

بسمه تعالی

تمرین دوم کنترل پیشرفته
پاندول معکوس

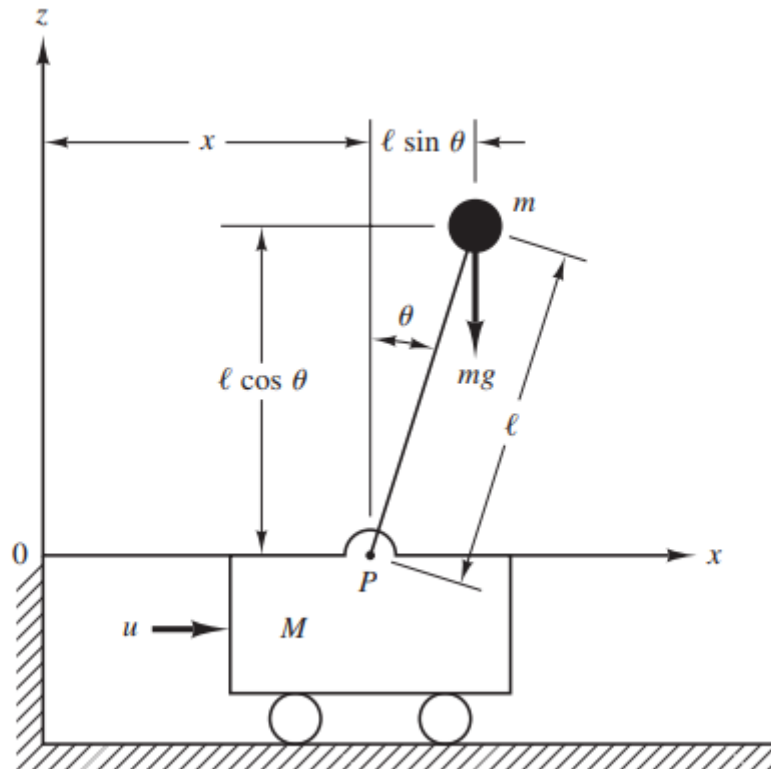
نام و نام خانوادگی:

ایمان شریفی

۹۸۲۱۰۱۸۴

استاد درس:

دکتر سالاریه



شکل ۱: شماتیک کلی پاندول معکوس

۱- معادلات حاکم را استخراج کنید.

معادلات غیر خطی:

$$(m + M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = u$$

$$\ddot{x}\cos\theta + l\ddot{\theta} = g\sin\theta$$

متغیر های حالت:

$$x_1 = x$$

$$x_2 = \dot{x}$$

$$x_3 = \theta$$

$$x_4 = \dot{\theta}$$

معادلات حاکم:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m + M - m \cos \theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \sin \theta\}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{l} (g \sin \theta - \frac{1}{m + M - m \cos \theta} \{u - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \sin \theta\} \cos \theta)$$

۲- سیستم را حول نقطه تعادل خطی سازی کنید.

خطی سازی معادلات:

برای خطی سازی از دستور "jacobian" در نرم افزار MATLAB استفاده می کنیم.

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX + Du$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ و } A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \dot{x}_n}{\partial u_1} \end{bmatrix}$$

در نهایت معادلات خطی سازی شده به فرم زیر در می آیند:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{m}{M} g x_2 + \frac{1}{M} u$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{M + m}{Ml} g x_2 - \frac{1}{Ml} u$$

۳- اگر مقادیر ویژه سیستم مدار بسته خطی سازی شده به صورت زیر باشد.

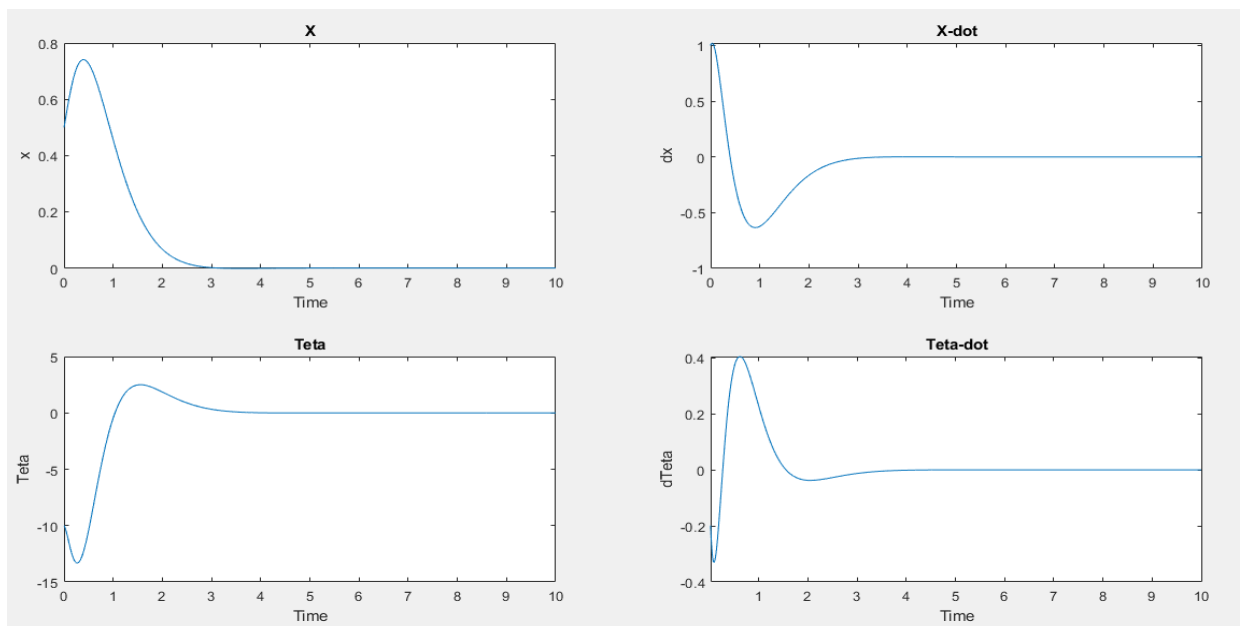
$$desired\ poles = [-2 + j \quad -2 - j \quad -5 \quad -5]$$

یک رگولاتور خطی طراحی کنید و عملکرد آنرا با اعمال به سیستم غیرخطی چک کنید با دو شرط اولیه زیر:

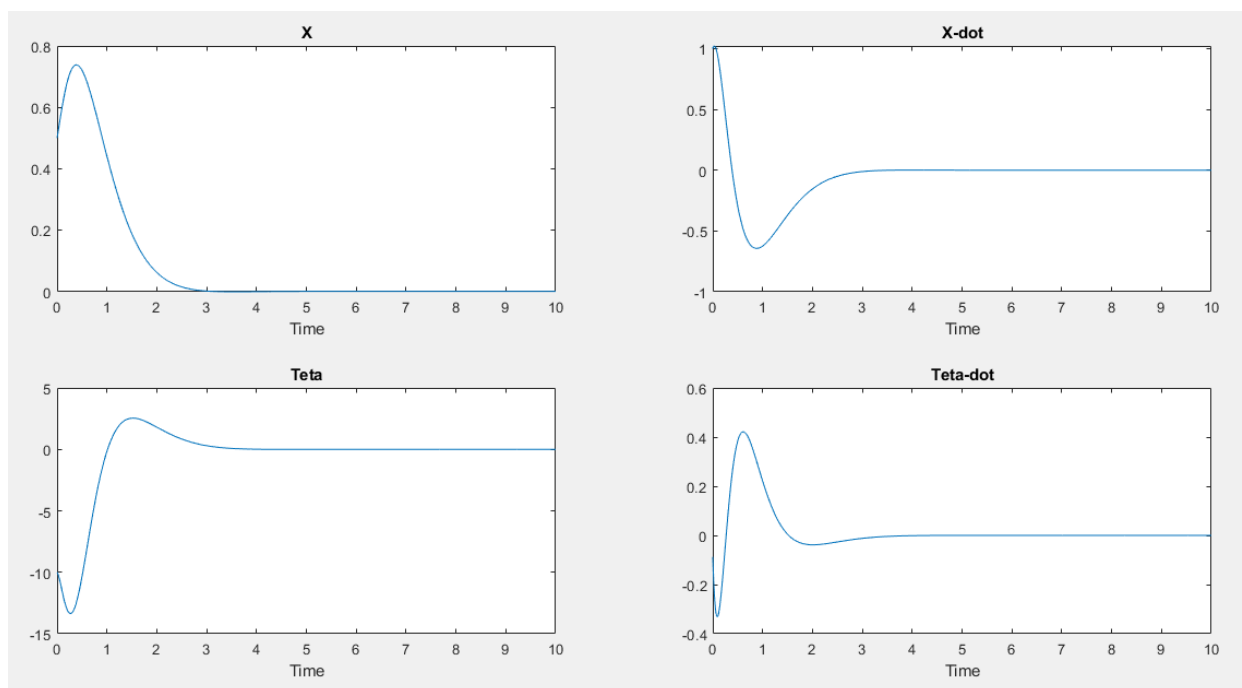
پاسخ:

$$x_{-} = [0.5 \quad 1 \quad -10 \quad -5]^T \text{ الف}$$

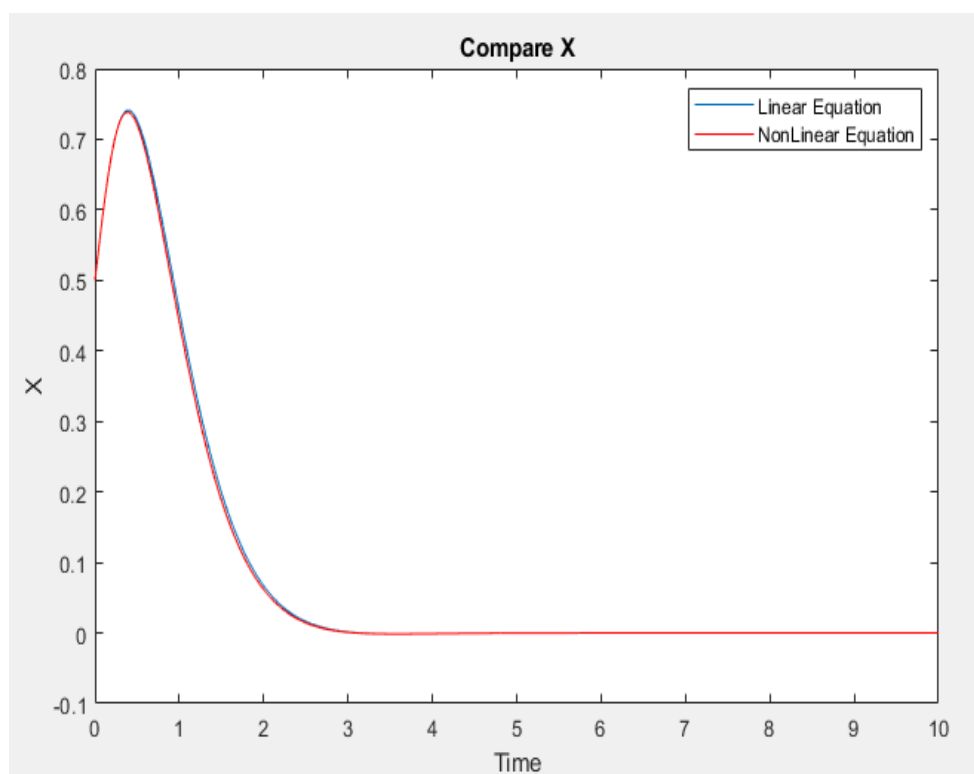
$$K = [-31.8552 \quad -38.2263 \quad -249.7876 \quad -54.1131]$$



