SDS DM Programmation en R

Imad Bendimerad

11/16/2022

Installation et chargement des Packages

```
#install.packages("readxl")
library(readxl)
```

Partie 1:

Jeu de données

Afin d'importer le sheet excel, on utilise read_excel en choisissant le calque "Body paramters" et on déclare le codage des NA qui est dans ce cas la chaine de caractères "NA":

```
rm(list=ls())
#setwd("~/Library/Mobile Documents/com~apple~CloudDocs/M2SDS")
PhotoDRYAD <- read_excel("PhotoDRYAD.xlsx",sheet = "Body paramters", na = "NA")
head(PhotoDRYAD)</pre>
```

```
## # A tibble: 6 x 10
##
                    Age CaptivityWild Height Chest G~1 Neck ~2 Length Weight Foot ~3
       Sex ID
     <dbl> <chr> <dbl> <chr>
                                        <dbl>
                                                   <dbl>
                                                            <dbl>
                                                                   <dbl>
                                                                           <dbl>
                                                                                    <dbl>
## 1
         1 AA
                    739 a
                                           207
                                                     332
                                                              230
                                                                      NA
                                                                            2249
                                                                                       NA
## 2
         1 AA
                    749 a
                                           207
                                                     341
                                                              232
                                                                      NA
                                                                            2136
                                                                                      110
         1 AA
                    741 a
                                           208
                                                     332
                                                              232
                                                                      NA
                                                                            2120
                                                                                      116
## 4
         1 AA
                    744 a
                                           208
                                                     340
                                                              230
                                                                      NA
                                                                            2138
                                                                                      110
## 5
         1 AA
                    747 a
                                           208
                                                     342
                                                              235
                                                                      NA
                                                                            2290
                                                                                      111
         1 AA
                    735 a
                                           210
                                                              227
                                                                      203
                                                                            2185
                                                                                      114
## # ... with abbreviated variable names 1: 'Chest Girth',
       2: 'Neck Circumference', 3: 'Foot size'
```

```
any(is.na(PhotoDRYAD$ID))
```

```
## [1] TRUE
```

```
which(is.na(PhotoDRYAD$ID))
```

[1] 2237

Avant d'utiliser ce jeu de données, on remarque que les variables de la colonne ID ont une combinaison de 2 lettres, on vérifie alors si il y'a un ID qui se nomme "NA" et qui aurait pu être prit pour un NA dans la commande d'importation, et effectivement c'était le cas.

On remplace le NA par une chaine de caractères "NA" qui représente l'ID.

```
PhotoDRYAD[2237,2] <- "NA" summary(PhotoDRYAD)
```

```
##
         Sex
                           ID
                                                            CaptivityWild
                                                Age
##
    Min.
            :1.000
                     Length: 2475
                                          Min.
                                                  : 11.0
                                                            Length: 2475
    1st Qu.:1.000
                     Class : character
                                          1st Qu.:100.0
                                                            Class : character
##
    Median :1.000
                                          Median :179.0
                                                            Mode :character
##
                     Mode :character
##
            :1.452
                                                  :289.1
    Mean
                                          Mean
    3rd Qu.:2.000
                                          3rd Qu.:490.0
##
            :2.000
                                          Max.
                                                  :855.0
##
    Max.
##
                                       Neck Circumference
##
        Height
                       Chest Girth
                                                                Length
##
    Min.
            :122.0
                     Min.
                             :160.0
                                       Min.
                                              : 85.0
                                                            Min.
                                                                   :122.0
##
    1st Qu.:187.0
                     1st Qu.:272.0
                                       1st Qu.:167.0
                                                            1st Qu.:188.0
                                                            Median :221.0
##
    Median :206.0
                     Median :303.0
                                       Median :190.0
##
    Mean
            :207.2
                     Mean
                             :303.8
                                       Mean
                                              :192.8
                                                            Mean
                                                                   :226.6
    3rd Qu.:224.0
                     3rd Qu.:335.0
##
                                       3rd Qu.:216.0
                                                            3rd Qu.:262.0
##
    Max.
            :279.0
                     Max.
                             :452.0
                                               :305.0
                                                                   :365.0
                                       Max.
                                                            Max.
##
    NA's
            :72
                     NA's
                             :44
                                       NA's
                                               :1325
                                                            NA's
                                                                   :834
##
        Weight
                      Foot size
##
    Min.
            : 293
                    Min.
                            : 64.0
##
    1st Qu.:1390
                    1st Qu.: 97.0
    Median:1935
                    Median :107.0
            :2019
##
    Mean
                    Mean
                            :107.4
##
    3rd Qu.:2532
                    3rd Qu.:117.0
##
    Max.
            :4582
                            :375.0
                    Max.
##
                    NA's
                            :378
```

