

بسمه تعالی

تمرین سوم کنترل پیشرفته

"طراحی کنترلر و مشاهده گر برای دیسک غلتان روی میله"

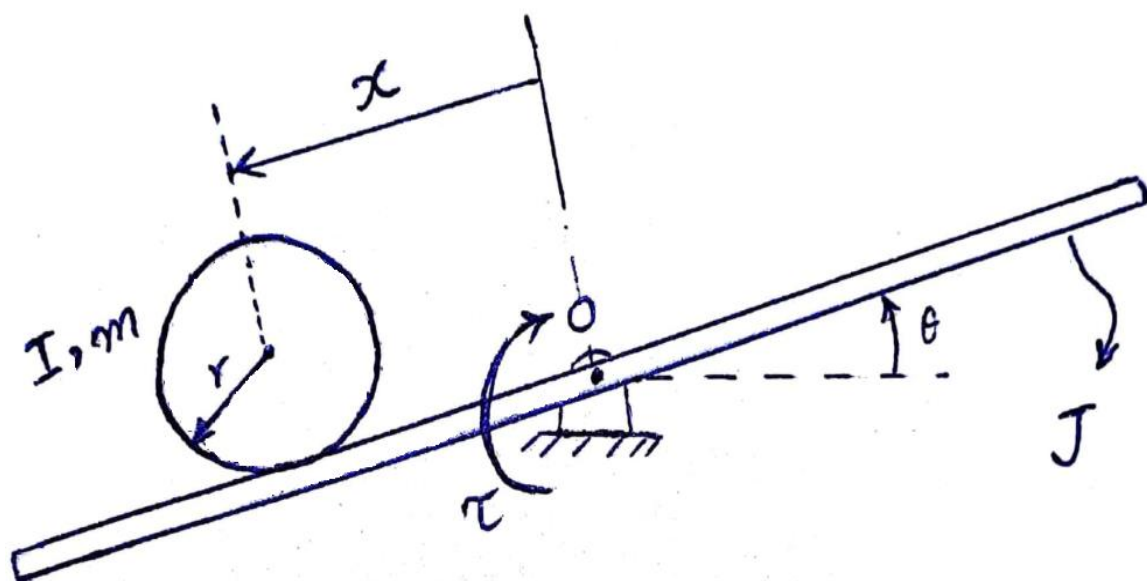
نام و نام خانوادگی:

ایمان شریفی

۹۸۲۱۰۱۸۴

استاد درس:

دکتر سالاریه



شکل ۱: شماتیک کلی پاندول معکوس

۱- معادلات حاکم را استخراج کنید و حول نقطه تعادل خطی سازی کنید.

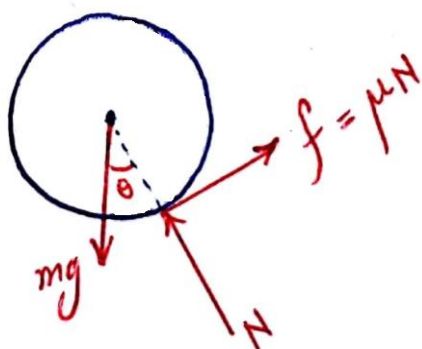
معادلات غیر خطی:

معادله حاکم بر کل سیستم:

$$\sum M_o = I_t \ddot{\theta}$$

$$mg \cos(\theta) x - \tau = (J + I + m(x^2 + r^2)) \ddot{\theta}$$

معادلات حاکم بر دیسک:



$$\sum F_x = ma_x$$

$$mg \sin(\theta) - \mu N = m(\ddot{x} - x\dot{\theta}^2)$$

$$\sum F_\theta = ma_\theta$$

$$mg \cos(\theta) - N = m(x\ddot{\theta} + 2\dot{x}\dot{\theta})$$

در نتیجه مشتقات مرتبه دوم به صورت زیر بدست می آیند:

$$\ddot{\theta} = \frac{mg\cos(\theta)x - \tau}{(J + I + m(x^2 + r^2))} = f_1$$

$$N = mg\cos(\theta) - m(x\ddot{\theta} + 2\dot{x}\dot{\theta}) = f_2$$

$$\ddot{x} = g\sin(\theta) - \frac{\mu f_2}{m} + x\dot{\theta}^2$$

متغیر های حالت:

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x}$$

$$x_3 = \theta$$

$$x_4 = \dot{\theta}$$

معادلات حاکم:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m + M - m\cos\theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta - mg\sin\theta\}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{l} (g\sin\theta - \frac{1}{m + M - m\cos\theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin\theta - mg\sin\theta\} \cos\theta)$$

خطی سازی معادلات:

برای خطی سازی از دستور "jacobian" در نرم افزار MATLAB استفاده می کنیم.

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX + Du$$

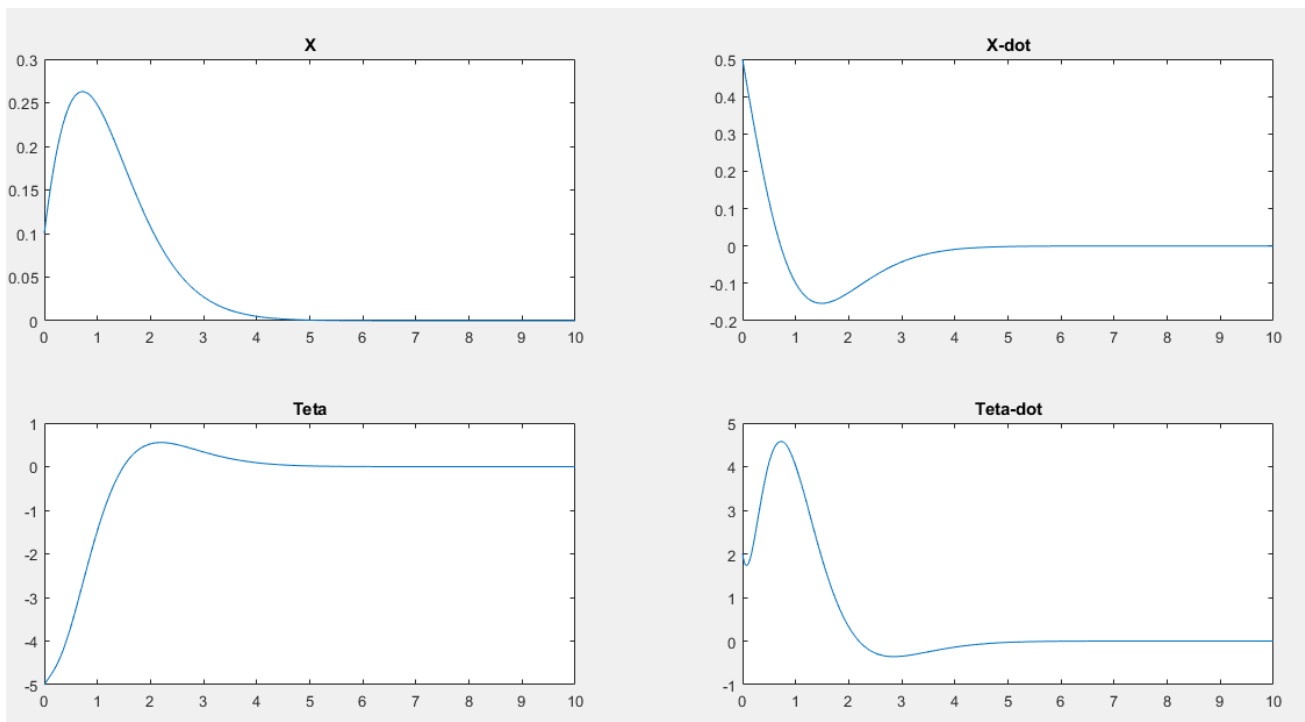
$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial u_1} \end{bmatrix}$$

۲- اگر مقادیر ویژه سیستم مدار بسته خطی سازی شده به صورت زیر باشد.

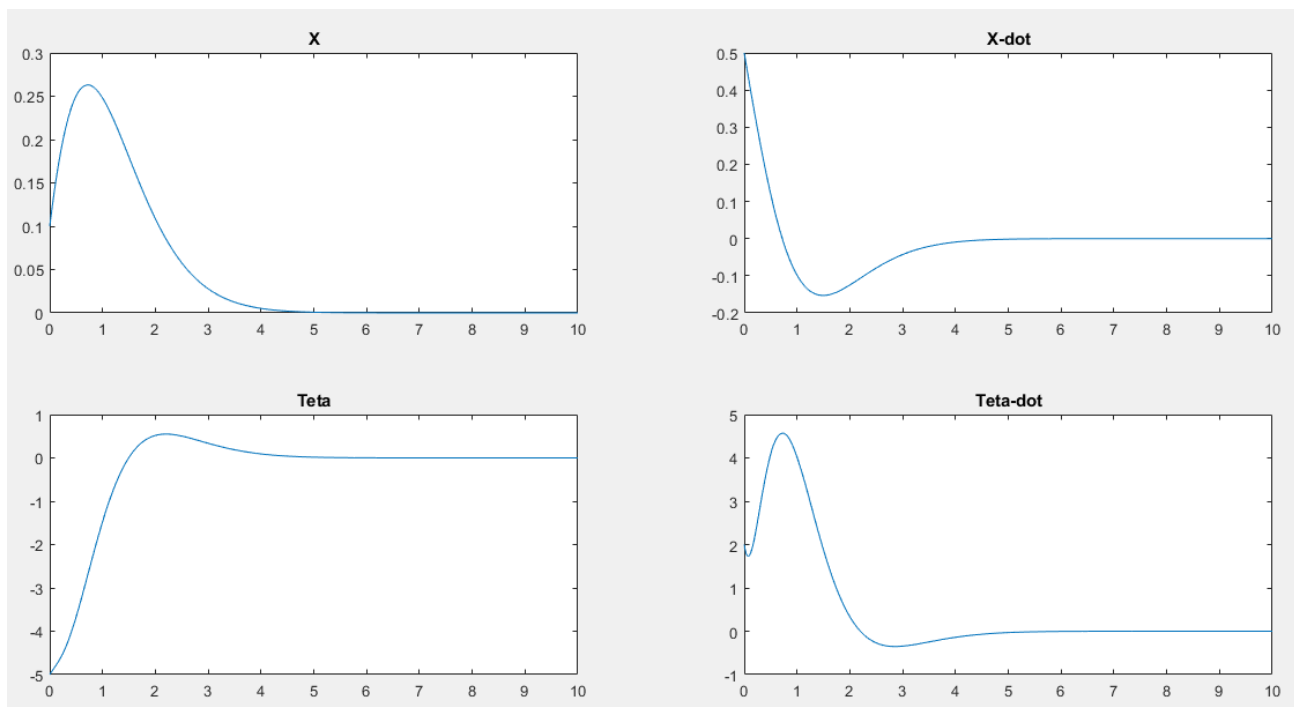
$$desired \text{ poles} = [-2 + j \quad -2 - j \quad -2 \quad -2]$$

یک رگولاتور خطی طراحی کنید و عملکرد آنرا با اعمال به سیستم غیرخطی چک کنید با دو شرط اولیه زیر:

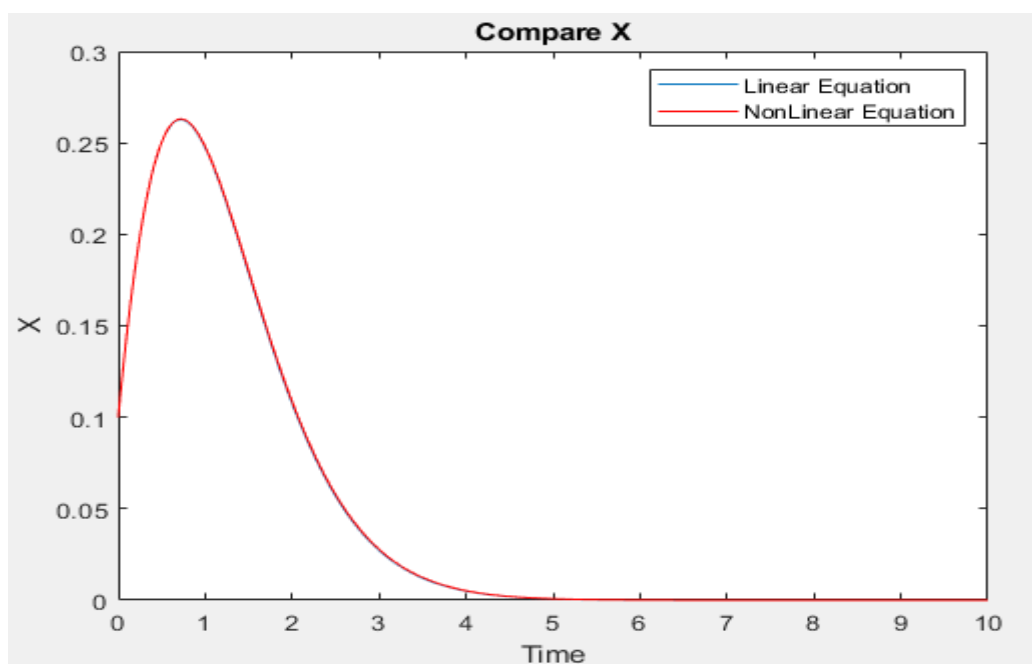
$$x_0 = [0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T \text{ الف}$$



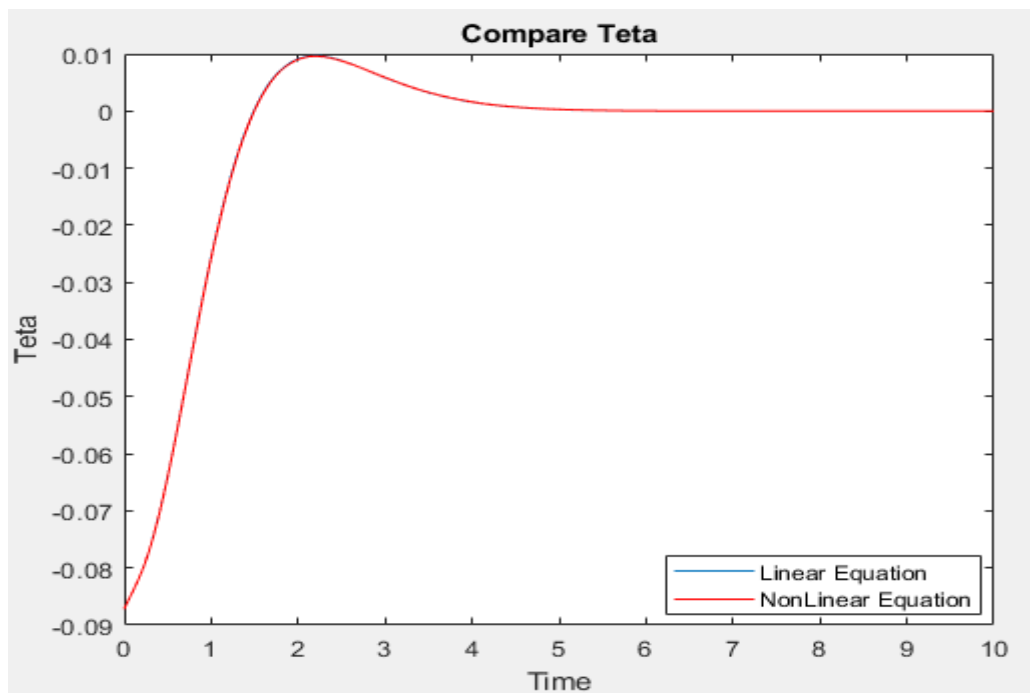
شکل ۲: پاسخ سیستم خطی به ازای ورودی $[0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T$



