

Corrigé type CC2

Exercice 1 :

1. Pour trier (ordre décroissant) une liste d'entiers de taille n en utilisant un TAS, on procède comme suit :
 - a. Transformer la liste en un Tasmax (resp. TASmin) (supprimer le premier élément de la liste et l'insérer dans un TAS)
 - b. Extraire n fois le maximum (resp. minimum) qui se trouve à la racine et insérer à la fin (resp. au début) de la liste.
2. Appliquer le tri par TAS sur la liste suivante (illustrer toutes les permutations possibles) :
 $L = \{34, 20, 40, 10, 7, 15, 22, 8, 4\}$

	TASmax	TASmin
Construction	<p>Une permutation</p> <pre> graph TD 40((40)) --> 20((20)) 40 --> 34((34)) 20 --> 10((10)) 20 --> 7((7)) 34 --> 15((15)) 34 --> 22((22)) 10 --> 8((8)) 10 --> 4((4)) </pre>	<p>11 permutations</p> <pre> graph TD 4((4)) --> 7((7)) 4 --> 15((15)) 7 --> 8((8)) 7 --> 10((10)) 15 --> 20((20)) 15 --> 40((40)) 15 --> 22((22)) </pre>
Destruction	Supp 40, 34, 22, 20, 15, 10, 8, 7, 4	Supp 4, 7, 8, 10, 15, 20, 22, 34, 40

3. Calculer la complexité au pire des cas du tri par TAS.

$$\begin{aligned}
 T_{\text{tri}} &= T_{\text{constTAS}} + n * T_{\text{suppracineTAS}} = n * T_{\text{insTAS}} + n * T_{\text{suppracineTAS}} = n * (T_{\text{insTAS}} \\
 &+ T_{\text{suppracineTAS}}) \\
 O(T_{\text{tri}}) &= n * O(T_{\text{insTAS}} + T_{\text{suppracineTAS}}) = n * O(\log_2 n + \log_2 n) = O(n * \log_2 n).
 \end{aligned}$$

Exercice 2 :

Soit la fonction suivante (Algorithme de Lucas) :

$$x^n = \begin{cases} 1 \text{ pour } n = 0 \\ (x^{\frac{n}{2}})^2 \text{ pour } n \text{ pair} \\ x^{n-1} x \text{ pour } n \text{ impair} \end{cases}$$

1. Écrire l'algorithme récursif permettant de calculer cette fonction.

Lucas (x, n : entier)

Si ($n = 0$) alors

 Lucas $\leftarrow 1$

Sinon

 Si ($n \% 2 = 0$) alors

 Lucas \leftarrow Lucas ($x, n/2$) * Lucas ($x, n/2$) (ou bien Lucas (Lucas ($x, n/2$), 2))

 Sinon

 Lucas \leftarrow Lucas ($x, n-1$) * x

 FSI

FSI

Fin.

Corrigé type CC2

- 2.** Quel est le type de récursivité ?

Multiple non terminale.

- 3.** Calculer la complexité de l'algorithme

$$T(n) = 2 T(n/2) + C_1 \text{ si } n \text{ est pair}$$

$$a=2, b=2, k=0 \text{ donc } O(T) = O(n)$$

$$T(n) = T(n-1) + C_2 \text{ si } n \text{ est impair alors } n-1 \text{ est pair}$$

$$T(n) = 2 T((n-1)/2) + C$$

$$O(T) = O(n-1) = O(n)$$