En appliquant le summary, on observe que les variables catégorielles Sex et ID et CaptivityWild ne sont pas dans le bon format et donc avant de manipuler ce jeu de données on commence par la rectification de cela:

```
Data <- PhotoDRYAD
Data$Sex <- as.factor(Data$Sex)
Data$ID <- as.factor(Data$ID)
Data$CaptivityWild <- as.factor(Data$CaptivityWild)
summary(Data)</pre>
```

```
##
                     ID
                                                CaptivityWild
                                                                    Height
    Sex
                                    Age
##
    1:1356
              AJ
                         21
                               Min.
                                       : 11.0
                                                a:2010
                                                                Min.
                                                                        :122.0
              AP
                         21
                               1st Qu.:100.0
                                                b: 465
                                                                1st Qu.:187.0
##
    2:1119
##
              AY
                         21
                               Median :179.0
                                                                Median :206.0
##
              ΒI
                         21
                                       :289.1
                                                                        :207.2
                               Mean
                                                                Mean
              BJ
                         21
                               3rd Qu.:490.0
                                                                3rd Qu.:224.0
##
                               Max.
                                                                        :279.0
##
              BL
                         21
                                       :855.0
                                                                Max.
##
              (Other):2349
                                                                NA's
                                                                        :72
##
     Chest Girth
                      Neck Circumference
                                               Length
                                                                 Weight
            :160.0
                                                                    : 293
##
    Min.
                     Min.
                              : 85.0
                                           Min.
                                                  :122.0
                                                             Min.
    1st Qu.:272.0
                      1st Qu.:167.0
                                           1st Qu.:188.0
                                                             1st Qu.:1390
##
```

```
##
   Median :303.0
                   Median :190.0
                                      Median :221.0
                                                      Median:1935
##
   Mean
          :303.8
                          :192.8
                                              :226.6
                                                             :2019
                   Mean
                                      Mean
                                                      Mean
   3rd Qu.:335.0
                                                       3rd Qu.:2532
##
                   3rd Qu.:216.0
                                      3rd Qu.:262.0
##
  Max.
           :452.0
                   Max.
                           :305.0
                                      Max.
                                              :365.0
                                                       Max.
                                                              :4582
##
   NA's
           :44
                   NA's
                           :1325
                                      NA's
                                              :834
##
     Foot size
          : 64.0
##
  Min.
   1st Qu.: 97.0
##
## Median :107.0
## Mean
          :107.4
  3rd Qu.:117.0
          :375.0
## Max.
  NA's
           :378
```

1 Combien y a-t-il de lignes ? Combien d'animaux différents sont inclus ? Combien y en a-t-il de chaque sexe ?

```
dim(Data)

## [1] 2475 10

length(levels(Data$ID))

## [1] 400

summary(Data$Sex)

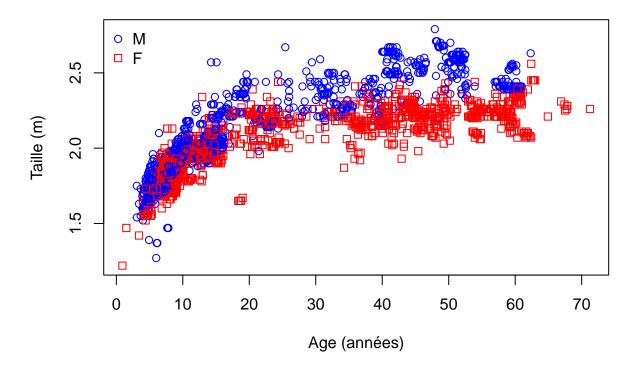
## 1 2
## 1356 1119

Le jeu de données se compose de :
- 2475 lignes (observations).
```

2 Faire un graphique montrant la relation entre l'âge en années et la taille (variable Height) en mètres, en distinguant les éléphantes des éléphants par des couleurs et des formes de points distinctes.

- 1356 éléphantes et 1119 éléphants (indices de correspondance tirés de l'énoncé).

- 400 différents animaux.



Graphique montrant la relation entre l'âge en années et la taille en mètres des éléphantes et des éléphants

