MWG 9.B.11

تمرین سری پنجم اقتصاد خرد ۲

علی تقی زاده، علی کامیان

$$A:\begin{cases} M_D = 105-10t \\ M_M = 510-25t \end{cases}$$

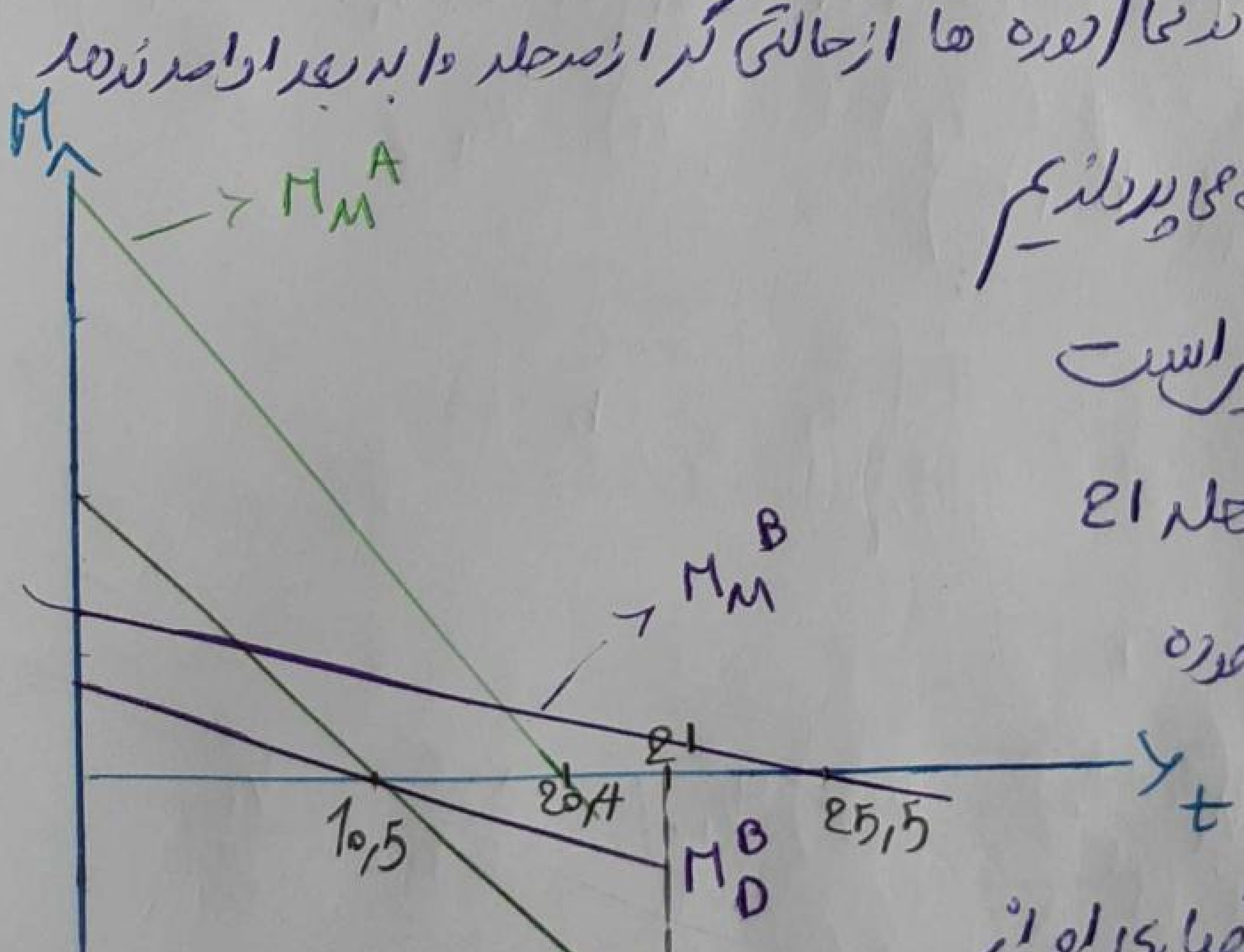
$$B:\begin{cases} M_D = 10,5-t \\ M_M = 51-2t \end{cases}$$

حال بررسی می کنیم که در حالات مختلف شریک ها از چه زمانی به بعد دیگر سود ده نیستند یا تا چه مرحله ای سودده اند:

$$A:\begin{cases} \text{حالت غیرانحصاری} : 105-10t>0 \rightarrow t<10,5 \\ \text{حالت انحصاری} : 510-25t>0 \rightarrow t<20,4 \end{cases}$$

$$B:\begin{cases} \text{حالت غیرانحصاری} : 10,5-t>0 \rightarrow t<10,5 \\ \text{حالت انحصاری} : 51-2t>0 \rightarrow t<25,5 \end{cases}$$

بنابراین می توان گفت درصورتی که هر دو شریک در بازار فعال باشند هر دو شریک تا زمان $t=10$ سود ده هستند چراکه از مرحله ۱۱ به بعد زیان ده می شوند ولی دو شریک ممکن است همچنان به فعالیت خود ادامه دهند به امید اینکه شریک دیگر از دور رقابت خارج شده و سهم بازار انحصاراً به شریکی تعلق بگیرد که در بازار بماند و این امر موجب شود که مجموع سود شریک باقیمانده در تمام دوره ها از حالتی که از مرحله ۱۰ به بعد ادامه ندهد بیشتر شود. حال به بررسی این امکان برای هر شریک می پردازیم



نمودار سود هر دو شریک برحسب زمان به صورت زیر است

همانطور که در نمودار مشاهده می شود اگر دو شرکت تا مرحله ۲۱ به رقابت ادامه دهند مجموع سودی که تا این مرحله بدست آورده اند صفر می شود پس از این مرحله اگر حتی شرکت A برنده این رقابت باشد، دیگر نمی تواند جلوتر برود زیرا سود انحصاری او از مرحله ۲۱ به بعد منفی می شود ولی شرکت B پس از مرحله ۲۱ سود مثبت انحصاری کسب می کند