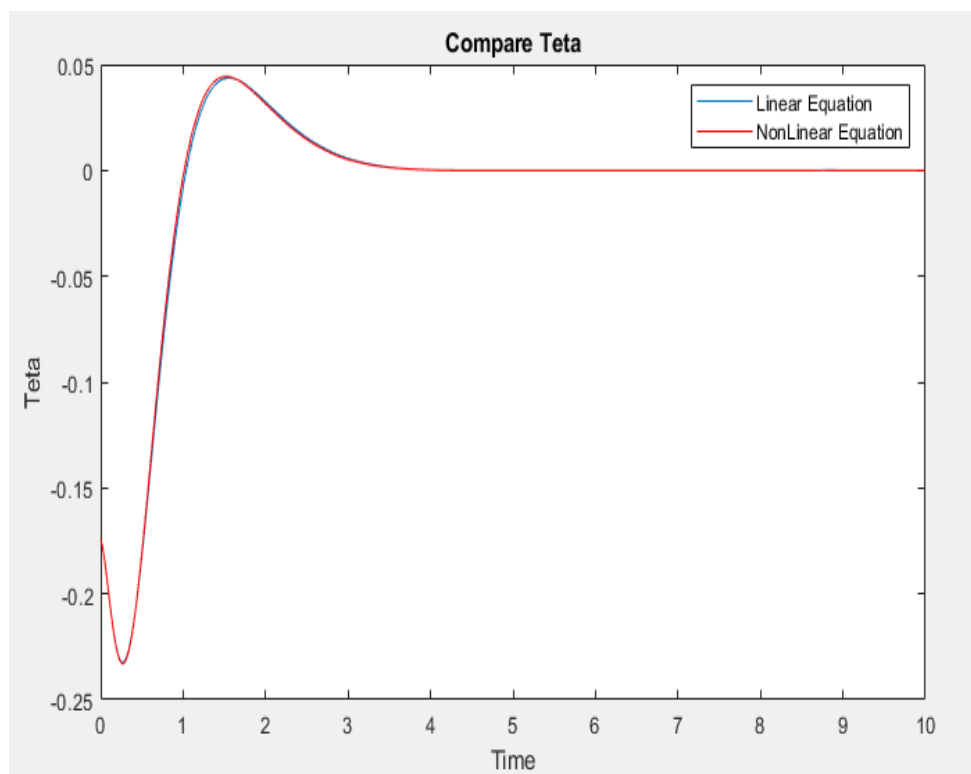
شکل ۲: پاسخ سیستم خطی به ازای ورودی $[0.5 \quad 1 \quad -10 \quad -5]^T$



شکل ۳: پاسخ سیستم غیرخطی به ازای ورودی $[0.5 \ 1 \ -10 \ -5]'$

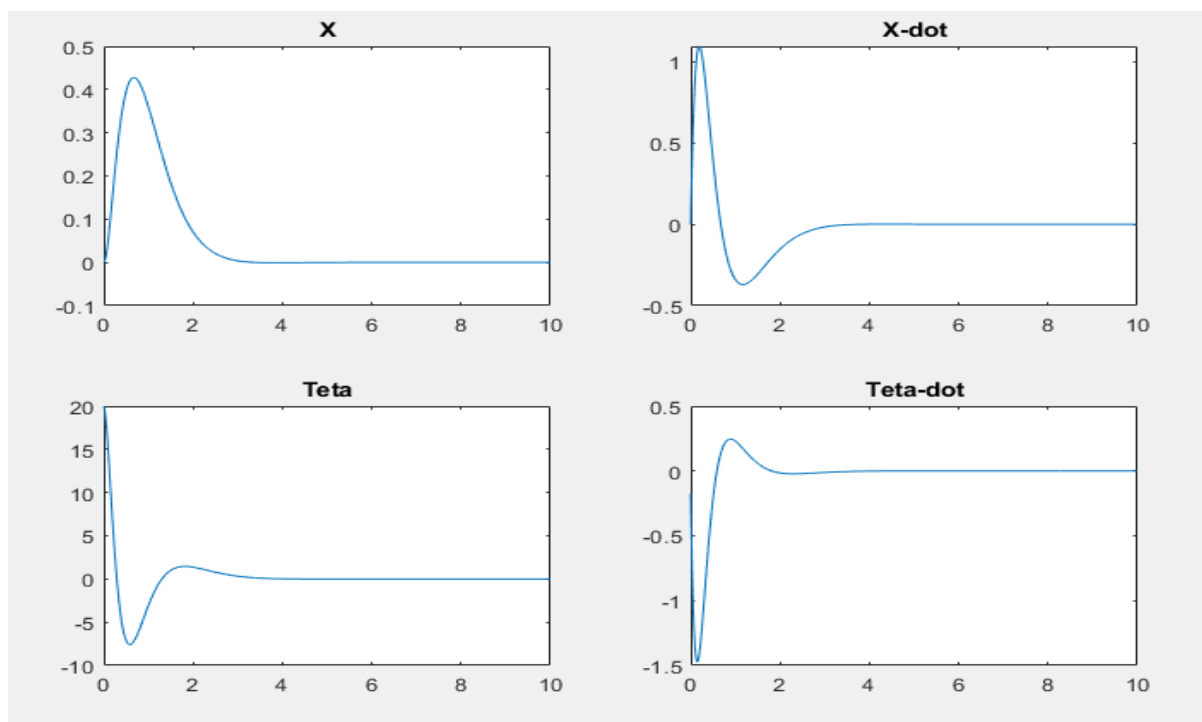


شکل ۴: مقایسه جابجایی پاندول در سیستم خطی و غیرخطی به ازای ورودی $[0.5 \ 1 \ -10 \ -5]'$

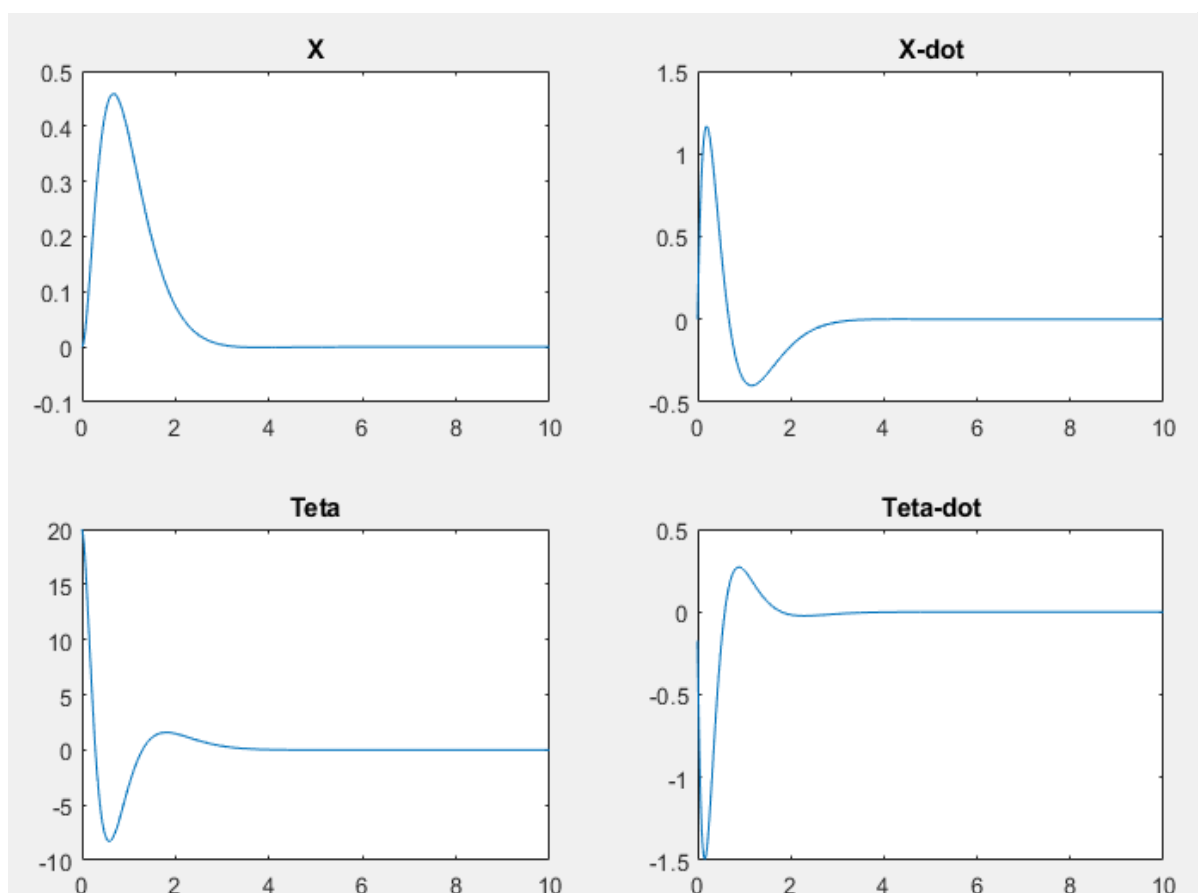


شکل ۵: مقایسه زاویه پاندول در سیستم خطی و غیرخطی به ازای ورودی $[0.5 \quad 1 \quad -10 \quad -5]'$

