

بسمه تعالی

تمرین ۶ کنترل پیشرفته

پاندول معکوس

(دیجیتال)

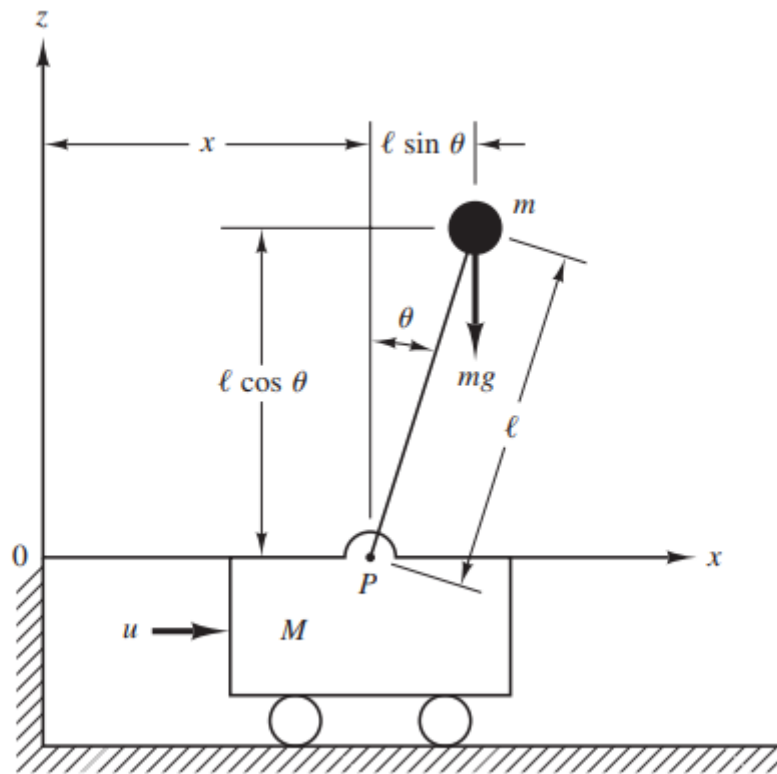
نام و نام خانوادگی:

ایمان شریفی

۹۸۲۱۰۱۸۴

استاد درس:

دکتر سالاریه



شکل ۱: شماتیک کلی پاندول معکوس

۱- معادلات حاکم را استخراج کنید.

معادلات غیر خطی:

$$(m + M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = u$$

$$\ddot{x}\cos\theta + l\ddot{\theta} = g\sin\theta$$

متغیر های حالت:

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x}$$

$$x_3 = \theta$$

$$x_\xi = \dot{\theta}$$

معادلات حاکم:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m + M - m \cos \theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \sin \theta\}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{l} (g \sin \theta - \frac{1}{m + M - m \cos \theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \sin \theta\} \cos \theta)$$

۲- سیستم را حول نقطه تعادل خطی سازی کنید.

خطی سازی معادلات:

برای خطی سازی از دستور "jacobian" در نرم افزار MATLAB استفاده می کنیم.

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX + Du$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial u_1} \end{bmatrix}$$

در نهایت معادلات خطی سازی شده به فرم زیر در می آیند:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{m}{M} g x_2 + \frac{1}{M} u$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_r = \frac{M+m}{Ml} g x_r - \frac{1}{Ml} u$$

$$G = e^{Ah}, H = \int_0^h GB dt = (e^{Ah} - I)A^{-1}B$$

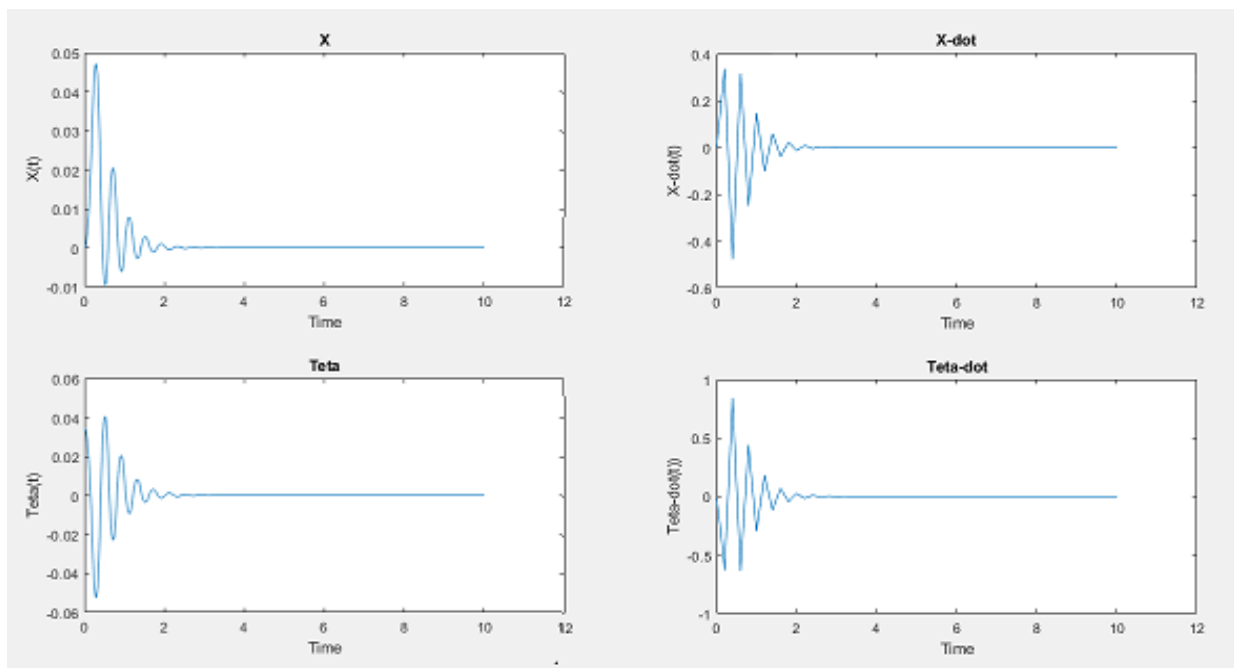
۱- اگر مقادیر ویژه سیستم مدار بسته خطی سازی شده به صورت زیر باشد.