Scanned by TapScanner

بنابراین نتیجه‌ای که می‌توان گرفت این است که در هر صورت شرکت A با ورود اولین رقابت است و امکان اینکه پس از مرحله ۱۰ فرصت کسب سود انحصاری برای این شرکت فراهم شود وجود ندارد و او پس از مرحله ۱۰ از بازی خارج می‌شود (زیرا با اینکار سود مجموع او حداکثر می‌شود) و شرکت B نیز از مرحله ۱۰ به بعد تا مرحله ۲۵ به صورت انحصاری سود کسب می‌کند

مجموع سود هر دو بازیکن به شرح زیر است

$$M_A = (105-10) + (105-90\times 2) + \cdots + (105-10\times 10)$$

$$= 10\times 105 - 10\times(1+2+\cdots+10) = 1050 - 10\times\frac{10\times 11}{2} = 500$$

$$M_B = 10\times 10{,}5 - 1(1+2+\cdots+10) + (51-2\times 11) + (51-2\times 12) + \cdots + (51-2\times 25)$$

$$= 50 + 15\times 51 - 2(150+1+\cdots+15) = 50 + 15\times 51 - 300 - \frac{2\times 15\times 16}{2}$$

$$= 275$$

MWG 12.C.18:

در صورتی که تابع تقاضا خطی باشد

$$p(q_1+q_2) = a - b(q_1+q_2)$$

Stackleberg:

$$\to BR_2(q_1) = \frac{a-bq_1-c}{2b} \to BR_1(q_2): \text{Max } M = q_1\left[a - b\left(q_1 + \frac{a-bq_1-c}{2b}\right) - c\right]$$

$$\frac{\partial M}{\partial q_1} = \left[a - b\left(q_1 + \frac{a-bq_1-c}{2b}\right) - c\right] + q_1\left(-b+\frac{b}{2}\right) = 0$$

$$\to (a-c) - \frac{(a-c)}{2} - \frac{bq_1}{2} - \frac{bq_1}{2} = 0 \to \boxed{q_1^s = \frac{a-c}{2b}}$$

Cournot:

$$q_1^* = BR_1(q_2) = \frac{a-bq_2^*-c}{2b} \to q_1^* = q_2^* \to q_1^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1^*}{2}$$

$$q_2^* = BR_2(q_1) = \frac{a-bq_1^*-c}{2b} \qquad \to q_1^* = \frac{a-c}{3b}$$

$$\longrightarrow q_1^s > q_1^*$$

MWG 12.D3.a):

$p(q) = a - bq$

monoply quantity:

$\Pi = (a - bq)q - cq$

$\frac{\partial \Pi}{\partial q} = -bq + (a - bq) - c = 0 \rightarrow a - c = 2bq \rightarrow q^m = \frac{a-c}{2b}$

monopoly price:

$p(q^m) = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{a+c}{2}$

monopoly profit:

$\left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{2b}\right) - c\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \left(\frac{a-c}{2b}\right)\left(\frac{a-c}{2}\right) = \frac{(a-c)^2}{4b}$

درصورتی که هیچکدام تخطی نکنند و هرکدام در تمامی مراحل $q^M/2$ تولید کنند، بنابراین هر کدام در هر مرحله $\frac{(a-c)^2}{8b}$ سود می‌کنند بنابراین سود هر شخص در این حالت برابر است با:

$\Pi_T^{m/2} = \frac{(a-c)^2}{8b} + \delta \frac{(a-c)^2}{8b} + \delta^2 \frac{(a-c)^2}{8b} + \cdots = \frac{(a-c)^2}{8b}(1 + \delta + \delta^2 + \cdots)$

$= \frac{1}{1-\delta} \cdot \frac{(a-c)^2}{8b}$

درصورتی که تخطی کنند مقداری که هر کدام در تعادل نش باید تولید کنند به صورت زیر بدست می‌آید

$BR_1(q_2): \quad \text{Max}\ \Pi_1(q_1, q_2^*) = q_1\left[a - b(q_1 + q_2^*) - c\right]$

$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = a - b(q_1 + q_2^*) - c - bq_1 = 0 \rightarrow a - bq_2^* - c = 2bq_1$

$\rightarrow q_1^* = \frac{a - bq_2^* - c}{2b}$

$BR_2(q_1): \rightarrow q_2^* = \frac{a - bq_1^* - c}{2b}$

$\Rightarrow q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3b}$

مشابهاً

حال اگر شرکت در مرحله اول تخطی کند برای اینکه حداکثر سود را ببرد باید بهترین پاسخ خود را بازی کند یعنی مقدار:

$$\frac{a - b\left(\frac{a-c}{b}\right) - c}{2b} = \frac{a - a/4 + c/4 - c}{2} = \frac{3(a-c)}{8b}$$

در این صورت سود شرکت برابر می‌شود با:

$$M = \frac{3(a-c)}{8b}\left(a - b\left(\frac{3(a-c)}{8b} + \frac{(a-c)}{4b}\right) - c\right)$$

$$= \frac{3(a-c)}{8b}\left((a-c) - \frac{5(a-c)}{8}\right) = \frac{3(a-c)}{8b}\left(\frac{3(a-c)}{8}\right) = \frac{9(a-c)^2}{64b}$$

و پس از این مرحله تعادل نش شکل می‌گیرد که در آن هر شرکت $\frac{a-c}{3b}$ تولید کرده و سود برابر است با:

$$M = \frac{a-c}{3b}\left(a - c - 2b\left(\frac{(a-c)}{3b}\right)\right) = \frac{a-c}{3b}\left(\frac{(a-c)}{3}\right) = \frac{(a-c)^2}{9b}$$

