

1	الصفحة:
4	

**الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2004
- الموضوع -**

٢٠٠٤-٢٠٠٣-٢٠٠٢
٢٠٠٣-٢٠٠٢-٢٠٠١
٢٠٠٢-٢٠٠١-٢٠٠٠
٢٠٠٠-٢٠٠١-٢٠٠٢



السلك الديارى
وزارة التربية والتعليم
والتراث والفنون
والعلم والبحث العالمى

المجلس الوطني للتقويم والامتحانات

والتجزئة

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3,5 points
Exercice 2	Nombres complexes	3,5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	10 points

Exercice 1 : (3,5 points)

L'espace (E) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$.

1. Montrer que (S) est une sphère de centre $\Omega(0, 2, -1)$ et de rayon $r = \sqrt{3}$.

0,25 2.a) Vérifier que le point $A(-1, 1, 0)$ appartient à la sphère (S).

1 b) Écrire une équation du plan (P) tangent à la sphère (S) au point A .

0,5 3.a) Vérifier que : $x + y + z - 2 = 0$ est une équation cartésienne du plan (Q)

passant par le point $B(1, 3, -2)$ et $\vec{n}(1, 1, 1)$ est un vecteur qui lui est normal.

0,75 b) Montrer que (Q) coupe (S) suivant un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

Exercice 2 : (3,5 points)

On considère dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} l'équation :

$$(E) : z^2 - 4iz - 4(1+i) = 0.$$

On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) tel que :

$$\Re(z_1) > 0.$$

1. Montrer que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta = [2\sqrt{2}(1+i)]^2$ puis déterminer z_1 et z_2 .

1. On pose : $a = 2i$ et $b = \sqrt{2}(1+i)$.

Vérifier que : $z_1 = a + b$ et $z_2 = a - b$ puis écrire a et b sous forme trigonométrique.

3. On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A , B et C d'affixes respectives a , b et z_1 .

1 a) Représenter les points A , B et C et vérifier que : $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB}$ et que $OA = OB$.

0,5 b) En déduire que $OBCA$ est un losange et que : $\arg(z_1) \equiv \frac{3\pi}{8}[2\pi]$.

Exercice 3 : (3 points)

Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher : deux jetons blancs portant le nombre 1, trois jetons rouges portant les nombres 1, 2 et 2 et quatre jetons noirs portant les nombres 1, 1, 2 et 2.

On tire simultanément et au hasard trois jetons du sac.

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للثانويات - الدورة العادية 2004 - الموضوع - مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وعمالقة
4		

0,75	<p>1. Calculer les probabilités des événements suivants :</p> <p>A : "les trois jetons tirés sont de couleurs différentes (un jeton de chaque couleur)".</p> <p>B : "les trois jetons tirés portent le même nombre".</p> <p>C : "au moins un jeton parmi les jetons tirés est rouge".</p>
0,75	2. Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
	Exercice 4 : (10 points) <p>I) Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur \mathbb{R} par :</p> $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}.$ <p>(C) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.</p>
0,5	1.a) Vérifier que : $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$ pour tout x de \mathbb{R} .
0,5	b) En déduire que f est une fonction impaire.
0,5	2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
1,25	3.a) Montrer que : $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ pour tout x de \mathbb{R} .
0,5	b) Donner le tableau de variations de la fonction f sur \mathbb{R}^+ .
0,5	c) En déduire que : $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$ pour tout x de \mathbb{R}^+ .
0,5	4. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ puis interpréter géométriquement ce résultat.
1,5	5. Tracer dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la droite d'équation $y = 1 - \frac{1}{2}x$ puis construire la courbe (C).
1,25	6. a) En posant $t = e^{-x}$, montrer que $\int_{-1}^0 \frac{1}{1 + e^x} dx = \ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$.
0,75	b) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = -1$ et $x = 0$.

II) Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

0,5 1. Montrer par récurrence que : $u_n > 0$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

0,5 2.a) Vérifier, en utilisant le résultat de la question I)3.c), que :

$$u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n, \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

0,5 b) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

0,75 3. Montrer que : $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$, pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.