$$desired\ poles = [0.5 \quad 0.5 \quad -0.5 \quad -0.5]$$

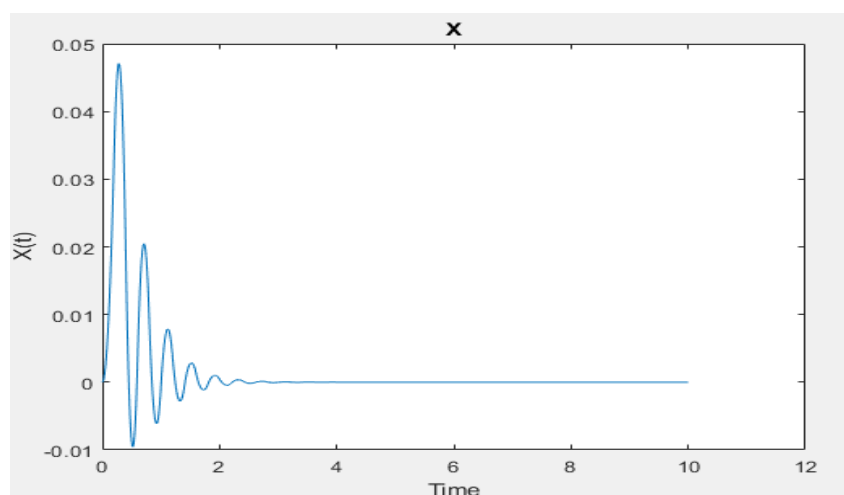
یک رگولاتور خطی طراحی کنید و عملکرد آنرا با اعمال به سیستم غیرخطی چک کنید با دو شرط اولیه زیر:

۱-۱ سیستم خطی

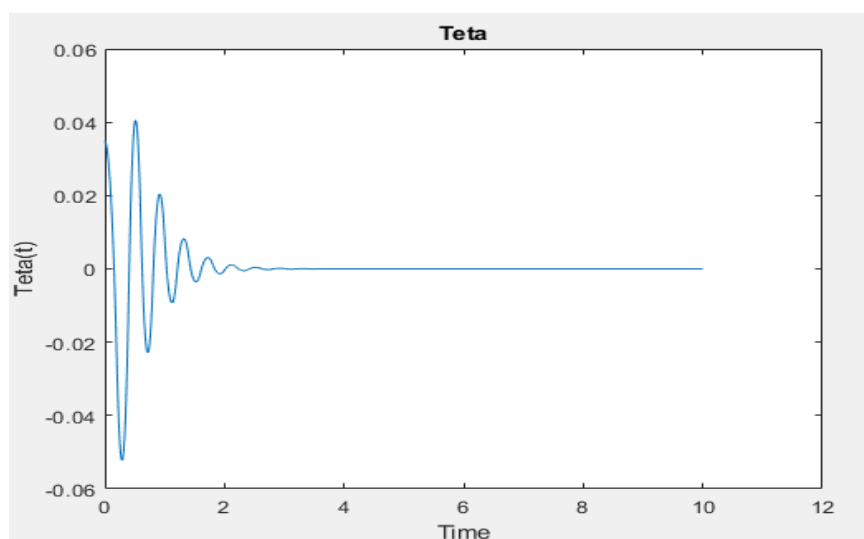
الف-۰.۲  $h =$



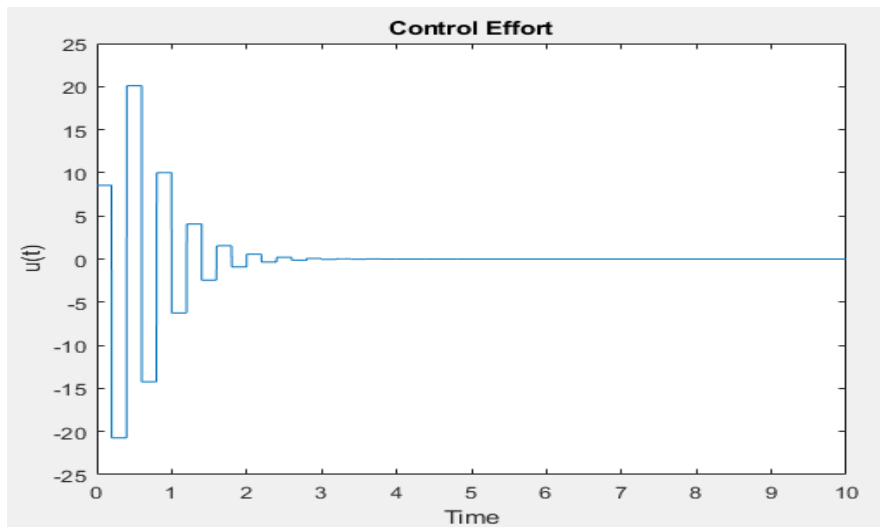
شکل ۲: پاسخ سیستم خطی به ازای  $h = 0.2$