شکل ۳: پاسخ سیستم غیر خطی به ازای ورودی $[0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T$

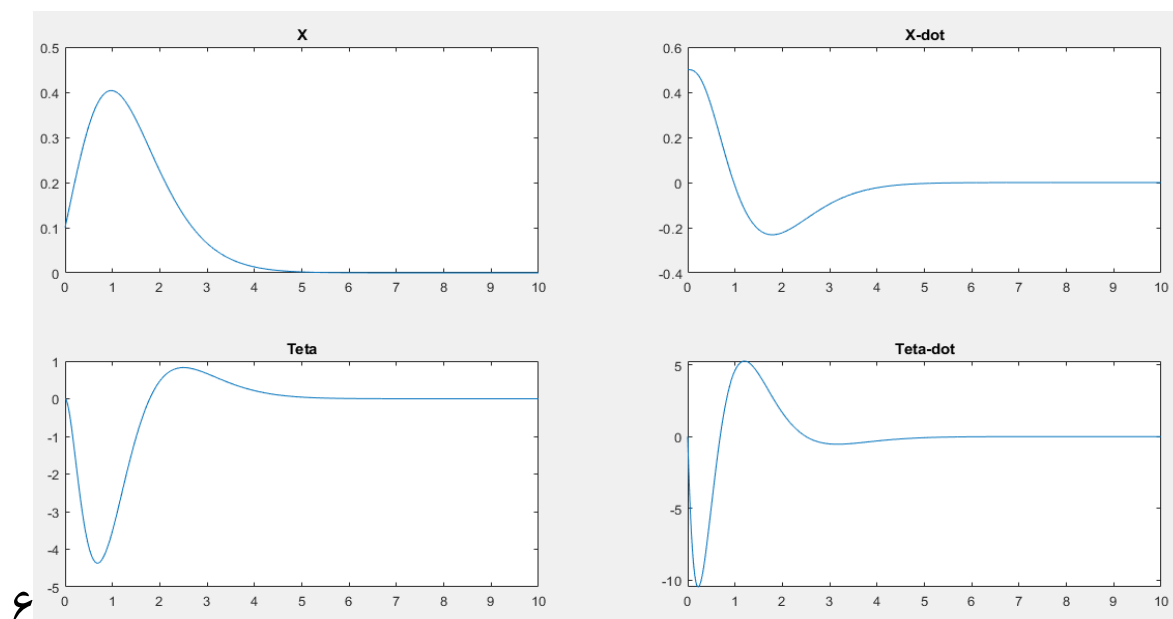


شکل ۴: مقایسه جابجایی پاندول در سیستم خطی و غیر خطی به ازای ورودی $[0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T$

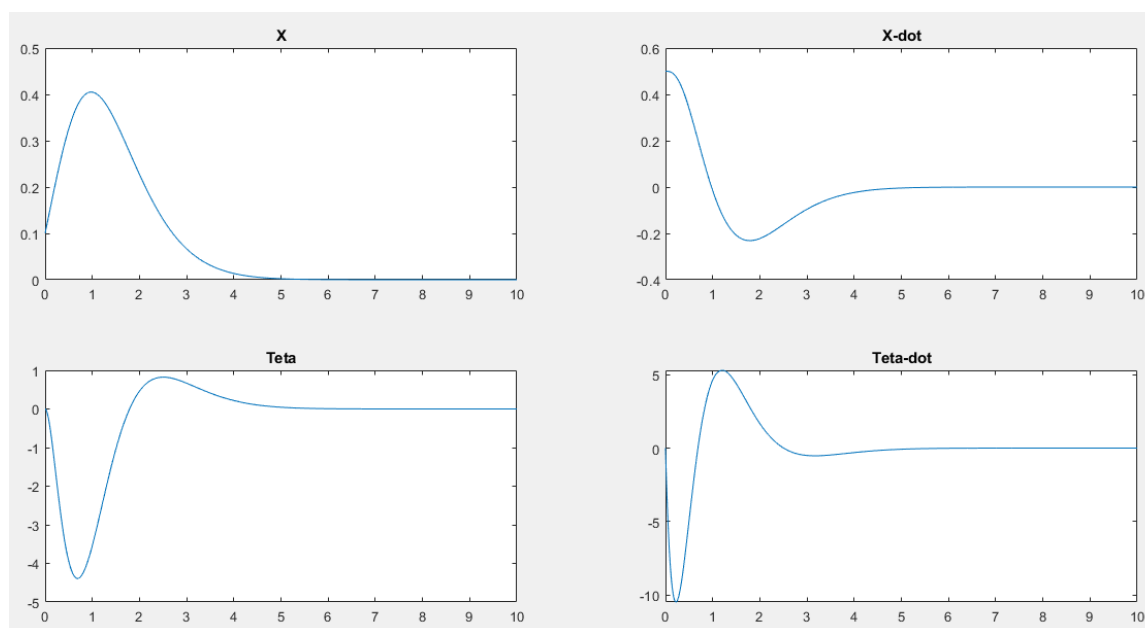


شکل ۵: مقایسه زاویه پاندول در سیستم خطی و غیرخطی به ازای ورودی $[0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T$

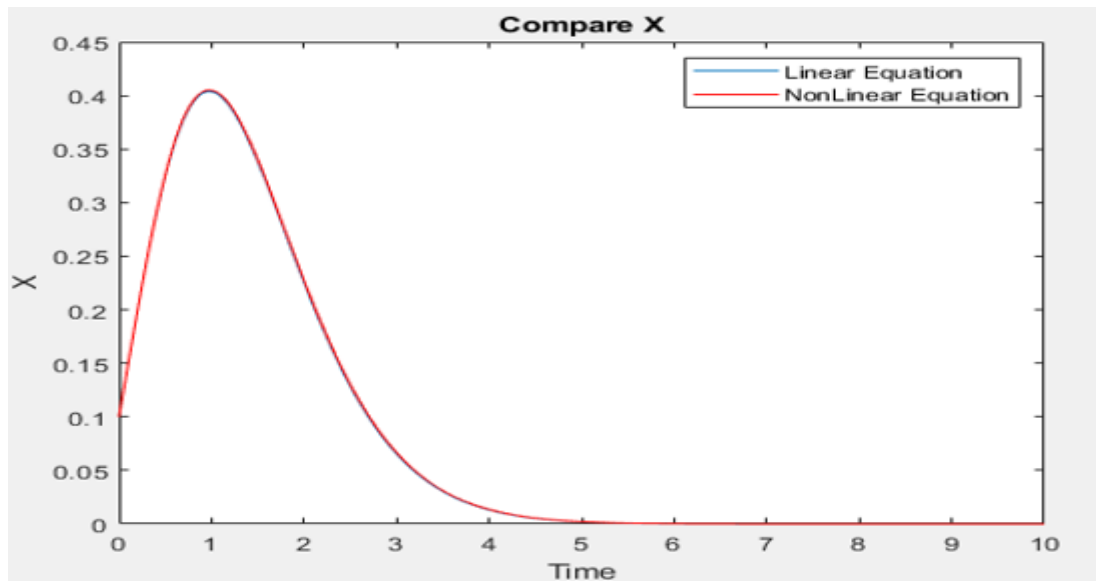
$$x_{\cdot} = [0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T \text{ ب-}$$



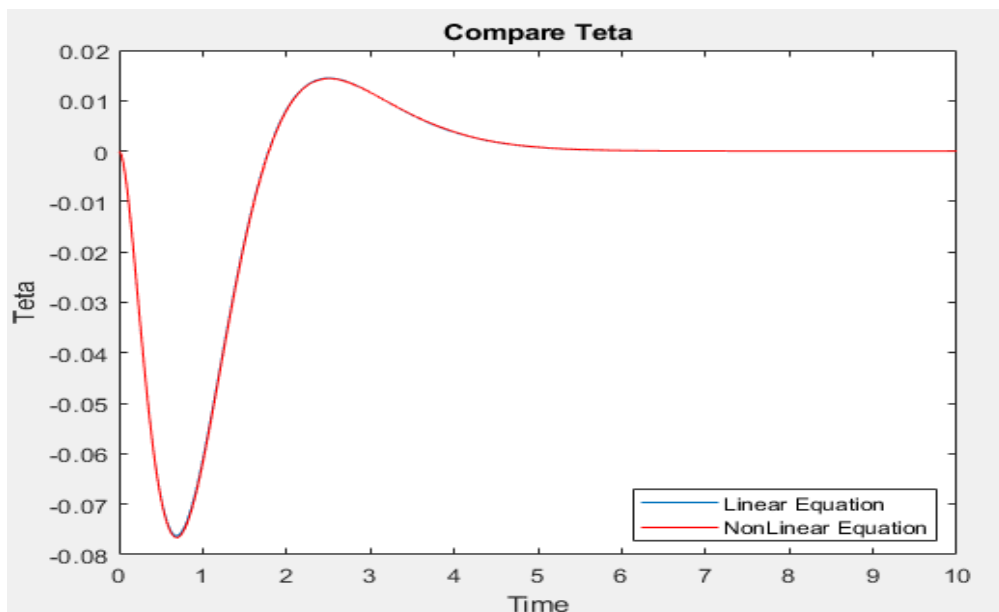
شکل ۶: پاسخ سیستم خطی به ازای ورودی $[0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$



شکل ۷: پاسخ سیستم غیر خطی به ازای ورودی $[0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$



شکل ۸: مقایسه جابجایی پاندول در سیستم خطی و غیر خطی به ازای ورودی $[0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$



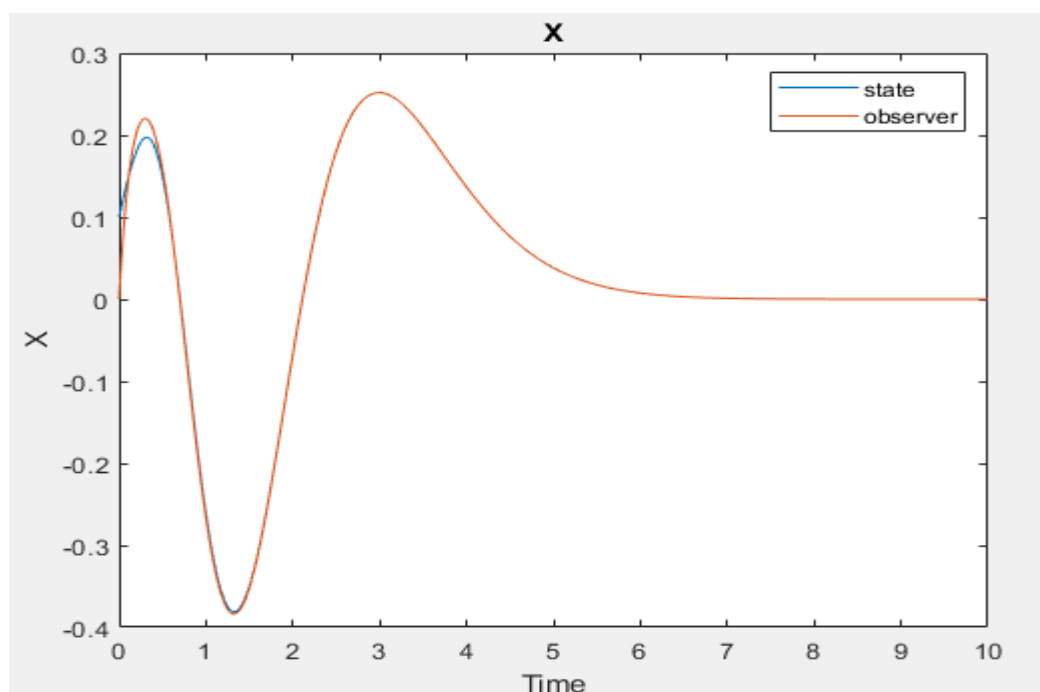
شکل ۹: مقایسه زاویه پاندول در سیستم خطی و غیر خطی به ازای ورودی $[0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$

۳- فرض کنید فقط x قابل اندازه گیری باشد یک مشاهده گر حالت با مقادیر ویژه $[-5 \ -5 \ -5 \ -5]$ برای سیستم خطی سازی شده طراحی کنید طوری که \hat{x} بتواند x

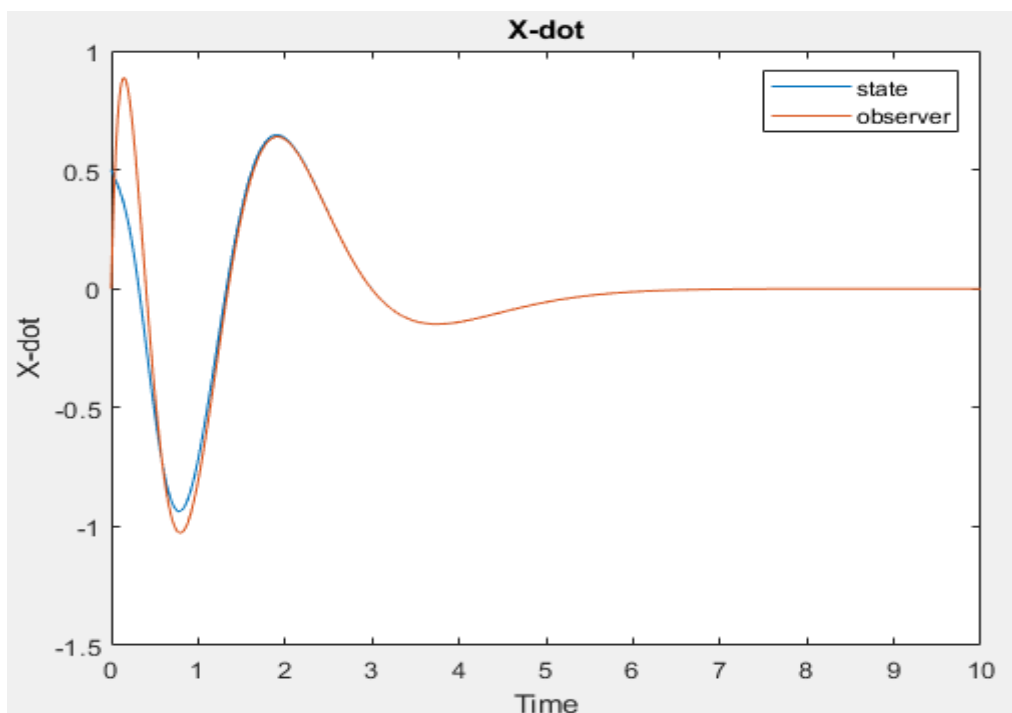
را تخمین بزنند و همچنین یک مشاهده گر کمینه مرتبه با مقادیر ویژه $[-5 \quad -5 \quad -5]$ طراحی کنید و در نهایت این کنترلر را به همان شرایط اولیه بخش ۳ به سیستم غیر خطی اعمال کنید و نتیجه را نشان دهید.