3 Quelle est la proportion de données manquantes pour chacune des variables ?

```
prop.na.Height <- sum(is.na(Data$Height)) / length(Data$Height)</pre>
prop.na.Age <- sum(is.na(Data$Age)) / length(Data$Age)</pre>
prop.na.CaptivityWild <- sum(is.na(Data$CaptivityWild)) / length(Data$CaptivityWild)</pre>
prop.na.ChestGirth <- sum(is.na(Data$`Chest Girth`)) / length(Data$`Chest Girth`)</pre>
prop.na.NeckCircumference <- sum(is.na(Data$`Neck Circumference`)) / length(Data$`Neck Circumference`)</pre>
prop.na.Length <- sum(is.na(Data$Length)) / length(Data$Length)</pre>
prop.na.Weight <- sum(is.na(Data$Weight)) / length(Data$Weight)</pre>
prop.na.Footsize <- sum(is.na(Data$`Foot size`)) / length(Data$`Foot size`)</pre>
prop.na <- list(prop.na.Height=prop.na.Height, prop.na.Age=prop.na.Age,</pre>
prop.na.CaptivityWild=prop.na.CaptivityWild, prop.na.ChestGirth=prop.na.ChestGirth,
prop.na.NeckCircumference=prop.na.NeckCircumference, prop.na.Length=prop.na.Length,
prop.na.Weight=prop.na.Weight, prop.na.Footsize=prop.na.Footsize)
prop.na
## $prop.na.Height
## [1] 0.02909091
##
## $prop.na.Age
## [1] 0
##
```

\$prop.na.CaptivityWild

```
## [1] 0
##
## $prop.na.ChestGirth
## [1] 0.01777778
##
## $prop.na.NeckCircumference
## [1] 0.5353535
##
## $prop.na.Length
## [1] 0.3369697
##
## $prop.na.Weight
## [1] 0
##
## $prop.na.Footsize
## [1] 0.1527273
```

La liste contient l'indicateur de la variable et la proportion des NA qu'elle contient.

4 Extraire un jeu de données ne conservant que les colonnes ID, Sex, Age, Height, Chest.Girth, Weight.

```
data4 <- Data[,c(2,1,3,5,6,9)]
head(data4)</pre>
```

```
## # A tibble: 6 x 6
##
     ID
           Sex
                    Age Height 'Chest Girth' Weight
##
     <fct> <fct> <dbl>
                         <dbl>
                                         <dbl>
                                                <dbl>
## 1 AA
           1
                    739
                            207
                                           332
                                                 2249
## 2 AA
                    749
                            207
                                           341
                                                 2136
           1
## 3 AA
           1
                    741
                            208
                                           332
                                                 2120
## 4 AA
           1
                    744
                            208
                                           340
                                                 2138
## 5 AA
           1
                    747
                            208
                                           342
                                                 2290
## 6 AA
                    735
                            210
                                           323
           1
                                                 2185
```

Extraction des variables(colonnes) dans l'ordre voulu.

5 Ne conserver de data4 que les lignes où ne manque aucune donnée. Appelons le jeu de données obtenu data5. Combien a-t-il de lignes?

```
data5 <- na.omit(data4)
dim(data5)

## [1] 2374 6

dim(data4) [1] -dim(data5) [1]</pre>
```

[1] 101

-On a 2374 lignes maintenant soit 101 observations supprimées.

J'ai utilisé le na.omit car la question précise: "les lignes où ne manque AUCUNE donnée". si on avait eu d'autres variables qui contiennent aussi des NA pour plusieurs autres observations comme ce qu'on avait pour "Data" avec la variable "NeckCircumference" (question 3), il est préférable d'exlure les NA en précisant les variables avec ce code:

data[which(!is.na(colonne de la variable concernée par les NA) & !is.na(une autre colonne)),]

```
?cor
mxcor <- cor(data5[,3:6])
mxcor</pre>
```

5.1 la matrice des corrélations entre les variables Age, Height, Chest.Girth, Weight.:

```
## Age Height Chest Girth Weight
## Age 1.0000000 0.7793432 0.7511265 0.7778077
## Height 0.7793432 1.0000000 0.9168284 0.9404766
## Chest Girth 0.7511265 0.9168284 1.0000000 0.9372308
## Weight 0.7778077 0.9404766 0.9372308 1.0000000
```

6 extraire du jeu de données data5 deux jeux de données où chaque individu n'apparaîtra qu'une fois; appelons les data6.y et data6.o :

Après avoir utilisé le na.omit, il y'aurait des individus "ID" qui n'auront plus aucune meusure et qu'on ne retrouve plus sur data 5, et pour s'assurer qu'on aura la bonne somme des individus on utilise le droplevels afin d'enlever les "levels" des IDs qui n'ont plus aucune observation

```
IDs <- levels(droplevels(data5$ID))
nIDs <- length(IDs)
nIDs</pre>
```

```
## [1] 393
```

```
y <- NULL
o <- NULL
lenghtID <- 0

for (i in 1:nIDs) {
   y <- c(y,lenghtID+which.min(data5$Age[data5$ID==IDs[i]]))
   lenghtID <- lenghtID + length(data5$Age[data5$ID==IDs[i]])
}
data6.y <- data5[y,]

lenghtID = 0
for (i in 1:nIDs) {
   o[i] <- lenghtID+which.max(data5$Age[data5$ID==IDs[i]])
   lenghtID <- lenghtID + length(data5$Age[data5$ID==IDs[i]])
}
data6.o <- data5[o,]

head(data6.y)</pre>
```

```
## # A tibble: 6 x 6
                     Age Height 'Chest Girth' Weight
##
     TD
            Sex
##
     <fct> <fct> <dbl>
                           <dbl>
                                          <dbl>
                                                  <dbl>
                                                   2127
## 1 AA
            1
                     732
                             211
                                             343
## 2 AB
            1
                     647
                             224
                                             356
                                                   2769
## 3 AC
                      59
                                             248
                                                    983
            1
                             167
## 4 AD
                                             338
            1
                     425
                             224
                                                   2538
## 5 AE
            2
                     359
                             244
                                             356
                                                   3254
## 6 AF
            2
                     405
                             244
                                             373
                                                   3378
```

