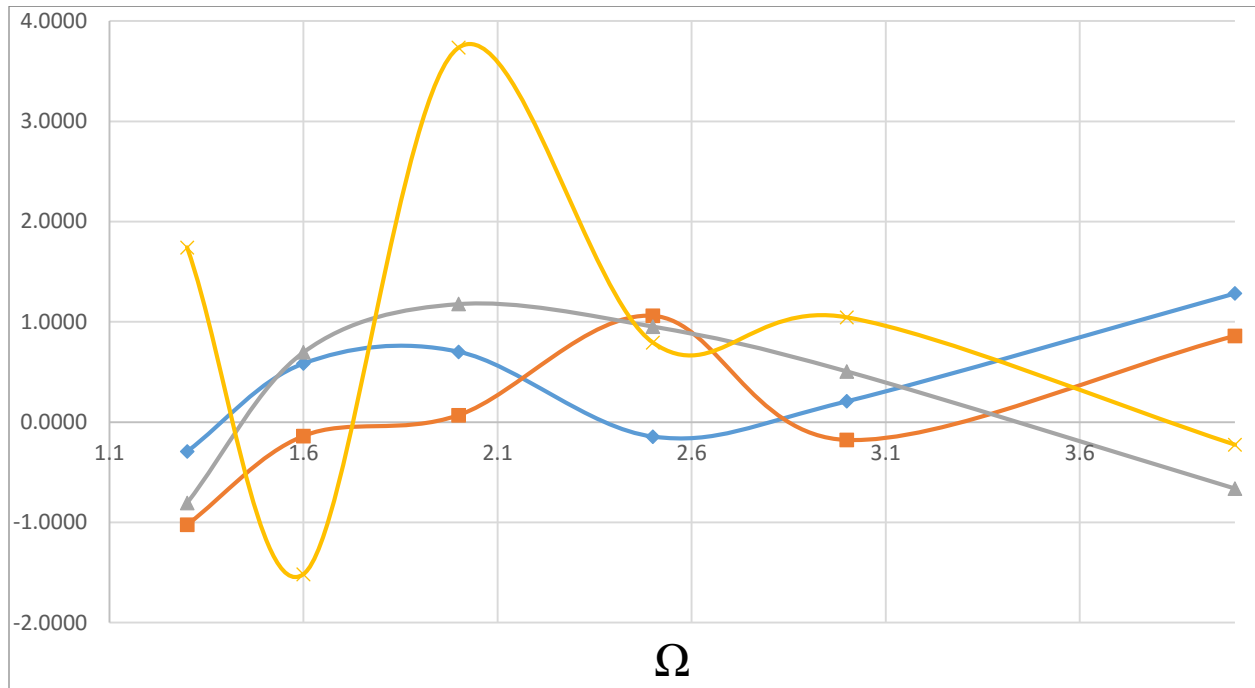


Рисунок 2.12 – Динамика изменений аппроксимированного коэффициента

Разница положительная делаем вывод, о том, что зависимость все же есть

Прослеживается зависимость при увеличении Ω . Причем чем меньше l_1 тем больше она прослеживается. Но из-за наличия грубой погрешности дальнейшее исследование невозможно. Также делаем выводы, что из-за незначительности влияния (около 1-2% на конечные результат) этой зависимостью можно пренебречь.

Для получения более точных результатов я принял решение написать программу для автоматической аппроксимации по нужному мне алгоритму. Я выбрал язык программирования go. go системный строго типизированный язык с нативной поддержкой конкурентности. Выбором послужил факт, что я его хорошо знаю и легкий с-подобный синтаксис.

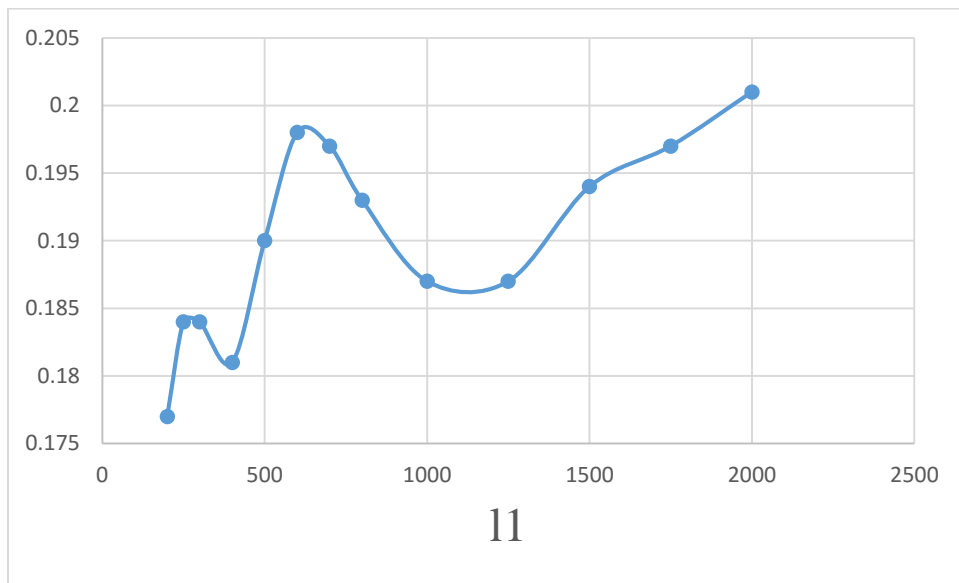


Рисунок 2.13 – Результат аппроксимированного коэффициента в полностью автоматическом режиме

Даже в полностью автоматическом режиме погрешности не дают точно определить есть ли зависимость. Результат имеет большую амплитуду чем результат который я получил вручную, вводя данные в excel. Функция похожа на возрастающую гармонику с локальными минимумами и максимумами.

Делаю вывод, что для определения таких зависимостей нужно проводить испытания на стенде.