شکل ۳: جابجایی پاندول در سیستم خطی به ازای  $h = 0.2$

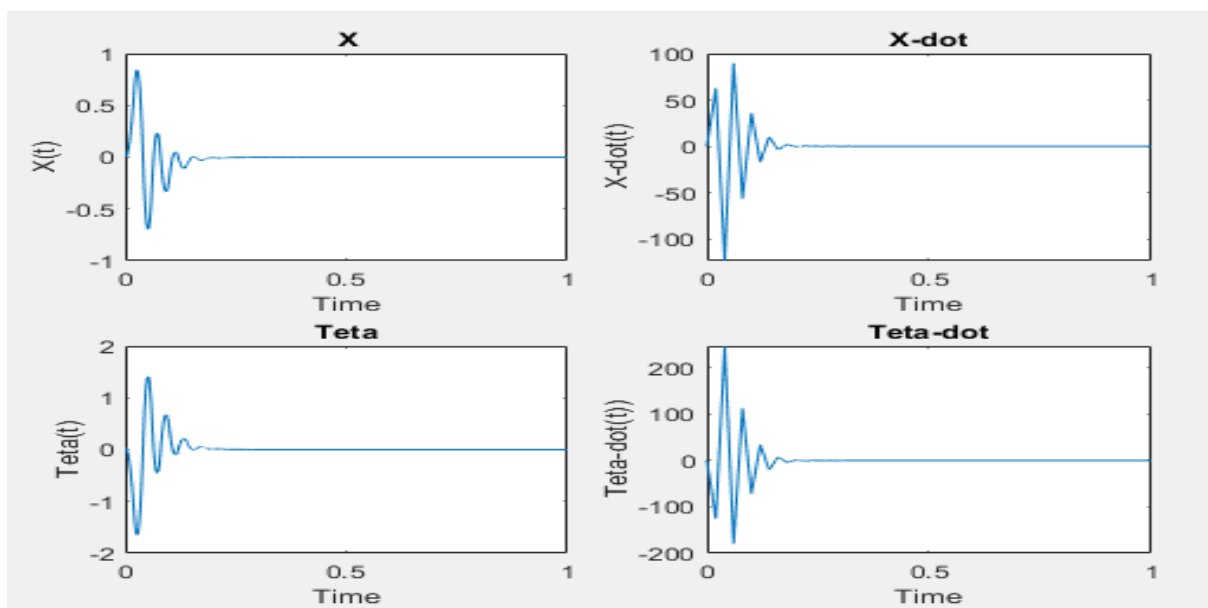


شکل ۴: زاویه پاندول در سیستم خطی به ازای  $h = 0.2$

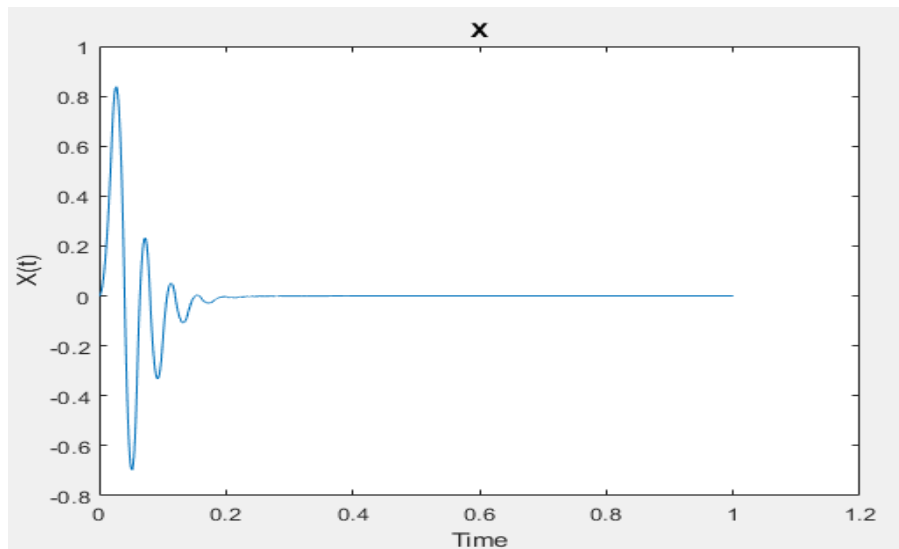


شکل ۵: سیگنال کنترلی در سیستم خطی با  $h = 0.2$

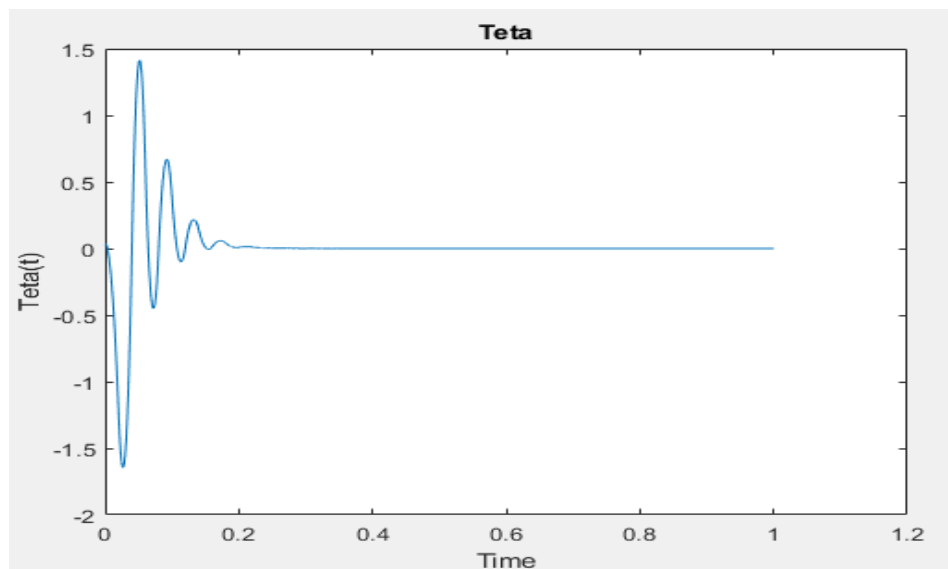
ب-  $h = 0.02$



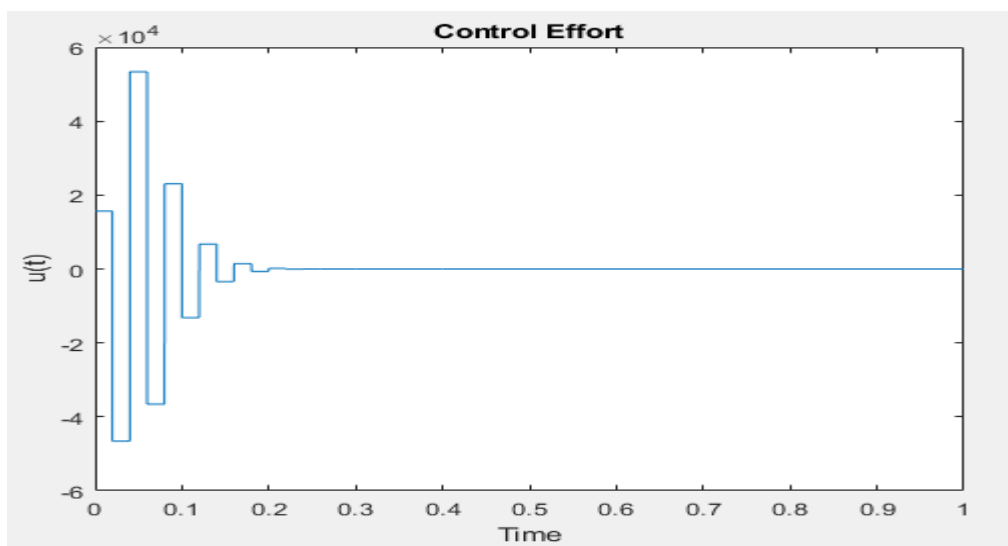
شکل ۶: پاسخ سیستم خطی به ازای  $h = 0.02$



شکل ۷: جابجایی پاندول در سیستم خطی به ازای  $h = 0.02$



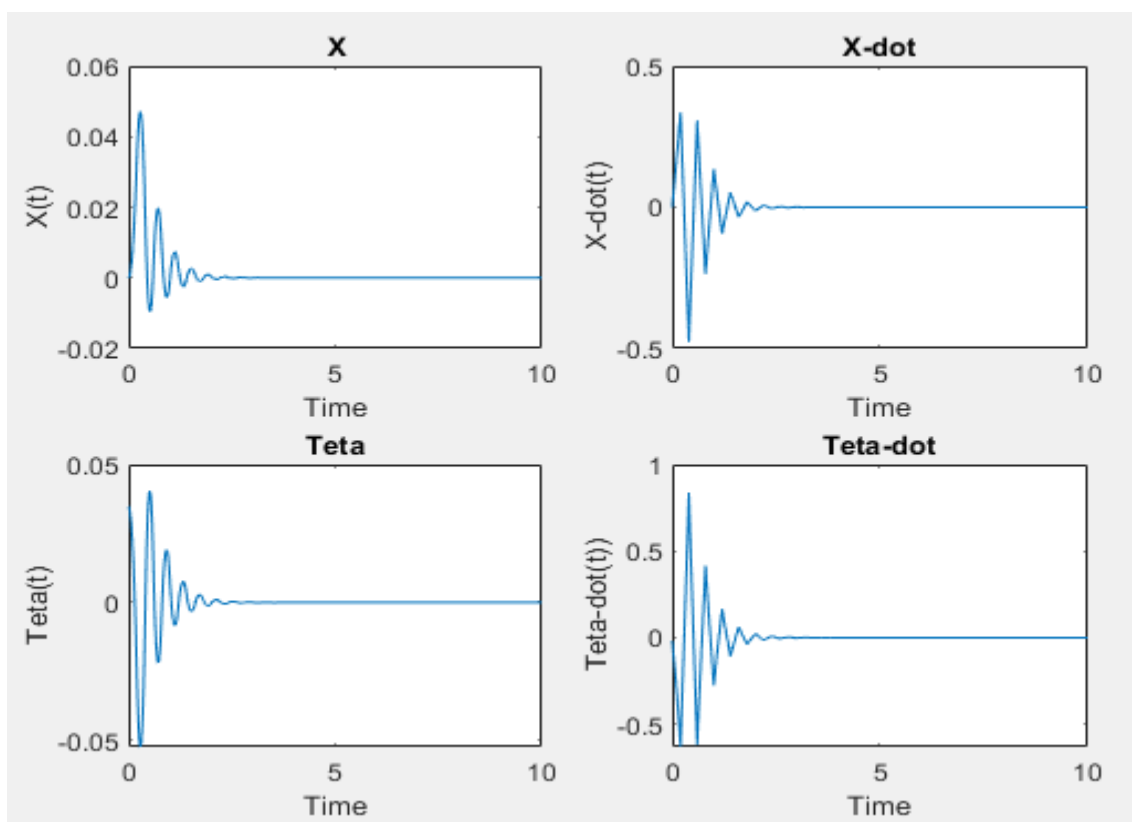
شکل ۸: زاویه پاندول در سیستم خطی به ازای  $h = 0.02$



