

2026美赛 C 题 问题思路分析

这道题其实非常适合用**数据挖掘 + 逆向推断**的方法来做。如果你不熟悉博弈论、社会选择理论这些经济学模型，硬套反而容易露馅。用数据挖掘方法的话，核心逻辑就变成了：**基于历史淘汰结果的模式识别与投票逆推**。

背景知识：DWTS 投票机制

在动手之前，必须先搞清楚节目的投票规则。根据 Entertainment Weekly 的报道[1]和节目官方资料[2]：

- 评委评分：每周每对组合（明星+舞伴）表演后，由3-4位评委打分，每人满分10分。
- 观众投票：观众可以通过电话、短信、网站等方式投票。投票数据完全保密，从不公开！
- 淘汰规则：第1-2季用的是排名法（Ordinal Ranking），第3季之后改用百分比法（Percent Method）[2]。

方法	公式	说明
排名法	总排名 = 评委排名 + 投票排名	排名数字越小越好，相加后最大的被淘汰
百分比法	总比例 = 50% × 评委占比 + 50% × 投票占比	占比最低的被淘汰

关键争议：虽然官方说是50/50，但很多观众认为“观众投票权重更大”[3]。这就是问题二要分析的核心。

问题一：估计观众投票

问题抽象

问题一本质上是一个逆向推断问题（Inverse Problem）。

已知：获取更多数学建模相关资料关注【公众号：数模加油站】2026年美国大学生数学建模竞赛交流群：435813314  
评委评分、每周淘汰结果  
未知：观众投票数/比例

用人话说就是：我知道某人被淘汰了，我知道他评委分是多少，我反推他观众投票大概是多少。

重要提醒：题目没有指定使用哪种投票合成方法！

历史上节目用过两种方法：排名法（S1-S2）和百分比法（S3起）。

所以问题一需要分别用两种方法建模，得到两组投票估计！

为什么说这是“逆向问题”？

正向问题是：已知投票 → 计算谁被淘汰。这很简单，套公式就行。

逆向问题是：已知谁被淘汰 → 反推投票。这就难了，因为：

1. 解不唯一：可能有无穷多组投票都能导致同一个淘汰结果
2. 信息损失：淘汰结果只告诉你“谁最差”，不告诉你其他人之间的差距
3. 噪声敏感：评委分的小误差可能导致投票估计的大偏差

这类问题在科学领域很常见，比如：

- 地震波数据 → 反推地下结构（地球物理）
- CT扫描图像 → 反推人体组织（医学成像）
- 观测轨迹 → 反推初始条件（天体力学）

为什么选择这个视角？

很多人可能会想用回归/机器学习来预测投票，但那需要有标签的训练数据——我恰恰没有！投票数是保密的。

逆向推断的好处是：它不需要投票的真实值，只需要淘汰结果作为约束。这正好匹配我的数据情况。

## 建模思路

如果你熟悉运筹学，这就是一个**约束满足问题**（Constraint Satisfaction Problem）

核心策略：针对排名法和百分比法，分别构建两个优化模型

为什么要分别建模？

1. 两种方法的约束条件不同：
  - 排名法：被淘汰者的（评委排名 + 投票排名）必须最大

• 百分比法：被淘汰者的（50%评委占比 + 50%投票占比）必须最低

2. 估计出的投票会不同：同样的淘汰结果，两种方法逆推出的投票分布可能差异很大

3. 这正是问题二需要的输入：问题二要对比两种方法，前提是问题一给出两组估

计两种方法的约束条件：

方法	综合得分公式	淘汰条件
排名法	$\text{Score}_j = \text{Rank\_judge}(j) + \text{Rank\_vote}(j)$	最大的被淘汰
百分比法	$\text{Score}_j = 0.5 \times \text{Pct\_judge}(j) + 0.5 \times V_j$	最小的被淘汰

目标函数（在满足约束的前提下优化）：

因为解不唯一，我需要一个先验假设来挑选“最合理”的解。

最自然的假设是：观众倾向于给高分选手投票（虽然不完全一致，但大体正相关）。

所以目标函数设为： $\min \sum ((V_j - \hat{V}_j)^2)$ ，其中 $\hat{V}_j$ 是根据评委分预测的投票比例。这样做的好处：

1. 保证估计的投票一定能复现实际淘汰结果
2. 在多个可能解中选择“最不意外”的那个
3. 可以用成熟的凸优化求解器（cvxpy、ECOS等）高效求解
4. 两种方法分别建模，为问题二提供对比基础

用 Python + cvxpy 实现约束优化（两种方法）：

对比维度	排名法	百分比法
信息使用	只用相对排名	使用绝对分数
分数差距	完全忽略	完全保留
优势选手	优势被压缩	优势被放大
冷门选手	更容易逆袭	很难逆袭

举个例子：

假设某周3位选手的评委分是：A=9分，B=8分，C=5分

用排名法：

- A排第1，B排第2，C排第3
- 评委分差距（9 vs 5 = 4分）被压缩成排名差距（1 vs 3 = 2个

名次）用百分比法：

- A占比  $9/(9+8+5) = 41\%$
- B占比  $8/22 = 36\%$
- C占比  $5/22 = 23\%$
- 差距保留：C要翻盘需要比A多18%的投票！