۴-۱- سیستم خطی:

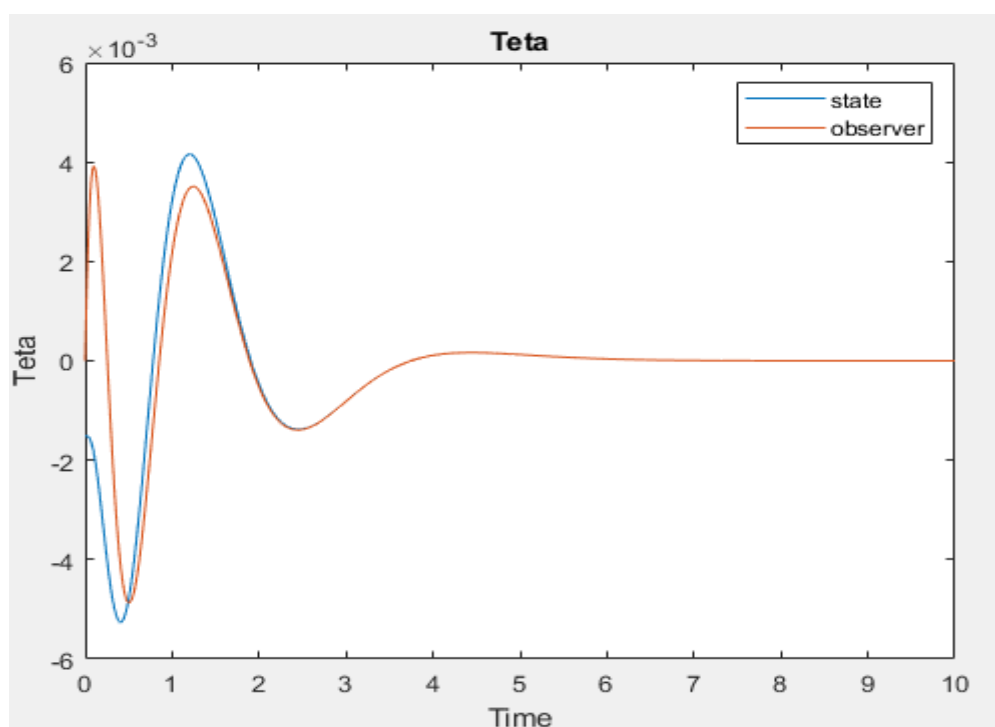
$$x_0 = [0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T \text{ الف}$$



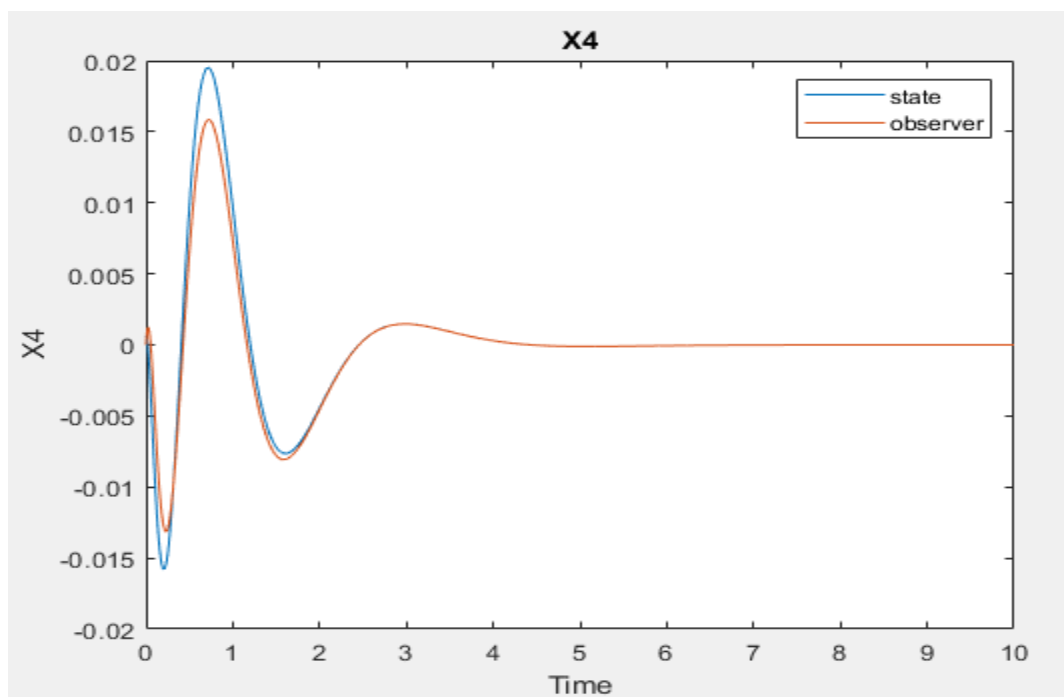
شکل ۱۰: مقایسه جابجایی دیسک در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۱: مقایسه سرعت دیسک با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

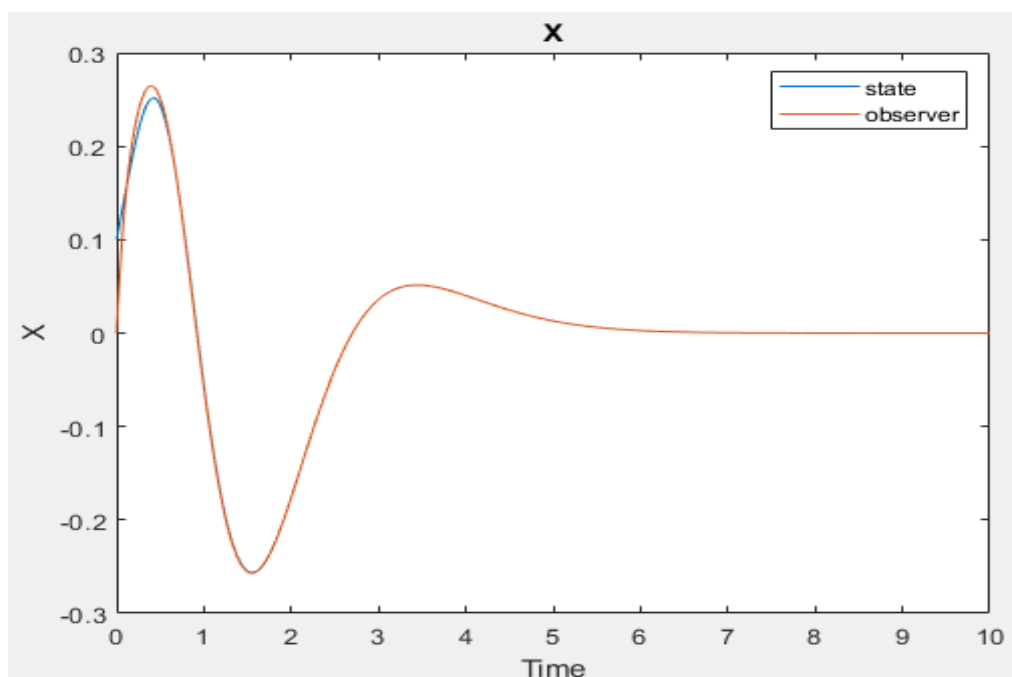


شکل ۱۲: مقایسه زاویه میل به مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

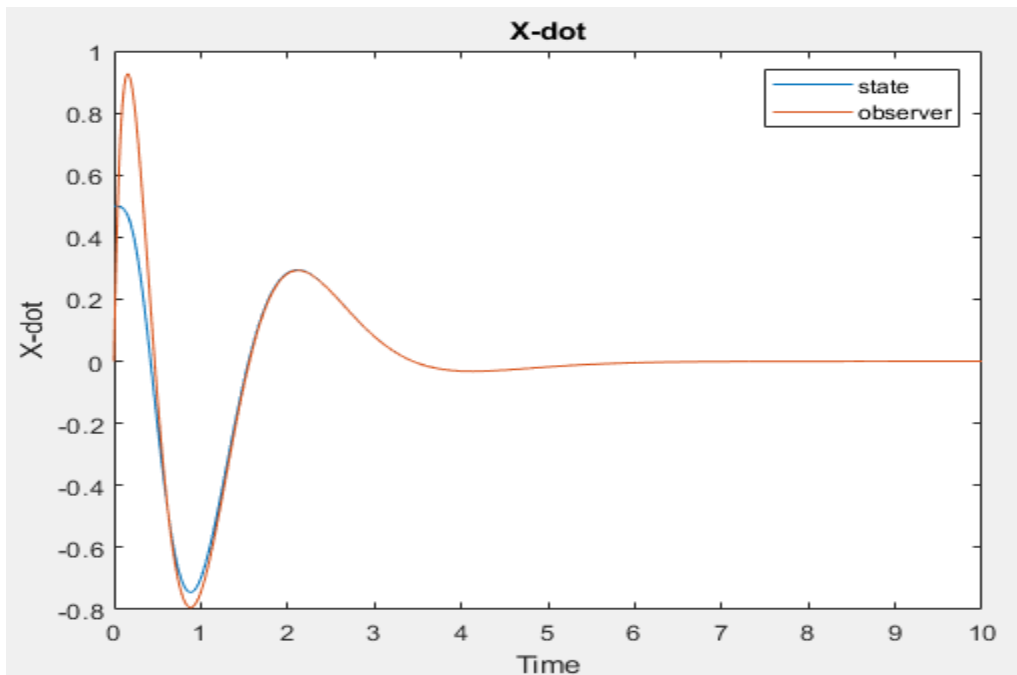


شکل ۱۳: مقایسه سرعت زاویه ای میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

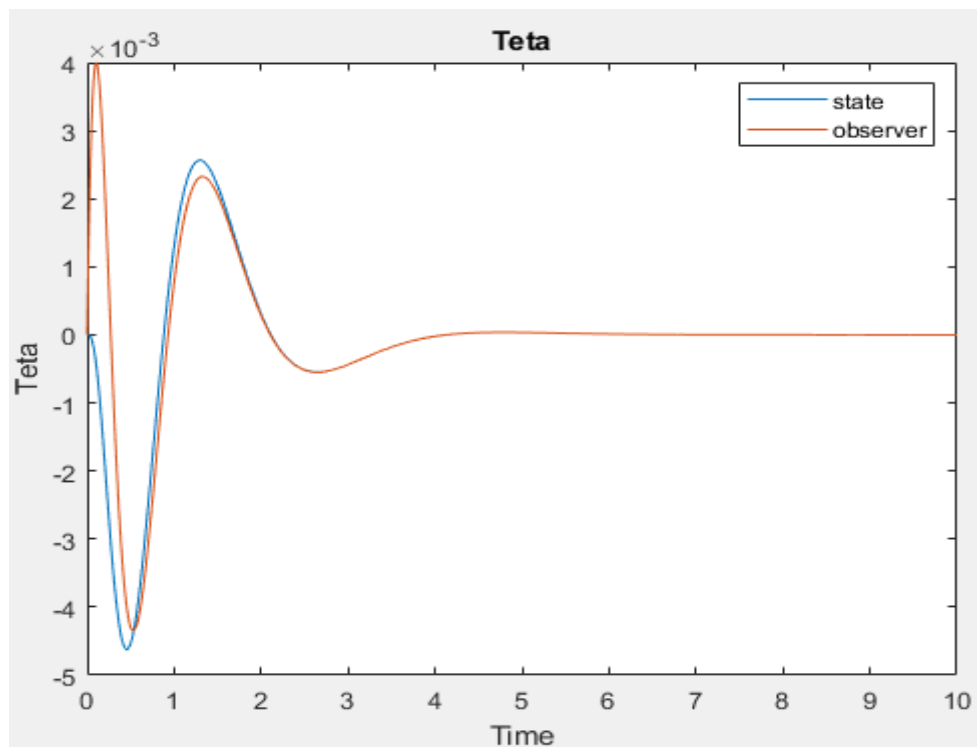
$$\text{ب-} x_1 = [0.1 \quad 0.5 \quad 0 \quad 0]^T$$



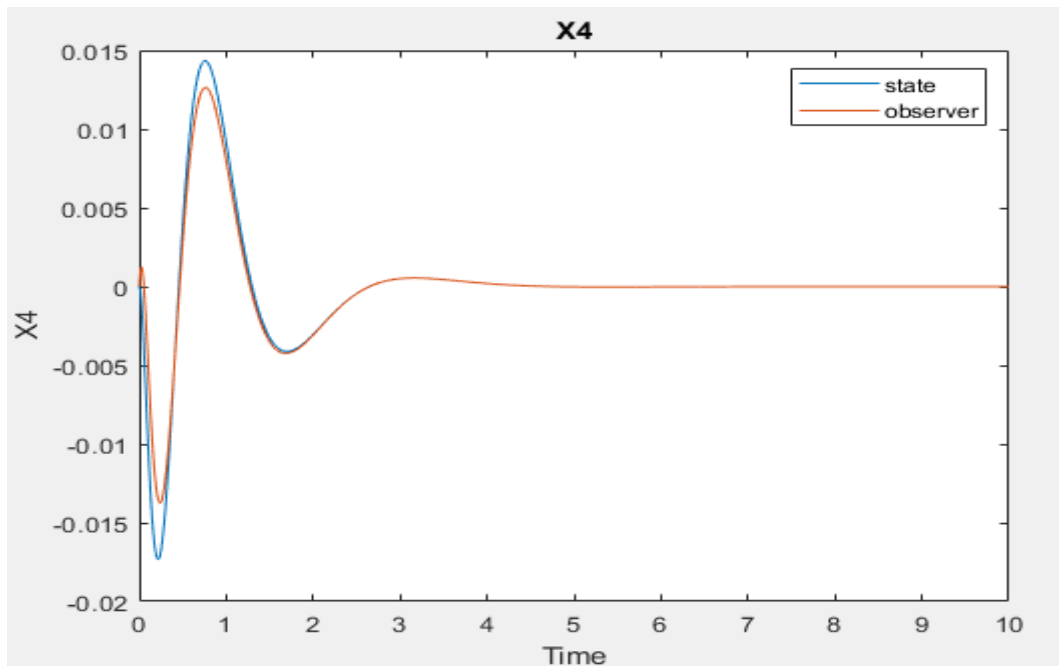
شکل ۱۴: مقایسه جابجایی دیسک در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۵: مقایسه سرعت دیسک با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



