

## امتحان پایان ترم

یکشنبه ۱۳۹۹/۴/۱۵

این امتحان شامل ۲ سوال است و در ۲ صفحه تنظیم شده است.

با ارسال پاسخهای خود تایید می کنید که در طول آزمون پیرامون این امتحان و موضوعهای درسی مرتبط با آن با هیچ شخصی ارتباط مستقیم یا غیر مستقیم، بی واسطه یا با واسطه، برقرار نکرده اید.

استفاده از منابع در دسترس مجاز است.

مدت امتحان: ۲ ساعت

۱. دو بنگاه در یک بازار رقابت می کنند. بنگاه ۱ رهبر است و تصمیم می گیرد که سخت گیر باشد (T) یا ملایم (W). بنگاه ۲ پیرو است و عمل بنگاه ۱ را با نوینز مشاهده می کند و تصمیم می گیرد که بجنگد (F) یا عقب بنشیند (R). نوینز را می توان به این صورت مدل کرد که بنگاه ۲ یک علامت  $s \in \{t, w\}$  دریافت می کند که به با احتمال  $1 - \epsilon$  صحیح است؛ یعنی  $\Pr(s = t | a_1 = T) = \Pr(s = w | a_1 = W) = 1 - \epsilon$  و  $\Pr(s = t | a_1 = W) = \Pr(s = w | a_1 = T) = \epsilon$ .  $\epsilon \in (0, \frac{1}{4})$  عمل انتخاب شده توسط بنگاه ۱ و  $\epsilon \in (0, \frac{1}{4})$  اگر رهبر سخت گیر باشد و پیرو بجنگد، پیامد هر دو ۱- است. اگر رهبر ملایم باشد و پیرو بجنگد پیامد هر دو ۱ است. اگر رهبر سخت گیر باشد و پیرو عقب بنشیند پیامد رهبر ۳ و پیامد پیرو ۰ است. اگر رهبر ملایم باشد و پیرو عقب بنشیند پیامد رهبر ۵ و پیامد پیرو ۰ است.

(ا) (۱ نمره) یک درخت برای فرم گسترده ی این بازی رسم کنید.

(ب) (۲ نمره) فقط در قسمت (ب) فرض کنید پیرو عمل رهبر را به طور مستقیم می بیند و نیازی به علامت

نوینزدار نیست. تعادل های زیربازی کامل (SPE) این بازی تغییر یافته چیست؟

(ج) (۳ نمره) تمام تعادل های استراتژی خالص sequential بازی اصلی را پیدا کنید.

(د) (۴ نمره) یک تعادل استراتژی مخلوط sequential برای این بازی پیدا کنید که در آن پیرو بعد از

مشاهده ی علامت W مخلوط بازی می کند.

۲. کشور A قصد دارد به کشور B حمله کند. تهاجم در یکی از دو منطقه‌ی C یا D اتفاق خواهد افتاد. A کسر  $x$  از سربازانش را به C و کسر  $1 - x$  از سربازانش را به D اعزام کرده است. فرض کنید مقدار  $x$  قبل از شروع بازی توسط A انتخاب شده و B از مقدار  $x$  باخبر است.

به‌طور همزمان، A انتخاب می‌کند که به C یا D حمله کند و B انتخاب می‌کند که در C یا D دفاع کند. پیامدها به شرح زیر است. اگر حمله موفق باشد پیامد A برابر 1 و پیامد B برابر 0 است. اگر حمله شکست بخورد پیامد A برابر 0 و پیامد B برابر 1 است. احتمال موفقیت تهاجم به صورت زیر مشخص می‌شود. فرض کنید  $z$  برابر با کسری از نیروهای A باشد که در نزدیکی محل تهاجم قرار دارند (یعنی اگر حمله در C اتفاق بیافتد  $z = x$  و اگر حمله در D اتفاق بیافتد  $z = 1 - x$ ). اگر B در نقطه‌ی تهاجم A دفاع نکند احتمال موفقیت تهاجم  $z$  است، و اگر B در محل تهاجم A دفاع کند احتمال موفقیت  $\frac{z}{2}$  است.

أ) (۱,۵ نمره) با در نظر گرفتن پیامدهای انتظاری، فرم نرمال این بازی را بر حسب  $x$  رسم کنید.  
 ب) (۱,۵ نمره) آیا بازه‌ای از مقادیر  $x$  وجود دارد که در آن یکی از بازیگران یا هر دو استراتژی غالب (dominant strategy) داشته باشند؟ اگر چنین است مشخص کنید که برای کدام مقادیر  $x$  کدام استراتژی برای کدام بازیگر غالب است.

ج) (۱,۵ نمره) آیا بازه‌ای از مقادیر  $x$  وجود دارد که در آن تعادل نش استراتژی خالص وجود داشته باشد؟ اگر چنین است بازه را مشخص کنید و تعادل نش را معین کنید.

أ) (۱,۵ نمره) آیا بازه‌ای از مقادیر  $x$  وجود دارد که در آن تعادل نش استراتژی مخلوط وجود داشته باشد؟ اگر چنین است بازه را مشخص کنید و تعادل نش استراتژی مخلوط را معین کنید.

ب) (۱ نمره) نمودار پیامد انتظاری A که در تعادل حاصل می‌شود را بر حسب  $x$  رسم کنید.  
 حال فرض کنید که مقدار  $x$  از ابتدا مشخص نباشد و توسط A تعیین شود. بازی به ترتیب زیر انجام می‌شود:

- A تصمیم می‌گیرد که به هر یک از دو منطقه چه قدر نیرو بفرستد. (یعنی A مقدار  $x$  را تعیین می‌کند).
- B اعزام نیروها توسط A را مشاهده می‌کند. (یعنی B مقدار  $x$  را مشاهده می‌کند).
- به‌طور همزمان، A انتخاب می‌کند که به C یا D حمله کند و B انتخاب می‌کند که در C یا D دفاع کند.

ج) (۱ نمره) مجموعه‌ی استراتژی‌های A و B را مشخص کنید.

د) (۱ نمره) فرم گسترده‌ی بازی را رسم کنید و پیامدها را در گره‌های انتهایی نشان دهید. (از آن‌جا که برای انتخاب اول A بی‌شمار مقدار ممکن است، درخت ادامه‌ی بازی را برای یک مقدار خاص  $x$  رسم کنید).

ه) (۱ نمره) تعادل‌های زیربازی کامل این بازی را پیدا کنید. A به چه نسبتی نیروهایش را اعزام می‌کند؟