شکل ۹: سیگنال کنترلی در سیستم خطی به ازای  $h = 0.02$

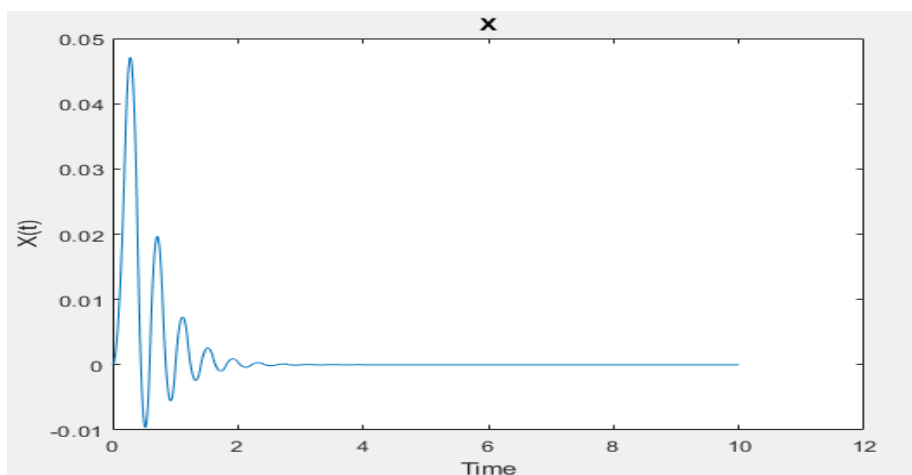
۱-۲ سیستم غیر خطی

الف-  $h = 0.2$

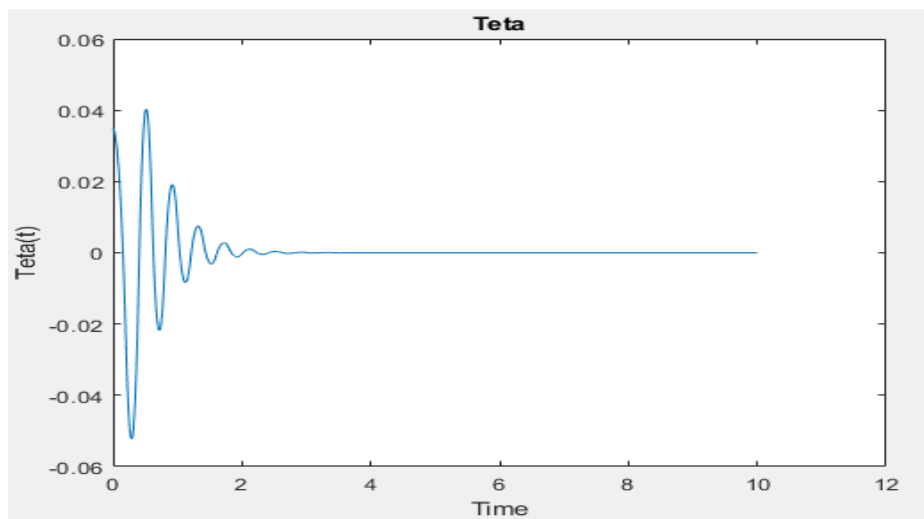


شکل ۱۰: پاسخ سیستم غیر خطی به ازای  $h = 0.2$

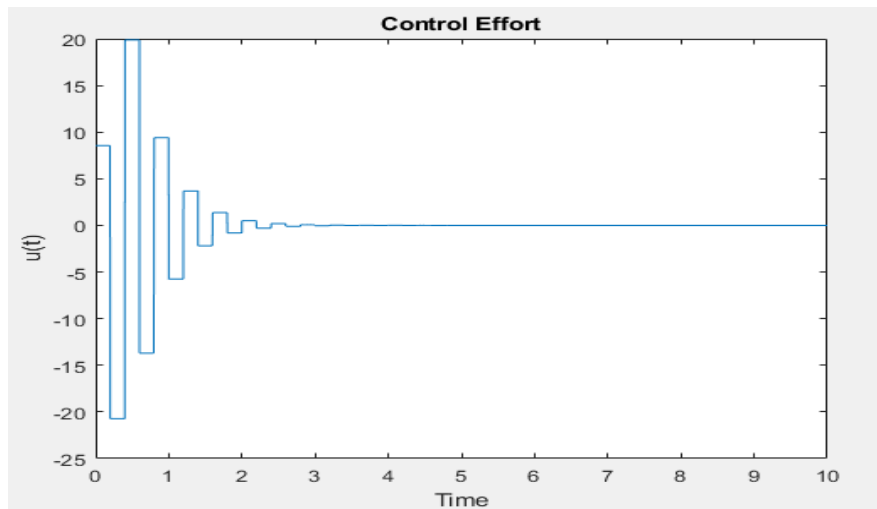




شکل ۱۱: جابجایی پاندول در سیستم غیر خطی به ازای  $h = 0.2$

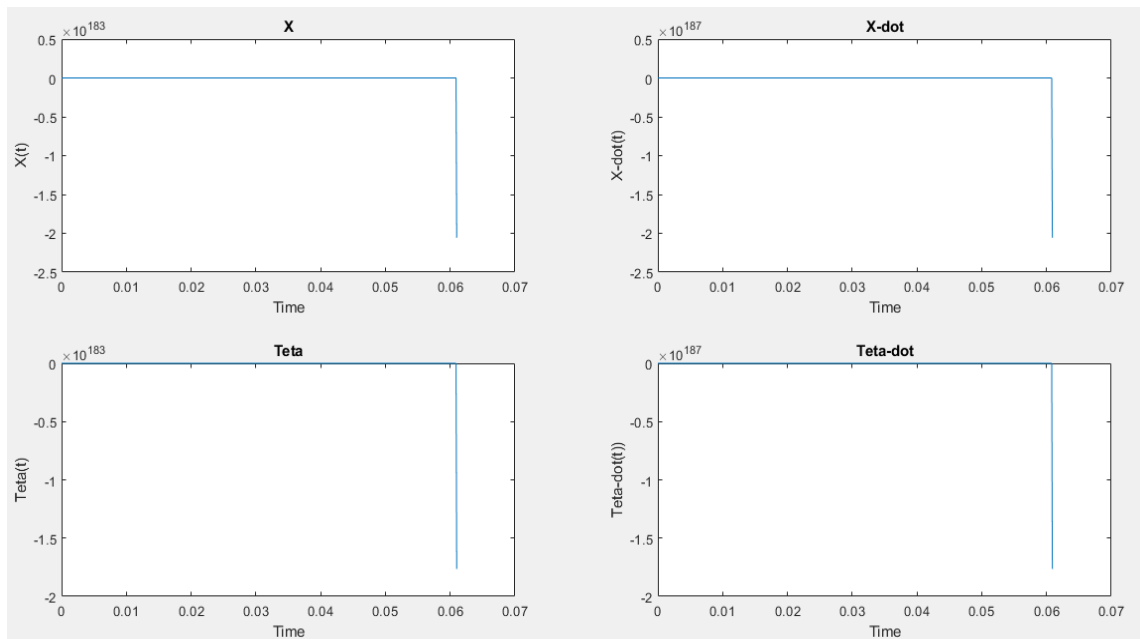


شکل ۱۲: زاویه پاندول در سیستم غیر خطی به ازای  $h = 0.2$



شکل ۱۳: سیگنال کنترلی در سیستم غیر خطی با  $h = 0.2$