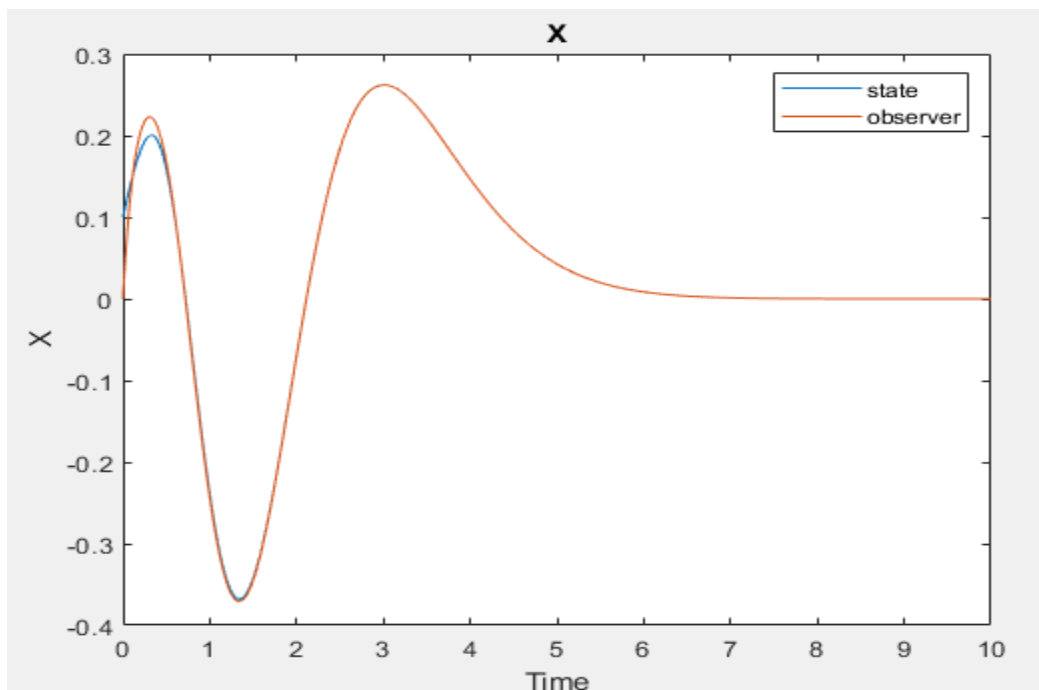
شکل ۱۶: مقایسه زاویه میل به با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



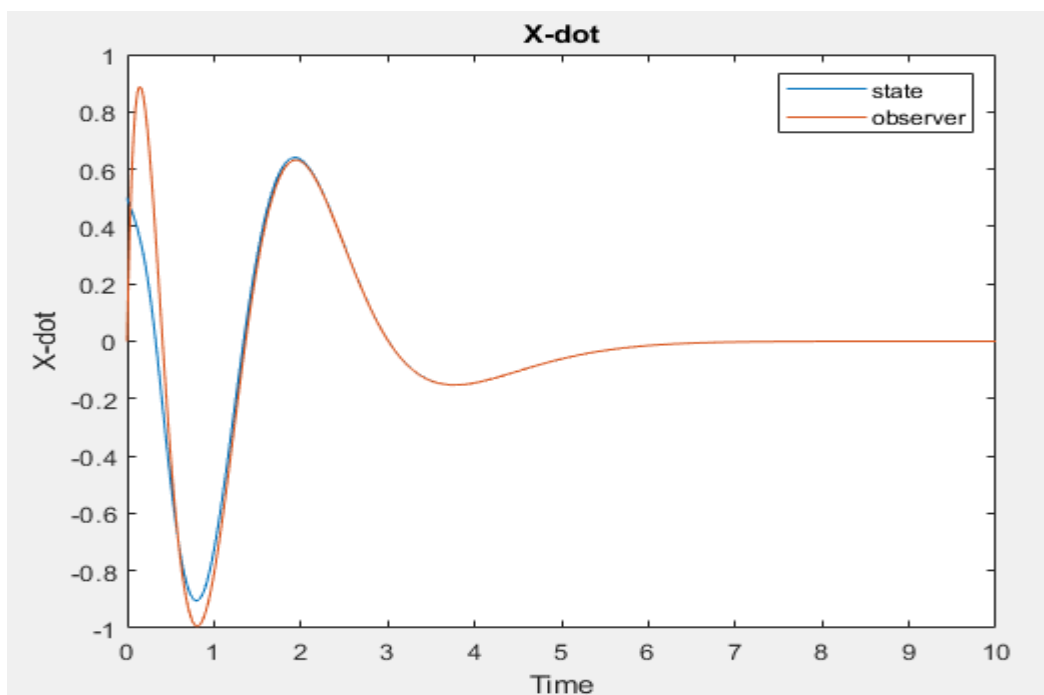
شکل ۱۷: مقایسه سرعت زاویه ای میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

۲-سیستم غیر خطی:

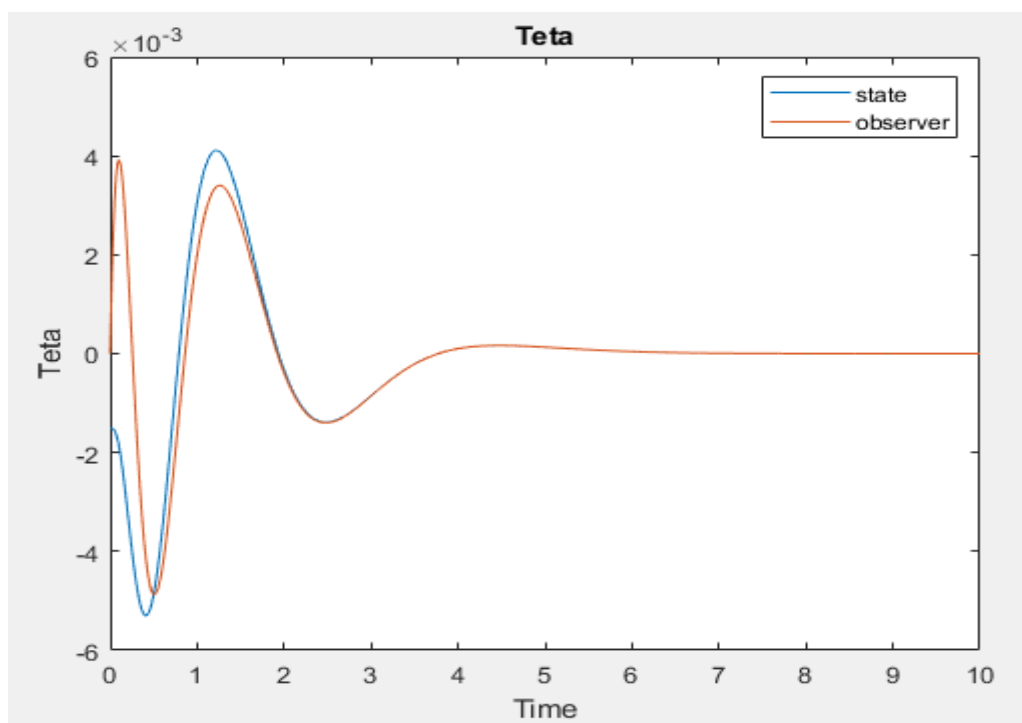
$$\text{الف- } x_0 = [0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T$$



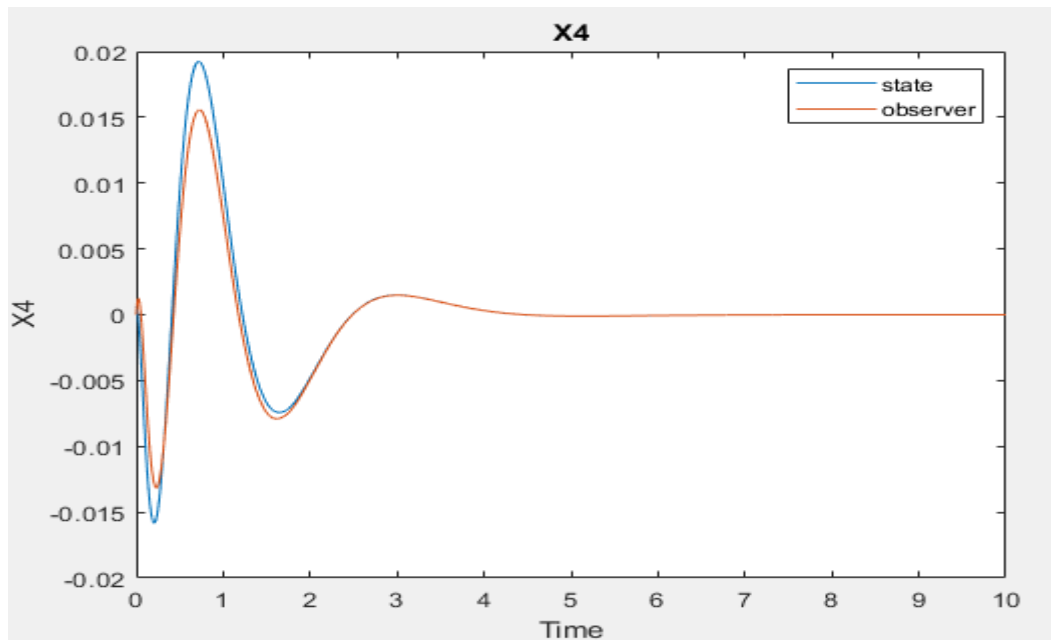
شکل ۱۸: مقایسه جابجایی دیسک در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۹: مقایسه سرعت دیسک با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

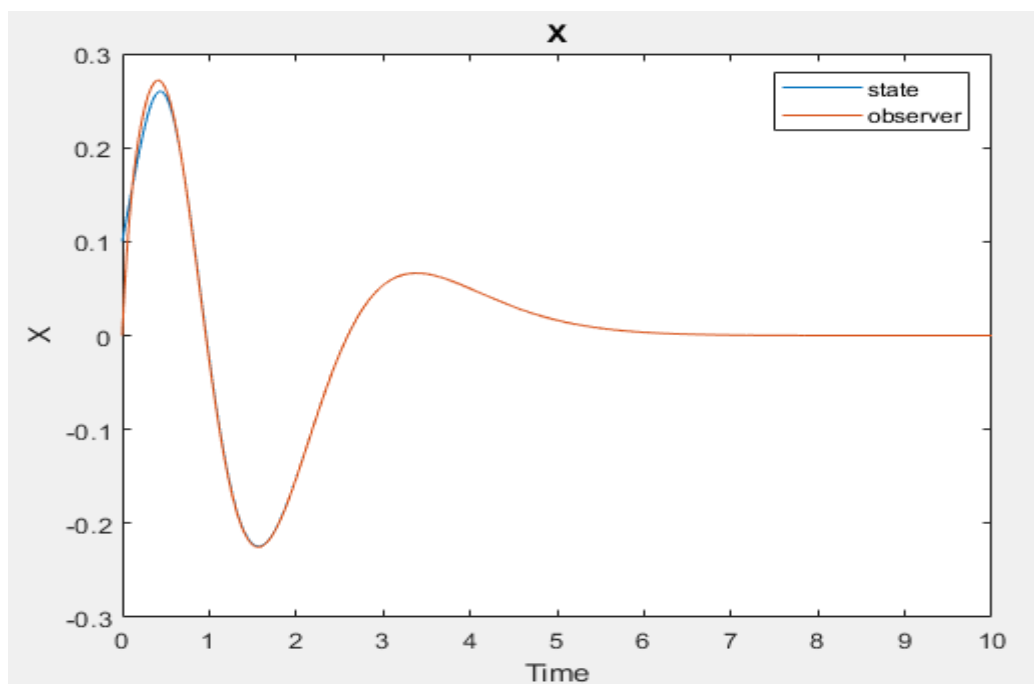


شکل ۲۰: مقایسه زاویه میل به با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

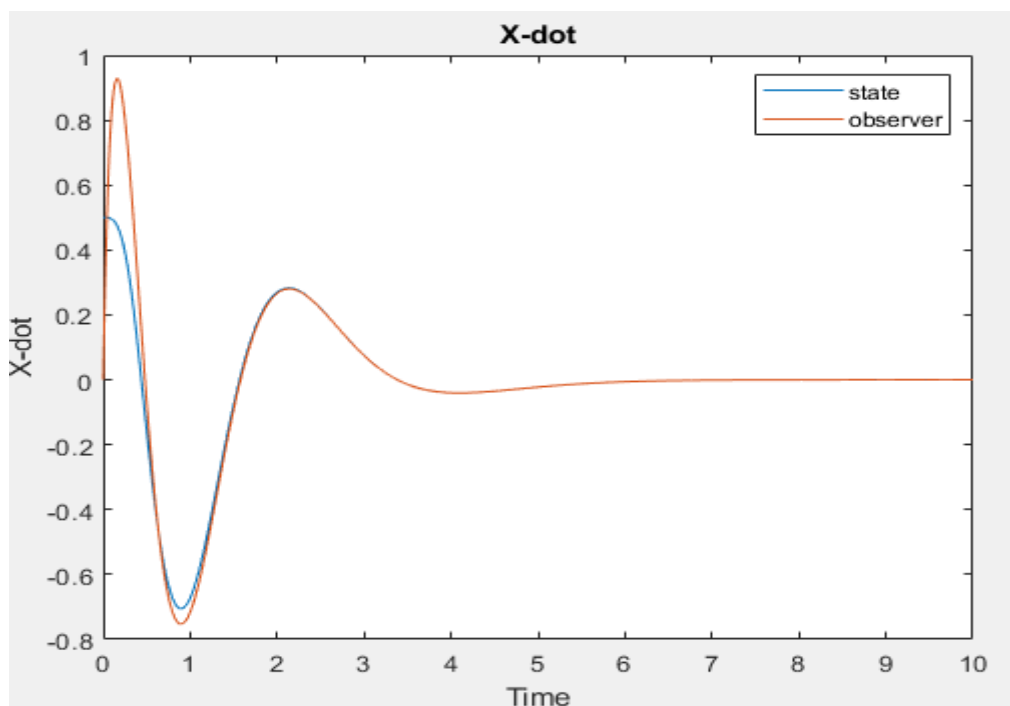


شکل ۲۱: مقایسه سرعت زاویه ای میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

