

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسار

INSTRUCTIONS GÉNÉRALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
 - ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
 - ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de questions indépendantes entre elles, deux exercices et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Questions	Nombres complexes et calcul intégral	4,5 points
Exercice 1	Géométrie dans l'espace	2,5 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	10 points

2 4	الصفحة:	الامتحان الوطني المعمود للبكالوريا - الدورة العاشرة 2005- الموضوع - مادة الرياضيات - مادة العلوم التجريبية بعمالة
--------	---------	--

		Questions : (4,5 points)
1		1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 - 2(1+2i)z + 1+4i = 0.$
1		2. Montrer que : $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = 1.$
1		3. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \frac{2e^3 + 1}{9}.$
1,5		4. Montrer que : $\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = \frac{\pi}{6}$ (on pourra poser : $t = \sqrt{x-1}$).
		Exercice 1 : (2,5 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, la sphère S d'équation : $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ et le plan P d'équation : $x + y - 3 = 0$.
1		1. Montrer que le plan P est tangent à la sphère S.
1,5		2. Déterminer les coordonnées du point de contact de P et S.
		Exercice 2 : (3 points) Une urne contient trois boules blanches et sept boules noires (les boules sont indiscernables au toucher).
1,25		1. On tire au hasard, simultanément, deux boules de l'urne. Soit A et B les deux événements suivants : A : "Les deux boules tirées sont noires". B : "Parmi les deux boules tirées, une boule au moins est blanche". Montrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\frac{7}{15}$ et que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{8}{15}$.
0,75		2. On considère l'expérience aléatoire suivante : On tire une boule de l'urne, si la boule est blanche, on arrête le tirage et si elle est noire on la met de côté puis on tire une deuxième et dernière boule de l'urne. Soit C et D les deux événements suivants : C : "Avoir une boule blanche au premier tirage". D : "Avoir une boule blanche". a) Calculer la probabilité de l'événement C.

1 b) Montrer que la probabilité de l'événement D est égale à $\frac{8}{15}$.

Problème : (10 points)

Première partie :

On considère les deux fonctions g et h définies sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x - 1 - \ln x \text{ et } h(x) = x + (x-2)\ln x.$$

0,75 1.a) Calculer $g'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ puis étudier le sens de variations de la fonction g .

0,25 b) En déduire que : $g(x) \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

0,5 2.a) Montrer que : $h(x) = 1 + g(x) + (x-1)\ln x$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

0,5 b) Montrer que : $(x-1)\ln x \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

0,5 3. En déduire que : $h(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

Deuxième partie :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2.$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

0,5 1.a) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat.

1 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis déterminer la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$ (remarquer que : $f(x) = 1 + x \ln x \cdot \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$)

0,5 2.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

0,25 b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$.

3. Soit (Δ) la droite tangente à la courbe (C) au point $A(1; 1)$.

0,5 a) Montrer que $y = x$ est une équation cartésienne de la droite (Δ) .

0,5 b) Vérifier que : $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

1 c) Etudier le signe de $f(x) - x$ puis en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ) .

0,75

4. Construire la courbe (C) et la droite (Δ) dans le même repère.

(on admettra que la courbe (C) possède un point d'inflexion d'abscisse comprise entre 1 et 1,5).

Troisième partie :

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = \sqrt{e} \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

0,5

1. Montrer par récurrence que : $1 < u_n < e$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1 2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (on pourra utiliser le résultat de la question 3.c) de la deuxième partie).

1 3. En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Offre à distance

2 BAC PC & SM

لتتسجيل أرسل كلمة “2BAC” إلى الرقم
0600205452 عبر الواتساب



PACK

V.I.P

Grp1 watsp
Grp2 watsp
Grp1 FB
Grp2 FB
Zoom

PACK

Normal

Grp watsp
Grp1 FB
Grp2 FB

