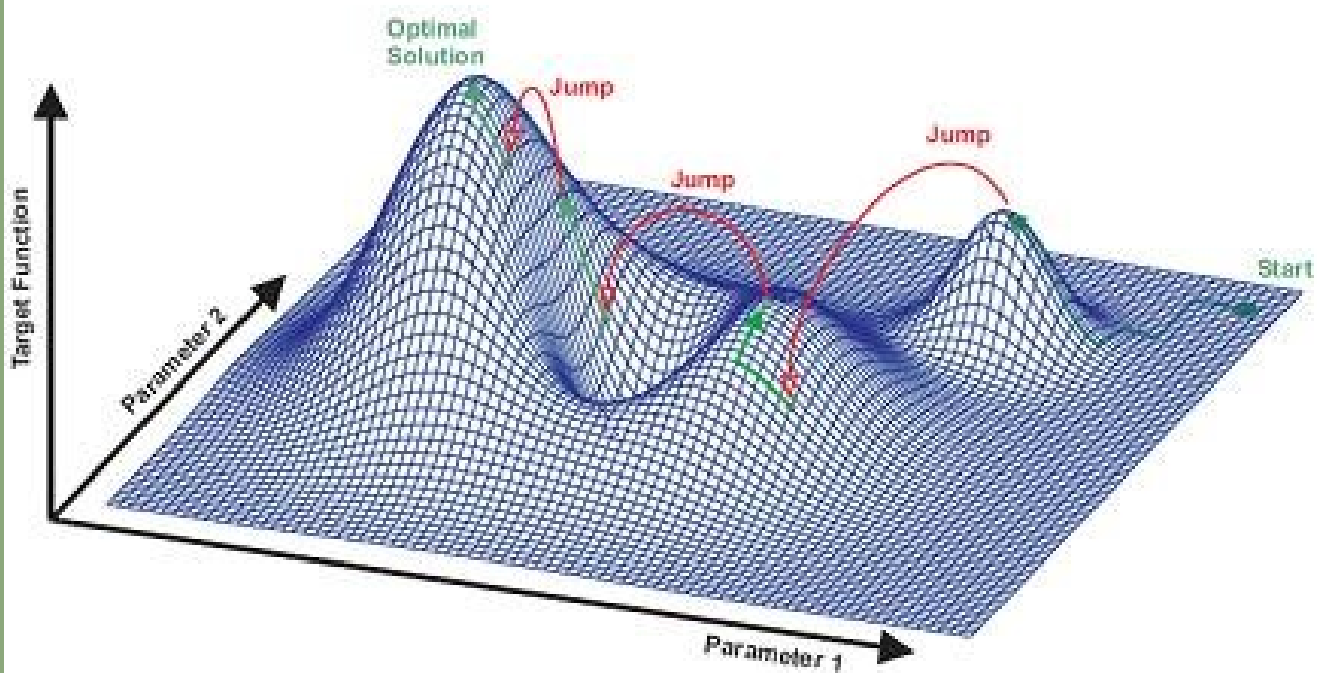




DÉPARTEMENT
INFORMATIQUE

RAPPORT

RECUIT SIMULÉ (SIMULATED ANNEALING)