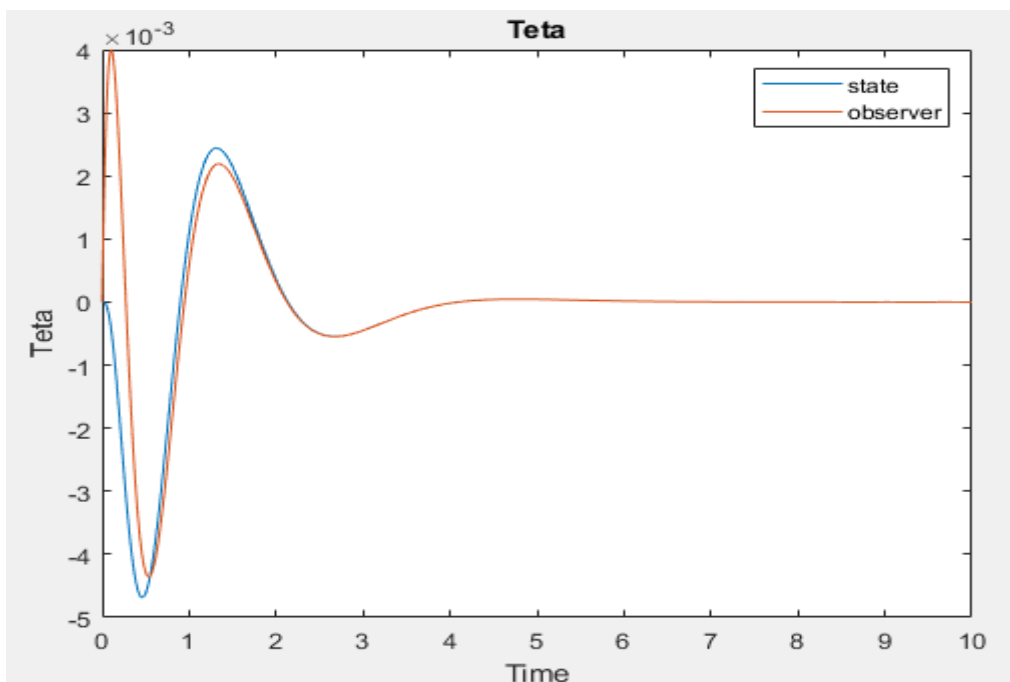
ب- $x_0 = [0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$



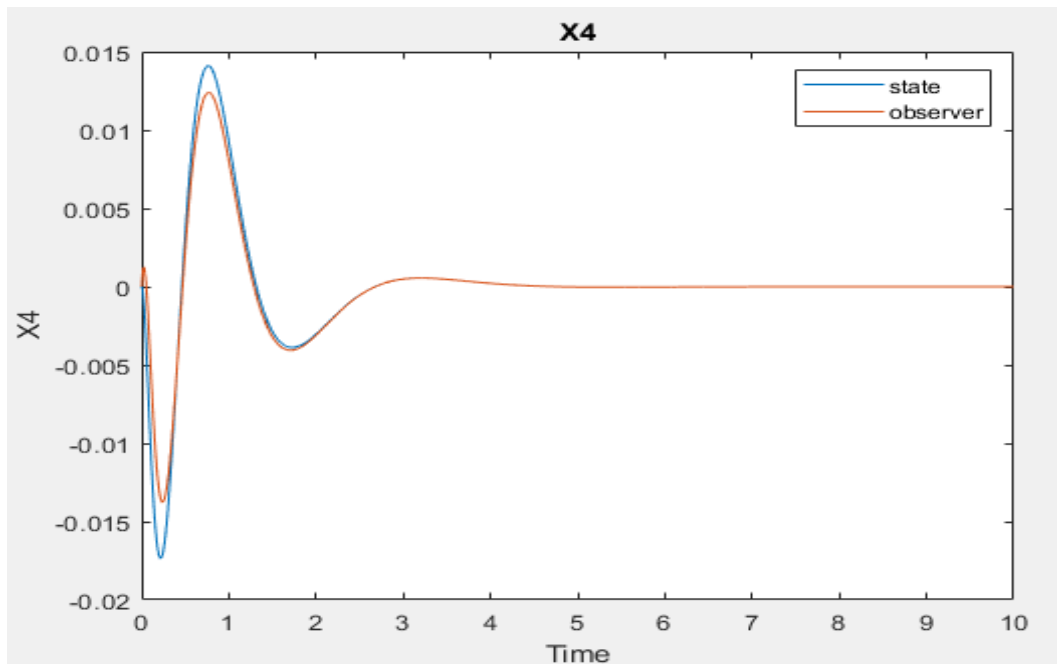
شکل ۲۲: مقایسه جابجایی دیسک در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۲۳: مقایسه سرعت دیسک با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۲۴: مقایسه زاویه میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



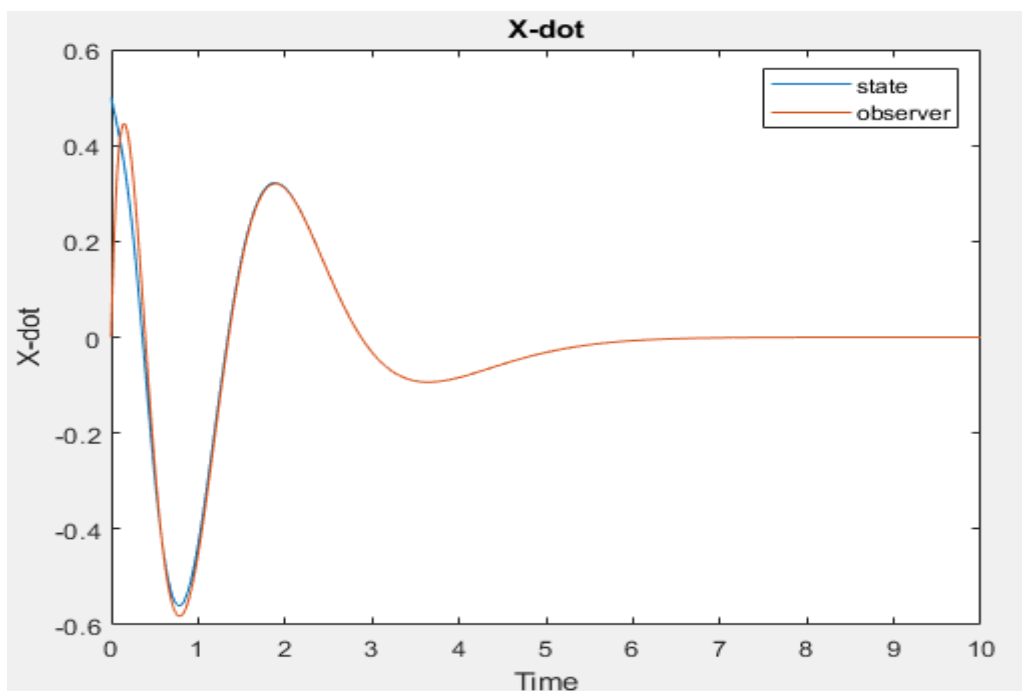
شکل ۲۵: مقایسه سرعت زاویه ای میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

مشاهده گر کمینه-مرتبه:

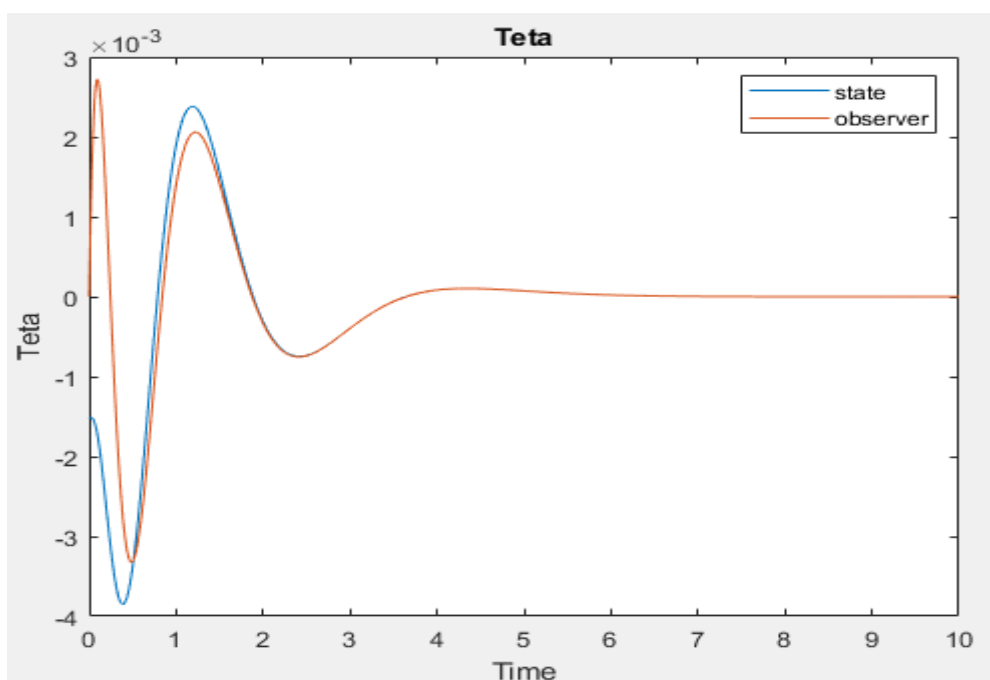
با اعمال بهره این مشاهده گر به سیستم غیرخطی نتایج زیر حاصل شد:

به دلیل برای متغیر x مشاهده گر طراحی نشد از آوردن آن خودداری شده:

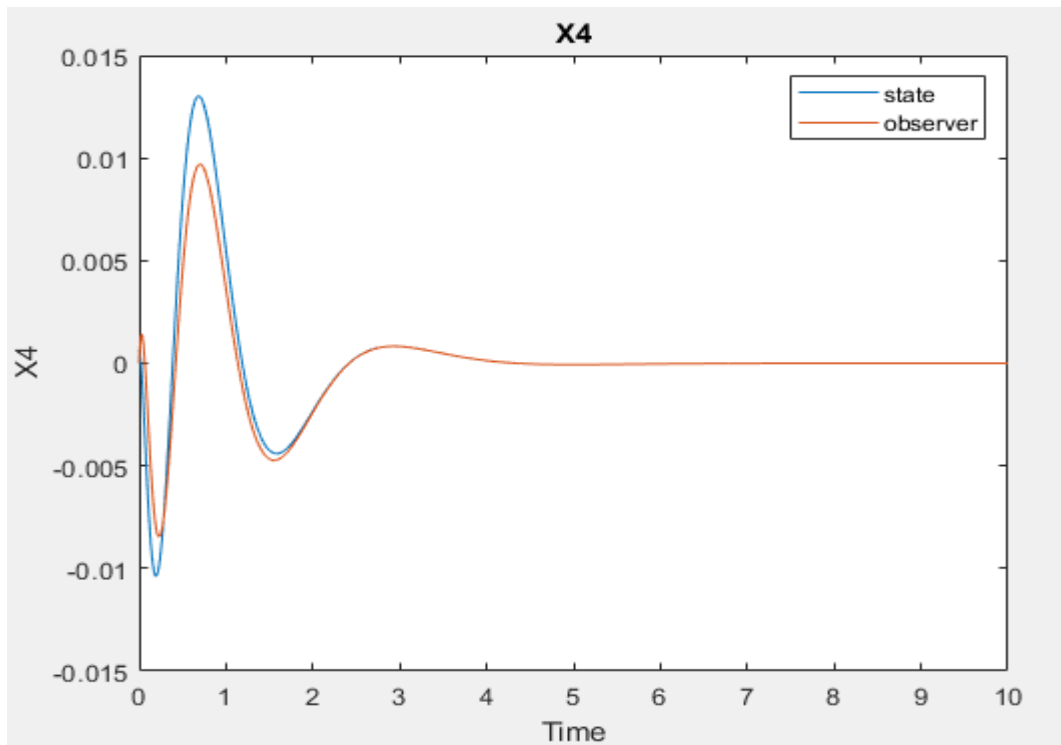
$$x_{\cdot} = [0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T \text{ الف}$$



شکل ۲۶: سرعت دیسک در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه بر حسب زمان

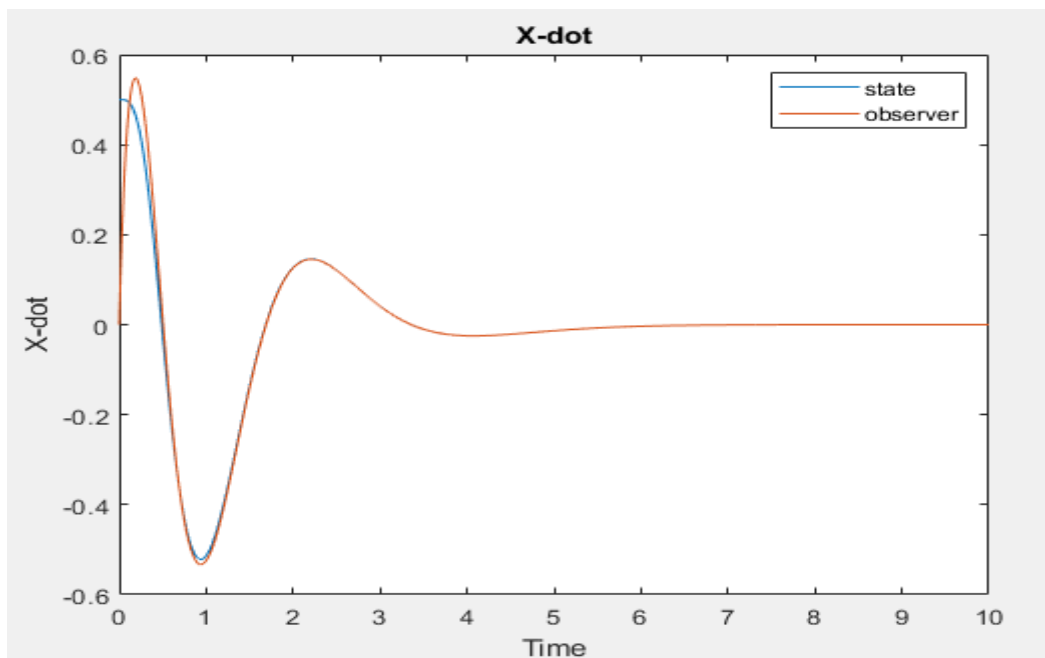


شکل ۲۷: زاویه میله در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه بر حسب زمان

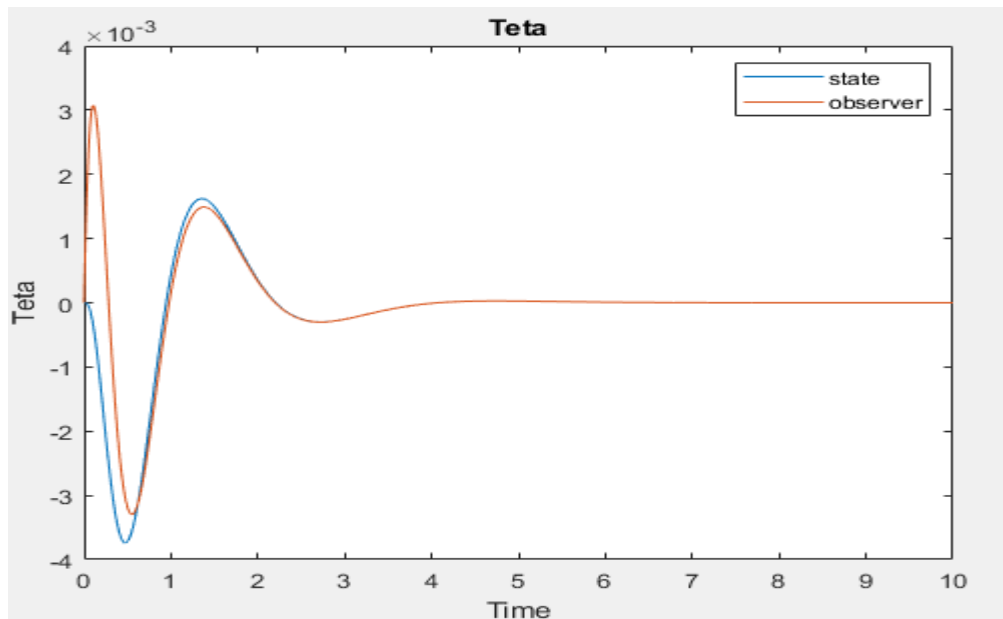


شکل ۲۸: سرعت زاویه ای میله در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه بر حسب زمان