ب-  $h = 0.02$



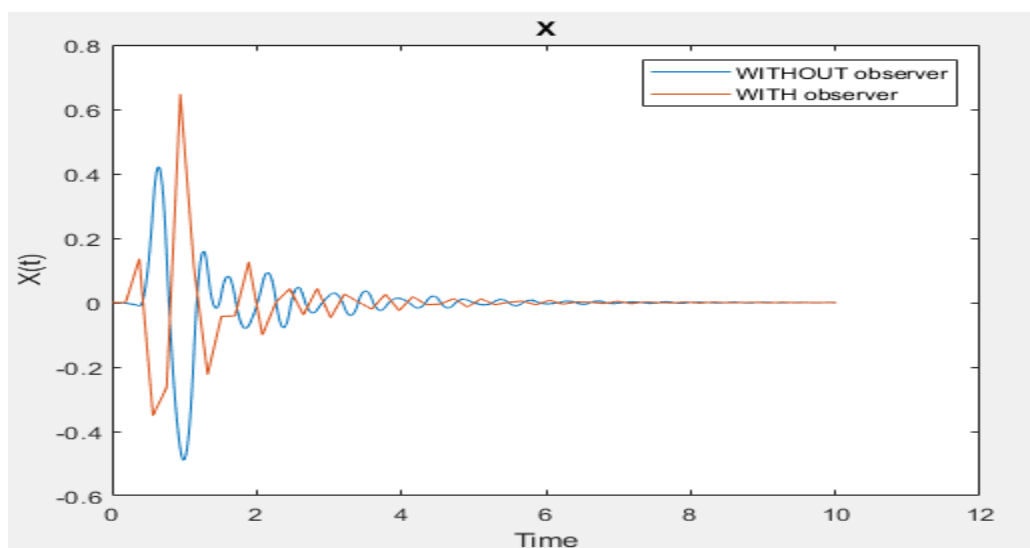
شکل ۱۴: پاسخ سیستم غیر خطی به ازای  $h = 0.02$

همان طور که ملاحظه می کنید به ازای  $h = 0.02$  سیستم غیر خطی دارای جواب کاملاً ناپایدار است.

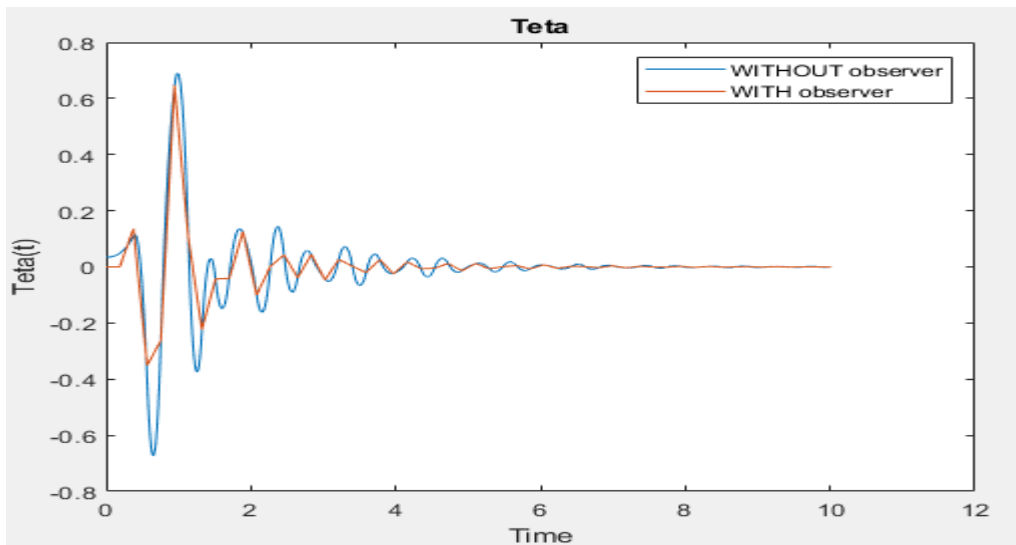
۲- فرض کنید فقط  $x$  قابل اندازه گیری باشد یک مشاهده گر حالت با مقادیر ویژه  $[-0.1 \quad -0.1 \quad -0.1 \quad -0.1]$  برای سیستم خطی سازی شده طراحی کنید طوری که  $\hat{x}$  بتواند  $x$  را تخمین بزند و نتیجه را نشان دهید.