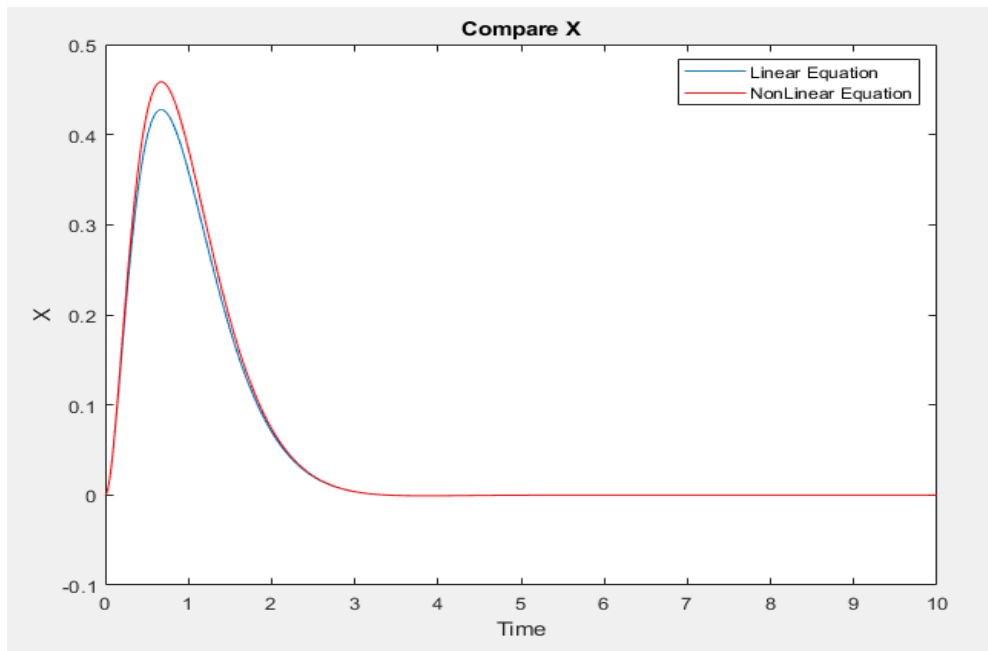
$$x_{\cdot} = [0 \quad 0 \quad 20 \quad -10]^T$$



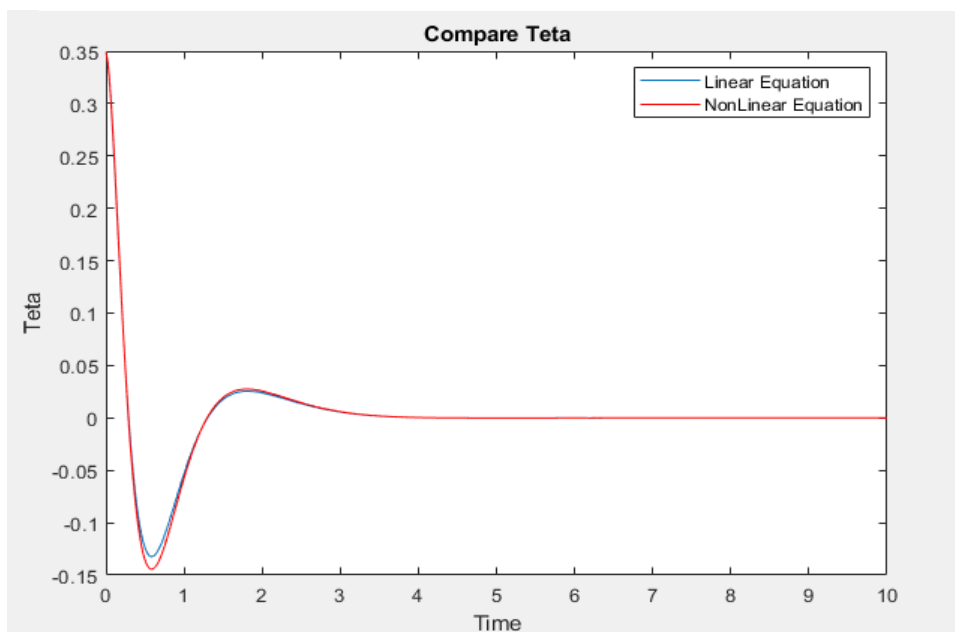
شکل ۷: پاسخ سیستم خطی به ازای ورودی $[0 \quad 0 \quad 20 \quad -10]^T$



شکل ۶: پاسخ سیستم غیر خطی به ازای ورودی $[0 \quad 0 \quad 20 \quad -10]^T$



شکل ۸: مقایسه جابجایی پاندول در سیستم خطی و غیر خطی به ازای ورودی $[0 \ 0 \ 20 \ -10]^T$



شکل ۹: مقایسه زاویه پاندول در سیستم خطی و غیر خطی به ازای ورودی $[0 \ 0 \ 20 \ -10]^T$

۴- فرض کنید فقط x قابل اندازه گیری باشد یک مشاهده گر حالت با مقادیر ویژه $[-15 \ -15 \ -10 \ -10]$ برای سیستم خطی سازی شده طراحی کنید طوری که \hat{x} بتواند x را تخمین بزند در نهایت

این کنترلر را به همان شرایط اولیه بخش ۳ به سیستم غیر خطی اعمال کنید و نتیجه را نشان دهید.

پاسخ:

بهره فیدبک حالت:

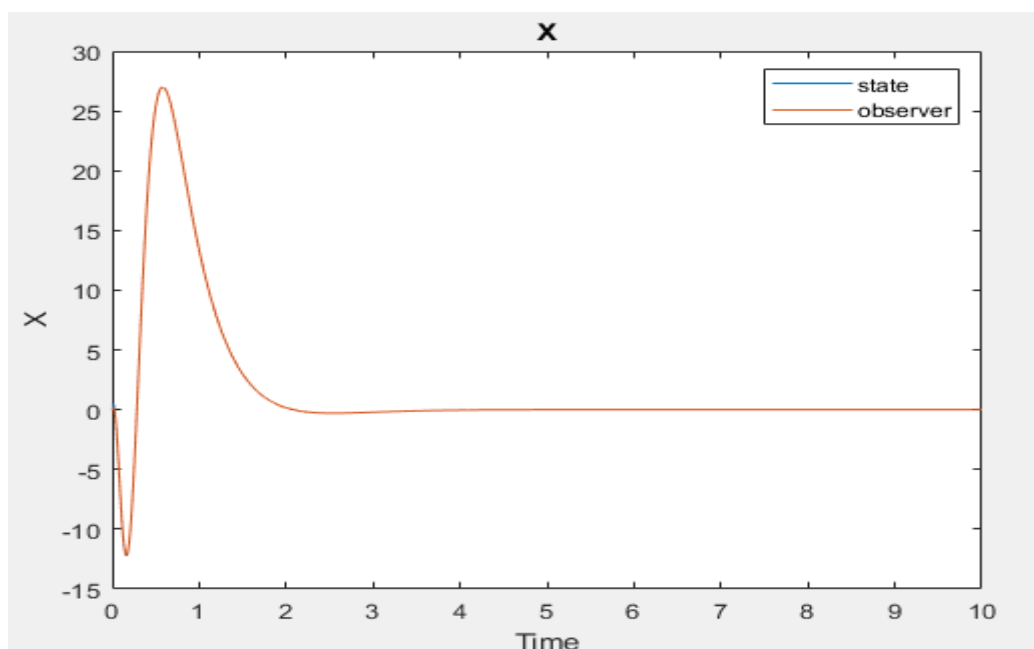
$$K = [-31.8552 \quad -38.2263 \quad -249.7876 \quad -54.1131]$$

بهره مشاهده گر:

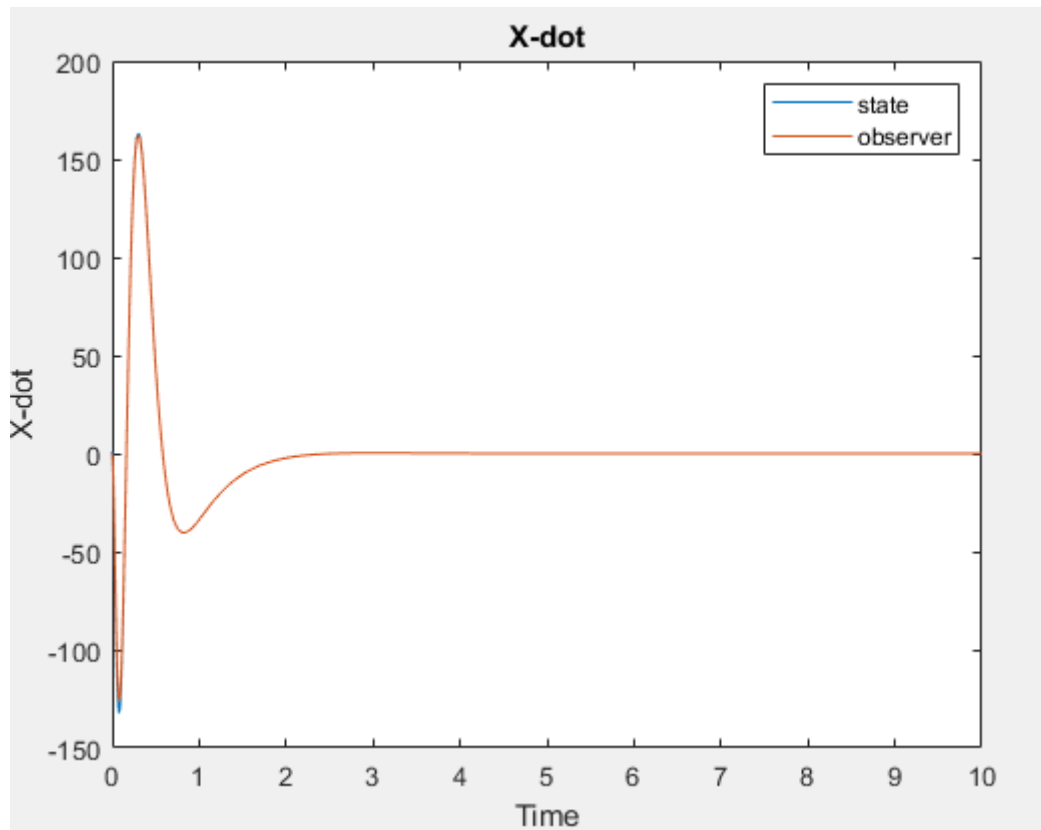
$$L = \begin{bmatrix} 50.0 & 941.544 & -4422.63 & -22150.4 \end{bmatrix}$$

سیستم خطی:

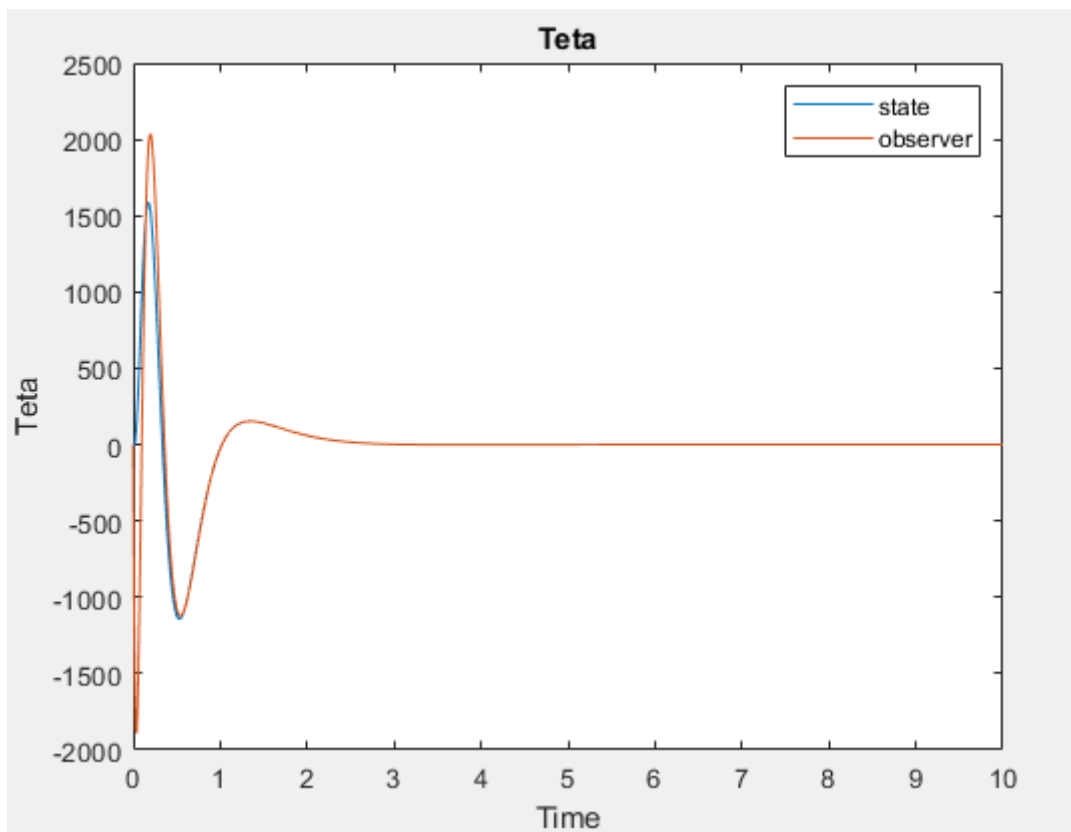
$$x_{\text{الف}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & -10 & -5 \end{bmatrix}^T$$



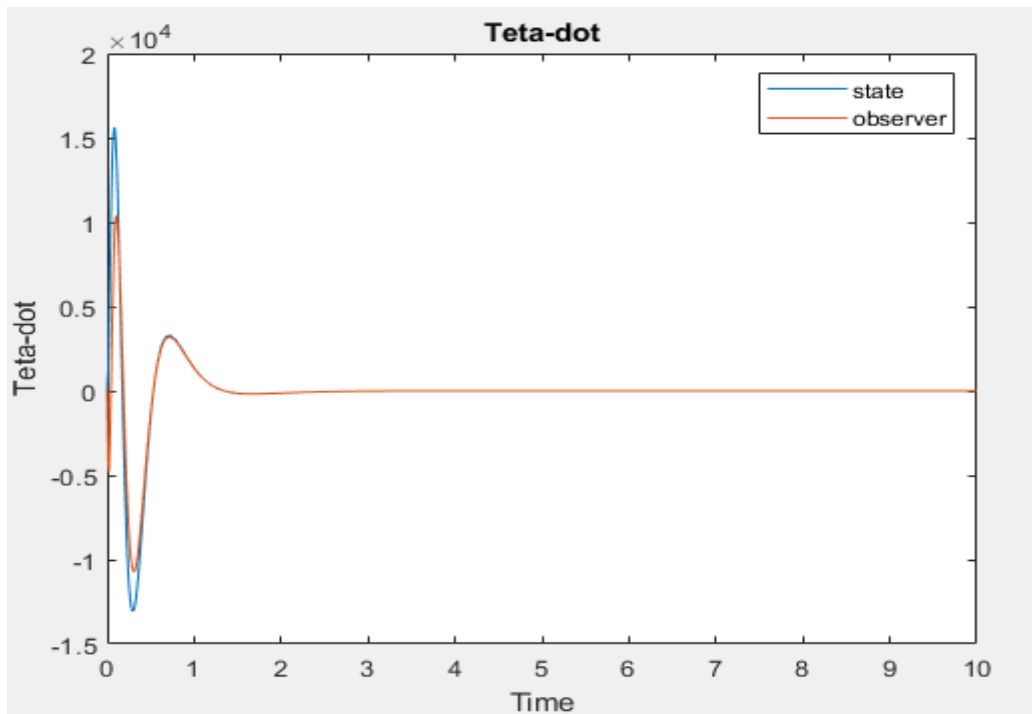
شکل ۱۰: مقایسه جابجایی پاندول در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۱: مقایسه سرعت پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

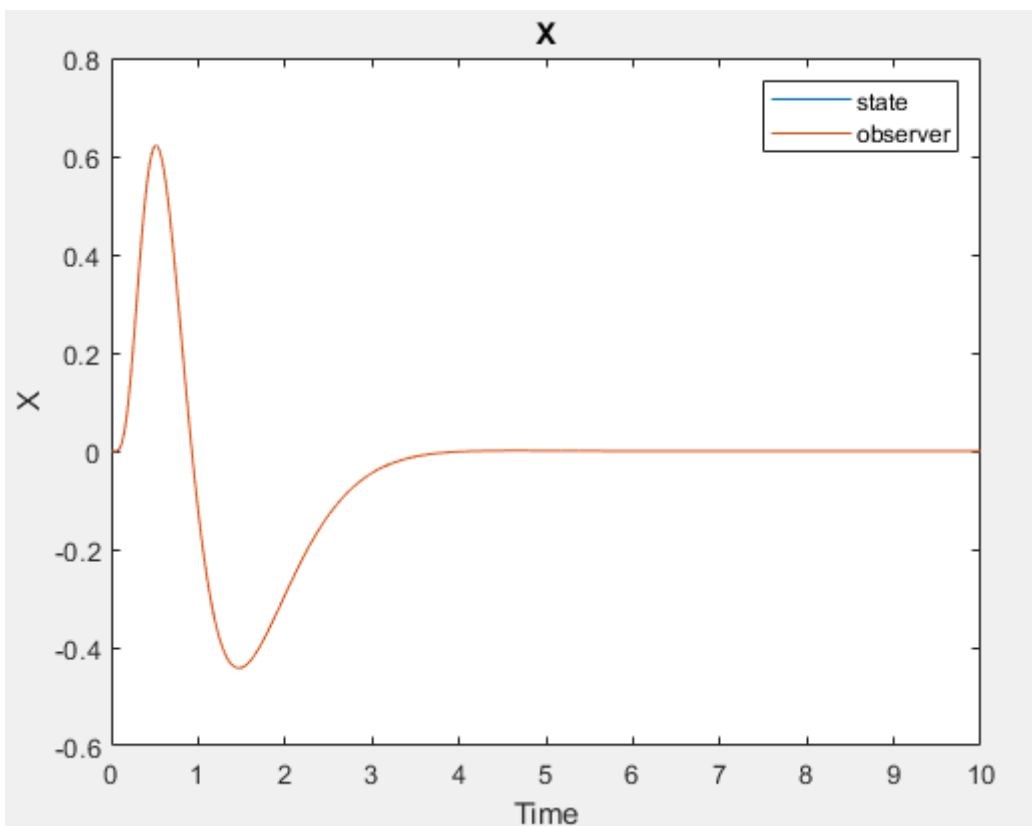


شکل ۱۲: مقایسه زاویه پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

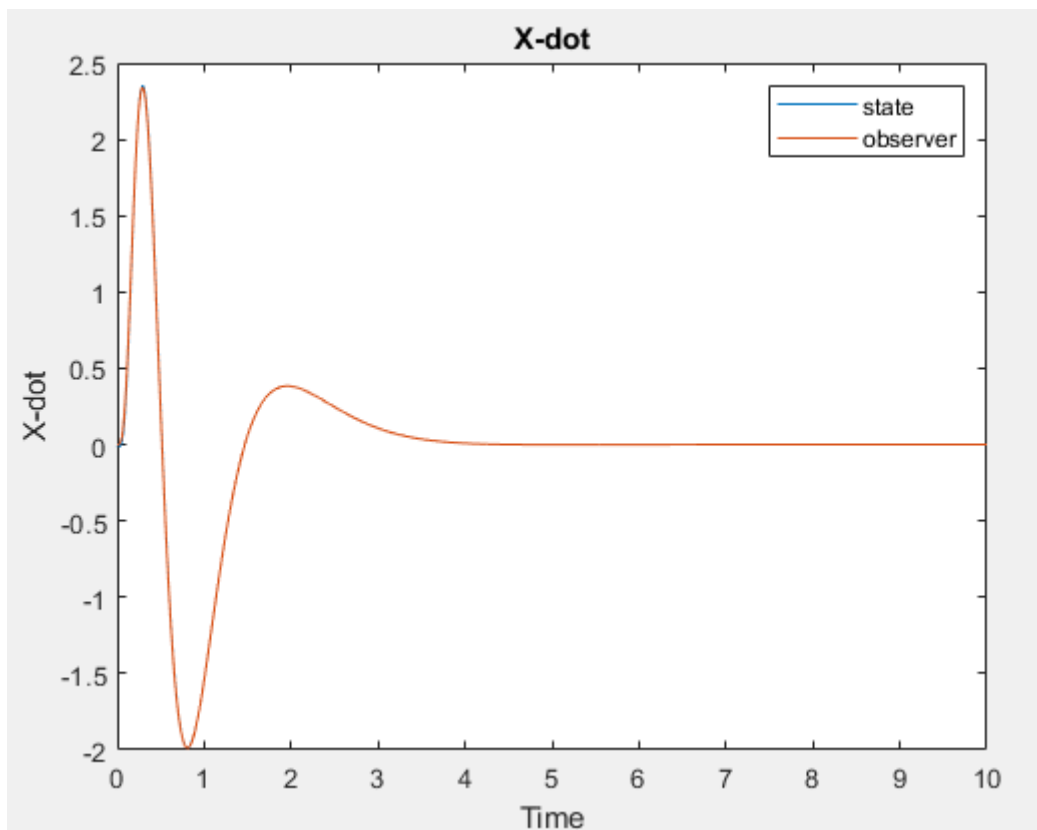


شکل ۱۳: مقایسه سرعت زاویه ای پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