Следующим шагом проверим влияние l_1 на коэффициент. Делаем выборку из 3 графиков, различающихся Ω

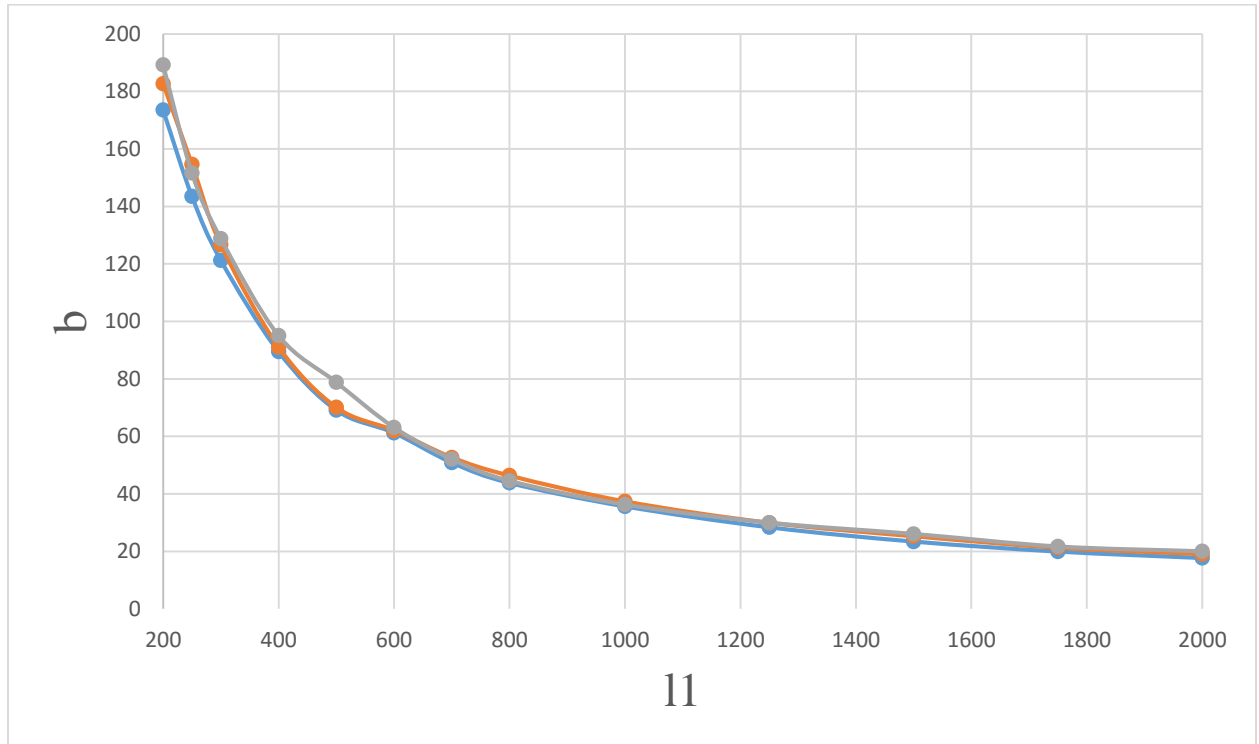
Таблица № 2.8

Данные полученные по коэффициентам a

$\Omega \backslash \Theta$	4	2	1,1
2000	17,72648932	19,07488	20,06815
1750	19,98090496	21,30842	21,75164
1500	23,46205808	25,32682	26,11708
1250	28,41923891	29,99536	30,02821
1000	35,69308451	37,43614	36,34499
800	43,85583909	46,41068	44,58457
700	50,92689498	52,74732	52,1713

продолжение таблицы № 2.8

600	61,28001971	62,0772	63,14517
500	69,1537486	70,14627	78,86518
400	89,52984271	91,14002	95,1014
300	121,272447	126,6885	128,8201
250	143,5497703	154,6614	151,6446
200	173,5614935	182,7535	189,2379

Рисунок 2.14 – Зависимость от a от Θ

Функция резко убывает делаем вывод что нужно выбрать или степенную, или логарифмическую или экспоненциальную аппроксимацию. Выполним их все и сравним R^2 и зрительно.

