TP no. 3 : Compression par quantification

L'objectif de ce TP est de voir l'intérêt des notions de fonctions de corrélation et de quantification dans une application courante de compression d'un signal de son.

Pour réaliser la compression d'un signal sonore, noté dans ce qui suit $x(n)$, on peut employer une méthode prédictive qui consiste à coder une erreur de prédiction $\tilde{z}(n)$. Cette méthode est basée sur le fait que le signal $\tilde{z}(n)$ est de puissance plus faible que le signal d'origine $x(n)$ et qu'il peut être quantifié sur un nombre réduit Q de niveaux de quantification. Le signal peut alors être reconstruit à partir de cette erreur de prédiction quantifiée. Le *codeur* qui réalise la compression effectue les calculs suivants :

- **Initialisation** : pour $n = 1, \ldots, L$, $\quad \tilde{x}(n) = x(n)$ et $\tilde{z}(n) = x(n)$.
- **Itérations** : pour $n = L+1, \ldots$

$$\hat{x}(n) = h_L(1)\tilde{x}(n-1) + h_L(2)\tilde{x}(n-2) + \ldots + h_L(L)\tilde{x}(n-L) \quad \text{étape de prédiction} \tag{1}$$

$$\tilde{z}(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad \text{signal erreur de prédiction} \tag{2}$$

$$\bar{z}(n) = \mathcal{Q}[\tilde{z}(n)] \quad \text{erreur de prédiction quantifiée}$$

$$\tilde{x}(n) = \hat{x}(n) + \bar{z}(n) \quad \text{signal reconstruit} \tag{3}$$

1) Charger l'enregistrement de son de flute stocké dans le fichier "flute.dat". Déterminer le nombre d'échantillons N de ce signal.
2) Calculer les coefficients $h_L(1), h_L(2), \ldots, h_L(L)$ du vecteur $\mathbf{h}_L$, pour $L = 1, 2, 3$, sachant que :

$$\mathbf{h}_L = \Gamma_L^{-1}\mathbf{c}_L \tag{4}$$

avec

$$\Gamma_L = \begin{pmatrix} \gamma_x(0) & \gamma_x(1) & \gamma_x(2) & \ldots & \ldots & \gamma_x(L-1) \\ \gamma_x(1) & \gamma_x(0) & \gamma_x(1) & \ddots & \ldots & \gamma_x(L-2) \\ \gamma_x(2) & \gamma_x(1) & \gamma_x(0) & \ddots & \ddots & \gamma_x(L-3) \\ \ldots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \gamma_x(2) \\ \ldots & & \ddots & \ddots & \ddots & \gamma_x(1) \\ \gamma_x(L-1) & \ldots & \ldots & \gamma_x(2) & \gamma_x(1) & \gamma_x(0) \end{pmatrix}, \quad \text{et} \quad \mathbf{c}_L = \begin{pmatrix} \gamma_x(1) \\ \gamma_x(2) \\ \gamma_x(3) \\ \ldots \\ \gamma_x(L) \end{pmatrix}$$

On rappelle qu'on peut calculer l'autocorrélation en énergie γ_x d'un signal x à temps discrêt, à l'aide de la fonction suivante : **convol(x,x(length(x) :-1 :1))**.
3) Calculer pour L=1,2 et 3 l'erreur quadratique moyenne de prédiction définie par :

$$EQM = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{n=N}(x(n) - \hat{x}(n))^2 \tag{5}$$

Comment varie la valeur de l'EQM en fonction de L ?

4)Déterminer des estimations des paramètres dx et dz qui sont tels que :
• Nombre d'échantillons de $x(n)$ tel que $|x(n)| \leq dx = 0.95N$.
• Nombre d'échantillons de $z(n)$ tel que $|z(n)| \leq dz = 0.95N$.
On pourra utiliser la fonction **sort** de scilab. Ces paramètres dx et dz permettent d'avoir une bonne idée des dynamiques respectives des signaux $x(n)$ et $z(n)$.
5) L'opération de quantification introduit une distortion D dans le signal reconstruit $\tilde{x}(n)$ donnée par :

$$D = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n=N} (x(n) - \tilde{x}(n))^2 \tag{6}$$

Montrer que la distorsion D est aussi égale à l'erreur de quantification de $\tilde{z}(n)$.
6) Appliquer l'algorithme de compression décrit ci-dessus au signal de son de flute. On choisira $L = 3$ et $Q = 5$. La quantification se fera à l'aide du programme quantu qui vous est également fourni. Celui-ci réalise une quantification uniforme de l'entrée passée en argument, connaissant les bornes inférieure et supérieure de sa plage de variation. On pourra ici fixer ses valeurs à $-dz$ et dz, dz étant le paramètre déterminé à la question 4). Evaluez numériquement la distorsion obtenue.
7) Comparez la dernière valeur de distorsion à celle qui aurait résulté d'une quantification directe du signal d'origine $x(n)$.