head(data6.o)

```
## # A tibble: 6 x 6
##
     ID
            Sex
                     Age Height 'Chest Girth' Weight
##
     <fct> <fct> <dbl>
                           <dbl>
                                           <dbl>
                                                  <dbl>
## 1 AA
            1
                     749
                             207
                                             341
                                                   2136
## 2 AB
                     658
                             230
                                             350
                                                   2780
            1
## 3 AC
            1
                      59
                             167
                                             248
                                                    983
## 4 AD
                             209
                                             335
                                                   2629
            1
                     436
            2
                             240
## 5 AE
                     370
                                             352
                                                   3060
## 6 AF
            2
                     416
                                             369
                             246
                                                   3302
```

Ce petit algorithme que j'utilise pour répondre à cette question, fonctionne avec l'approche de parcourir ID par ID, en recherchant les numéros des ligne des observations avec l'age le plus petit(y)/grand(o).

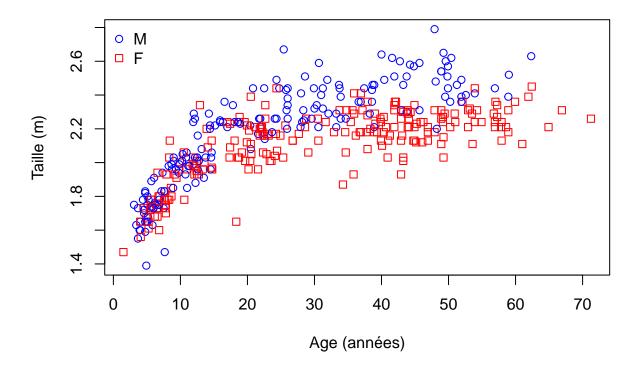
Quand le i est à 1, data5\$ID==IDs[i] mettra des trues que pour le premier individu, on prend les differents ages de ce même individu et on voit la position de l'age le plus petit(y)/grand(o), puis on incrémente à chaque fois le nombre d'observations de l' "ID" actuel avec ceux des "ID"s d'avant afin de pouvoir se situer dans l'ID d'après et de continuer la boucle for.

Afin de stocker l'ensemble des numéros de lignes dans un vecteur, j'ai utilisé 2 différentes méthodes, tout en favorisant la méthode qui n'utilise pas le c()récursif comme indiqué sur le cour de R par souci de performances.

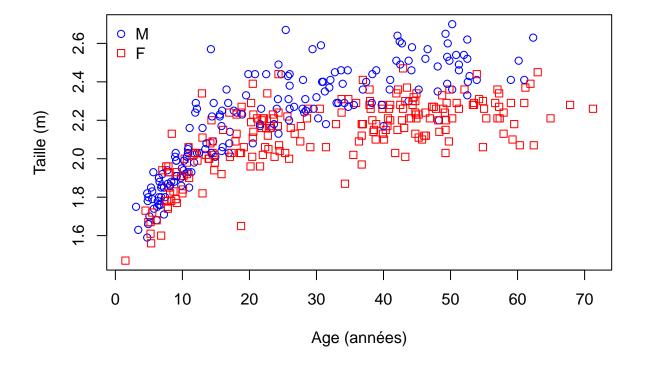
La formation "Data Analysis for Life Sciences" de HarvardX, propose aussi l'utilisation du package "dplyr" afin de résoudre ce type de question d'extraction d'observations voulues.