بنابراین در حالتی که فرد تخطی می‌کند سود او در کل بازی به صورت زیر است

$$\frac{9(a-c)^2}{64b} + \delta\frac{(a-c)^2}{9b} + \frac{\delta^2(a-c)^2}{9b} + \frac{\delta^3(a-c)^2}{9b} + \dots$$

$$= \frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{\delta(a-c)^2}{9b}(1 + \delta + \delta^2 + \dots) = \boxed{\frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{\delta}{1-\delta}\cdot\frac{(a-c)^2}{9b}}$$

بنابراین برای اینکه انگیزه تخطی وجود نداشته باشد باید شرط زیر برقرار باشد

$$\frac{1}{1-\delta}\cdot\frac{(a-c)^2}{8b} > \frac{9(a-c)^2}{64b} + \frac{\delta}{1-\delta}\cdot\frac{(a-c)^2}{9b}$$

$$\xrightarrow[b>0]{a>c} \frac{1}{1-\delta}\cdot\frac{1}{8} > \frac{9}{64} + \frac{\delta}{1-\delta}\cdot\frac{1}{9} \rightarrow \left(\frac{1}{1-\delta}\right)\left(\frac{1}{8} - \frac{\delta}{9}\right) > \frac{9}{64}$$

$$\rightarrow \frac{9-8\delta}{72} > \frac{9-9\delta}{64} \rightarrow 72 - 64\delta > 81 - 81\delta$$

$$\rightarrow 17\delta > 9 \rightarrow \boxed{\delta > 9/17}$$

Scanned by TapScanner

تمرین سری پنجم اقتصاد خرد ۲ علی تقی زاده ، علی کامیان

Add Ex1 :

⇐ R دزد دریایی ، N بطری عرق نی شکر ($N > R$

⇐ دزد دریایی یک بطری بیشتر عرق نی شکر را به تماشای خورده شدن دزد دریایی دیگر ترجیح می دهد

بنابراین در هر مرحله اگر دزد دریایی پیشنهاد نفر قبلی را نپذیرد برای حفظ جانش باید تمام بطری های عرق نی شکری که از مراحل قبل به او رسیده است را به دزد بعدی پیشنهاد دهد زیرا اگر حتی بخواهد یک بطری کمتر از آنچه دارد پیشنهاد دهد، دزد دریایی پیشنهاد او را نپذیرفته و او را طعمه کوسه ها می کند

برای مثال اگر بازی به دزد دریایی T ام برسد یعنی T-1 دزد قبلی پیشنهاد دزد دریایی قبل از خود را رد کرده باشند، در این حالت (N-T+1) بطری عرق به دزد دریایی T ام می رسد حال استراتژی های دزد دریایی T ام را بررسی می کنیم

- بیشتر از یک بطری برای خود بردارد و بقیه را به دزد دریایی T+1 ام پیشنهاد دهد :
  در این حالت دزد دریایی T+1 ام پیشنهاد او را نمی پذیرد و از (N-T+1) بطری که او دارد یکی را قبل از مرگ باید بخورد و بقیه به دزد T+1 ام می رسد

- یک بطری برای خود بردارد و بقیه یعنی (N-T) بطری به دزد دریایی T+1 ام پیشنهاد دهد:
  در این حالت نیز دزد دریایی T+1 ام پیشنهاد او را نمی پذیرد زیرا درصورتی که نپذیرد هم N-T بطری نصیب او خواهد شد و علاوه بر آن شاهد خورده شدن دزد T ام هم خواهد بود که مطلوبیتی مثبت برایش دارد

- تمام بطری هایی که دارد به دزد T+1 ام پیشنهاد دهد
  اگر دزد دریایی بپذیرد N-T+1 بطری نصیبش می شود
  اگر 〃 〃 T+1 ام نپذیرد N-T بطری نصیبش می شود + شاهد خورده شدن دزد T-1 ام

از آنجایی که ۱ بطری بیشتر مطلوبیتی بیشتر از تماشای خورده شدن ایجاد می کند دزد T+1 ام هم در این حالت می پذیرد ،

حال اگر از آخر به بازی نگاه کنیم

اگر بازی به دزد دریایی Rام برسد یعنی R-1 دزد قبلی پیشنهادهای دزدهای قبلی را رد کرده اند بنابراین دزد R-1 ام N-R+1 طلای دارد

استراتژی غالب کلید دزد R-1 ام این است که تمام طلاهایی که دارد را پیشنهاد دهد

دزد دریایی R-2 می داند که دزد R-1 ام قصد رد پیشنهاد او تنها مطلوبیتی که کسب می کند این است که تماشاگر خورده شدن دزد R-2 ام توسط کوسه ها باشد بنابراین دزد R-1 هر پیشنهادی بزرگتر مساوی 1 را می پذیرد پس بازیکن R-2 یک طلا به بازیکن R-1 پیشنهاد می دهد. اگر همین سیر را ادامه دهیم به نتیجه زیر می رسیم