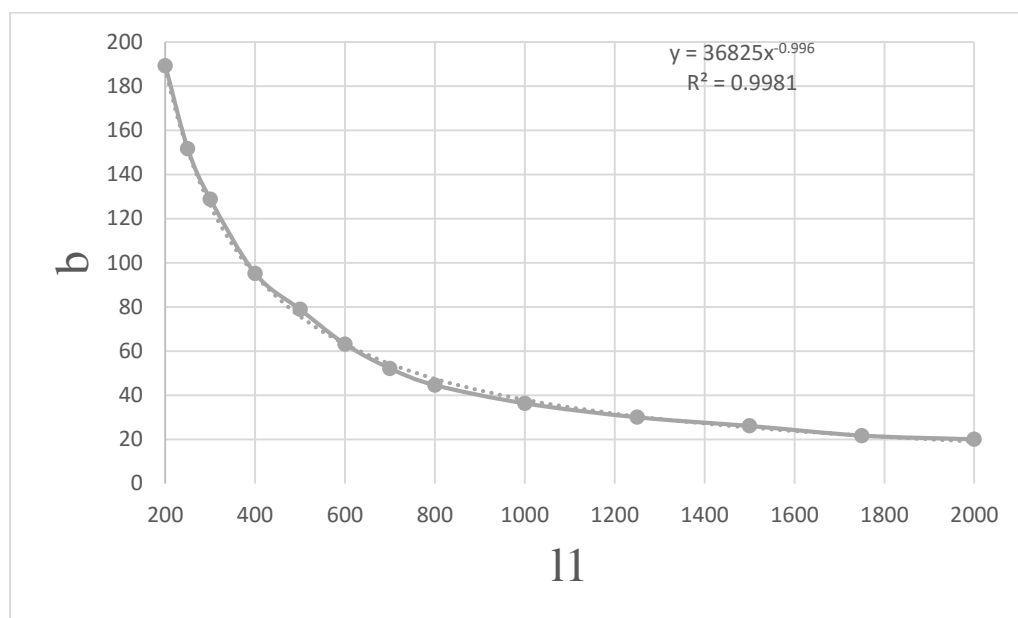


Рисунок 2.15 – Применение степенной аппроксимации

Имеем $R^2 = 0.9981$ и $y = 36825x^{-0.996}$

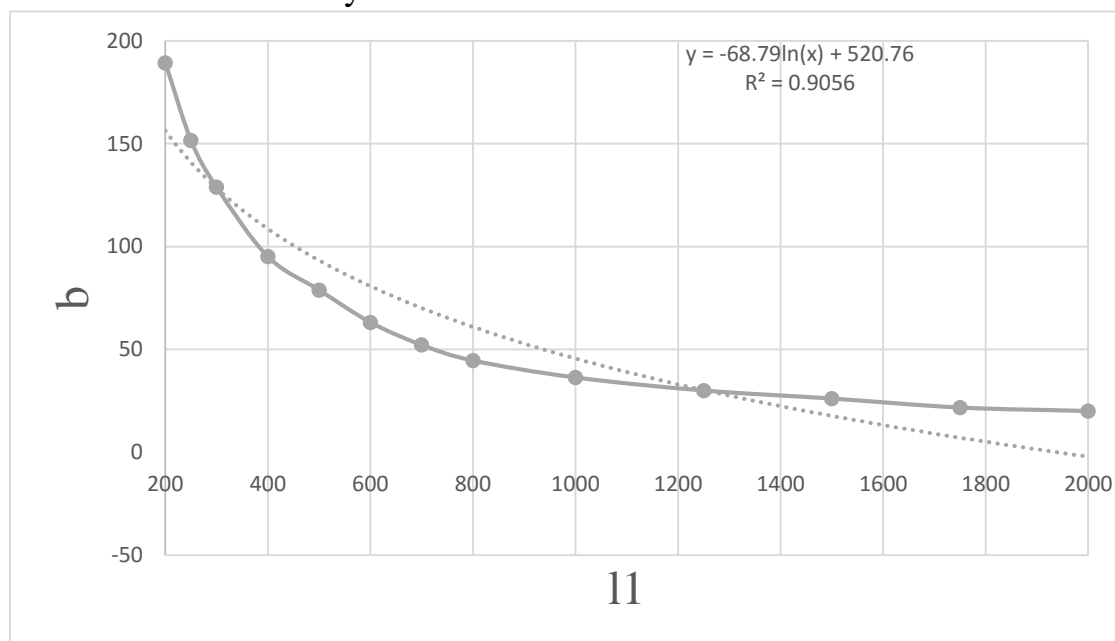


Рисунок 2.16 – Применение логарифмической аппроксимации

Имеем $R^2 = 0.9056$ и $y = -68.79\ln(x) + 520.76$

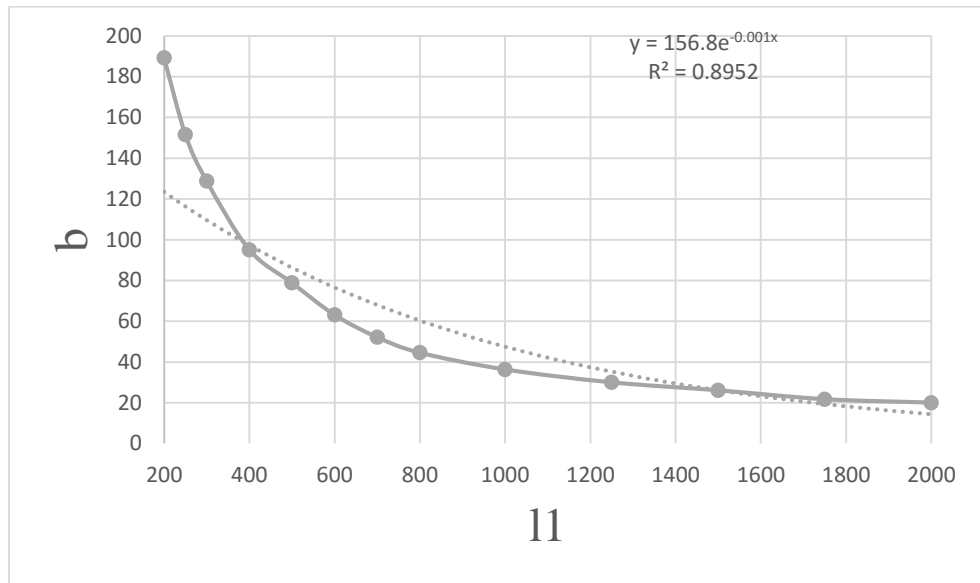


Рисунок 2.17 – Применение экспоненциальной аппроксимации

Имеем $R^2 = 0.8952$ и $y = 156.8e^{-0.001x}$

Наилучший результат выдает степенная аппроксимация. Проводим аппроксимацию для выборки

Таблица № 2.9

Данные полученные по коэффициентам b

$l1 \backslash \Omega$	1.1	1.3
2000	-0.19128	-0.17561
1750	-0.1818	-0.16054
1500	-0.18877	-0.16094
1250	-0.18405	-0.16045
1000	-0.17461	-0.14918

Наблюдается явная связь с минимальной погрешностью. Приводим к общему виду

$$x = \frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.1629}}{l_1} \quad (2.35)$$