6.1 Faire un graphique analogue à celui de la question 2 pour:

6.1.1 Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et l'âge en années de l'observation où l'individu est le plus jeune pour chaque éléphant et éléphante data6.y



6.1.2 Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et l'âge en années de l'observation où l'individu est le plus vieux pour chaque éléphant et éléphante data6.0



7 Matrices des corrélations entre les variables Age, Height, Chest.Girth, Weight

```
mcor6.y <- cor(data6.y[,3:6])
mcor6.y</pre>
```

7.1 Pour data6.y

```
## Age Height Chest Girth Weight
## Age 1.0000000 0.7174606 0.7443640 0.7399276
## Height 0.7174606 1.0000000 0.9060852 0.9238656
## Chest Girth 0.7443640 0.9060852 1.0000000 0.9383781
## Weight 0.7399276 0.9238656 0.9383781 1.0000000
```

```
mcor6.o <- cor(data6.o[,3:6])
mcor6.o</pre>
```

7.2 Pour data6.o

Age Height Chest Girth Weight

```
## Age 1.0000000 0.6837245 0.7134047 0.7098509

## Height 0.6837245 1.0000000 0.8989707 0.9083056

## Chest Girth 0.7134047 0.8989707 1.0000000 0.9311755

## Weight 0.7098509 0.9083056 0.9311755 1.0000000
```

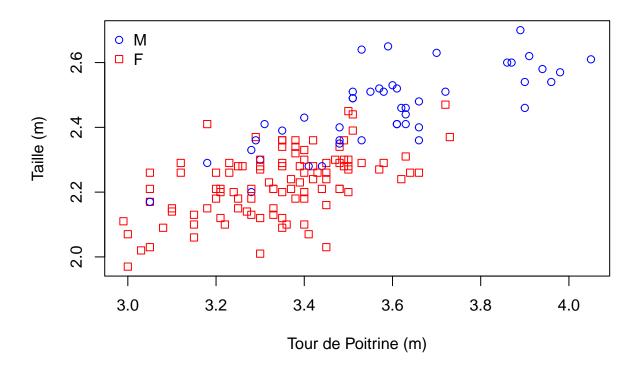
8 Extraire de data
6.0 un jeu de données data
8 ne contenant que des sujets d'âge >= 35 ans. Combien y a-t-il de lignes ?

```
data8 \leftarrow subset(data6.o,Age/12 >= 35)
head(data8)
## # A tibble: 6 x 6
##
     ID
           Sex
                    Age Height 'Chest Girth' Weight
##
     <fct> <fct> <dbl>
                        <dbl>
                                        <dbl>
                                               <dbl>
## 1 AA
           1
                    749
                           207
                                          341
                                                 2136
                           230
                                          350
## 2 AB
           1
                    658
                                                2780
## 3 AD
           1
                    436
                           209
                                          335
                                                2629
## 4 AG
                    431
                           229
                                          323
                                                2202
           1
## 5 AH
           1
                    462
                           214
                                          327
                                                2125
## 6 AI
           1
                    484
                           215
                                          325
                                                2274
dim(data8)
```

[1] 151 6

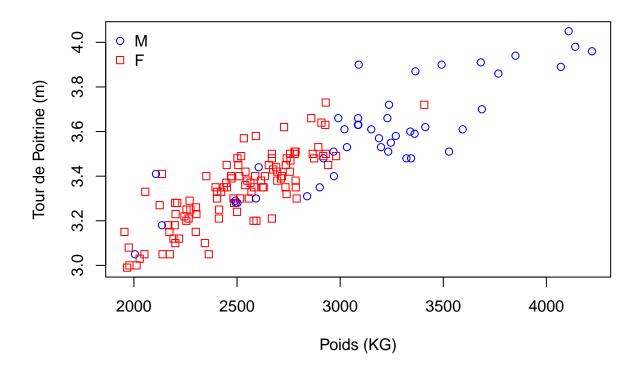
On a 151 individus pour qui l'age de la mesure où ils/elles étaient les plus vieux était superieur ou égale à 35ans.

8.1.1 Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et le tour de poitrine en mètre des éléphants et des éléphantes :



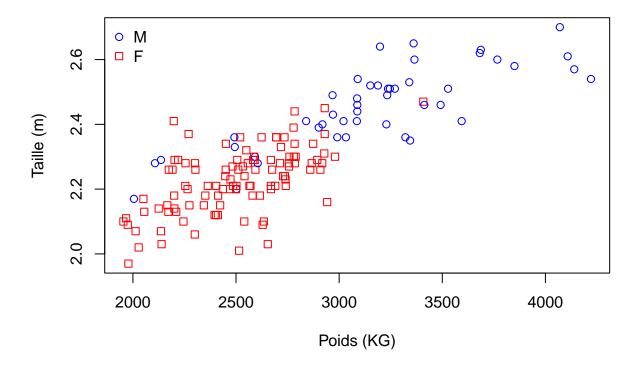
Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et le tour de poitrine en mètre des éléphants et des éléphantes

8.1.2 Graphique montrant la relation entre la le tour de poitrine en mètre et le poids en KG des éléphants et des éléphantes :



Graphique montrant la relation entre la le tour de poitrine en mètre et le poids en KG des éléphants et des éléphantes

8.1.3 Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et le poids en KG des éléphants et des éléphantes :



Graphique montrant la relation entre la taille en mètre et le poids en KG des éléphants et des éléphantes

• Sur les 3 graphiques, on observe une distinction des observations pour les éléphants par rapport aux éléphantes.