۱-۲ سیستم خطی

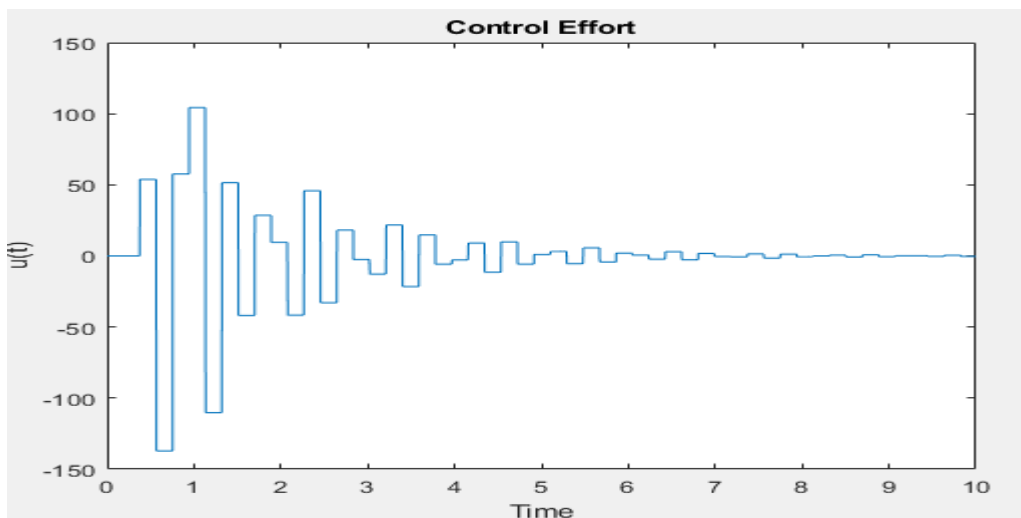
الف-۰.۲  $h =$



شکل ۱۵: مقایسه جابجایی  $cart$  در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۶: مقایسه زاویه میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



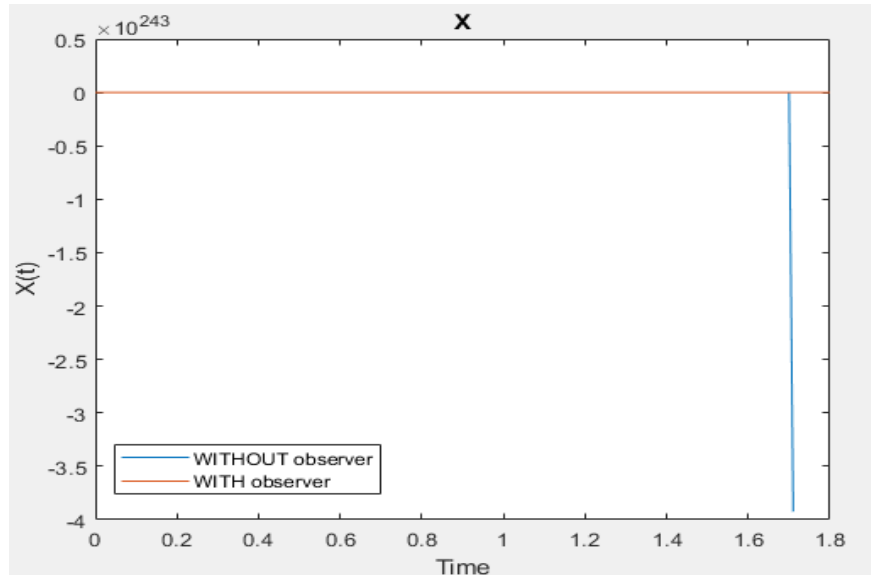
شکل ۱۷: سیگنال کنترلی در سیستم خطی

ب-  $h = 0.02$

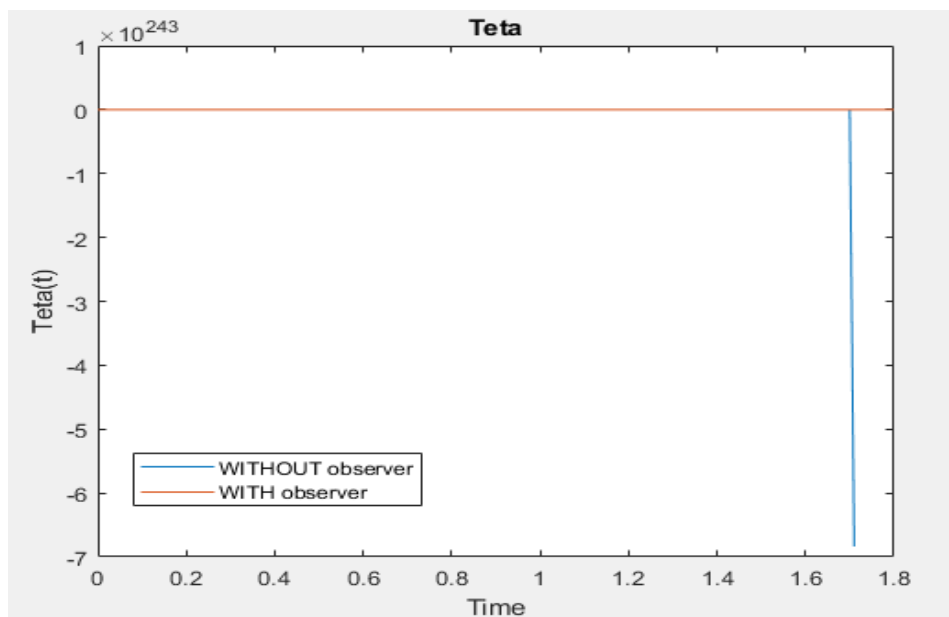
به دلیل حساسیت بالای سیستم پاندول معکوس این سیستم در فرکانس نمونه برداری خاصی پایدار است و در این  $h$  رفتار ناپایدار از خود نشان می دهد.

## ۲-۲ سیستم غیر خطی

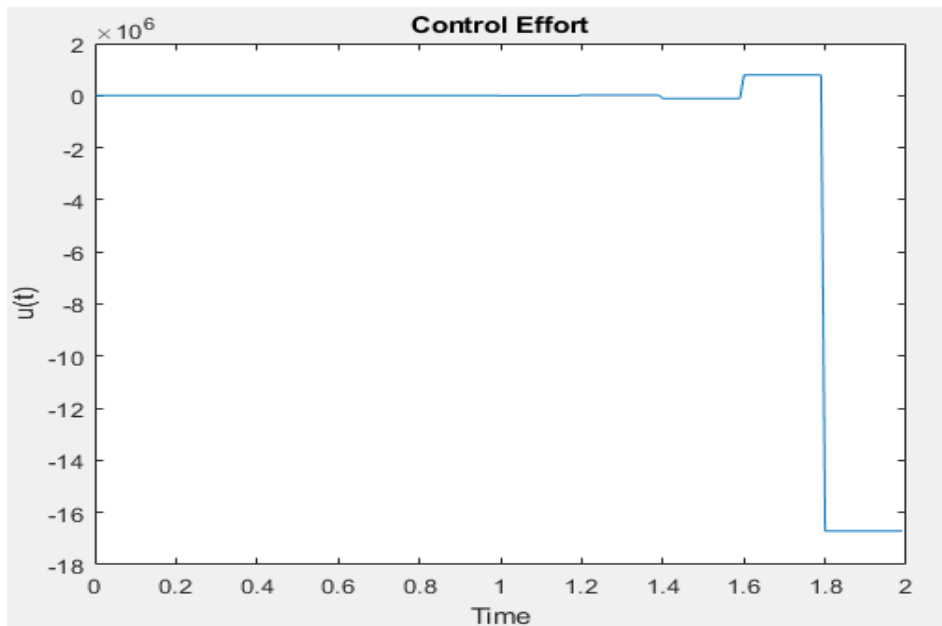
الف-۲.۰  $h =$



شکل ۱۸: مقایسه جابجایی *cart* در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۹: مقایسه زاویه میله با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۲۰: سیگنال کنترلی در سیستم غیر خطی