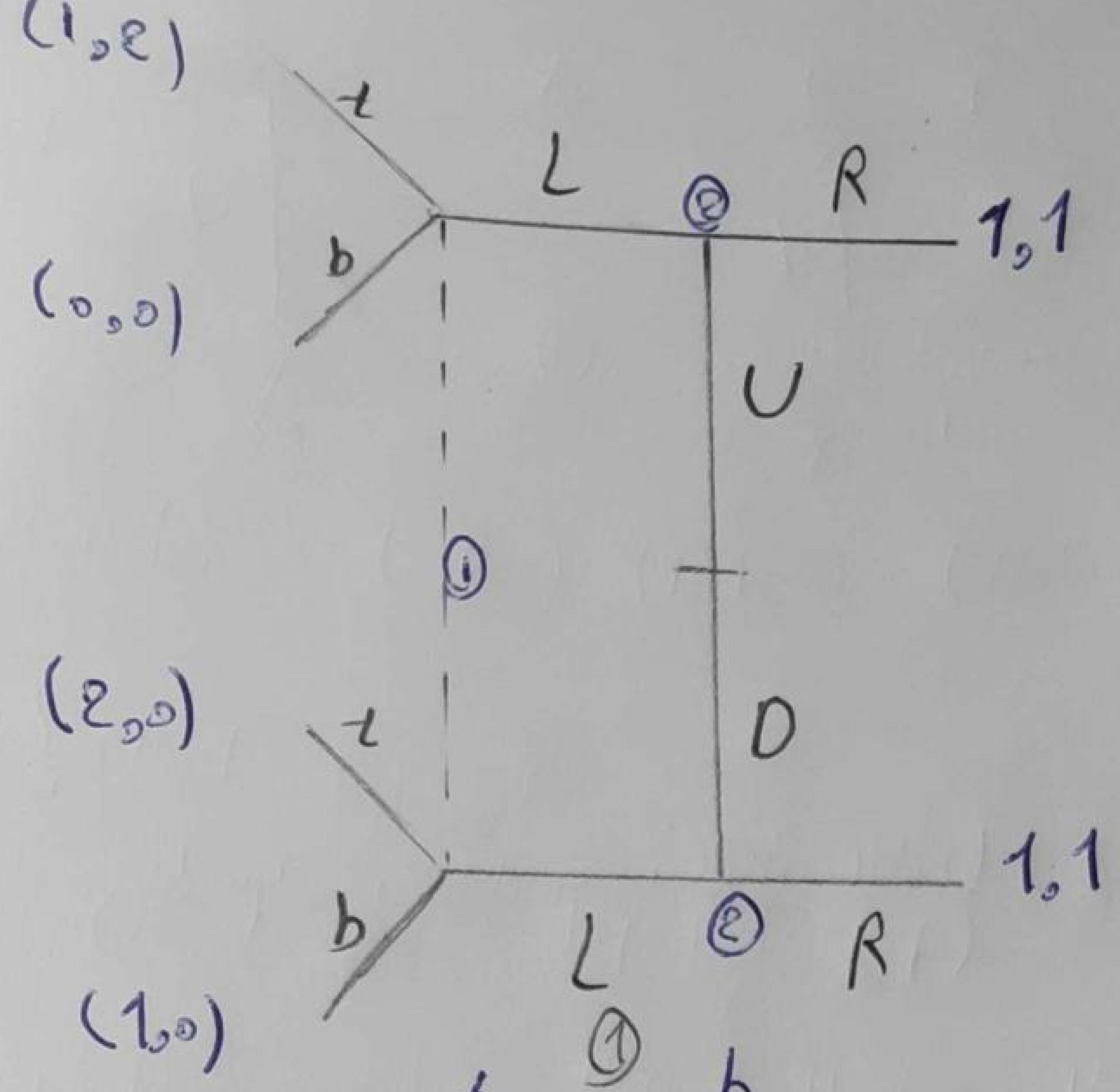
$$\cdots,\ \frac{\begin{array}{l}A \text{ if earn} \geq 1\\ R \text{ if earn} < 1\end{array}}{\text{نفر } R-3 \text{ ام}},\ \frac{\begin{array}{l}A \text{ if earn } T\\ R \text{ if earn} \leq T-1\end{array}}{\text{نفر } R-2 \text{ ام}},\ \frac{\begin{array}{l}A \text{ if earn} \geq 1\\ R \text{ if earn} < 1\end{array}}{\text{نفر } R-1 \text{ ام}},\ \frac{\begin{array}{l}A \text{ if earn } T\\ R \text{ if earn} \leq T-1\end{array}}{\text{نفر } R \text{ ام}}$$

بنابراین درصورتی که تعداد دزدان دریایی زوج باشد نفر اول برای اینکه زنده بماند کل طلاهای غرق نشده را به نفر بعدی پیشنهاد می دهد و او هم می پذیرد و بازی تمام می شود

و درصورتی که تعداد دزدان دریایی فرد باشد نفر اول یک طلا به نفر بعدی پیشنهاد می دهد و او هم برای اینکه مطلوبیت بیشتری کسب کند می پذیرد و بازی تمام می شود زیرا اگر نپذیرد برای آن که زنده بماند باید تمام طلاهایش را به نفر بعد بدهد بنابراین مطلوبیتی که کسب می کند تماشای خورده شدن نفر قبلی است که از یک طلا کمتر است.

سوال :

AddEx2 :



بازیکن ① یک مجموعه اطلاعات دارد و دو عمل بنابراین ۲ استراتژی دارد

بازیکن ② دو مجموعه اطلاعات دارد در هر کدام دو عمل بنابراین 4 استراتژی دارد

و Nature نیز دو استراتژی دارد بنابراین فرم نرمال این بازی به صورت زیر است

①

②	t	b
LL	(1,2)	(0,0)
LR	(1,2)	(0,0)
RL	(1,1)	(1,1)
RR	(1,1)	(1,1)

Nature choose U

①

②	t	b
LL	(2,0)	(1,0)
LR	(1,1)	(1,1)
RL	(2,0)	(1,0)
RR	(1,1)	(1,1)

Nature choose D

LR یعنی: اگر Nature U بازی کرد بازیکن ② L و اگر Nature D بازی کرد، بازیکن ② R بازی می‌کند