Строим график по данной функции

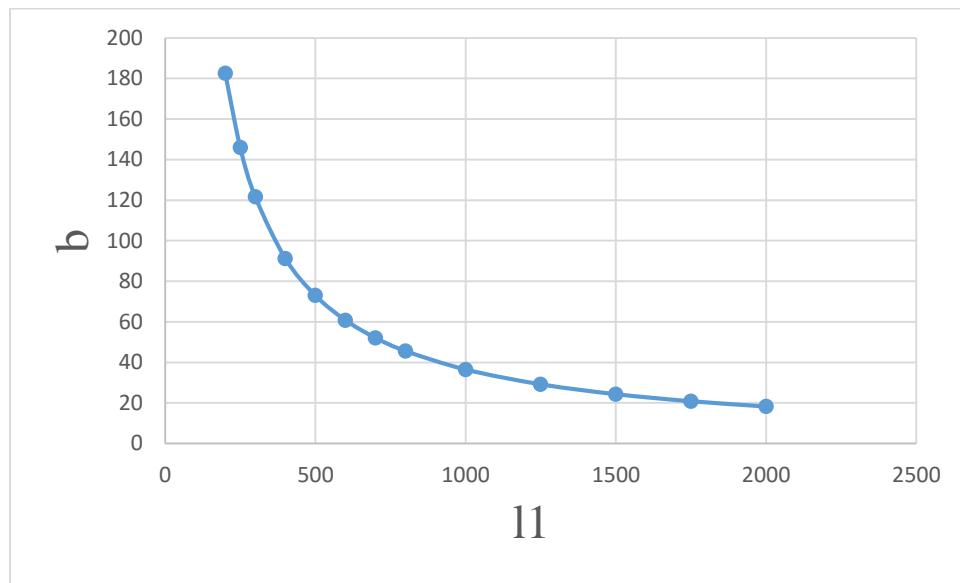


Рисунок 2.18 – Зависимость коэффициента аппроксимированной функции от длины штока до переходной точки

Следующим шагом проанализируем зависимости показателя степени

Построим сводную таблицу

Таблица № 2.10

Данные полученные по коэффициентам b в зависимости от $\sqrt{\frac{J_2}{J_1}}$

Ω p	1.1	1.3	1.6	2	2.5	3	4
2000	-0.19128	-0.17561	-0.13439	-0.10391	-0.09998	-0.09448	-0.07542
1750	-0.1818	-0.16054	-0.12702	-0.0936	-0.09054	-0.08702	-0.06991
1500	-0.18877	-0.16094	-0.12607	-0.09995	-0.09094	-0.08607	-0.06887
1250	-0.18405	-0.16045	-0.12192	-0.10522	-0.10045	-0.09192	-0.07849
1000	-0.17461	-0.14918	-0.12657	-0.10811	-0.09014	-0.08706	-0.07276
800	-0.18227	-0.15975	-0.12311	-0.10052	-0.09975	-0.08311	-0.06728
700	-0.18953	-0.15471	-0.12974	-0.10155	-0.10471	-0.07974	-0.07524
600	-0.19072	-0.1615	-0.13324	-0.10287	-0.09862	-0.09051	-0.07592
500	-0.18771	-0.15248	-0.12071	-0.07439	-0.10248	-0.08071	-0.08249
400	-0.18012	-0.15339	-0.13445	-0.09727	-0.09729	-0.08915	-0.07323
300	-0.18303	-0.15658	-0.12205	-0.1168	-0.10658	-0.09205	-0.06825
250	-0.17927	-0.15784	-0.12807	-0.1091	-0.09784	-0.08807	-0.06654
200	-0.17357	-0.16248	-0.12176	-0.09948	-0.09422	-0.0749	-0.05992

Проверим на зависимость от Θ

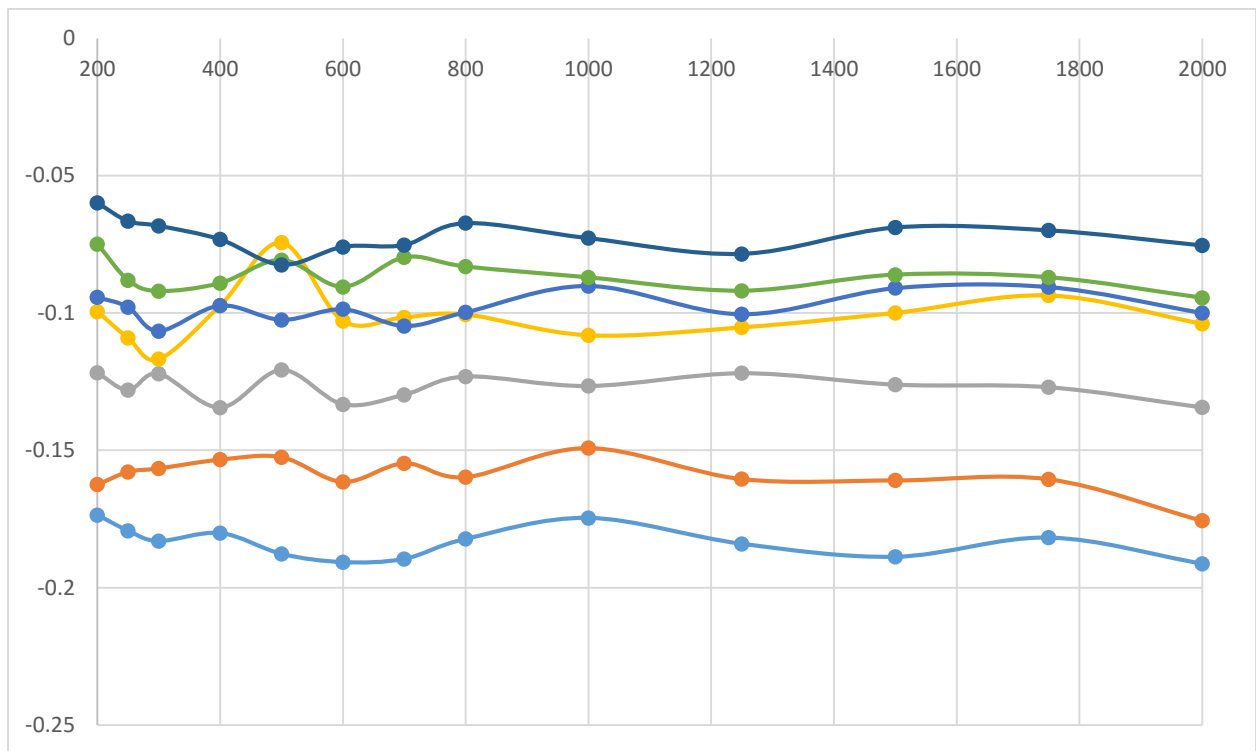


Рисунок 2.19 – Коэффициент в зависимости от Θ

Значение явно постоянно, что видно из графика. На графике присутствует систематическая погрешность, что не влияет на результат.