9 l'algorithme Kmeans.

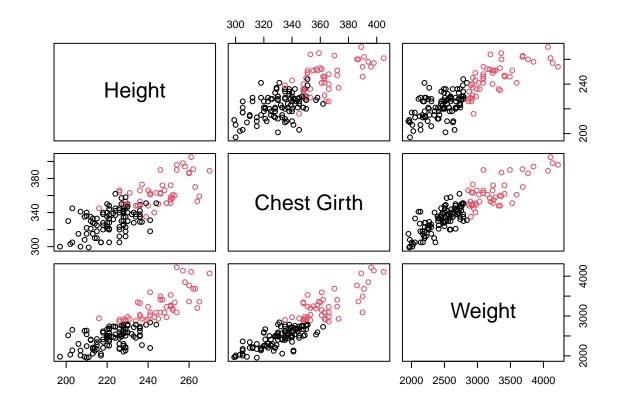
9.1

•

?kmeans head(data8)

```
# A tibble: 6 x 6
##
                     Age Height 'Chest Girth' Weight
##
     ID
            Sex
##
            <fct> <dbl>
                           <dbl>
                                           <dbl>
                                                  <dbl>
     <fct>
            1
                             207
## 1 AA
                     749
                                             341
                                                   2136
##
   2 AB
            1
                     658
                             230
                                             350
                                                   2780
                             209
##
   3 AD
            1
                     436
                                             335
                                                   2629
                             229
                                             323
## 4 AG
            1
                     431
                                                   2202
## 5 AH
            1
                     462
                                             327
                             214
                                                   2125
## 6 AI
            1
                     484
                             215
                                             325
                                                   2274
```

```
kmeans8 <- kmeans(data8[,4:6],2)
plot(data8[,4:6], col = kmeans8$cluster)</pre>
```



En visualisant les clusters créés entre les 3 variables, on voit une claire ressemblance aux graphiques de la question d'avant, ce qui nous ramene à mettre l'hypothese que les clusters que l'algorithme kmeans a trouvé pour data8 correspondent au sexe des éléphants.

summary(kmeans8)

```
##
                Length Class Mode
                151
## cluster
                        -none- numeric
## centers
                  6
                        -none- numeric
## totss
                  1
                        -none- numeric
## withinss
                       -none- numeric
                  2
## tot.withinss
                        -none- numeric
## betweenss
                        -none- numeric
                  1
## size
                        -none- numeric
## iter
                  1
                        -none- numeric
## ifault
                        -none- numeric
```

\$cluster

head(kmeans8)

```
##
   ##
  ## [149] 2 1 1
##
## $centers
##
    Height Chest Girth
                 Weight
## 1 222.3333
          330.8039 2447.588
## 2 245.3469
          364.2653 3259.531
##
## $totss
## [1] 34139923
##
## $withinss
## [1] 5772129 6492451
##
## $tot.withinss
## [1] 12264580
##
## $betweenss
## [1] 21875343
prop_mauvais_cluster <- ifelse((sum(kmeans8$cluster != data8$Sex)/length(data8$Sex))<0.5,</pre>
(sum(kmeans8$cluster !=data8$Sex)/length(data8$Sex)),
(sum(kmeans8$cluster == data8$Sex)
/length(data8$Sex)))
prop mauvais cluster
```

[1] 0.1390728

En explorant le résultat de kmeans, on voit que les clusters sont codés en 1 et 2, ce qui nous arrange du fait que le codage de la variable \$Sex prend aussi 1 et 2, le problème c'est que kmeans peut donner le 1 pour le cluster en bas à gauche sur les graphique et en le relancant, l'algorithme peut donner au meme cluster le code 2, l'important c'est que les individus qui sont ensembles dans un cluster restent dans le meme cluster meme si le codage change, afin de remedier à cet aléas, on peut soit fixer la graine du generateur avec set.seed, soit faire une condition avec ifelse pour que si le taux de mauvais classement dépasse 50 %, cela le considerera comme taux de bon classement pour le codage inverse, ainsi on attribu le sexe au cluster qui le correspond le plus à chaque fois, ainsi notre taux de mauvais classement sera stable.

9.2 Kmeans sur les variables centrées réduites

```
data8_CR <- data8
data8_CR[,4:6] <- scale(data8[,4:6])
kmeans8_CR <- kmeans(data8_CR[,4:6],2)

prop_mauvais_cluster_CR <- ifelse((sum(kmeans8_CR$cluster != data8$Sex
)/length(data8$Sex))<0.5,(sum(kmeans8_CR$cluster != data8$Sex)/length(data8$Sex))
,(sum(kmeans8_CR$cluster == data8$Sex)/length(data8$Sex)))
prop_mauvais_cluster_CR</pre>
```

```
## [1] 0.1192053
```

```
prop_mauvais_cluster - prop_mauvais_cluster_CR
```

[1] 0.01986755

Effectivement, cela améliore le résultat de presque de 2%.