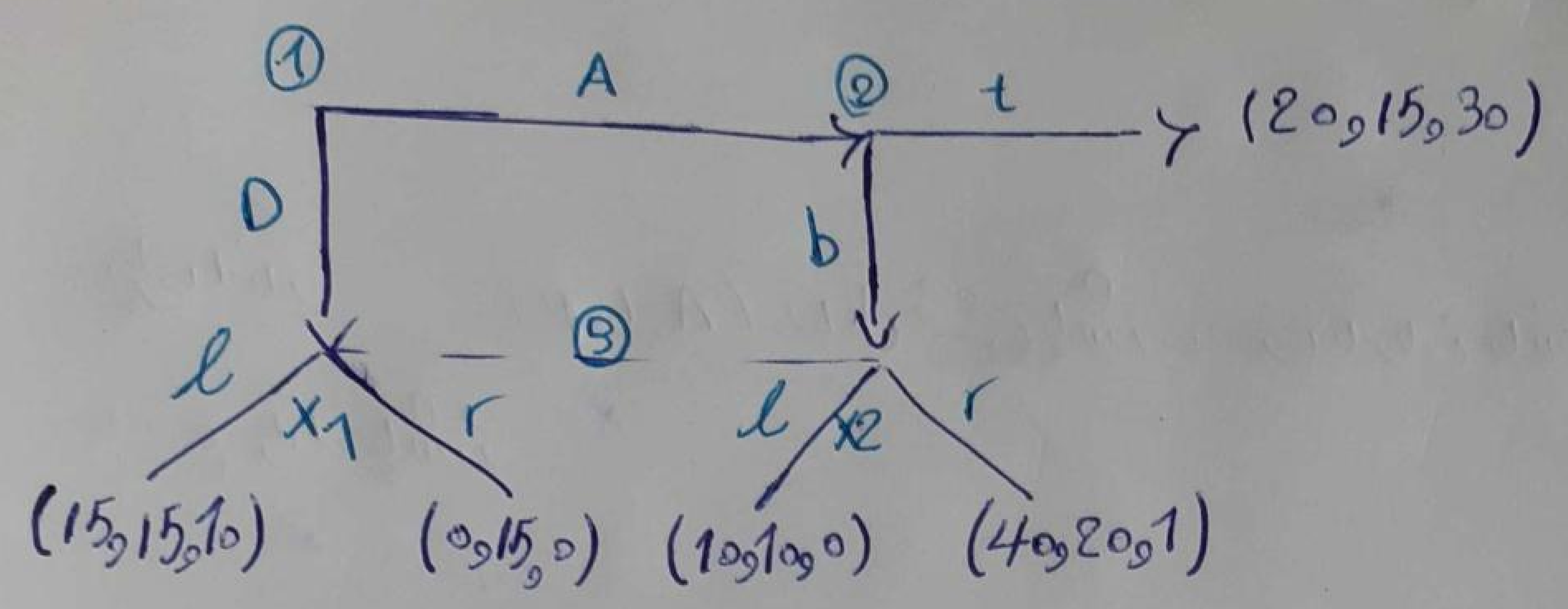
حال می‌توان فرم نرمال فوق را به صورت زیر هم نوشت

player ②

player 1	LL	LR	RL	RR
t	$(\underline{3/2}, 1)$	$\boxed{(\underline{1}, \underline{3/2})}$	$(\underline{3/2}, 1/2)$	$(\underline{1}, 1)$
b	$(1/2, 0)$	$(1/2, 1/2)$	$(1, 1/2)$	$\boxed{(\underline{1}, \underline{1})}$

بنابراین می‌توان گفت (LR,t) و (RR, b) تعادل‌های نش این بازی‌اند ولی (RR, b)، PBE نیست زیرا به ازای هیچ احتمالی بازیکن ① b را بازی نمی‌کند زیرا استراتژی t غالب اکید بر b است برای بازیکن ① و (LR,t)، PBE است

Add Ex9:



a) هر بازیکن یک مجموعه اطلاعاتی و در هر مجموعه اطلاعات ۲ عمل دارد بنابراین هر بازیکن ۴ استراتژی دارد

فرم نرمال این بازی به صورت زیر می‌شود

①

	② t	② b
A	(20,15,30)	(10,10,0)
D	(15,15,10)	(15,15,10)

player 3 choose l

	② t	② b
A	(20,15,30)	(40,20,1)
D	(0,15,0)	(0,15,0)

player 3 choose r

b) در صورتی بازیکن $\overset{①}{A}$ بازی کند و بازیکن ② b بازی کند، r بهترین پاسخ بازیکن 3 خواهد شد در صورتی بازیکن ① D بازی کند بهترین پاسخ بازیکن ③ l خواهد شد بنابراین بازیکن 3 استراتژی مغلوب ضعیفی ندارد زیرا به ازای یکسری بازه‌ها استراتژی l برایش پیامد بیشتر دارد و به ازای یکسری استراتژی‌ها استراتژی r پیامد بیشتری برایش دارد.

$U_1(A$

برای بازیکن ① نیز می‌توانیم بگوییم

در صورتی که بازیکن ③ r بازی کند و بازیکن ۲ b بازی کند و بازیکن ①، A بازی کند پیامد 40 به دست می‌آورد طبق باقی دیگر نیز اگر بازیکن ① A بازی کند و بازیکن ② b و بازیکن 3 l بازی کند پیامدی معادل 10 نصیبش می‌شود در صورتی که با توجه به استراتژی‌های قبل بازیکن ①، D بازی می‌کرد پیامد بیشتری معادل

برای بازیکن ③ نیز می‌توان گفت بسته به اینکه در گره x_1 یا x_2 باشد، یا l بر r غلبه دارد یا r بر l

c)