Проверим на зависимость от Ω . Сперва округлим данные

Ω	1.1	1.3	1.6	2	2.5	3	4
Среднее	-0.1836	-0.15888	-0.12685	-0.10098	-0.09797	-0.08652	-0.07187

Производим аппроксимацию

Выбираем степенную аппроксимацию

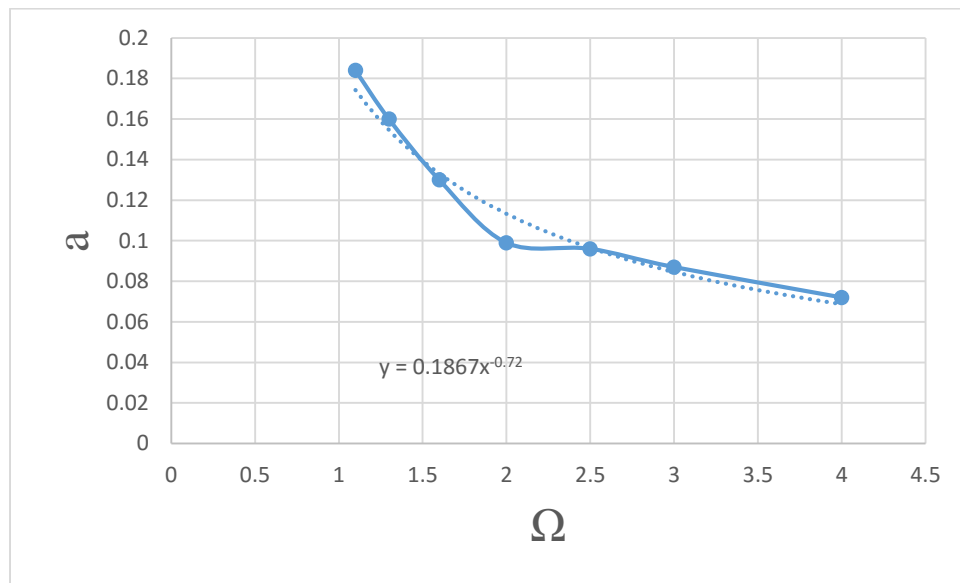


Рисунок 2.20 – Применения степенной линии тренда к аппроксимированным данным

Прослеживается явная зависимость. Наблюдается грубая погрешность. Причем эта погрешность наблюдается на всех графиках при $\Omega = 2$. Можно сделать вывод что, если $\Omega = \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} = 2$ при $\frac{J_2}{J_1} = 4$ то есть если J_2 в 4 раза больше чем J_1 мы имеем переходный момент. Объяснить данное явление не получается.

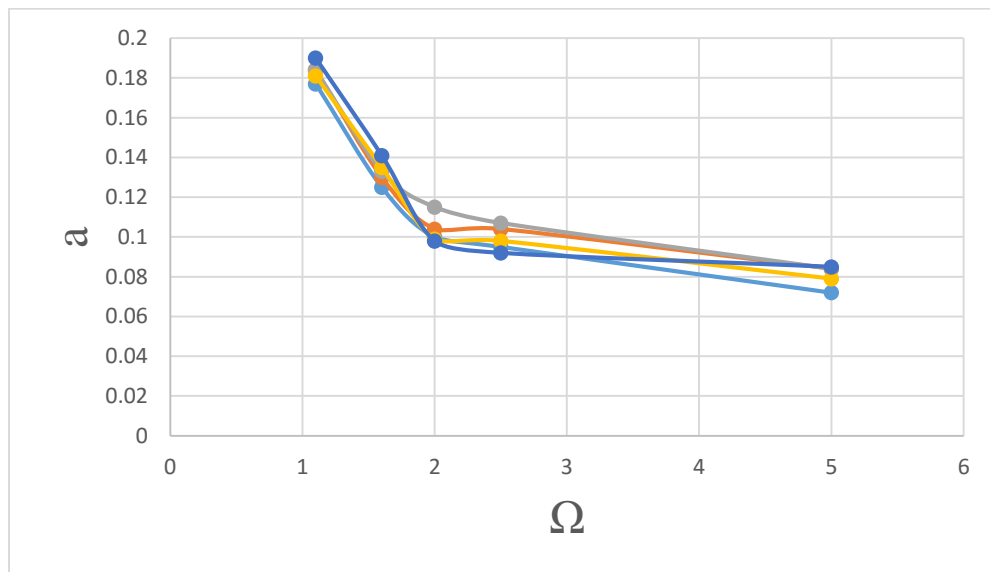


Рисунок 2.21 – Графики, полученные в автоматическом режиме

Подставляем Ω

$$x = \frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.1629}}{l_1} \quad (2.36)$$

$$y = 0,41882 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.025 * \ln(l_1) - 0.7715}$$

Вставляем полученные данные в формулу расчета критической силы

$$x = \frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.1629}}{l_1} \quad (2.37)$$

$$\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}} = \frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.1629}}{l_1} * \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{0,41882 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{-0.025 * \ln(l_1) - 0.7715}}$$