REALISER PAR :
AZIZI CHAYMAE
CHATOU IMANE

SOUS L'ORDRE DE :
MONSIEUR JAMAL RIFI

SOMMAIRE

01. Métaheuristiques

02. Recuit simulé

03. Algorithme

04. Domaines d'applications

05. Conclusion

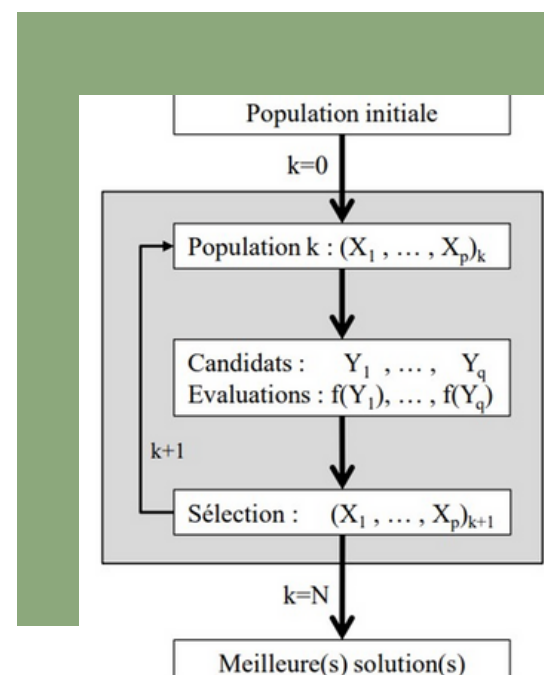
MÉTAHEURISTIQUES

01. Définition

Une métaheuristique est un algorithme d'optimisation visant à résoudre des problèmes d'optimisation difficiles pour lesquels on ne connaît pas de méthode classique plus efficace. Les métaheuristiques sont généralement des algorithmes stochastiques itératifs, qui progressent vers un optimum global. Elles se comportent comme des algorithmes de recherche, tentant d'apprendre les caractéristiques d'un problème afin d'en trouver une approximation de la meilleure solution. Il existe un grand nombre de métaheuristiques différentes, allant de la simple Recherche Locale à des algorithmes complexes de recherche globale. Ces méthodes utilisent cependant un haut niveau d'abstraction, leur permettant d'être adaptées à une large gamme de problèmes différents. En d'autres termes, ces algorithmes se veulent des méthodes génériques pouvant optimiser une large gamme de problèmes différents, sans nécessiter de changements profonds dans l'algorithme employé

02. Principe

- $\min f(x)$ trouver le minimum global ou des minima locaux
Population de p individus :
 $X_i, f(X_i)$ Ordre de grandeur :
 $p = 1 \text{ à } 100$ (selon algorithme)
- Exploration du voisinage :
 q candidats $Y_j, f(Y_j)$ Perturbations aléatoires → intensification pour affiner les minima trouvés → diversification pour trouver d'autres minima
 - Règles de sélection Acceptation aléatoire de dégradations → échappement de minima locaux
 - Arrêt sur nombre d'essais N → généralement très grand m

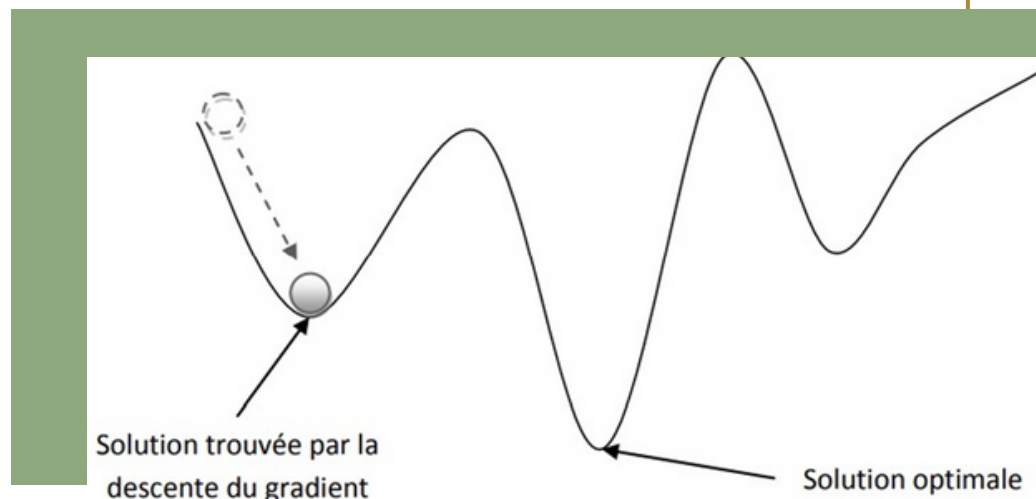


LE RECUIT SIMULÉ

01

Introtuction

Les problèmes NP-complets d'optimisation combinatoire sont caractérisés par une complexité exponentielle ou factorielle, par conséquent ; il est impossible d'énumérer toutes les solutions possibles car cela dépasse la capacité de calcul de n'importe quel ordinateur. Il est donc très difficile de trouver la solution optimale. Pour palier a ces problèmes, les chercheurs ont introduit des méthodes approchées appelées heuristiques, elles présentent l'avantage d'un temps de calcul réduit mais ne donnent aucune information sur la qualité de la solution trouvée, de plus elles ne sont en général applicables qu'a un seul type de problèmes. (Autin, 2006) Par exemple la méthode de la descente consiste à partir d'une solution S à choisir une solution S' dans un voisinage de S , telle que S' améliore la solution. La recherche s'arrête donc au premier minimum (ou maximum) local rencontré, c'est là son principal défaut. Pour améliorer les résultats, on peut relancer plusieurs fois l'algorithme mais la performance de cette technique décroît rapidement. Ce qui a poussé les chercheurs à proposer de nouvelles méthodes générales (applicables à la plupart des problèmes d'optimisation) appelées métaheuristiques, dont la méthode du recuit simulé ; conçu pour rechercher un optimum global parmi plusieurs minimas (ou maximas) locaux