برای اینکه (A, t, p) تعادل نشی باشد، همه‌ی بازیکن‌ها نسبت به باور خود سهام بهترین پاسخ داده باشند

$$U_1(A, t, p) = 20$$

$$U_1(A, b, p) = 10p + 40(1-p) = 40 - 30p$$

$$U_1(D, \cdot, p) = 15p + 0(1-p) = 15p$$

$$U_1(A, t, p) > U_1(A, b, p) \rightarrow 20 > 40 - 30p \rightarrow 30p > 20 \rightarrow \boxed{p > 2/3}$$

$$U_1(A, t, p) > U_1(D, \cdot, p) \rightarrow 20 > 15p \rightarrow \boxed{p < 20/15}$$

$$U_2(A, b, p) = 10p + 20 \times (1-p)$$

$$\rightarrow U_2(A, t, p) > U_2(A, b, p)$$

$$U_2(A, t, p) = 15$$

$$\rightarrow 15 > 20 - 10p \rightarrow 10p > 5$$

$$\rightarrow \boxed{p > 1/2}$$

بنابراین درصورتی که $2/3 < p < 1$ باشد، (A, t, p) تعادل نشی است زیرا بازیکن‌ها
①② نسبت به استراتژی بازیکن ③ بهترین پاسخ را داده اند و با توجه به اینکه درصورتی که بازیکن‌ها
① A و بازیکن ② t را بازی کنند بازیکن ③ نسبت به بازی l و r بی‌تفاوت است بنابراین

پاسخ سؤال 4

مفروضات

- از نظر سایر فروشنده‌ها کیفیت کالای Q با احتمال $1-\mu$ برابر ۱ و با احتمال μ برابر ۲ است
- کالای با کیفیت Q در زمان t خراب می‌شود که t متغیری تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[0, Q]$ قرار دارد.
-

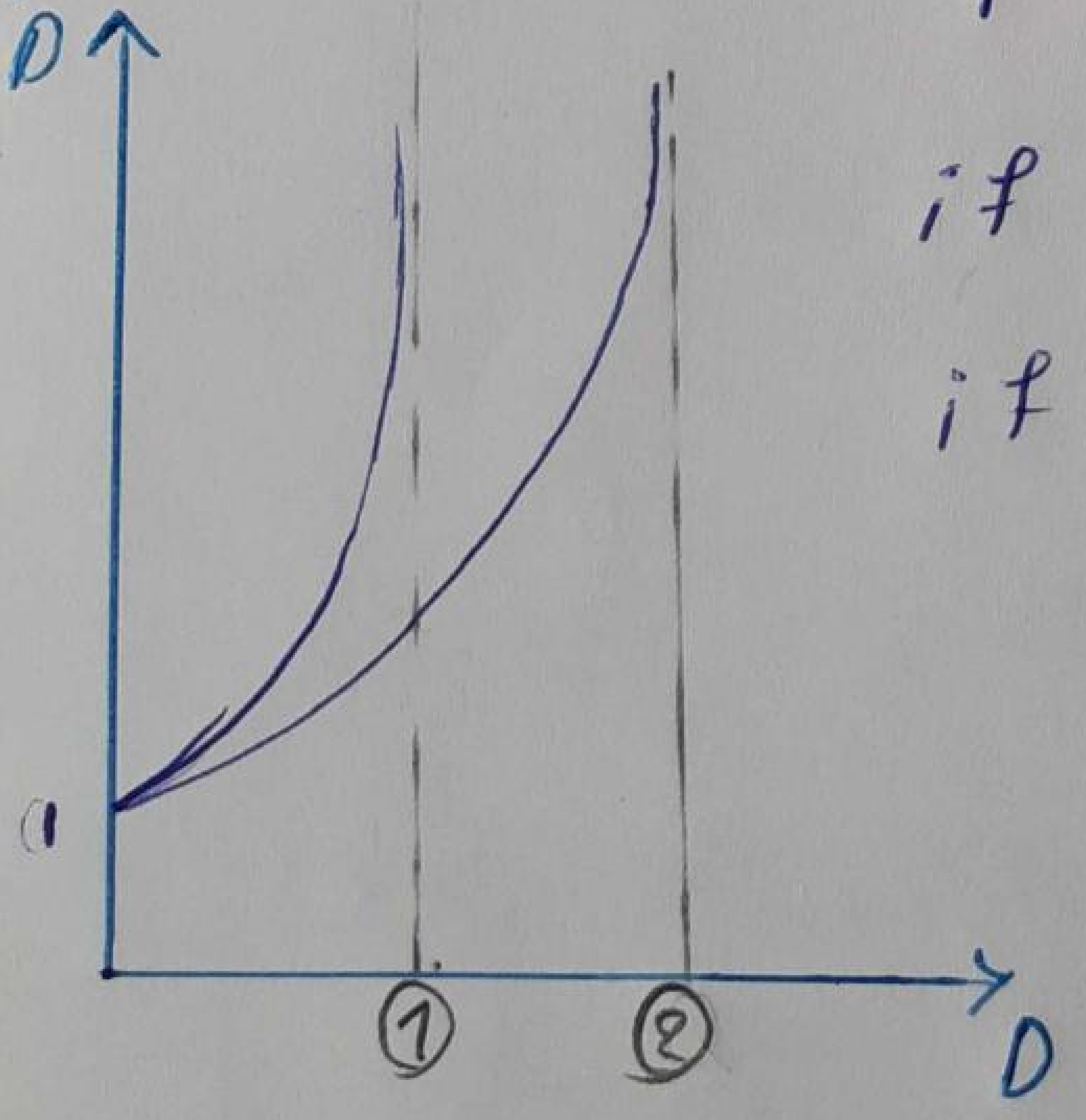
$$U(buyer) = 2t - p$$
$$U(seller) = p$$

a)

برای اینکه مطلوبیت انتظاری فروشنده را بدست بیاوریم ابتدا باید احتمال اینکه کالا قبل از زمان D خراب شود را بدست بیاوریم با توجه به اینکه احتمال خرابی دارای توزیع یکنواخت است احتمال خراب شدن قبل از زمان D برابر D/Q است بنابراین مطلوبیت انتظاری فروشنده از فروش یک کالا به شرح زیر است

$$E(U(D,P)) = P - D/Q\,P = P(1 - D/Q)$$

b)



$$P\left(\frac{Q-D}{Q}\right) = 1 \rightarrow P = \frac{Q}{Q-D}$$
$$\text{if } Q=1 \rightarrow P = \frac{1}{1-D}$$
$$\text{if } Q=2 \rightarrow P = \frac{2}{2-D}$$