По полученной формуле строим график в excel

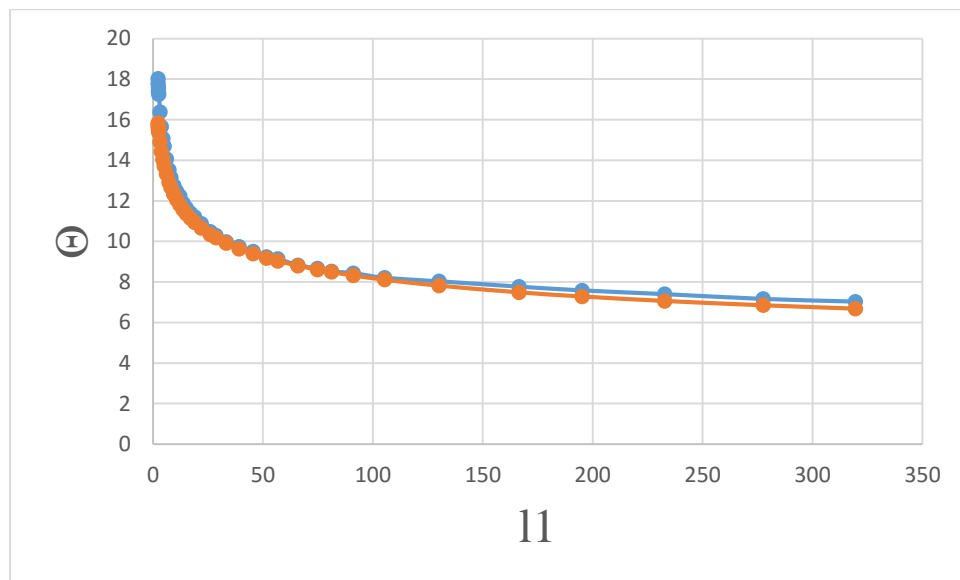


Рисунок 2.22 – Сравнение полученной функции к исходным данным

Так как аппроксимировать степенным методом не получается при отрицательной степени делаем вывод, что необходимо преобразовать функцию к другому виду.

Рисунок 2.2 – Интерфейс программы для снятия исходных данных с графиков

$$\sqrt{\frac{P_{кр}}{J_1}} = \frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{0.1629}}{l_1} * \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{0.41882 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{0.025 * \ln(l_1) - 0.7715}} \quad (2.38)$$

Получаем

$$P_{кр} = J_1 * \left(\frac{2290.4 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{0.1629}}{l_1} * \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{0.41882 * \sqrt{\frac{J_2}{J_1}}^{0.025 * \ln(l_1) - 0.7715}} \right)^2 \quad (2.39)$$

При D=100мм, d=50мм, ходе цилиндра равном l=800мм

D₁=114мм, l₁=921 мм, l₂= 965 мм

$$J_1 = \frac{\pi * 5^4}{64} = 30,66 \quad (2.40)$$

$$J_2 = \frac{\pi * (11,4^4 - 10^4)}{64} = 338 \quad (2.41)$$

$$\sqrt{\frac{J_2}{J_1}} = 3 \quad (2.42)$$

$$\frac{J_2}{J_1} = 11 \quad (2.43)$$

$$\frac{l_2}{l_1} = 1,04 \quad (2.44)$$

$$P_{кр} = 338 * \left(\frac{3651.1}{92,1} * (1.04)^{\frac{0,1867}{(11)^{0,36}}} \right)^2 = 48567 \quad (2.45)$$

Для получения графика зависимости критической силы от длины гильзы гидроцилиндра до исследуемой точки, принимаем что диапазон данных по оси l₂ должен входить в $0.3 \leq \omega \leq 2.5$. Для этого вычислим при каком значении расстояния

шарнира корпуса до переходной точки l_2 значение отношение расстояния шарнира корпуса до переходной точки к расстоянию головки штока до переходной точки $\omega = 0.3$ и $\omega = 2.5$

При $l_2=27.63$ $\omega = 0.3$ и расстоянии шарнира корпуса до переходной точки $l_2=230.63$ $\omega = 2.5$. Диапазон данных принимаем между $27.63 \leq l_2 \leq 230.63$. Берем выборку из тысячи элементов, шаг принимаем $\frac{(230.63-27.63)}{1000} = 0.203$

По полученным данным строим два графика. Первый график имеет по оси x отношение l_2/l_1 , второй l_2

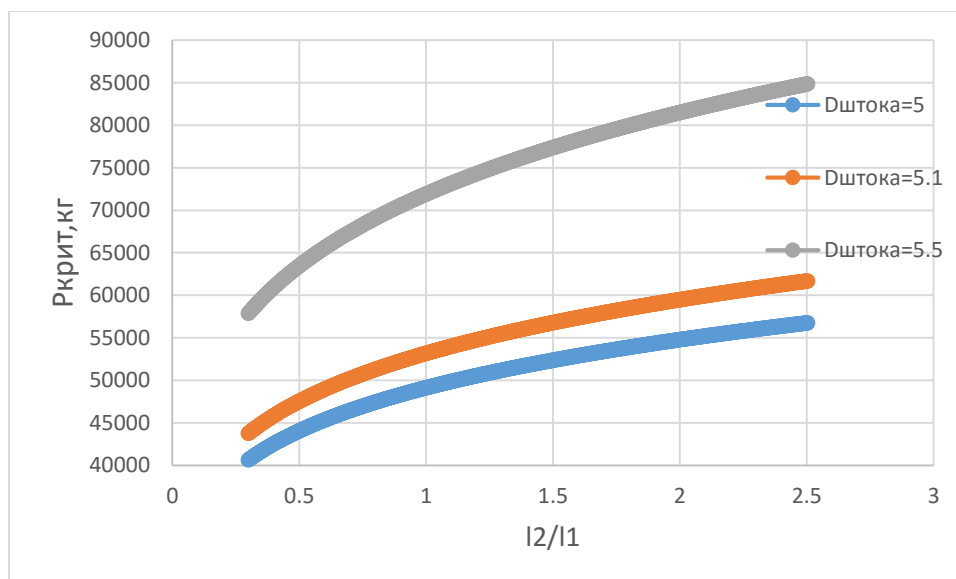


Рисунок 2.23 – Изменение расстояния шарнира корпуса до переходной точки l_2 при расстоянии головки штока до переходной точки $l_1 = 92.1$ см, диаметр штока $D_{штока} = 5$ см, наружный диаметр корпуса $d_{наружный} = 11.4$ см, внутренний диаметр корпуса $d_{внутренний} = 10$ см