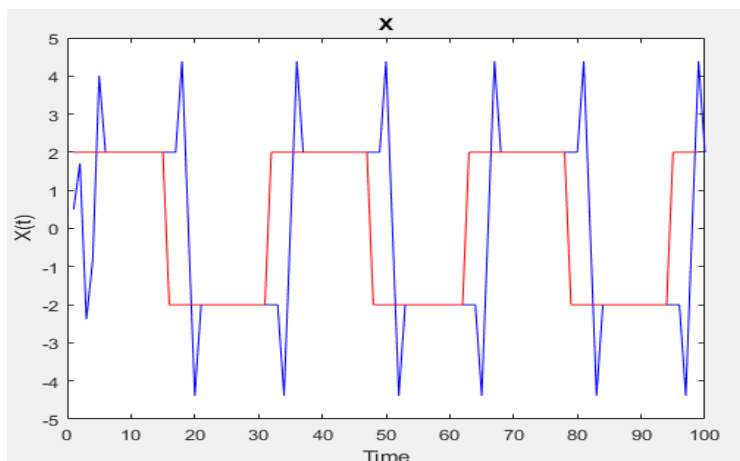
$$h = ۰.۰۲$$

به دلیل حساسیت بالای سیستم پاندول معکوس این سیستم در فرکانس نمونه برداری خاصی پایدار است و در این  $h$  رفتار ناپایدار از خود نشان می دهد.

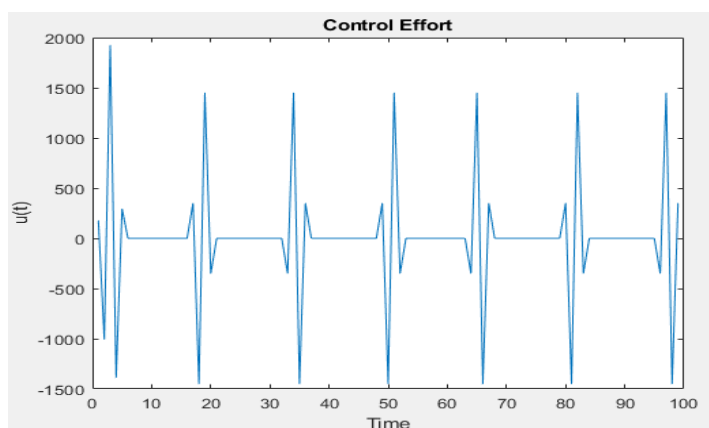
۳- با همان خروجی  $x$  با فرض اینکه همه حالات قابل اندازه گیری باشند می خواهیم یک کنترلر سروو طراحی کنیم طوری که  $y_{ref} = ۰.۳ \sin(۰.۵t)$  ثابت را تعقیب کند. (این قسمت را هم برای وقتی که انتگرالگیر بگذاریم و هم برای وقتی که از سیگنال پیشخور استفاده شود تکرار کنید)

### ۳-۱ انتگرالگیر:

#### ۳-۱-۱ سیستم گسسته:

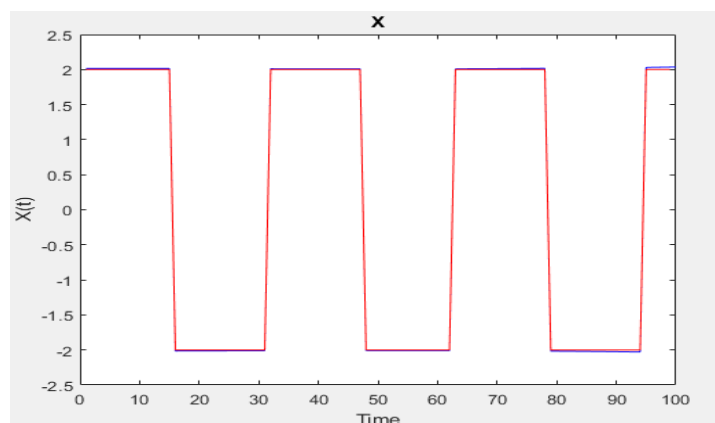


شکل ۲۱: جابجایی دیسک با کنترلر انتگرالگیر

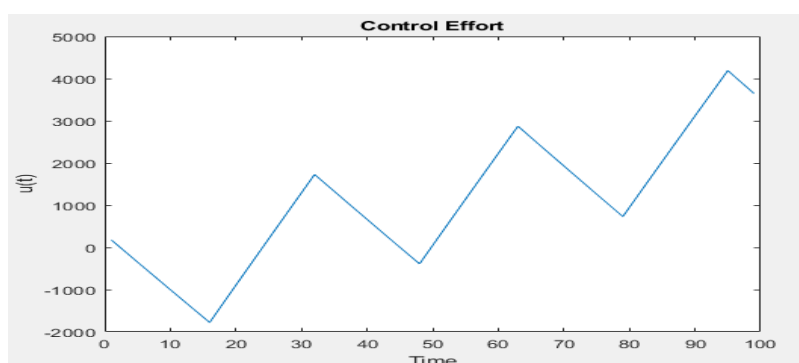


شکل ۲۲: سیگنال کنترلی

#### ۳-۱-۲ سیستم خطی



شکل ۲۰: جابجایی دیسک با کنترلر انتگرالگیر



شکل ۲۱: سیگنال کنترلی در سیستم خطی

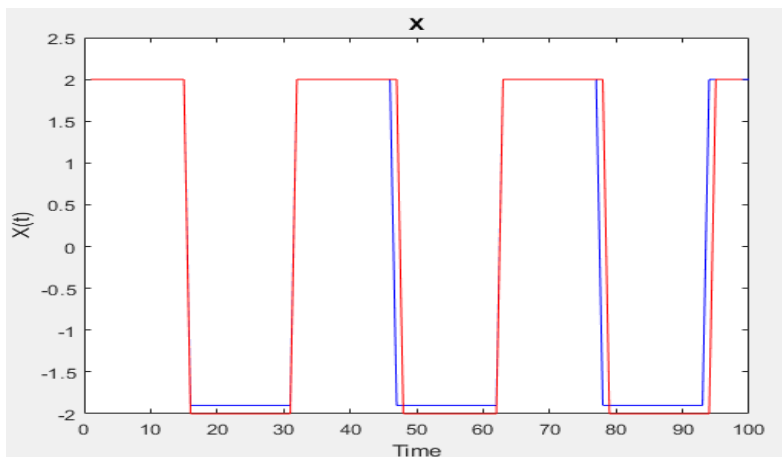
### ۳-۱-۳ سیستم غیر خطی

به دلیل حساسیت بالای سیستم غیرخطی و ترم های غیر خطی زیاد در سیستم که به دلیل خطی سازی حذف شده اند کنترلر طراحی شده در سیستم گسسته سازی شده قادر به کنترل و پایدار سازی سیستم نخواهد بود.