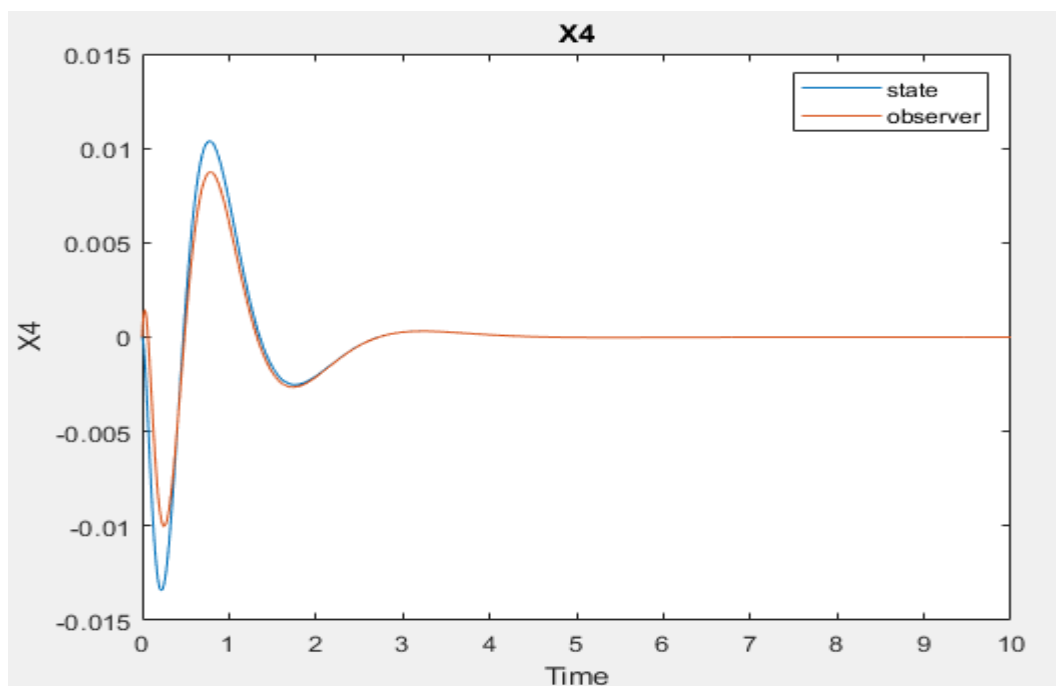
$$\text{ب- } x. = [0.1 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$$



شکل ۲۹: سرعت دیسک در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه بر حسب زمان



شکل ۳۰: زاویه میله در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه برحسب زمان



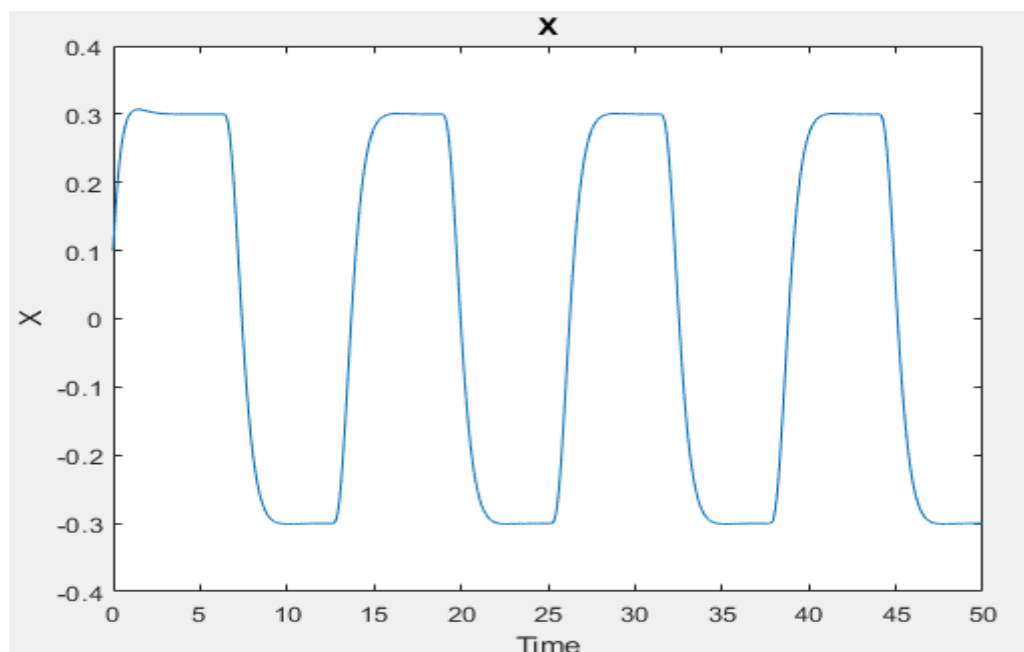
شکل ۳۱: سرعت زاویه ای میله در حالت بدون مشاهده گر و با مشاهده گر کمینه مرتبه برحسب زمان

۴- با همان خروجی X با فرض اینکه همه حالات قابل اندازه گیری باشند می خواهیم یک کنترلر سروو طراحی کنیم طوری که $y_{ref} = 0.3 \text{sign}(\sin(0.5t))$ ثابت را تعقیب کند. (این قسمت را هم برای وقتی که انتگرالگیر

بگذاریم و هم برای وقتی که از سیگنال پیشخور استفاده شود
تکرار کنید)

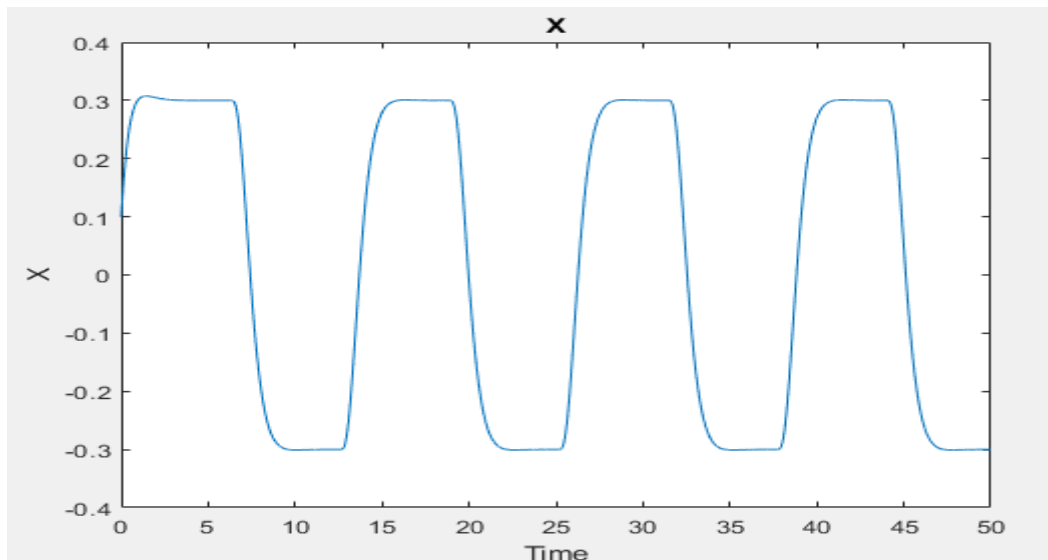
۴-۱ جبران ساز استاتیکی:

۴-۱-۱ سیستم خطی:



شکل ۳۲: جابجایی پاندول با کنترلر جبران ساز در سیستم خطی

۴-۱-۲ سیستم غیر خطی:

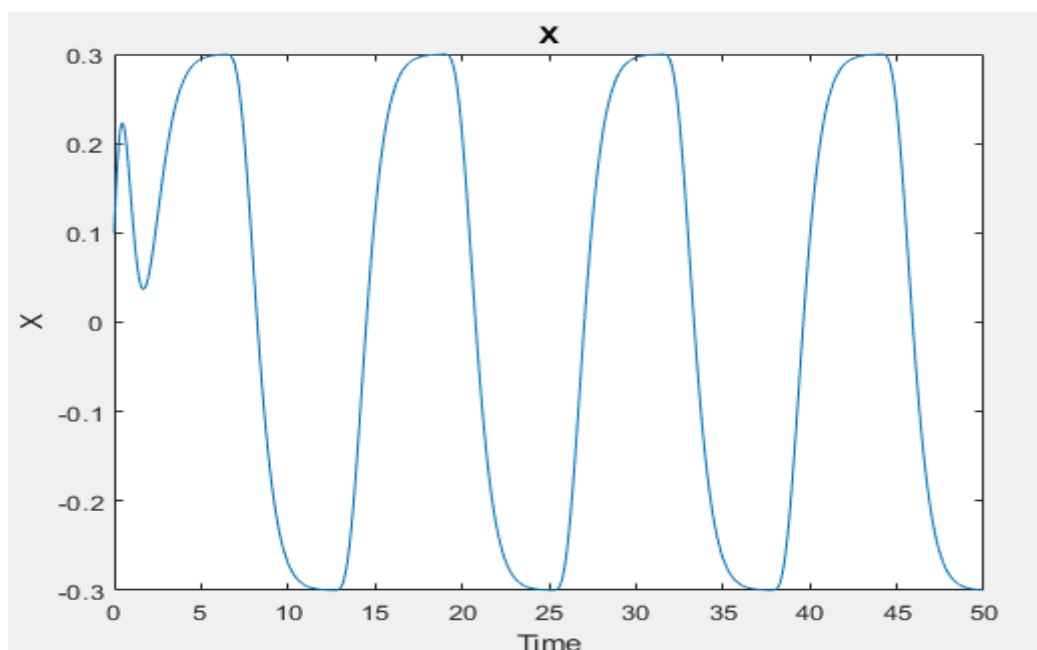


شکل ۳۳: جابجایی پاندول با کنترلر جبران ساز در سیستم غیرخطی

همان طور که مشاهده می کنید پاسخ سیستم خطی و غیر خطی در برابر ورودی ثابت با استفاده از جبران ساز پیش خور دارای شباهت زیادی بوده و بنابراین مدلسازی سیستم و خطی سازی آن عاری از مشکل است.

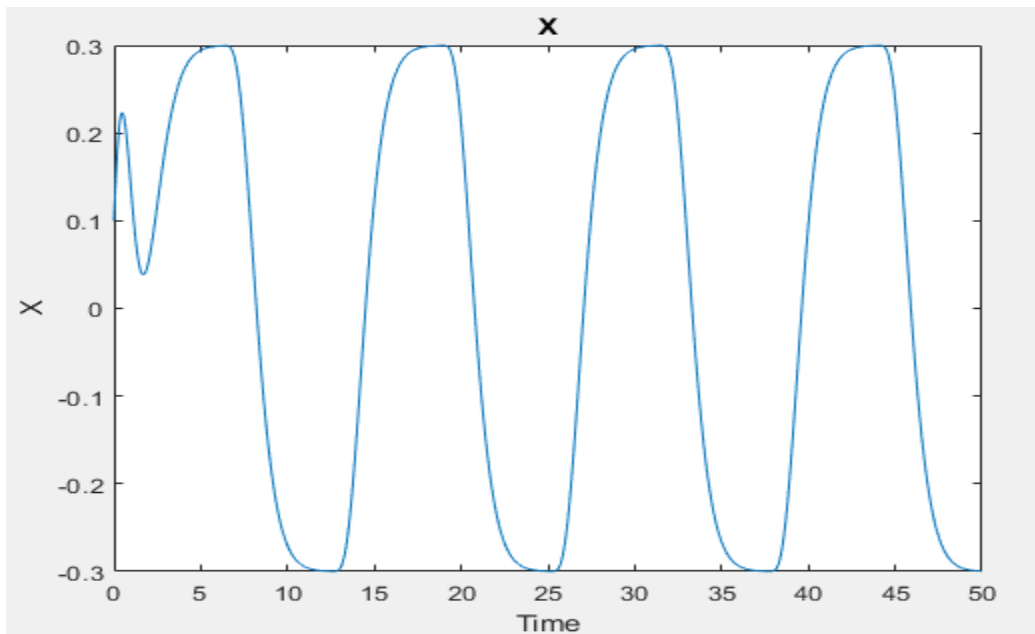
۲-۴ انتگرال گیر:

۱-۲-۴ سیستم خطی:



شکل ۳۴: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر در سیستم خطی

۴-۲-۲ سیستم غیر خطی:



شکل ۳۵: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر در سیستم غیر خطی

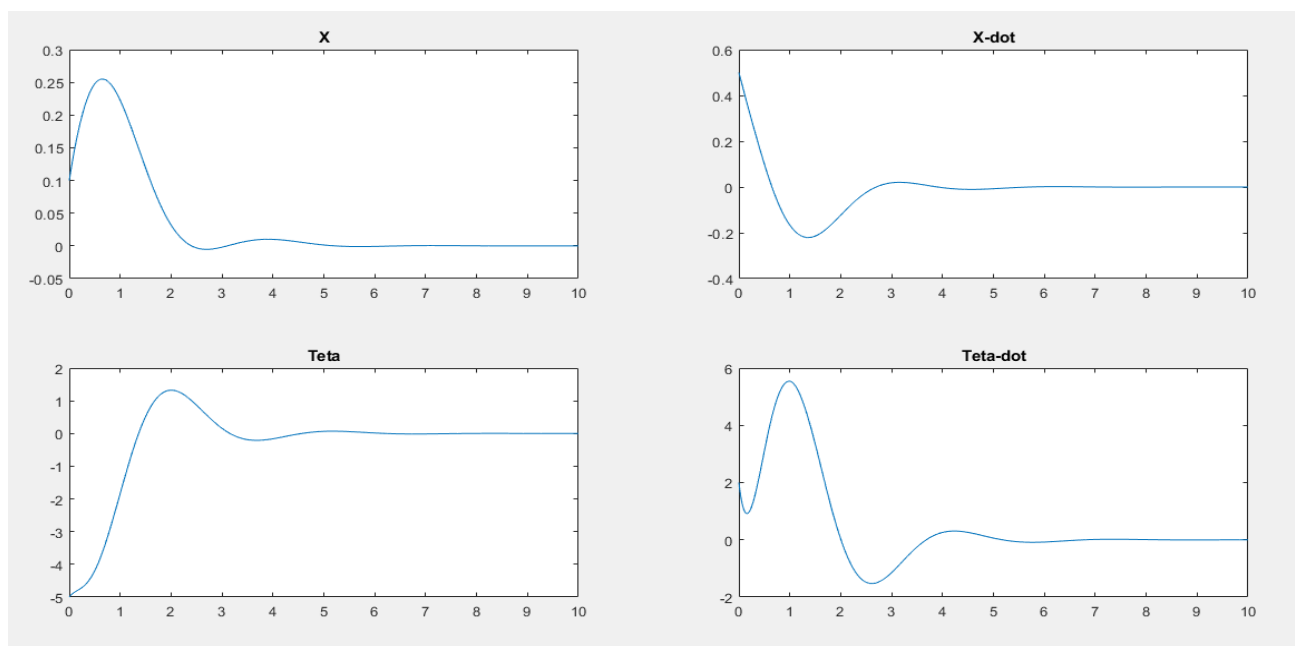
همانند بخش قبل ، همان طور که مشاهده می کنید پاسخ سیستم خطی و غیر خطی در برابر ورودی ثابت با استفاده از کنترلر انتگرال گیر دارای شباهت زیادی بوده و بنابراین مدلسازی سیستم و خطی سازی آن عاری از مشکل است.