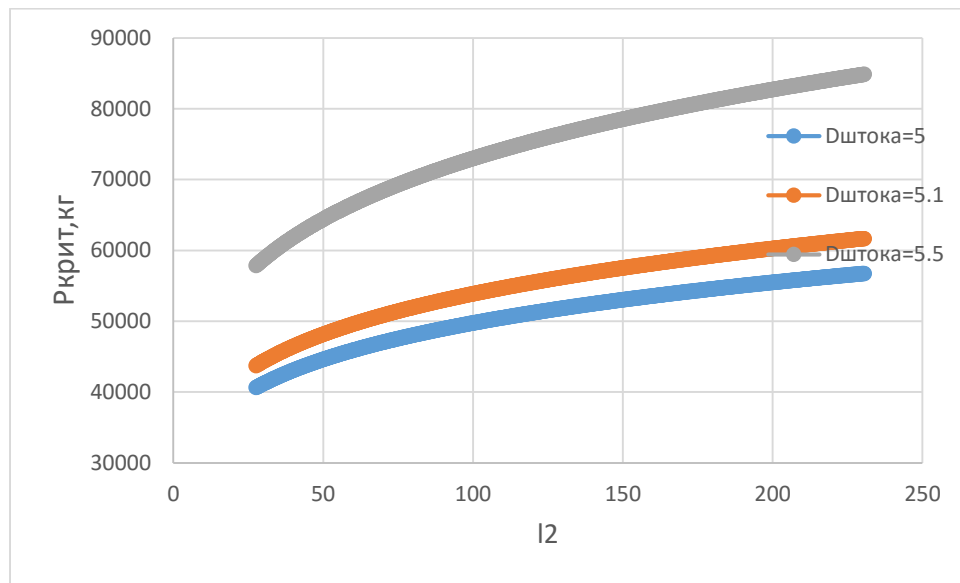


Рисунок 2.24 – Изменение расстояния шарнира корпуса до переходной точки l_2 при расстоянии головки штока до переходной точки $l_1 = 92.1$ см, диаметр штока $D_{штока} = 5$ см, наружный диаметр корпуса $d_{наружный} = 11.4$ см, внутренний диаметр корпуса $d_{внутренний} = 10$ см

При увеличении расстояния шарнира корпуса до переходной точки l_2 критическая сила $P_{критическая}$, увеличивается незначительно. Функция имеет степенной характер. При дальнейшем увеличении диаметра штока критическая сила будет стремиться к постоянному значению.

Для получения графика зависимости критической силы от длины штока до исследуемой точки, принимаем что диапазон данных по оси l_1 должен входить в $0.3 \leq \omega \leq 2.5$. Для этого вычислим при каком значении расстояния головки штока до переходной точки l_1 значение отношение расстояния шарнира корпуса до переходной точки к расстоянию головки штока до переходной точки $\omega = 0.3$ и $\omega = 2.5$

При расстоянии головки штока до переходной точки $l_1 = 37$ отношение расстояния шарнира корпуса до переходной точки к расстоянию головки штока до переходной точки равно $\omega = 0.3$ и $l_1 = 230.63$ отношение равно $\omega = 2.5$. Диапазон

данных принимаем между $27.63 \leq l_2 \leq 321$. Берем выборку из тысячи элементов, шаг принимаем $\frac{(321-37)}{1000} = 0.284$

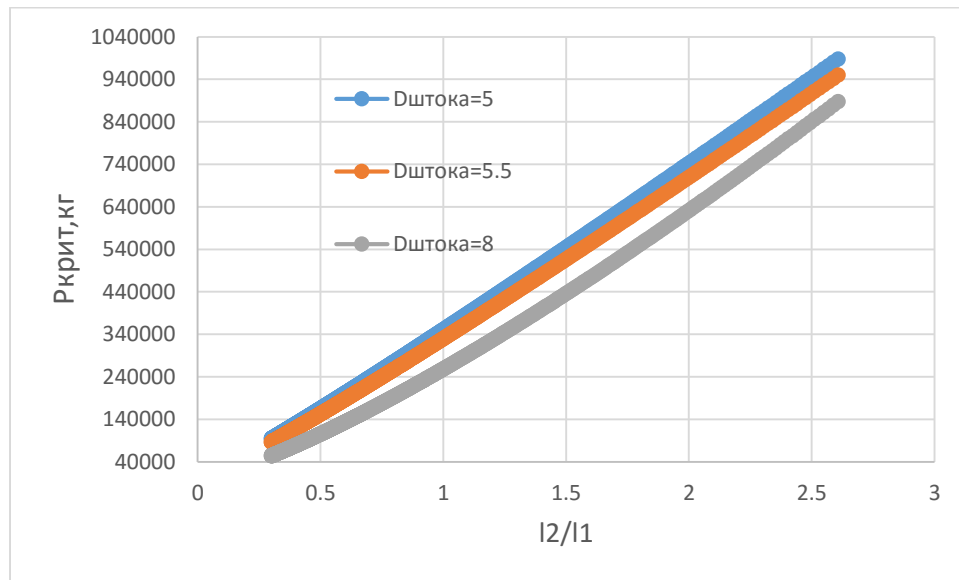


Рисунок 2.25 – Изменение расстояния головки штока до переходной точки l_1 при расстоянии шарнира корпуса до переходной точки $l_2 = 96.5$ см, диаметр штока $D_{штока} = 5$ см, наружный диаметр корпуса $d_{наружный} = 11.4$ см, внутренний диаметр корпуса $d_{внутренний} = 10$ см