Partie 2: Estimation du Déséquilibre de Liaison avec l'algorithme EM

1 E Step

On mets en place une fonction qui prend comme entrée un vecteur f de 4 frequences (fAB, fAb, faB, fab) et qui calcule la valeur tau pour nous:

```
E.step <- function(f) {
    a <- 2*f[1]*f[4];
    b <- 2*f[1]*f[4]+2*f[2]*f[3]
    tau <- a/b
    return(tau)
}
E.step(c(0.25, 0.25, 0.25, 0.25))

## [1] 0.5</pre>
E.step(c(0.10, 0.20, 0.30, 0.40))
```

[1] 0.4

2 M Step

On met en place une fonction qui prend comme entrée une valeur de tau et une matrice d'effectif génotypiques x de dimensions 3x3 et nous donne comme sortie les frequences (fAB, fAb, faB, fab). L'objectif est de ne rien fixer afin d'utiliser cette fonction avec n'importe quelle matrice x et n'importe quelle valeur de tau spécifiée:

```
M.step<- function(tau, x) {
    a <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,1]+x[1,2]+x[2,1]+tau*x[2,2])
    b <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,3]+x[1,2]+x[2,3]+(1-tau)*x[2,2])
    c <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,1]+x[2,1]+x[3,2]+(1-tau)*x[2,2])
    d <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,3]+x[3,2]+x[2,3]+tau*x[2,2])

    f <- c(a,b,c,d)
    names(f) <- c("AA","Ab","ab","ab")
    return(f)
}
X1 <- matrix(c(91, 50, 3, 74, 103, 15, 7, 31, 26), nrow = 3)
M.step(0.5,X1)</pre>
```

```
## AA Ab aB ab
## 0.446875 0.213125 0.153125 0.186875
```

```
M.step(0.719, X1)

## AA Ab aB ab
## 0.4750713 0.1849288 0.1249288 0.2150713

3 Calcule du désiquilibre gamétique D

DL<- function(f) {
    a <- f[1]+f[2];
    b <- f[1]+f[3]
    return(f[1]-a*b)
}</pre>
```

```
DL(c(0.10, 0.20, 0.30, 0.40))
```

DL(c(0.25, 0.25, 0.25, 0.25))

[1] -0.02

[1] 0

- 4 Algorithme E M avec n.iter fois répetition des étapes
- **4.1 Méthode détaillée** On initie l'algorithme avec un tau de 0.5.

```
EMO <- function(x, n.iter = 10) {
    tau <- 0.5

for (i in 1:n.iter) {
    a <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,1]+x[1,2]+x[2,1]+tau*x[2,2])
    b <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,3]+x[1,2]+x[2,3]+(1-tau)*x[2,2])
    c <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,1]+x[2,1]+x[3,2]+(1-tau)*x[2,2])
    d <- (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,3]+x[3,2]+x[2,3]+tau*x[2,2])

    f <- c(a,b,c,d)

    g <- 2*f[1]*f[4]
    h <- 2*f[1]*f[4]+2*f[2]*f[3]
    tau <- (g/h)

}
a <- f[1]+f[2];
b <- f[1]+f[3]
D <- (f[1]-a*b)

names(f) <- c("AA","Ab","aB","ab")</pre>
```

```
1 <- list(f=f,D=D)</pre>
 return(1)
EMO(X1)
## $f
##
      AA Ab aB
                                 ab
## 0.494352 0.165648 0.105648 0.234352
##
## $D
## [1] 0.09835195
EMO(X1, 1e3)
## $f
##
             Ab aB
         AA
                                     ab
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
## $D
## [1] 0.09835444
4.2 Méthode avec utilisation des fonctions créées avant:
EMO <- function(x, n.iter = 10) {
 tau <- 0.5
 for (i in 1:n.iter) {
  f <- M.step(tau,x)
  tau <- E.step(f)
 }
 D <- DL(f)
 1 <- list(f=f,D=D)</pre>
 return(1)
EMO(X1)
## $f
       AA
                Ab
                         aВ
## 0.494352 0.165648 0.105648 0.234352
##
## $D
##
          AA
## 0.09835195
EMO(X1, 1e3)
## $f
              Ab
                      aB
##
         AA
```

0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544

5 Algorithme E M qui s'arrete une fois la difference entre le dernier tau et celui d'avant atteint une valeur seuil petite définie sans dépasser un nombre n.iter fois d'itération des E et M steps

l'utilisation du debugonce (EM) est conseillée

5.1 Méthode détaillée On initie l'algorithme avec un tau de 0.5.

La différence (diff) entre le dernier tau et celui d'avant est initiée avec un 0.5 du fait que tau a été initié avec 0.5 et que à chaque itération sa valeur diminue et donc tau est la plus grande valeur que ça peut prendre.