Scanned by TapScanner

Add Ex5;

پاسخ سؤال 6

a)

state 1

Tina

Gina	H	A
H	(3,0)	(3,2)
A	(2,3)	(2,2)

state 2

Gina	H	A
H	(0,3)	(3,2)
A	(2,3)	(2,2)

$\rightarrow$ Gina

Tina

Gina	H	A
H	(1/5,1/5)	(3,2)
A	(2,3)	(2,2)

فرض کنید Tina با احتمال p H و با احتمال (1-p) A را بازی کند

$$U_{Gina}(H, S_{-i}) = p \times (1/2 \times 3 + 1/2 \times 0) + (1-p) \times (1/2 \times 3 + 1/2 \times 3)$$

$$= 3/2\, p + 3(1-p) = 3 - 3/2\, p$$

$$U_{Gina}(A, S_{-i}) = p \times (1/2 \times 2 + 1/2 \times 2) + (1-p) \times (1/2 \times 2 + 1/2 \times 2) = 2$$

$$U_{Gina}(H, S_{-i}) > U_{Gina}(A, S_{-i}) \rightarrow 3 - 3/2\, p > 2 \rightarrow 3/2\, p < 1$$

$$\rightarrow p < 2/3$$

$$\rightarrow BR_{Gina} = \begin{cases} H & p < 2/3 \\ \{A, H\} & p = 2/3 \\ A & p > 2/3 \end{cases}$$

فرض کنید Gina با احتمال q، H و با احتمال (1-q) A را بازی کند

$$U_{Tina}(H, s_{-i}) = q(1/2 \times 0 + 1/2 \times 3) + (1-q)(1/2 \times 3 + 1/2 \times 3)$$

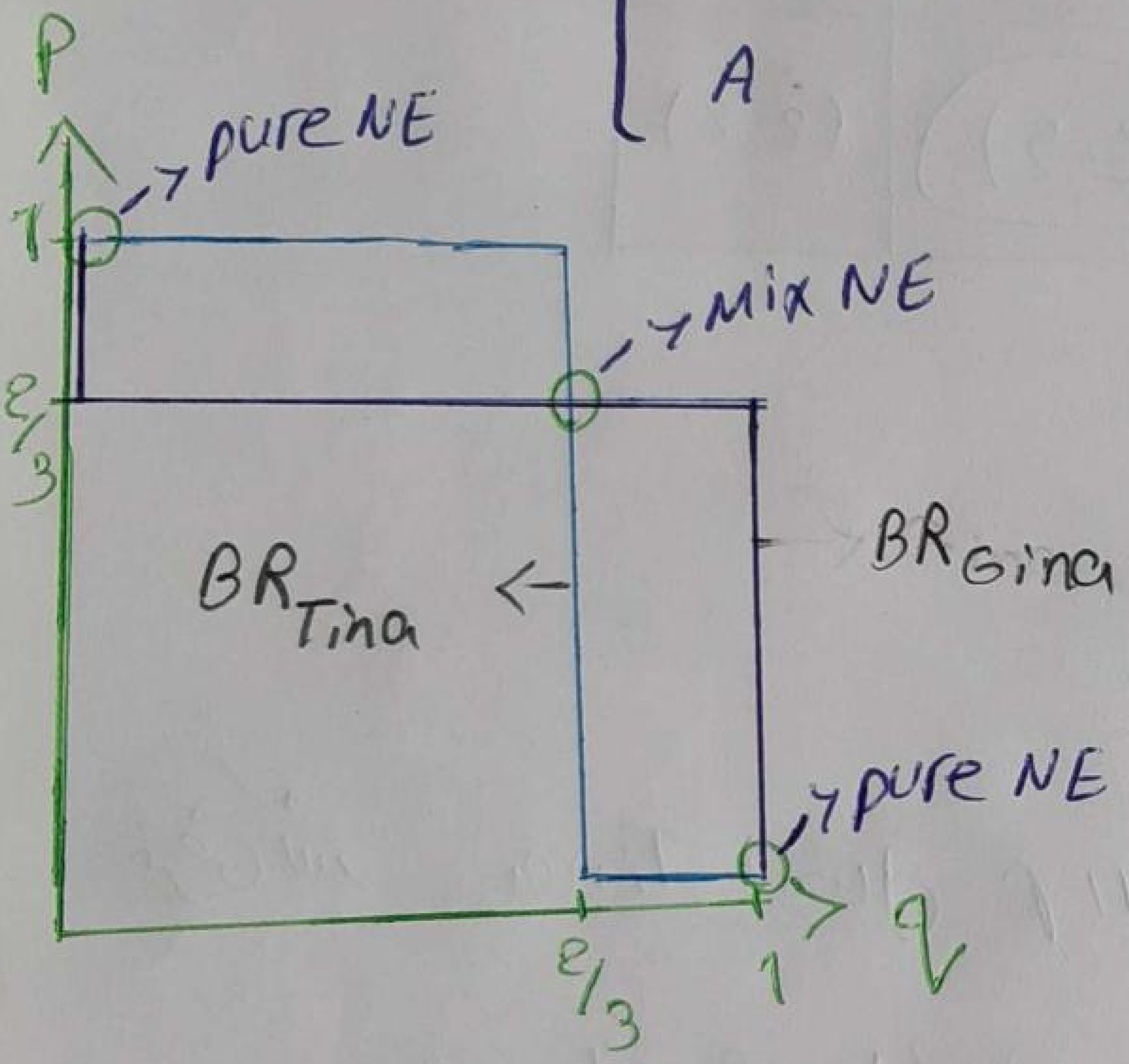
$$= 3/2\, q + 3(1-q) = 3 - 3/2\, q$$

$$U_{Tina}(A, s_{-i}) = 2$$

$$U_{Tina}(H, s_{-i}) > U_{Tina}(A, s_{-i}) \rightarrow 3 - 3/2\, q > 2 \rightarrow 3/2\, q < 1$$

$$\rightarrow q < 2/3$$

$$BR_{Tina} = \begin{cases} H & q < 2/3 \\ \{H, A\} & q = 2/3 \\ A & q > 2/3 \end{cases}$$