这意味着什么？

如果观众狂热支持C（比如C是偶像歌手有粉丝），用排名法C可能逆袭成功，用百分比法C很难翻盘。

所以节目组选择哪种方法，直接影响了“人气选手”能走多远。这就是问题二要分析的核心。

## 建模思路

数据输入：问题一估计的两组投票（votes\_rank 和 votes\_percent）

分析目标：这两种方法会导致多大程度的结果差异？在什么情况下差异最大？

步骤一：对每一季每一周，分别用排名法和百分比法计算综合排

名这是基础对比——看两种方法给出的淘汰人选是否一致。

步骤二：比较两种方法的淘汰结果是否不同

统计“不一致率”：多少周两种方法会淘汰不同的人？

问题三：影响因素分析

问题抽象

问题三其实就是一个回归分析问题——找出影响评委评分和观众投票的关键因素。

输入特征X：年龄、行业、来源地、舞伴

输出标签Y：评委分 / 观众投票 / 最终

名次这个问题的真正价值是什么？

表面上是找影响因素，实际上是要回答一个更深层的问题：

评委和观众的判断标准一样吗？

如果年龄对评委分影响大，但对观众投票影响小——说明评委看重“成熟稳重”，观众更喜欢“年轻活力”。

如果舞伴经验对两者影响都很大——说明舞伴选择对比赛结果影响巨大，可能需要在问题四里考虑。

为什么要从“因素分析”入手？

- 1. 可解释性强：机器学习预测准不准不重要，重要的是能解释“为什么”
- 2. 支撑问题四：设计新系统需要知道哪些因素最重要
- 3. 验证问题一：如果影响因素对评委分和估计投票的作用方向相反，说明估计是合理的建模思路

推荐方案：随机森林 + 特征重要性分析

为什么用随机森林而不是线性回归？

方法	优点	缺点
线性回归	系数直观	要求线性关系、特征独立
随机森林	能捕捉非线性、自动处理交互	黑箱，系数不好解释
XGBoost	精度高	更难解释

选择随机森林的理由：

- 1. 能处理分类特征（行业、舞伴）：不需要手动one-hot编码
- 2. 自动给出特征重要性排序：论文里直接用，说服力强
- 3. 不需要什么假设，简单粗暴：对数据分布没有要求
- 4. 能发现交互效应：比如“年轻运动员”和“年轻演员”可能表现不同

问题抽象

问题四其实是一个机制设计问题——设计一套规则，平衡不同利益相关者的诉求。

目标：设计一个既公平（专业性得到体现）又有趣（观众有参与感）的投票系统。

为什么这是一个难问题？

公平性和娱乐性往往是矛盾的：

目标	极端情况	问题
完全公平	只看评委分	观众没有存在感，收视率下降
完全娱乐	只看投票	技术最差的可能夺冠，节目专业性受质疑

历史上DWTS就出现过“争议冠军”——评委分很低但粉丝投票把他抬到冠军。节目口碑受损。

所以我需要设计一个权衡机制，既尊重专业判断，又保持观众热情。

设计原则是什么？

- 1. 专业兜底：技术太差的选手不应该夺冠，再受欢迎也不行
- 2. 观众影响力：观众投票要有实质作用，不能沦为摆设
- 3. 悬念保持：比赛不能一眼看穿结果，要有逆转可能
- 4. 规则透明：观众能理解规则，知道自己投票有用

建模思路

三种方案，从简单到复杂：

方案一：动态权重机制

核心思想：随比赛进程调整权重

初期（第1-3周）：观众权重大（70%），增加参与感，让更多人关注

后期（第8-10周）：评委权重大（70%），保证冠军实至名归

为什么这样设计？

初期淘汰的都是“弱者”，让观众决定谁走其实影响不大

后期都是强者，需要专业眼光区分高下  
渐进变化，观众不会感觉“突然被剥夺权力”

优点：简单、透明、容易解释

缺点：观众可能质疑“后期我的投票没用了”

根据EDA分析，以下发现对建模很重要：

发现	建模启示
评委分随周数递增（6.5→9.4分）	跨周比较要用相对排名，不能直接比分数
评委间高度一致（相关系数0.85+）	可直接用平均分代表评委意见
运动员和演员容易夺冠	行业是重要控制变量
Derek Hough参赛17季，6次冠军，胜率35%[4]	舞伴效应极其显著
部分赛季仅3位评委（S1-S8）	需分赛季处理评委数据

参考文献

[1] Entertainment Weekly, "How does DWTS voting work? Executive producer explains"  
<https://ew.com/>

[2] Rice University, "Dancing with the Stars Voting Analysis"  
<https://www.stat.rice.edu/~dobelman/dwts.html>

[3] Collider, "DWTS voting controversy: Why audience votes seem to matter more"  
<https://collider.com/>

[4] Cheatsheet, "Derek Hough DWTS Statistics: 6 Wins in 17 Seasons"  
<https://www.cheatsheet.com/>

[5] JustJared, "Former DWTS Pro Explains Voting System"  
<https://www.justjared.com/>