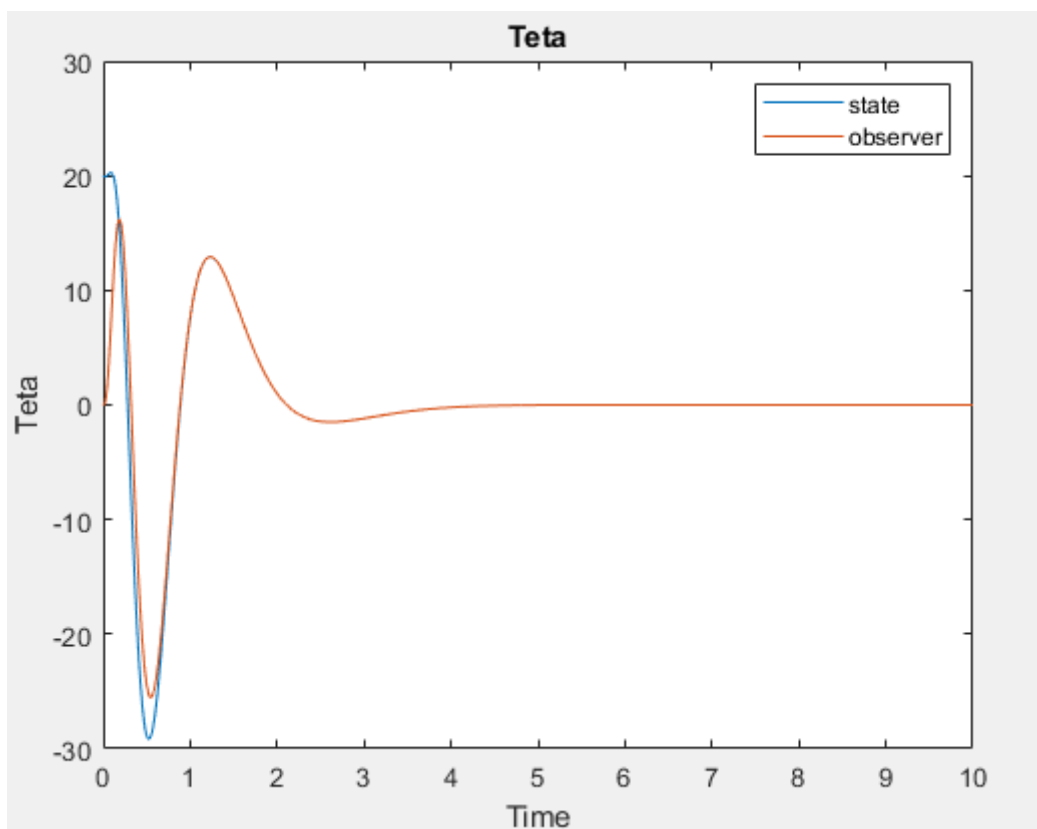
ب- $x_1 = [0 \quad 0 \quad 20 \quad -10]^T$



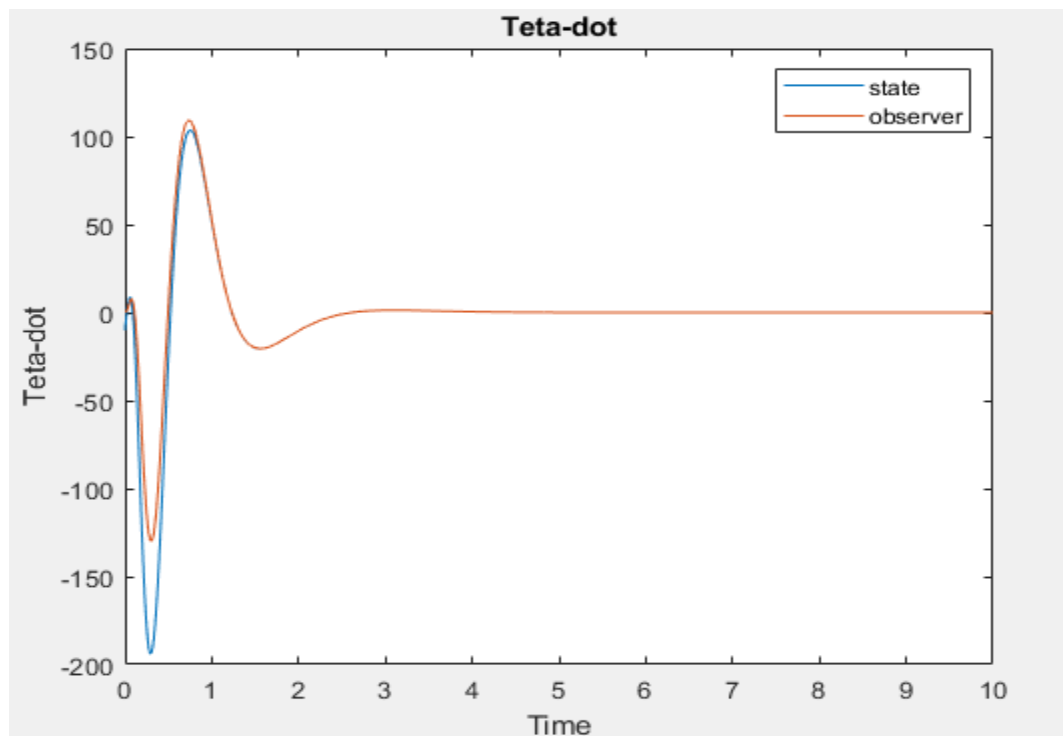
شکل ۱۴: مقایسه جابجایی پاندول در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۵: مقایسه سرعت پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۶: مقایسه زاویه پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

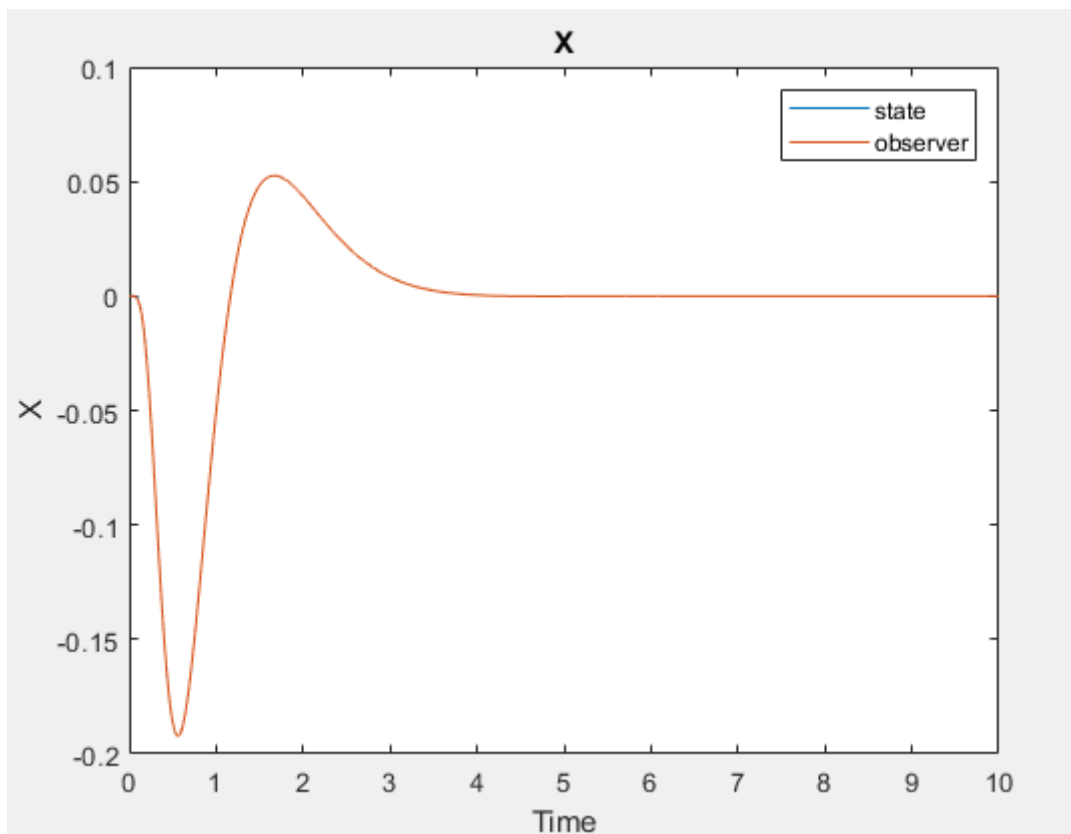


شکل ۱۷: مقایسه سرعت زاویه ای پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

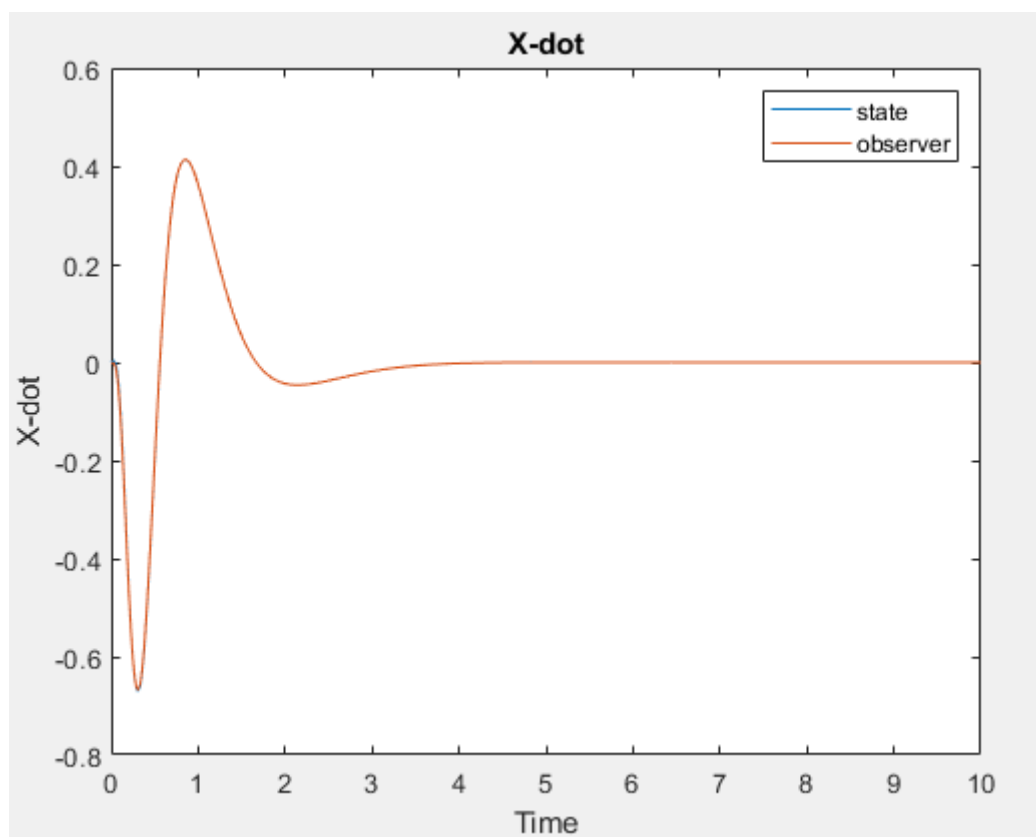
۲-سیستم غیر خطی:

$$x_0 = [0.5 \quad 1 \quad -10 \quad -5]^T \text{ الف}$$

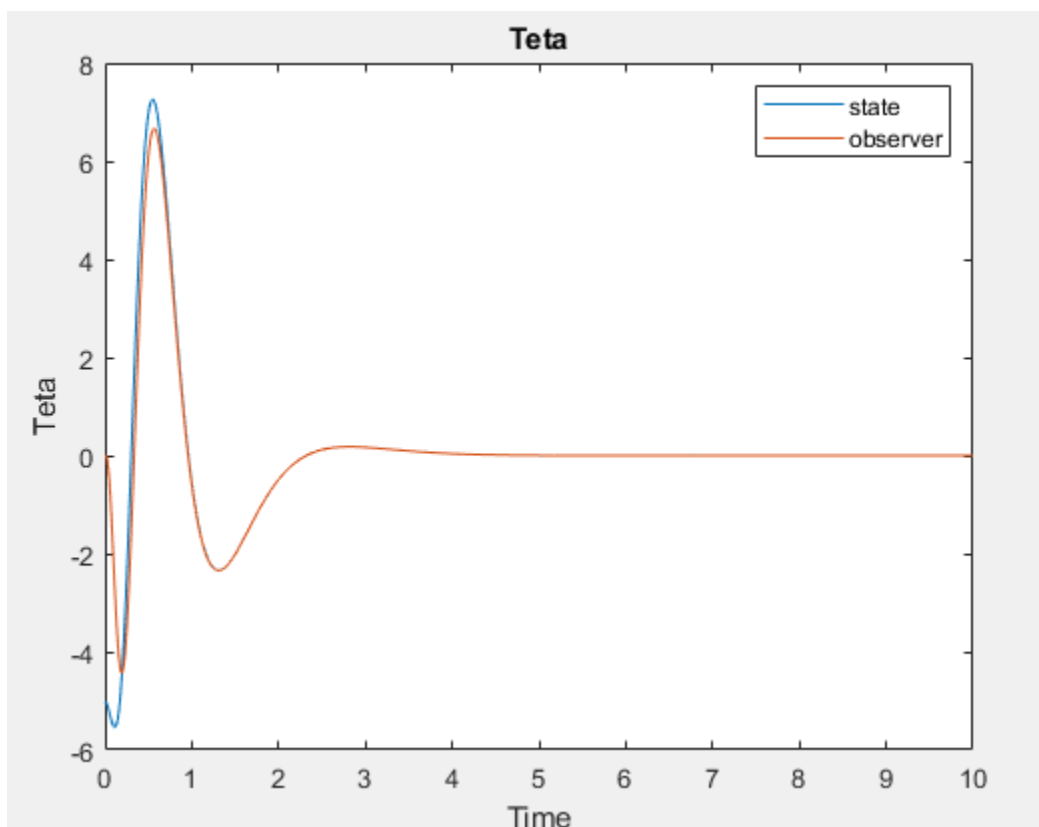
با توجه به حساسیت نرم افزار MATLAB به متغیر x و اینکه شرایط اولیه در x و \dot{x} هم در حالت سیستم و هم در مشاهده گر نزدیک صفر می باشد بنابر این هردو بر هم منطبق شده اند و



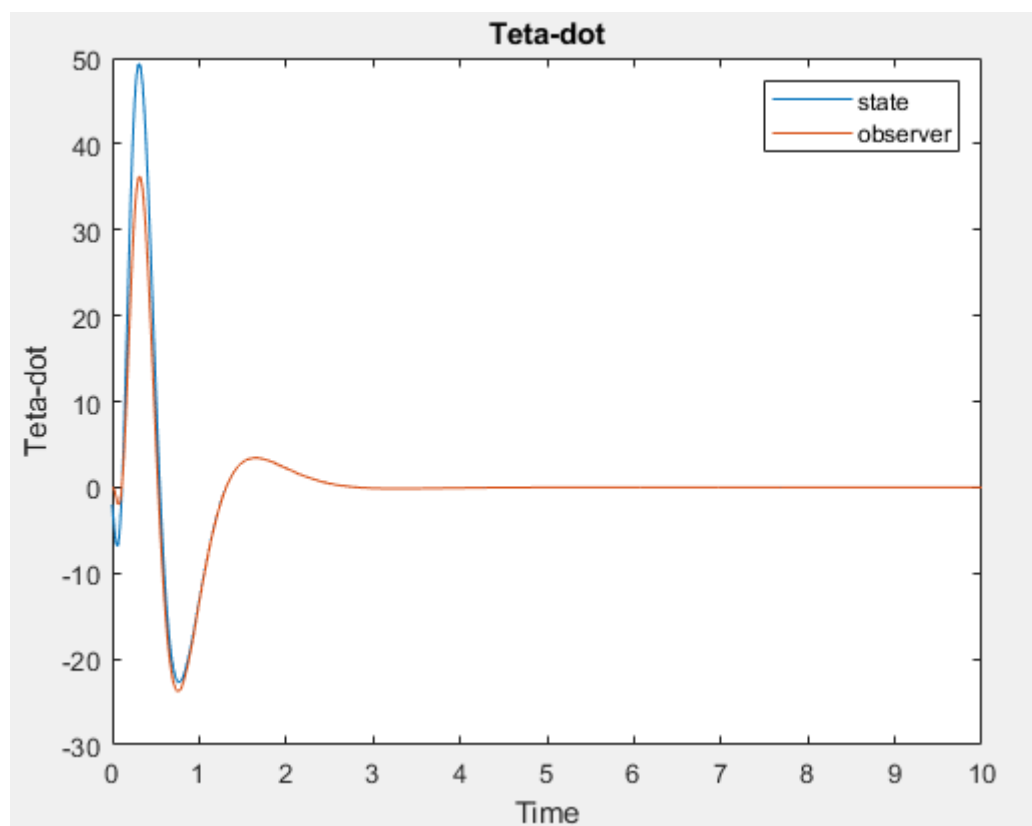
شکل ۱۸: مقایسه جابجایی پاندول در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۱۹: مقایسه سرعت پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

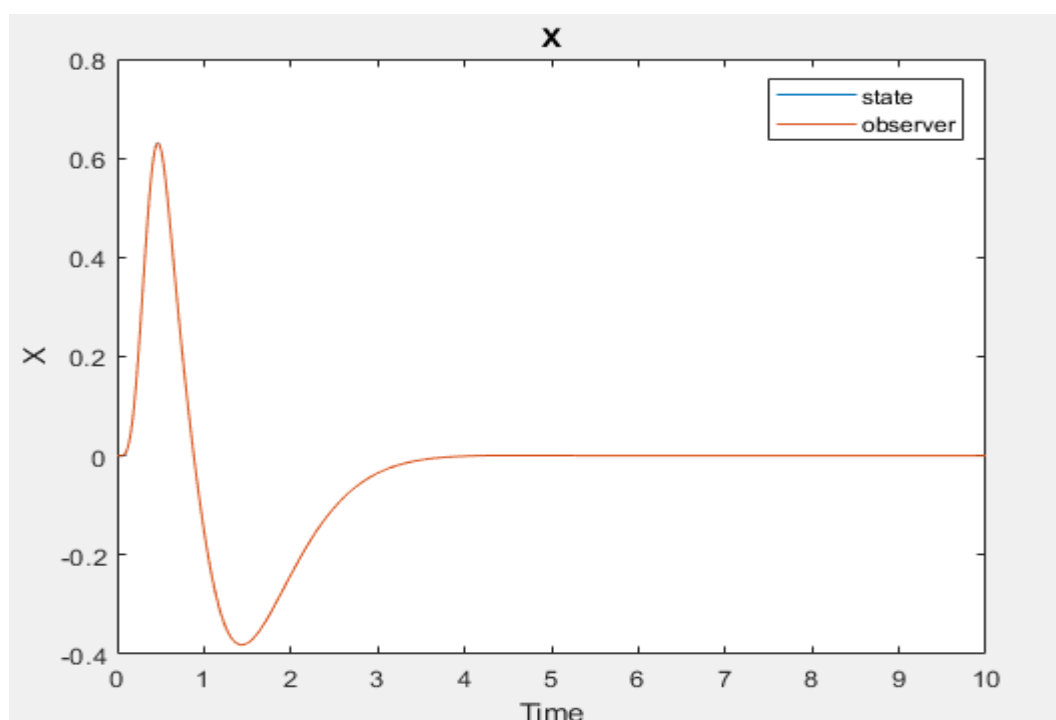


شکل ۲۰: مقایسه زاویه پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

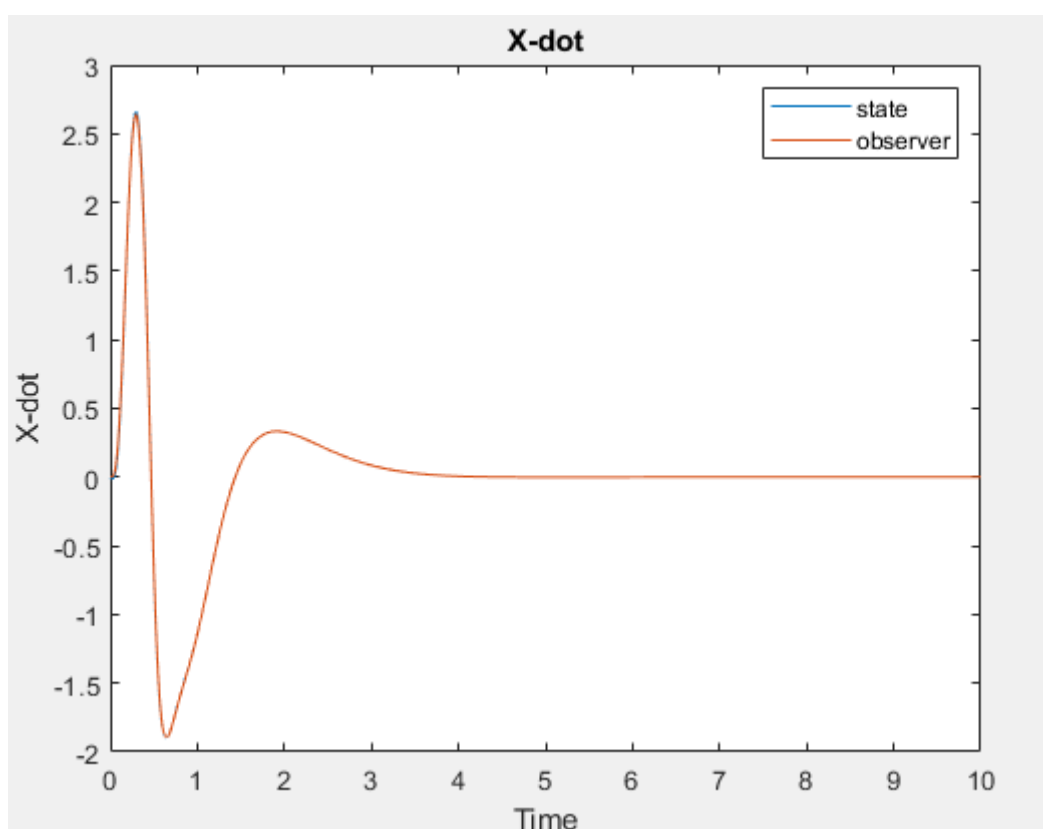


شکل ۲۱: مقایسه سرعت زاویه ای پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