بنابراین تعادل های نش خالص به شرح زیر است

$$(S_{Gina}, S_{Tina}) = (H, A), (A, H)$$

تعادل نش مخلوط نیز به شرح زیر است

هر دو به احتمال 2/3 H بازی کنند و به احتمال 1/3 A

b) در این حالت Gina یک مجموعه اطلاعات دارد و دو عمل بنابراین دو استراتژی دارد و Tina نیز دو مجموعه اطلاعات دارد و در هر مجموعه اطلاعات دو عمل دارد بنابراین Tina 4 استراتژی دارد

$$S_{Gina} = \{Hunk, Average\} = \{H, A\}$$

$$S_{Tina} = \{HH, HA, AH, AA\}$$

HA یعنی در صورتی که جینا H را انتخاب کرد تینا نیز H را انتخاب می‌کند و در صورتی که جینا A را انتخاب کرد تینا نیز A را انتخاب می‌کند

این بازی یک زیربازی دارد و آن هم کل بازی است بنابراین تمام تعادل های نش آن SPE است. بنابراین ابتدا فرم نرمال بازی را به صورت زیر می‌نویسیم

Scanned by TapScanner

	HH	HA	AH	AA
H	(3,0)	(3,0)	(3,2)	(3,2)
A	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)

Nature choose ①

	HH	HA	AH	AA
H	(0,3)	(0,3)	(3,2)	(3,2)
A	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)

Nature choose ②

حال با توجه به اینکه طبیعت به احتمال ۱/۲ ① و به احتمال ۱/۲ ② را بازی می کند می توان فرم نرمال های فوق را به صورت زیر خلاصه کرد

Tina

Gina	HH	HA	AH	AA
H	$(3/2,3/2)$	$(3/2,3/2)$	$\boxed{(\underline{3},\underline{2})}$	$\boxed{(\underline{3},\underline{2})}$
A	$\boxed{(\underline{2},\underline{3})}$	$(\underline{2},2)$	$(2,\underline{3})$	$(2,2)$

بنابراین با توجه به اینکه این بازی یک زیر بازی بیشتر ندارد و آن کل بازی است، تمام تعادل های نش آن SPE می باشد

c)

در این حالت استراتژی هر کدام از بازیکنان به شکل زیر است

$S_{Gina} = \{HH, HA, AH, AA\}$ HA: یعنی اگر Nature ① را انتخاب کرد Gina H و در صورتی که Nature ② را بازی کرد، جینا A را بازی می‌کند

$S_{Tina} = \{HH, HA, AH, AA\}$ HA: یعنی اگر جینا H را بازی کرد تینا H و در صورتی که جینا A را بازی کرد تینا نیز A بازی کند

بنابراین فرم نرمال این بازی به صورت زیر است

Tina

Gina

	HH	HA	AH	AA
HH	(3,0)	(3,0)	(3,2)	(3,2)
HA	(3,0)	(3,0)	(3,2)	(3,2)
AH	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)
AA	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)

Nature choose①

	HH	HA	AH	AA
HH	(0,3)	(0,3)	(3,2)	(3,2)
HA	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)
AH	(0,3)	(0,3)	(3,2)	(3,2)
AA	(2,3)	(2,2)	(2,3)	(2,2)

Nature choose②

با توجه به اینکه Nature به احتمال ½ ① و به احتمال ½ ② را بازی می‌کند می‌توان فرم نرمال را به صورت زیر نوشت

Tina

Gina

	HH	HA	AH	AA
HH	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	$(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$	$\boxed{(\underline{3}, \underline{2})}$	$\boxed{(\underline{3}, \underline{2})}$
HA	$(\underline{\frac{5}{2}}, \frac{3}{2})$	$(\underline{\frac{5}{2}}, 1)$	$(\frac{5}{2}, \underline{\frac{5}{2}})$	$(\frac{5}{2}, 2)$
AH	$(1, \underline{3})$	$(1, \frac{5}{2})$	$(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$	$(\frac{5}{2}, 2)$
AA	$(2, \underline{3})$	$(2, 2)$	$(2, \underline{3})$	$(2, 2)$

d) درصورتی که Hunk با احتمال $1/6$ جینا را به Tina ترجیح دهد فرم نرمال بازی به صورت زیر می‌شود.

Tina

Gina	HH	HA	AA	AA
HH	$(\frac{1}{2}, \underline{\frac{5}{2}})$	$(\frac{1}{2}, \underline{\frac{5}{2}})$	$(\underline{3}, 2)$	$(\underline{3}, 2)$
HA	$(\underline{\frac{13}{6}}, \frac{1}{2})$	$(\underline{\frac{13}{6}}, \frac{1}{3})$	$(\frac{13}{6}, \underline{\frac{13}{6}})$	$(\frac{13}{6}, 2)$
AH	$(\frac{1}{3}, \underline{3})$	$(\frac{1}{3}, \frac{13}{6})$	$(\frac{13}{6}, \frac{13}{6})$	$(\frac{13}{6}, 2)$
AA	$(2, \underline{3})$	$(2, 2)$	$(2, \underline{3})$	$(2, 2)$