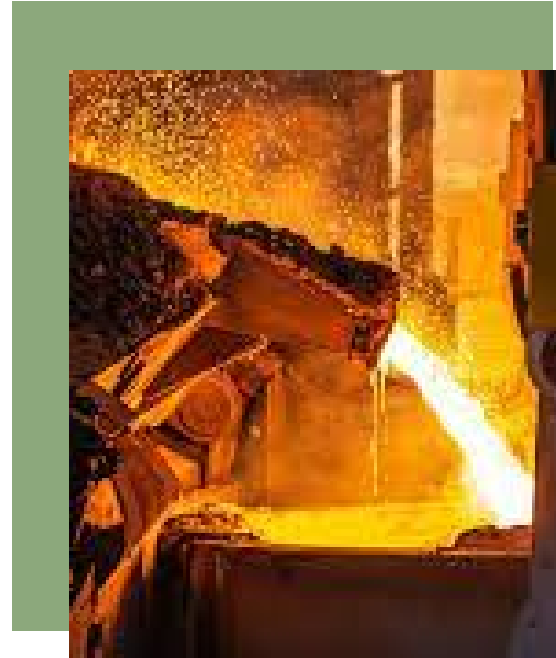
02 Origine

La méthode du recuit simulé est une généralisation de la méthode MonteCarlo ; son but est de trouver une solution optimale pour un problème donné. Elle a été mise au point par trois chercheurs de la société IBM : S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt et M.P. Vecchi en 1983, et indépendamment par V. Cerny en 1985 à partir de l'algorithme de Metropolis ; qui permet de décrire l'évolution d'un système thermodynamique.

La méthode du recuit simulé est basée sur un processus très utilisé en métallurgie pour obtenir un alliage sans défaut, ce processus est appelé « le recuit ».

On commence d'abord par chauffer le métal jusqu'à une certaine température où il devient liquide (les atomes peuvent donc circuler librement). Après avoir atteint ce stade, on abaisse la température très lentement de sorte à obtenir un solide).

Si cette baisse de température est brusque on obtient alors du verre ; si au contraire cette baisse de température est très lente (laissant aux atomes le temps d'atteindre l'équilibre statistique), nous obtenons la solution optimale. Figure 1 : blocage d'une heuristique classique dans un minima local. Le recuit simulé nous obtiendrons des structures de plus en plus régulières, jusqu'à atteindre un état d'énergie minimale correspondant à la structure parfaite d'un Crystal, on dit alors que le système est « gelé ».



Au cas où cet abaissement de température ne se ferait pas assez lentement, il pourrait apparaître des défauts. Il faudrait alors les corriger en réchauffant de nouveau légèrement la matière de façon à permettre aux atomes de retrouver la liberté de mouvement, leur facilitant ainsi un éventuel réarrangement conduisant à une structure plus stable.