On utilise la boucle while car on ne connait pas le nombre d'itérations au préalable, on définit la condition pour rester dans cette boucle, qui est le fait que la différence entre le dernier tau obtenu après une itération de M et E steps et le tau de l'itération d'avant soit plus grand que l'eps défini et que le nombre d'itérations soit inferieur à n.iter défini aussi.

C'est possible de remplacer le "l" de la liste avec celui qui est en commentaire apres si on veut avoir dans les résultats la valeur de la différence afin de s'assurer qu'elle a atteint une valeur inférieure ou égale à l'eps pour sortir de la boucle

```
EM \leftarrow function(x,eps = 1e-6, n.iter = 100) {
  tau <- 0.5
  tau_vect <-
                 tau
  diff <- tau
  i <- 1
  while (diff > eps & i < n.iter ) {</pre>
    a \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,1]+x[1,2]+x[2,1]+tau*x[2,2])
    b \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,3]+x[1,2]+x[2,3]+(1-tau)*x[2,2])
    c \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,1]+x[2,1]+x[3,2]+(1-tau)*x[2,2])
    d \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,3]+x[3,2]+x[2,3]+tau*x[2,2])
    f \leftarrow c(a,b,c,d)
    g <- 2*f[1]*f[4]
    h <- 2*f[1]*f[4]+2*f[2]*f[3]
    tau <- (g/h)
    #tau vect <- c(tau vect, tau)
    tau vect[length(tau vect)+1] <- tau</pre>
    diff <- (tau_vect[length(tau_vect)]-tau_vect[length(tau_vect)-1])</pre>
    i <- i+1
  }
  a \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,1]+x[1,2]+x[2,1]+tau*x[2,2])
  b \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[1,3]+x[1,2]+x[2,3]+(1-tau)*x[2,2])
  c \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,1]+x[2,1]+x[3,2]+(1-tau)*x[2,2])
  d \leftarrow (1/(2*sum(x)))*(2*x[3,3]+x[3,2]+x[2,3]+tau*x[2,2])
  f \leftarrow c(a,b,c,d)
  a \leftarrow f[1]+f[2];
  b \leftarrow f[1]+f[3]
  D \leftarrow (f[1]-a*b)
```

```
names(f) <- c("AA","Ab","aB","ab")</pre>
  1 <- list(f=f,D=D,n.iter=i)</pre>
  \#l \leftarrow list(f=f,D=D,n.iter=i,diff=diff)
  return(1)
#debugonce(EM)
EM(X1)
## $f
##
           AA
                      Ab
                                 aВ
                                            ab
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
##
## $D
## [1] 0.09835441
##
## $n.iter
## [1] 14
EM(X1, 0)
## $f
##
           AA
                      Ab
                                 aВ
                                            ab
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
##
## $D
## [1] 0.09835444
##
## $n.iter
## [1] 33
```

5.1.1 tester la partie n.iter de l'EM algorithme Afin de tester que la limite n.iter fonctionne, on peut reprendre l'exemple EM(X1, 0) qui a eu besoin de n.iter=33 pour atteindre une différence de 0 et on fixe n.iter = 30.

```
EM(X1, 0, 30)
```

```
## $f
## AA Ab aB ab
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
##
## $D
## [1] 0.09835444
##
## $n.iter
## [1] 30
```

l'algorithme s'arrete bien a 30 itérations.

5.2 Méthode avec utilisation des fonctions créées dans les questions précédentes:

```
EM \leftarrow function(x, eps = 1e-6, n.iter = 100) {
  tau <- 0.5
  tau_vect <- tau
  diff <- tau
  i <- 1
  while (diff > eps & i < n.iter ) {</pre>
   f <- M.step(tau,x)</pre>
   tau <- E.step(f)
    tau_vect[length(tau_vect)+1] <- tau</pre>
    diff <- (tau_vect[length(tau_vect)]-tau_vect[length(tau_vect)-1])</pre>
    i <- i+1
  }
  f <- M.step(tau,x)</pre>
  D <- DL(f)</pre>
  1 <- list(f=f,D=D,n.iter=i)</pre>
  return(1)
}
EM(X1)
## $f
##
          AA
                     Ab
                                 aВ
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
##
## $D
##
            AA
## 0.09835441
##
## $n.iter
## [1] 14
EM(X1, 0)
## $f
##
           AA
                     Ab
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
## $D
##
            AA
## 0.09835444
##
## $n.iter
## [1] 33
EM(X1, 0, 30)
## $f
           AA
                     Ab
                                 aВ
## 0.4943544 0.1656456 0.1056456 0.2343544
##
## $D
##
## 0.09835444
```

##

\$n.iter ## [1] 30