۵- بخش ۲ را با کمک کنترلر LQR طراحی و شبیه سازی کنید.

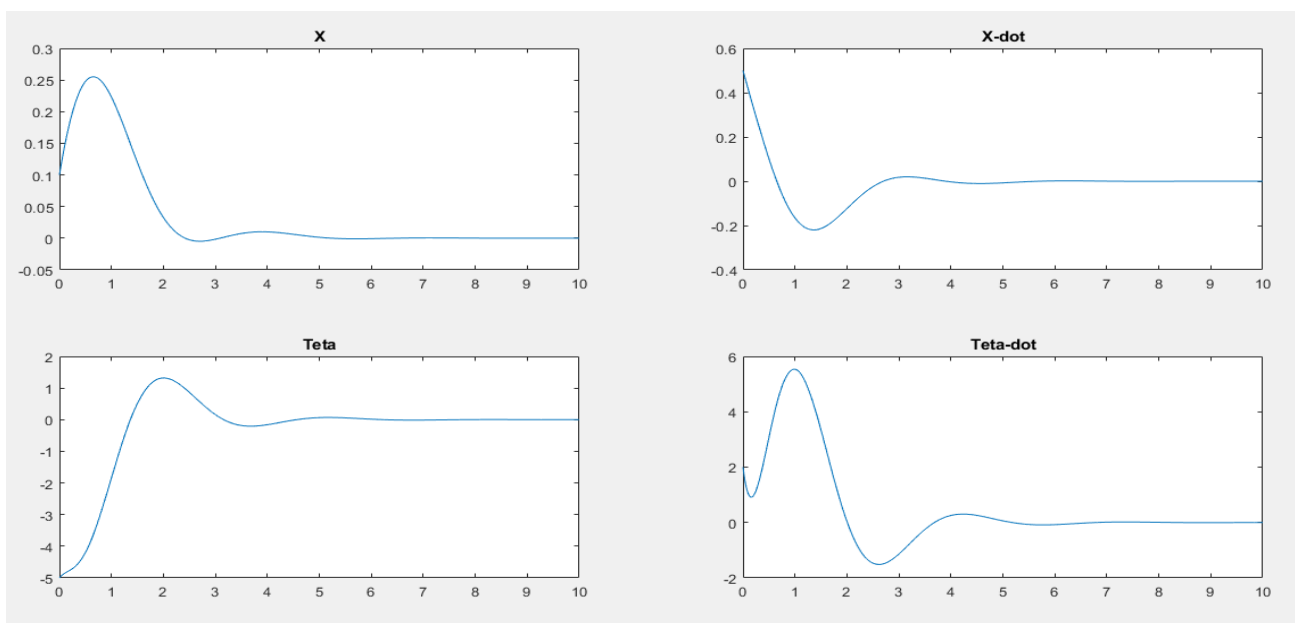
$$Q = 10 * I(4,4)$$

$$R = 2$$

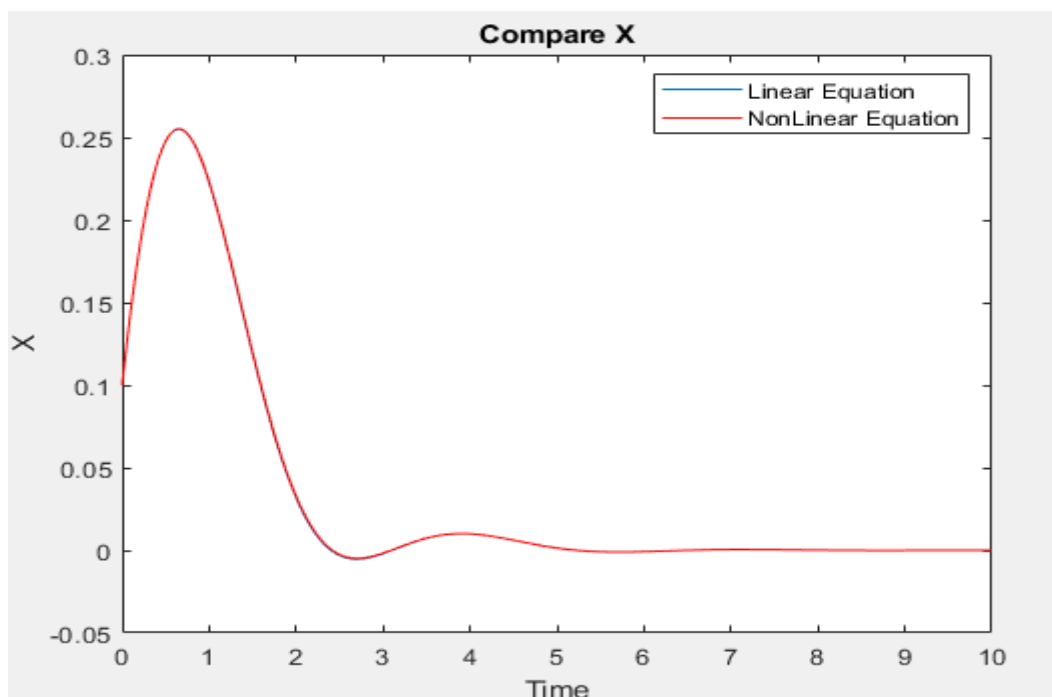
$$x_0 = [0.1 \quad 0.5 \quad -5 \quad 2]^T \text{ الف}$$



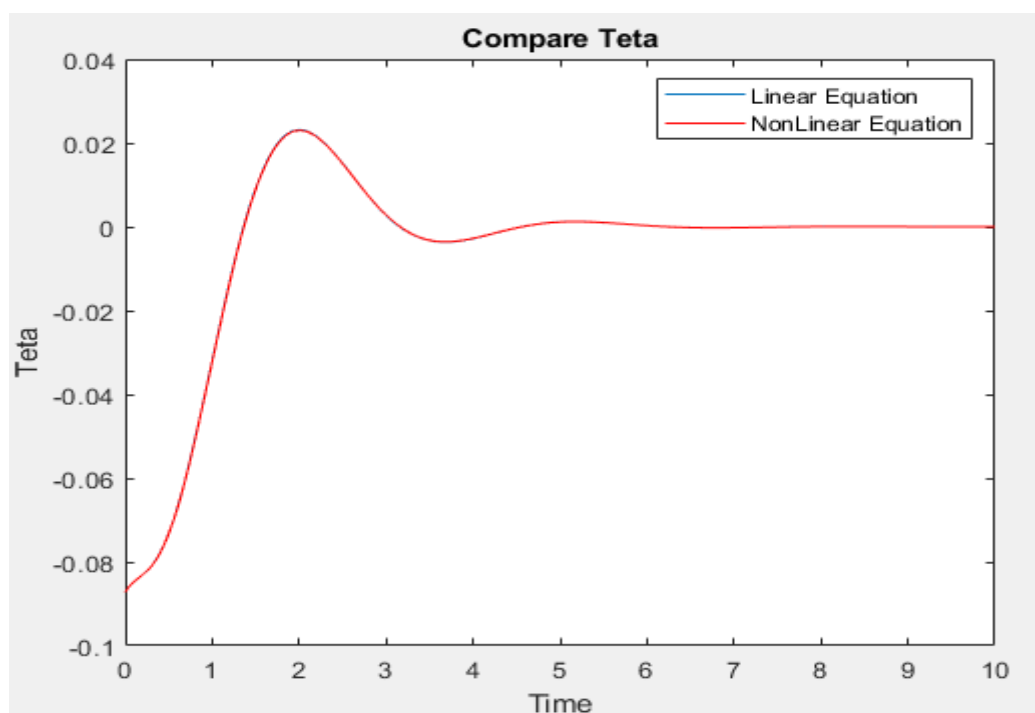
شکل ۳۶: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم خطی در حالت $R=2$



شکل ۳۷: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم غیرخطی در حالت $R=2$

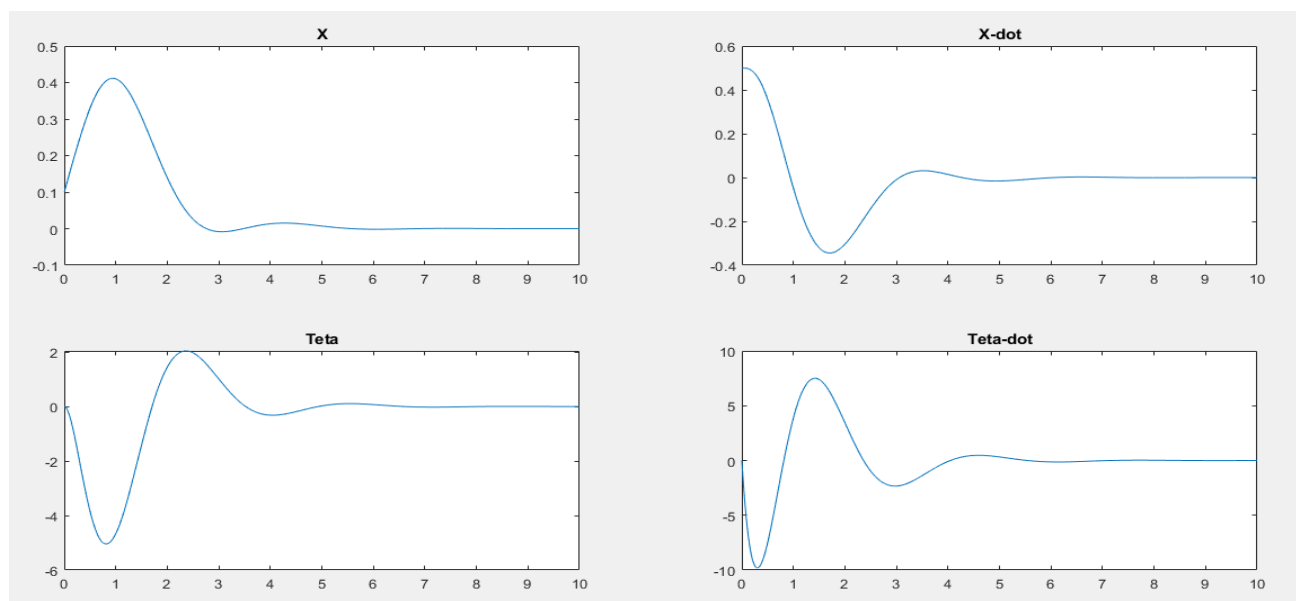


شکل ۳۸: مقایسه میزان جابجایی دیسک در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=2$

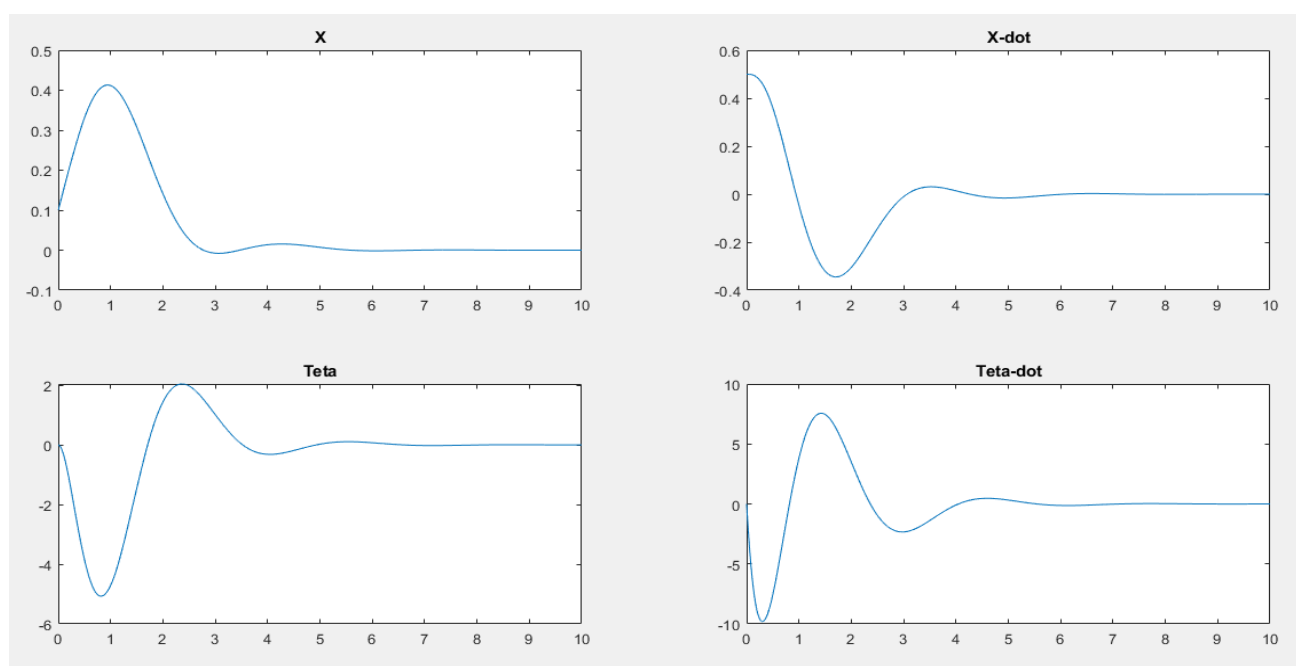


شکل ۳۹: مقایسه میزان زاویه میله در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=2$