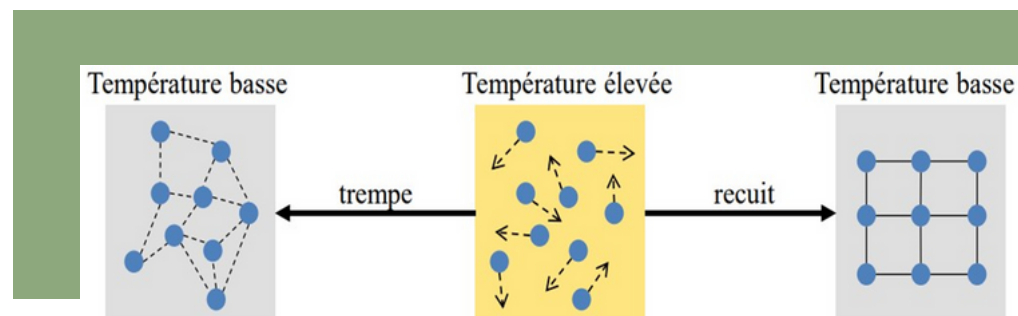
03 Définition

L'idée principale du recuit simulé tel qu'il a été proposé par Metropolis en 1953 est de simuler le comportement de la matière dans le processus du recuit très largement utilisé dans la métallurgie. Le but est d'atteindre un état d'équilibre thermodynamique, cet état d'équilibre (où l'énergie est minimale) représente - dans la méthode du recuit simulé - la solution optimale d'un problème ; L'énergie du système sera calculé par une fonction coût (ou fonction objectif) spécifique à chaque problème (Kendall). La méthode va donc essayer de trouver la solution optimale en optimisant une fonction objectif, pour cela, un paramètre fictif de température a été ajouté par Kirkpatrick, Gelatt et Vecchi. En gros le principe consiste à générer successivement des configurations à partir d'une solution initiale S_0 et d'une température initiale T_0 qui diminuera tout au long du processus jusqu'à atteindre une température finale ou un état d'équilibre (optimum global).

04 Principe détaillé

La méthode du recuit simulé (« Simulated Annealing », Kirkpatrick et co 1983) s'inspire de la thermodynamique d'un système de particules.

- Le recuit est un processus utilisé en métallurgie pour obtenir un alliage sans défaut. A très haute température, le métal est à l'état liquide et les atomes se déplacent librement. On procède à un refroidissement pour revenir à l'état solide.
- Si le refroidissement est rapide (trempe), les atomes se figent dans un état désordonné. L'alliage obtenu a une structure irrégulière et présente des défauts (énergie élevée).
- Si le refroidissement est lent (recuit), les atomes se réorganisent de façon régulière. L'alliage obtenu a une structure cristalline sans défaut (énergie minimale).



ALGORITHME

01

Algorithme de Metropolis

Dans l'algorithme de Metropolis, on part d'une configuration donnée, et on lui fait subir une modification aléatoire. Si cette modification fait diminuer la fonction objectif (ou énergie du système), elle est directement acceptée ; Sinon, elle n'est acceptée qu'avec une probabilité égale à $\exp(\Delta E/T)$ (avec E =énergie, et T =température), cette règle est appelée critère de Metropolis.

02

Algorithme du recuit simulé

Le recuit simulé applique itérativement l'algorithme de Metropolis, pour engendrer une séquence de configurations qui tendent vers l'équilibre thermodynamique :

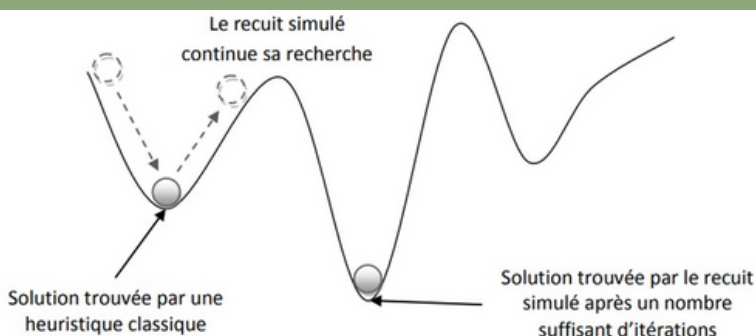
- 1) Choisir une température de départ $T=T_0$ et une solution initiale $S=S_0$;
- 2) générer une solution aléatoire dans le voisinage de la solution actuelle ;
- 3) comparer les deux solutions selon le critère de Metropolis ;
- 4) répéter 2 et 3 jusqu'à ce que l'équilibre statistique soit atteint ;
- 5) décroître la température et répéter jusqu'à ce que le système soit gelé.

Dans un premier temps, T étant généralement choisi très grand, beaucoup de solutions - même celles dégradant la valeur de f - sont acceptées, et l'algorithme équivaut à une visite aléatoire de l'espace des solutions. Mais à mesure que la température baisse, la plupart des solutions augmentant l'énergie sont refusés, et l'algorithme se ramène à une amélioration itérative classique.

À température intermédiaire, l'algorithme autorise de temps en temps des transformations qui dégradent la fonction objectif.

Il laisse ainsi une chance au système de s'extraire d'un minima local

Le recuit simulé 7 Notons aussi que si la température est égale à 0, seules les solutions optimisant f sont acceptées. L'algorithme se comportera donc comme la méthode de la descente du gradient.