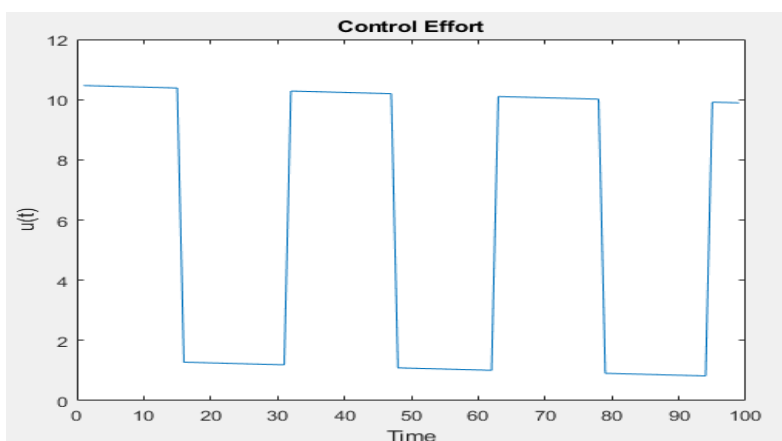


## ۳-۲ پیشخور استاتیکی

۳-۲-۱ سیستم خطی:

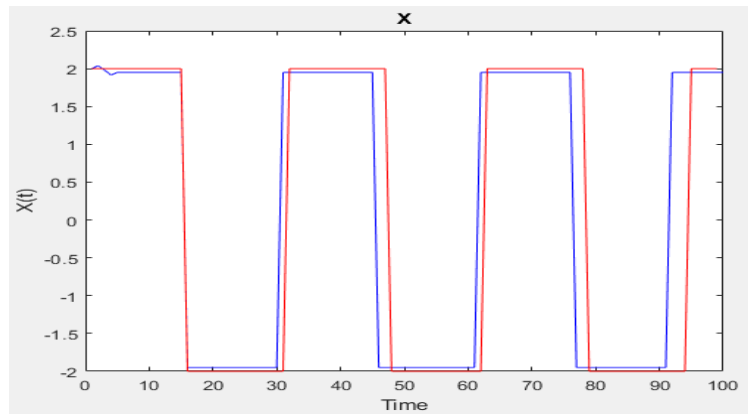


شکل ۲۳: جابجایی دیسک با کنترلر انتگرالگیر

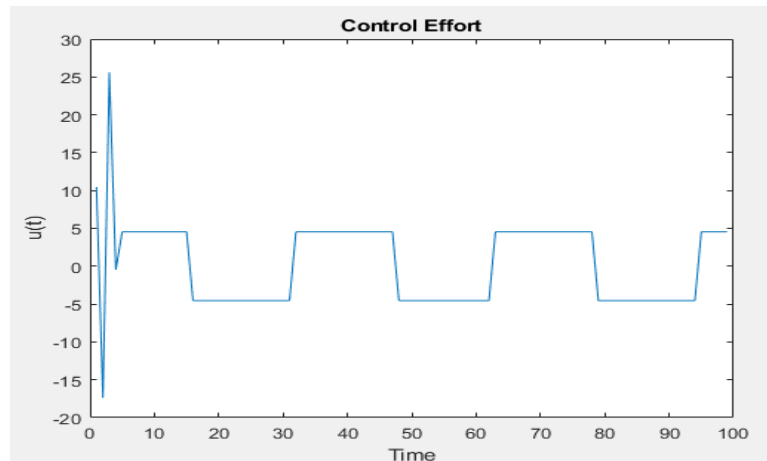


شکل ۲۳: سیگنال کنترلی

### ۳-۲-۲ سیستم دیجیتال

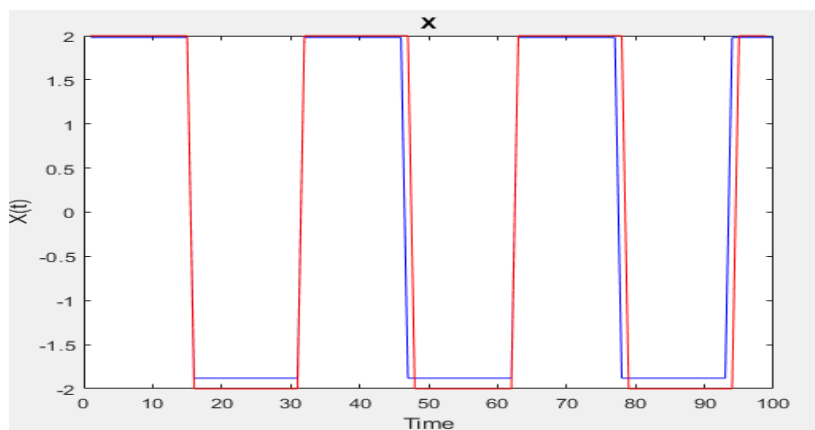


شکل ۲۴: جابجایی دیسک با کنترلر انتگرالگیر

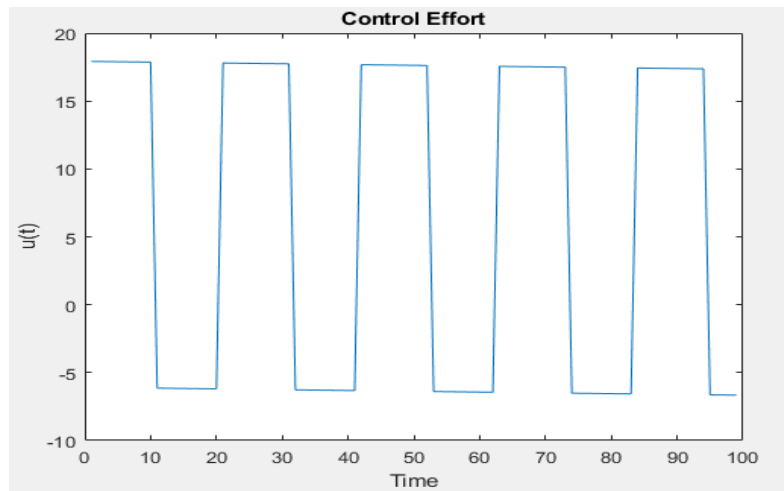


شکل ۲۵: سیگنال کنترلی در سیستم خطی

### ۳-۲-۳ سیستم غیر خطی



شکل ۲۶: جابجایی دیسک با کنترلر انتگرالگیر



شکل ۲۷: سیگنال کنترلی در سیستم خطی