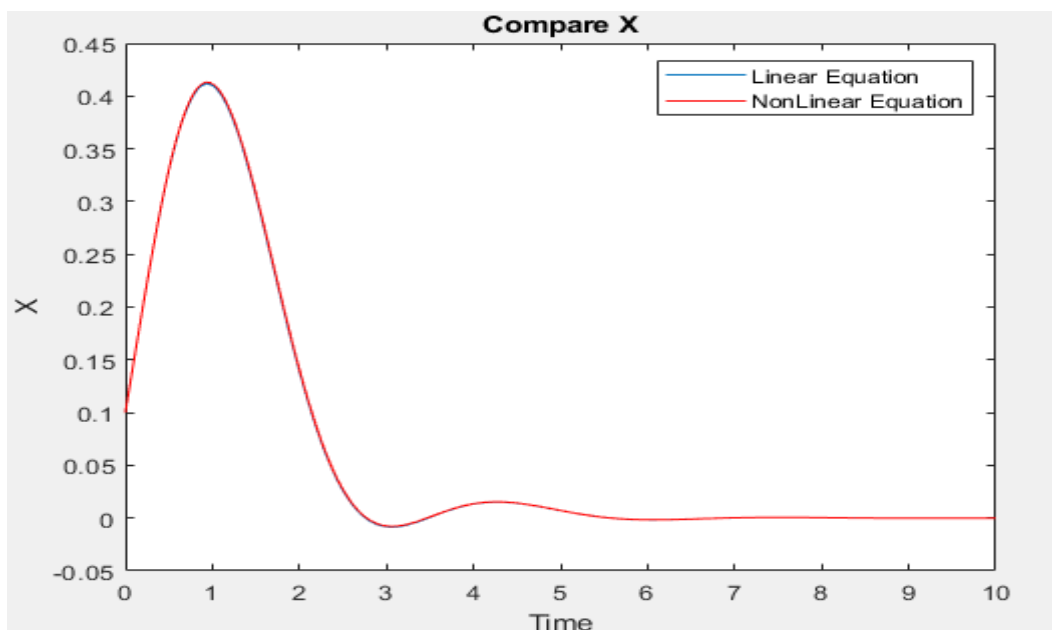
$$b_{-}x_{\cdot} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$



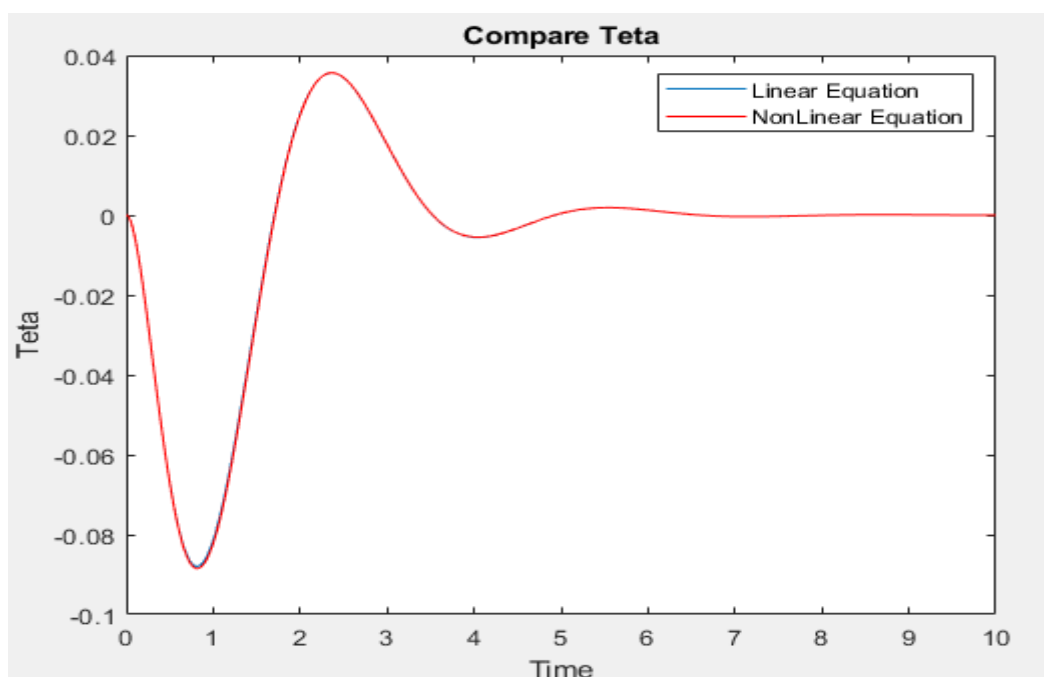
شکل ۴۰: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم خطی در حالت $R=2$



شکل ۴۱: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم غیر خطی در حالت $R=2$

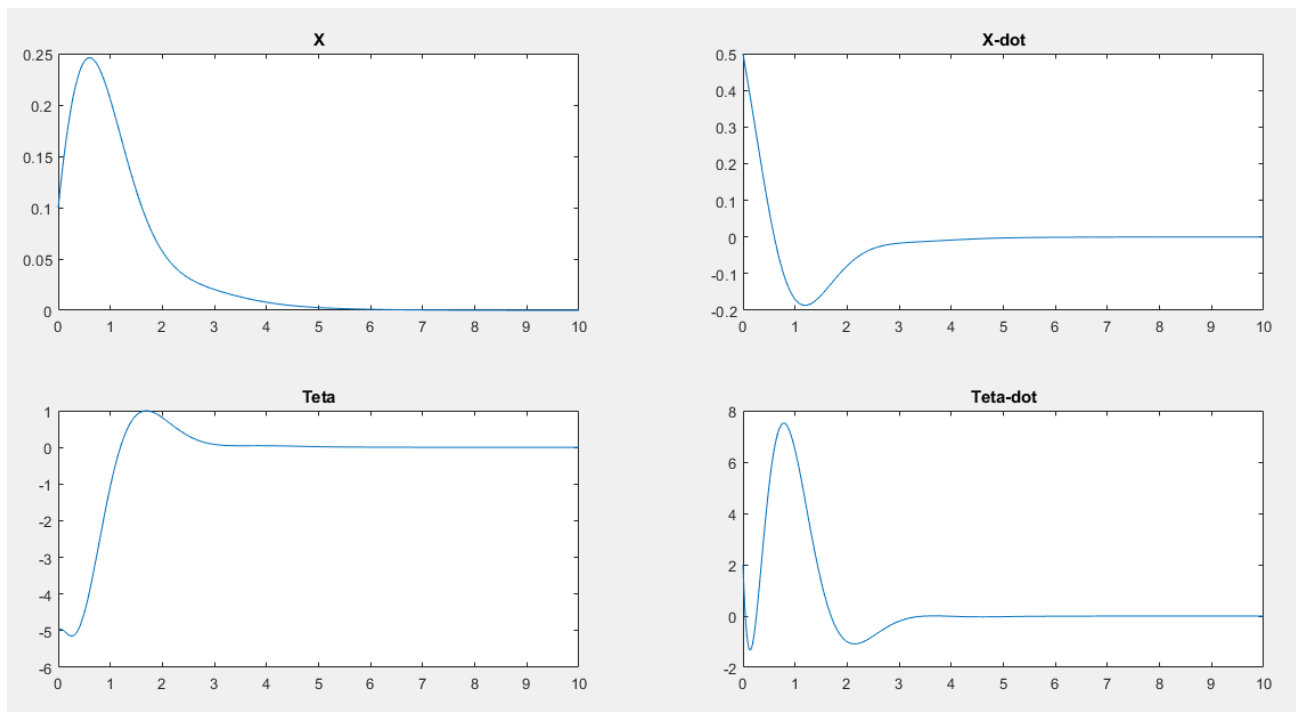


شکل ۴۲: مقایسه میزان جابجایی دیسک در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=2$

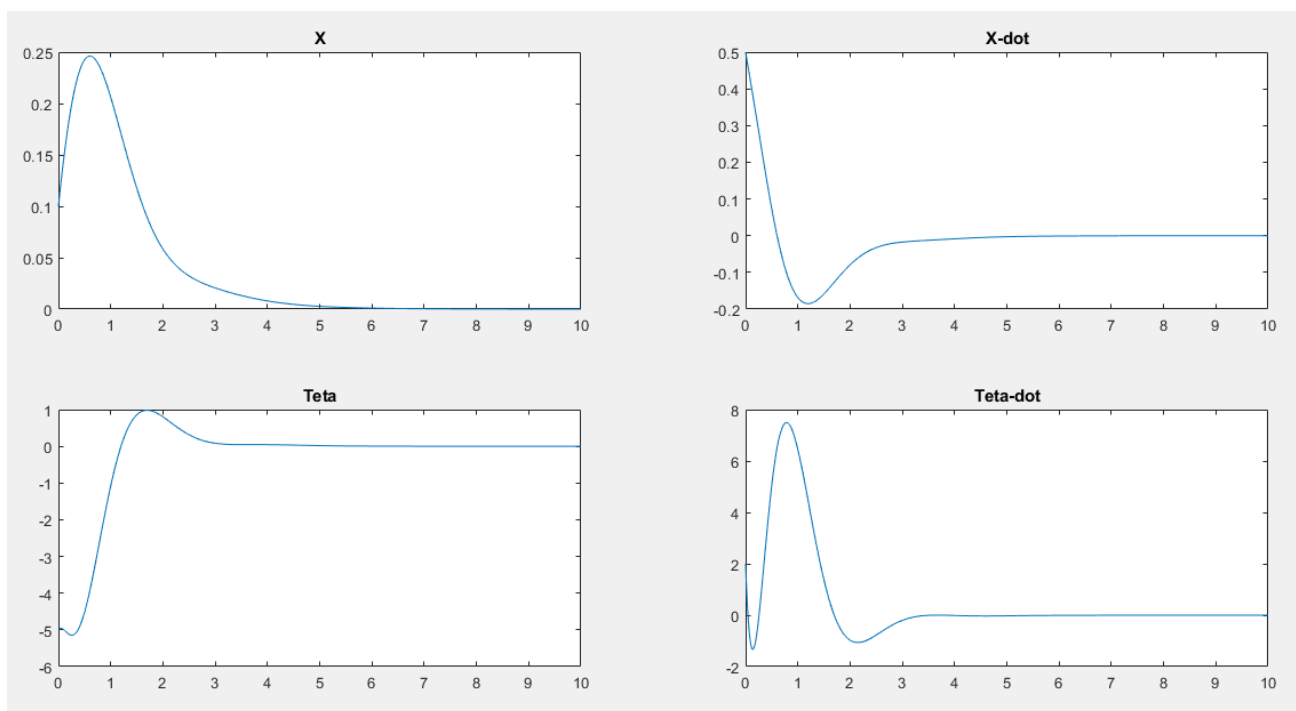


شکل ۴۳: مقایسه میزان زاویه میل در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=2$

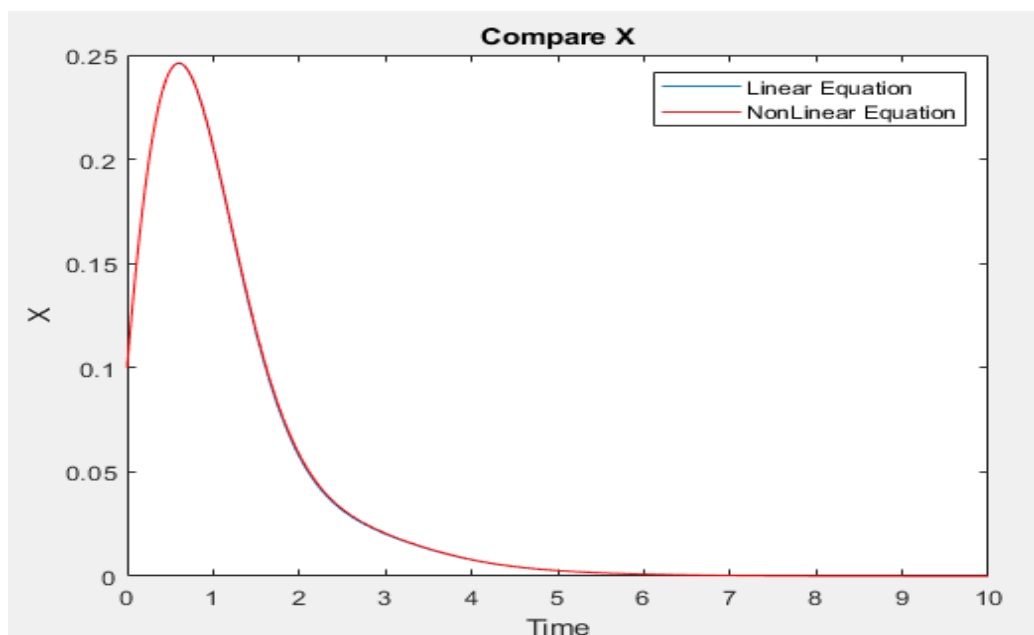
در این قسمت به ازای $R=0.2$ و شرط اولیه $[0.1 \ 0.5 \ -5 \ 2]^T$ نتایج بدست آمده نمایش داده شده است.



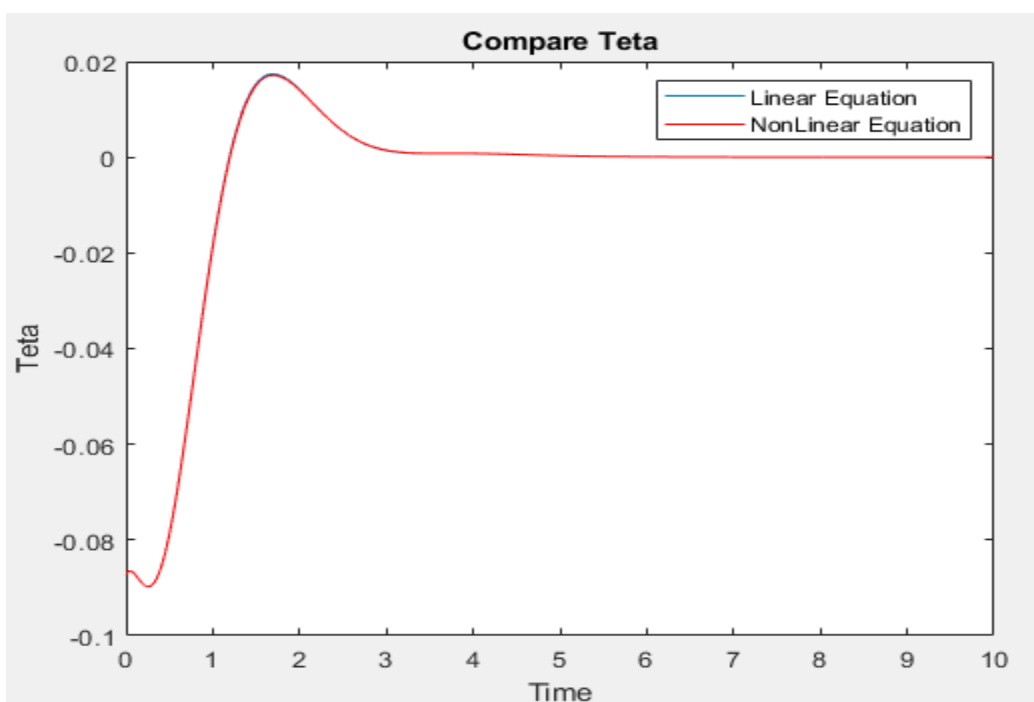
شکل ۴۴: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم خطی در حالت $R=0.2$



شکل ۴۵: متغیرهای حالت در حالت کنترلر بهینه در سیستم غیرخطی در حالت $R=0.2$



شکل ۴۶: مقایسه میزان جابجایی دیسک در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=0.2$



شکل ۴۷: مقایسه میزان زاویه میله در سیستم خطی و غیر خطی در حالت $R=0.2$