

# TP5: Processus AR et MA

MAP-STA2 : Séries chronologiques

Yannig Goude - [yannig.goude@edf.fr](mailto:yannig.goude@edf.fr)

Ce TP est noté et à rendre pour le vendredi 4 mars 2016. Les comptes rendus (word ou latex mais de préférence au format pdf) ainsi que les codes r associés sont à envoyer par email à l'adresse [yannig.goude@edf.fr](mailto:yannig.goude@edf.fr)

**Respecter la nomenclature suivant SVP:** rapport\_nom1\_nom2.pdf (ou .doc); code\_nom1\_nom2.R

**Code** le code doit être lisible et écrit de manière à pouvoir être exécuté par le correcteur. Veillez à ne pas faire de boucle.

## Exercice 1

On considère le processus défini par l'équation:

$$X_t - \phi X_{t-1} = \varepsilon_t$$

ou  $\varepsilon_t$  est un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma^2 > 0$ .

1. Quel est le nom du processus  $X_t$  ainsi défini? Discuter selon les valeurs de  $\phi$  sa stationnarité, donner quand c'est possible sa représentation canonique et son développement moyenne mobile infinie.
2. On suppose que  $|\phi| < 1$ . Calculer  $\rho(h)$  l'autocorrélation d'ordre  $h$  du processus ainsi que  $r(h)$  l'autocorrélation partielle d'ordre  $h$ .
3. Déterminer la matrice d'autocovariance d'ordre  $h$  de  $X_t$  (matrice de variance-covariance du vecteur  $(X_t, X_{t-1}, X_{t-h})$ )
4. Simuler une trajectoire de taille  $n = 500$  de ce processus à l'aide de la fonction `arma.sim` de `r`, choisir  $\sigma = 0.5$ . Représenter graphiquement cette trajectoire.
5. Estimer la matrice d'auto-covariance d'ordre  $h = 10$ . Comparer avec la valeur théorique obtenue en 3.
6. Proposer un estimateur empirique de  $\phi$  à partir des observations de la trajectoire  $x_1, \dots, x_n$  simulée, puis par une méthode de monte-carlo proposer un intervalle de confiance à 95% pour l'estimateur de  $\phi$ . Etudier en fonction de  $n$  la taille de cet intervalle, le résultat obtenu vous paraît-il logique? Représenter graphiquement ce résultat.

## Exercice 2

1. Importer les données `exercices2.txt`.
2. Calculer la densité spectrale de la variable  $y$  (utiliser la fonction `spectrum` de `r`).
3. Identifier les fréquences portant le plus d'information. En déduire un modèle de régression permettant d'effectuer une prévision de cette série.

### Exercice 3

1. Importer les données `exercice3.txt` .
2. Représenter graphiquement  $x_1, x_2, x_3$  et  $x_4$ .
3. Déterminer le type et l'ordre de ces 4 processus, justifier.
4. A l'aide de la fonction `arima` de `r` estimer les coefficients des modèles choisis en 3. Représenter sur un même graphique les séries et leurs prévisions à horizon  $h = 10$ .