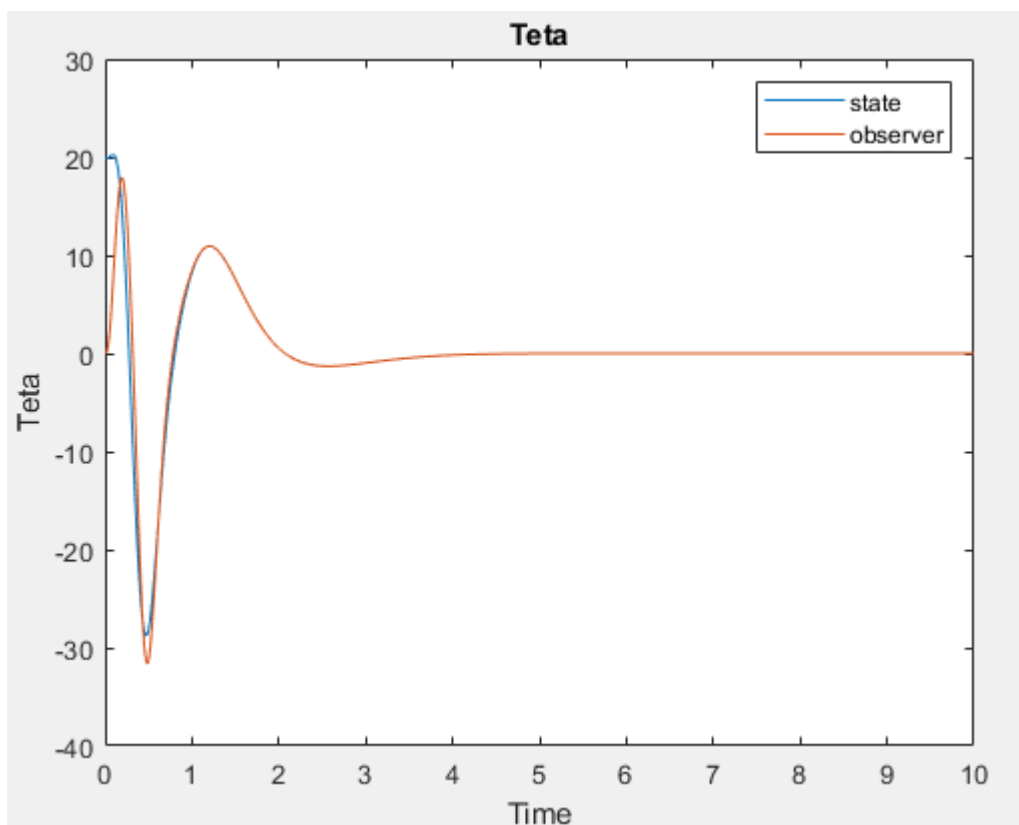
$$x_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 20 & -10 \end{bmatrix}^T$$



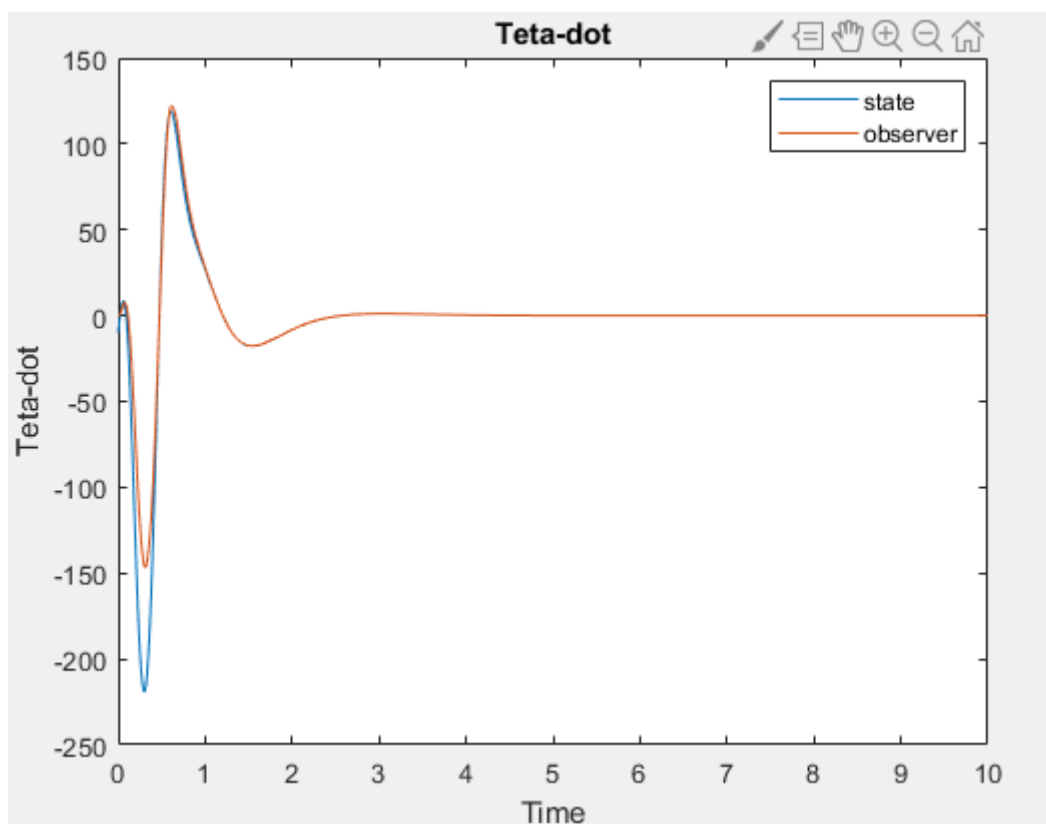
شکل ۲۲: مقایسه جابجایی پاندول در حالت با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۲۳: مقایسه سرعت پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان



شکل ۲۴: مقایسه زاویه پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

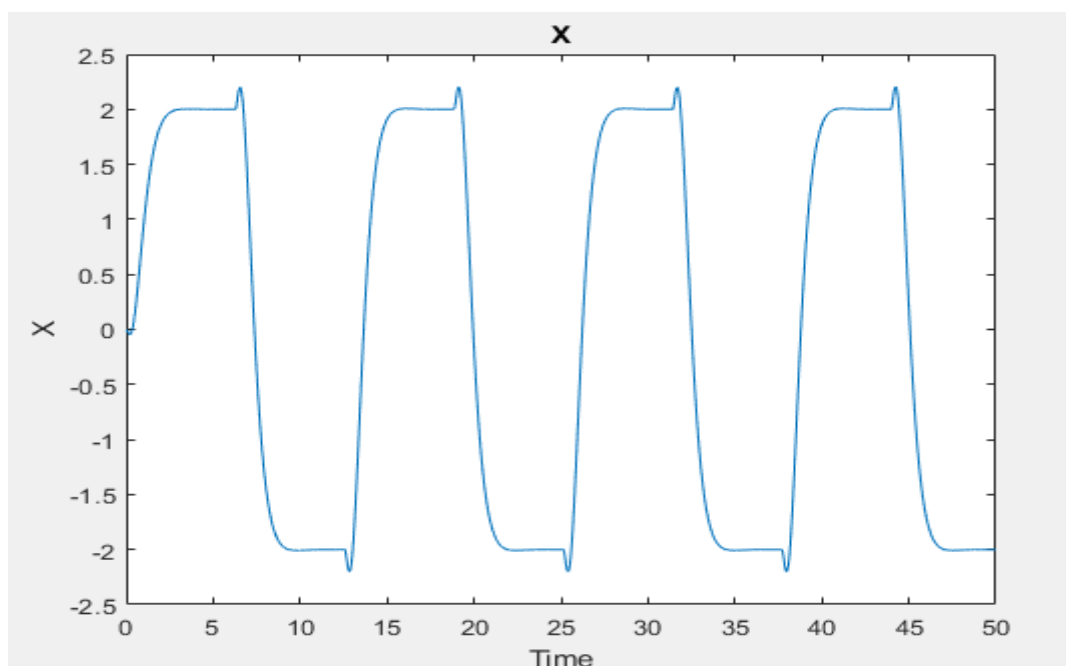


شکل ۲۵: مقایسه سرعت زاویه ای پاندول با مشاهده گر و بدون مشاهده گر بر حسب زمان

۵- با همان خروجی x با فرض اینکه همه حالات قابل اندازه گیری باشند می خواهیم یک کنترلر سروو طراحی کنیم طوری که $y_{ref} = 2\sin(0.5t)$ ثابت را تعقیب کند. (این قسمت را هم برای وقتی که انتگرالگیر بگذاریم و هم برای وقتی که از سیگنال پیشخور استفاده شود تکرار کنید)

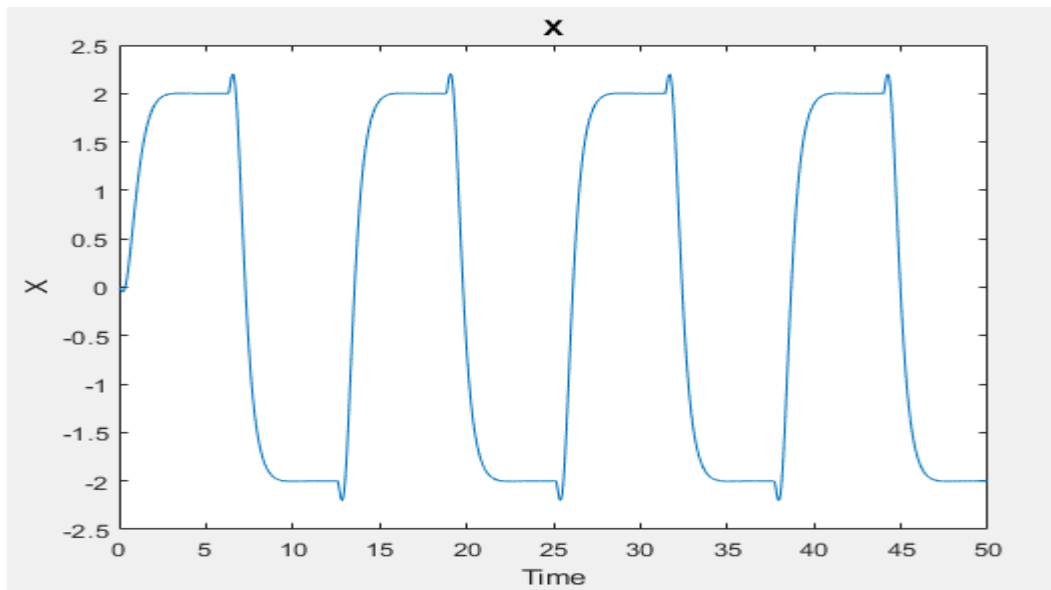
۵-۱ جبران ساز استاتیکی:

۵-۱-۱ سیستم خطی:



شکل ۲۶: جابجایی پاندول با کنترلر جبران ساز در سیستم خطی

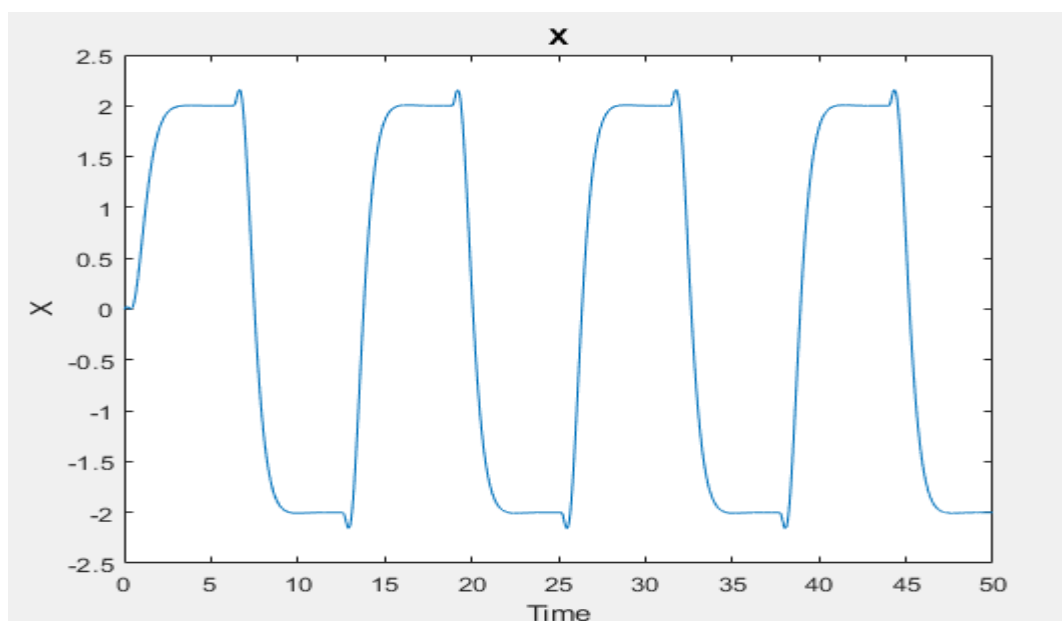
۵-۱-۲ سیستم غیر خطی:



شکل ۲۷: جابجایی پاندول با کنترلر جبران ساز در سیستم غیر خطی

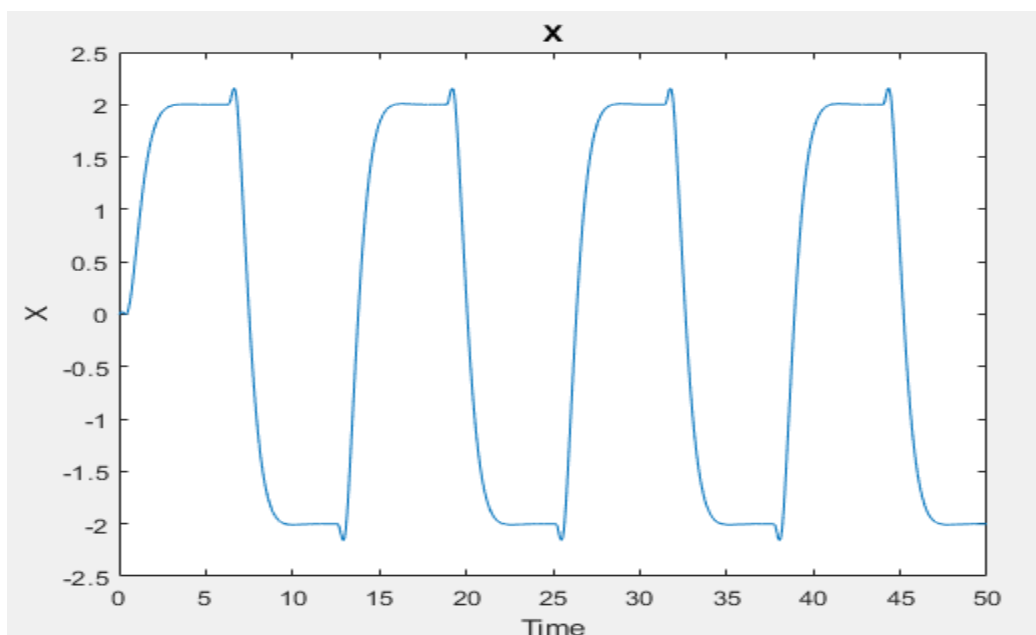
۵-۲-۲ انتگرال گیر:

۵-۲-۱ سیستم خطی:



شکل ۲۸: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر در سیستم خطی

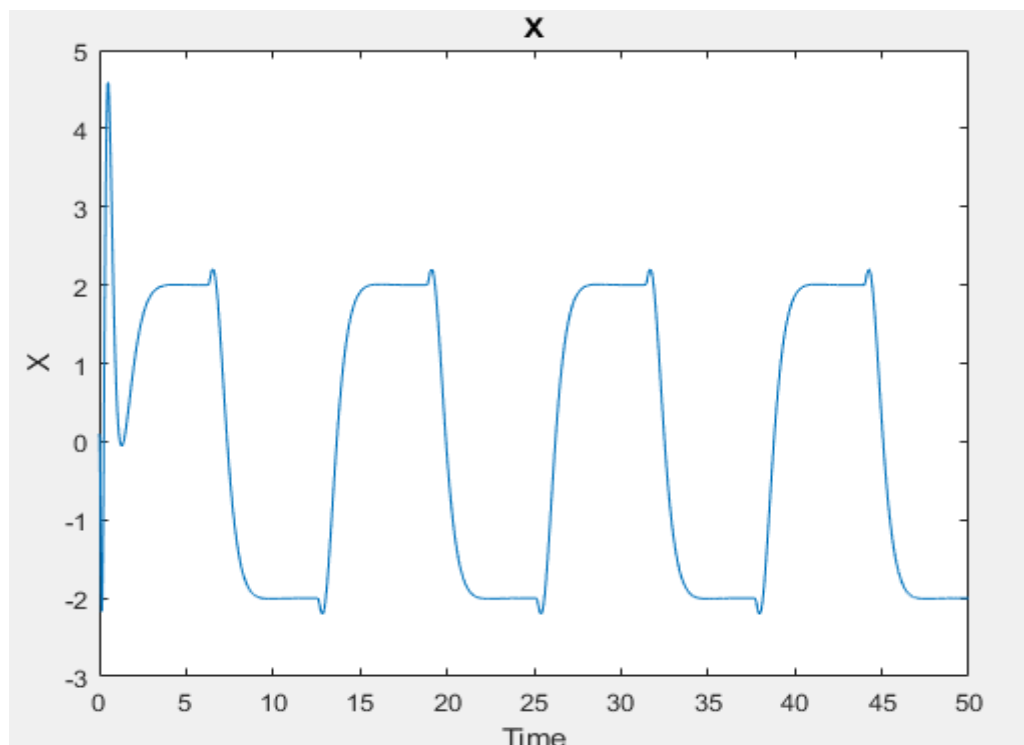
۵-۲-۲ سیستم غیر خطی:



شکل ۲۹: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر در سیستم غیر خطی

۶- مشاهده گر بخش ۴ را با ۵ ترکیب کنید.

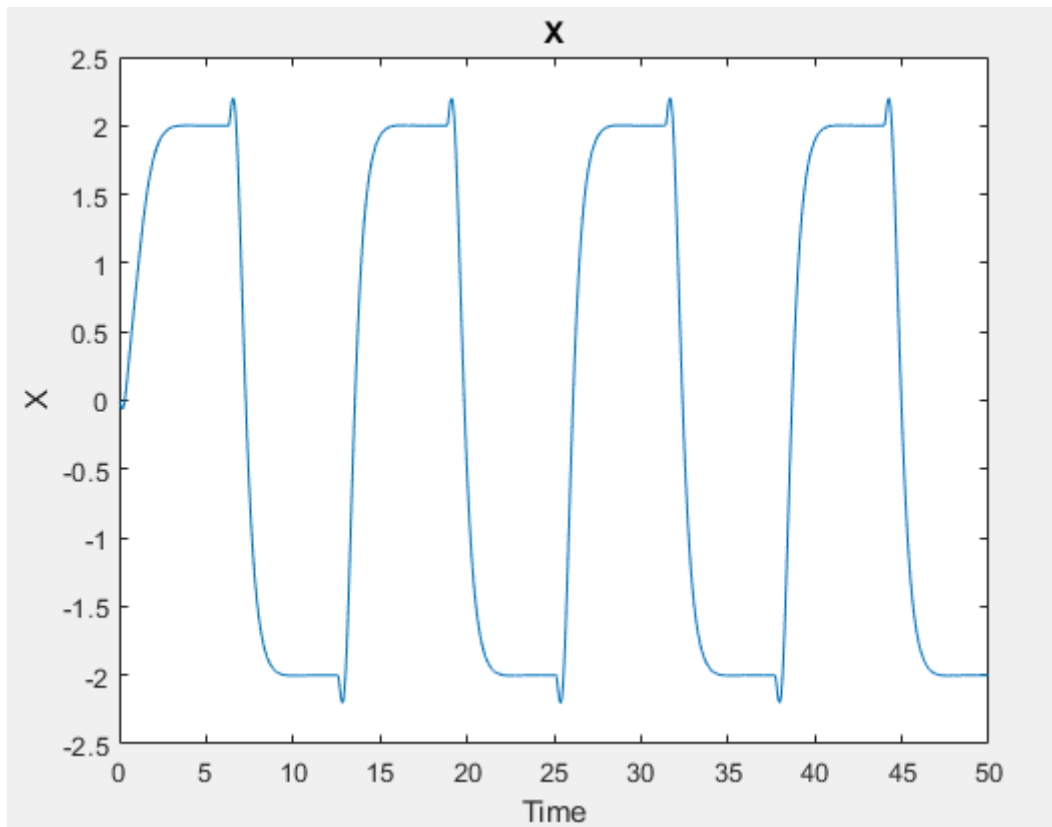
۱-۶ سیستم خطی:



شکل ۳۰: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر و مشاهده گر در سیستم خطی

۲-۶ سیستم غیر خطی:

در سیستم غیرخطی به دلیل خطاهای عددی نرم افزار MATLAB شرایط اولیه غیر صفر برای متغیر X موجب ناپایداری سیستم می شود بنابراین مقدار آن را برابر صفر در نظر می گیریم.



شکل ۳۱: جابجایی پاندول با کنترلر انتگرال گیر و مشاهده گر در سیستم خطی