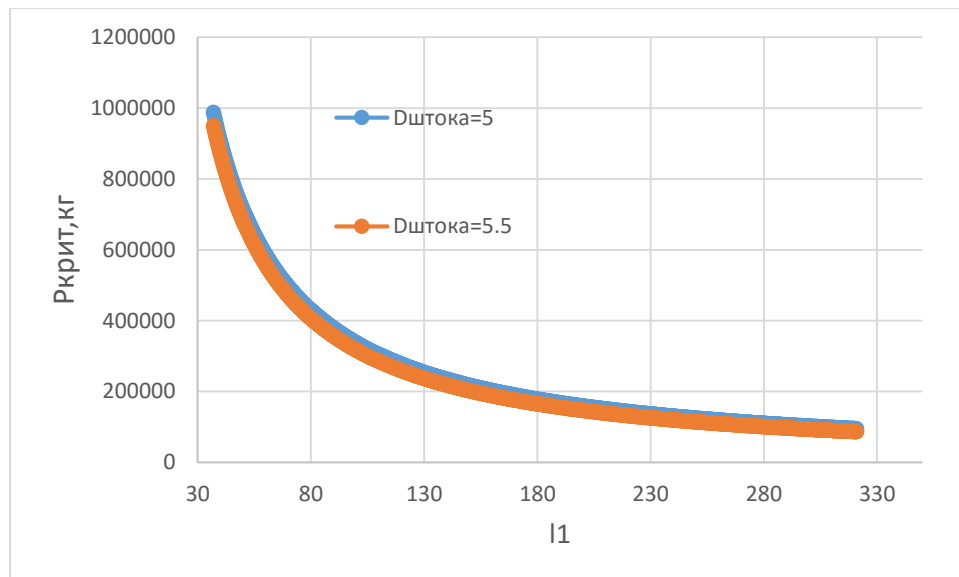


Рисунок 2.26 – Изменение расстояния головки штока до переходной точки l_1 при расстоянии шарнира корпуса до переходной точки $l_2 = 96.5$ см, диаметр штока

$D_{\text{штока}}=5\text{см}$, наружный диаметр корпуса $d_{\text{наружный}}=11.4\text{см}$, внутренний диаметр корпуса $d_{\text{внутренний}}=10\text{см}$

При увеличении расстояния головки штока до переходной точки l_1 критическая сила $P_{\text{критическая}}$, резко падает, как и ожидается. Функция имеет степенной характер. При дальнейшем увеличении диаметра штока критическая сила будет стремиться к постоянному значению.

Для получения графика зависимости критической силы от диаметра штока, принимаем что диапазон данных по оси x должен входить в $1.1 \leq \Omega \leq 5$. Для этого вычислим при каком значении диаметра штока $D_{\text{штока}}$ значение корня отношения момента инерции сечения корпуса гидроцилиндра к моменту инерции штока гидроцилиндра $\Omega = 1.1$ и $\Omega = 5$

При диаметре гидроцилиндра $D_{\text{штока}}=8.9$ и отношении момента инерции сечения корпуса гидроцилиндра к моменту инерции штока гидроцилиндра $\Omega = 1.1$ и $D_{\text{штока}}=6.1$ $\Omega = 5$. Диапазон данных принимаем между $6.1 \leq D_{\text{штока}} \leq 8.9$. Берем выборку из тысячи элементов, шаг принимаем $\frac{(8.9-6.1)}{1000} = 0.0028$

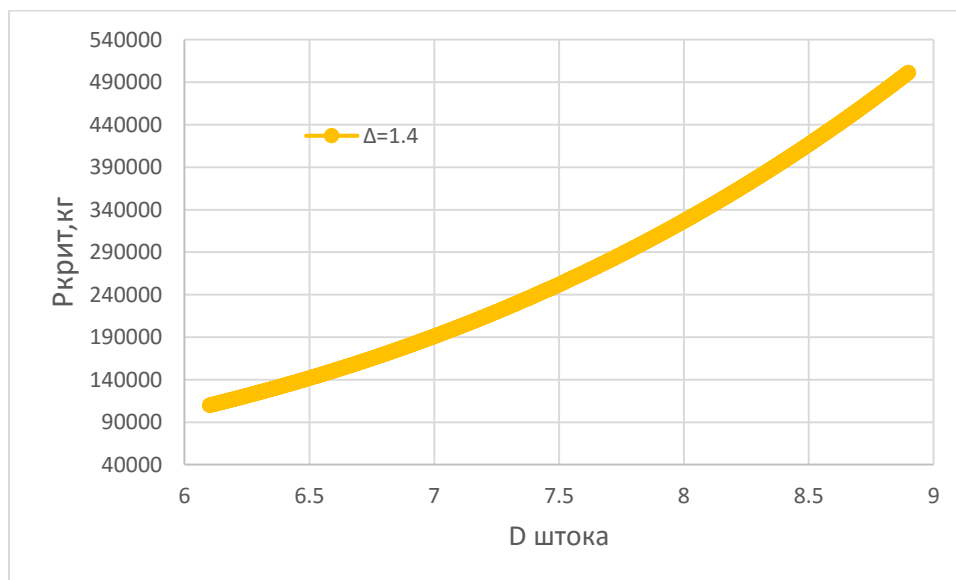


Рисунок 2.27 – Изменение диаметра штока диаметр штока $D_{\text{штока}}$ при расстоянии головки штока до переходной точки $l_1=92.1$ см, расстояния шарнира корпуса до

переходной точки $l_2 = 96.5$ см, наружный диаметр корпуса $d_{\text{наружный}} = 11.4$ см,
внутренний диаметр корпуса $d_{\text{внутренний}} = 10$ см

При уменьшении диаметра штока $D_{\text{штока}}$ критическая сила $P_{\text{критическая}}$, как и ожидается увеличивается. Функция имеет степенной характер. При дальнейшем увеличении диаметра штока критическая сила будет значительно увеличиваться.

Выводы:

- 1) Была обработана методика съема данных с графиков с искажением координатной сетки;
- 2) После предварительной обработки данных были учтены погрешности и нивелированы повторным снятием данных с более высокой точностью;
- 3) Первоначально данные были обработаны в пакете excel что позволило наглядно и эффективно выбрать методы аппроксимации. Вторым шагом выбранные методы были запрограммированы и все данные обработала машина без моего участия, что исключило человеческую ошибку и гарантировало точность;
- 4) Была выявлена зависимость отношения инерций сечения цилиндра и штока и отношения длин штока и цилиндра к критической силе;
- 5) Проверка математической модели показала, что зависимость ведет себя ожидаемо при изменении длины штока и корпуса гидроцилиндра, диаметра штока и толщины корпуса цилиндра. При увеличении расстояния головки штока до переходной точки критическая сила $P_{\text{критическая}}$ уменьшается. При увеличении расстояния головки штока до переходной точки критическая сила $P_{\text{критическая}}$ уменьшается. При увеличении расстояния шарнира корпуса до переходной точки критическая сила $P_{\text{критическая}}$, увеличивается. При уменьшении диаметра штока $D_{\text{штока}}$ критическая сила $P_{\text{критическая}}$ увеличивается.