Etat initial de l'algorithme

La solution initiale peut être prise au hasard dans l'espace des solutions possibles, elle peut aussi être générée par une heuristique classique, telle que la descente du gradient ou l'algorithme glouton (dans le cas du voyageur du commerce). (Kendall) La température initiale doit être assez élevée, car c'est elle qui fixe la probabilité d'accepter ou de refuser les solutions défavorables à l'optimisation de la fonction f .

Variation de la température

Deux approches sont possibles pour décroître la température :

a) décroissance par paliers :

Pour chaque valeur de la température, on itère l'algorithme de Metropolis jusqu'à atteindre un équilibre statistique, puis on diminue la température

b) Décroissance continue :

On fait baisser la température d'une façon continue, le plus courant est d'utiliser la loi suivante : $T_{i+1} = \alpha \cdot T_i / \alpha < 1$ (en général $\alpha = 0.9$ à 0.99) Remarque : Le paramètre α est à choisir avec précaution ; En effet, s'il est choisi trop grand, la température baissera très rapidement et l'algorithme pourra être bloqué dans un minima local ; Si au contraire il est choisi trop petit, la température baissera très lentement et le temps de calcul sera très grand.

Amélioration

Cet algorithme est parfois amélioré en ajoutant une variable qui mémorise la meilleure valeur rencontrée jusqu'à présent ; sans cela, l'algorithme pourrait converger vers une certaine solution, alors qu'on avait visité auparavant une solution meilleure.

DOMAINES D'APPLICATIONS

Comme pour toute méta-heuristique, la méthode du recuit simulé peut être appliquée dans de nombreux problèmes d'optimisation, les chercheurs l'ont utilisée essentiellement dans

1

La conception des circuits intégrés

2

Le routage des paquets dans les réseaux

3

La segmentation d'images

4

Le problème du voyageur de commerce

5

le problème du sac à dos

...

.....ect

Exemple d'application

VOYAGEUR DE COMMERCE

- Le problème du voyageur de commerce ou TSP (Traveling Salesmen Problem) est largement étudié et fait l'intérêt de plusieurs recherches.
- Très connu dans le domaine de l'optimisation combinatoire et de la recherche opérationnelle.
- Il reste un problème NP difficile avec une complexité exponentielle.
- C'est un modèle qui représente un nombre important de problèmes réels.
- L'objectif est résoudre la TSP en un temps de calcul raisonnable et avec une qualité de la solution meilleure
-



Le recuit simulé peut être appliqué au problème du voyageur de commerce. Le but est alors de trouver le circuit hamiltonien de coût minimal dans un graphe. L'énergie représentera la distance totale à parcourir, et un état du système représentera le chemin entre les villes. L'algorithme va donc tenter de minimiser la longueur totale du chemin, en modifiant l'ordre des villes à parcourir

AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS

AVANTAGES

- Facile à implémenter;
- Donne généralement de bonnes solutions par rapport aux algorithmes de recherche classiques; 16 18 20 22 24 26 28 Distance totale
Le recuit simulé 11
- Peut être utilisé dans la plupart des problèmes d'optimisation;
- Il converge vers un optimum global (lorsque le nombre d'itérations tend vers l'infini).
- Cela fait de lui une option attrayante pour les problèmes d'optimisation difficiles

INCONVÉNIENTS

Le principal inconvénient du recuit simulé est qu'une fois l'algorithme piégé à basse température dans un minimum local, il lui est impossible de s'en sortir. Plusieurs solutions ont été proposées pour tenter de résoudre ce problème, par exemple en acceptant une brusque remontée de la température de temps en temps, pour relancer la recherche sur d'autres régions plus éloignées. Appart cela on peut citer quelques autres inconvénients comme :

- La difficulté de déterminer la température initiale :
 - Si elle est trop basse, la qualité de recherche sera mauvaise.
 - Si elle est trop haute, le temps de calcul sera élevé.
 - L'impossibilité de savoir si la solution trouvée est optimale ;
 - Dégradation des performances pour les problèmes où il y a peu de minimas locaux (comparé avec les heuristiques classiques comme la descente du gradient par exemple)

CONCLUSION

Nous avons vu que les heuristiques classiques n'étaient pas très satisfaisantes pour résoudre les problèmes d'optimisation, car les solutions générées n'étaient pas de bonne qualité. L'intelligence artificielle s'est donc tournée vers la nature pour créer de nouvelles méthodes : plus générales et plus efficaces.

**Nous vous remercions
pour votre soutien continu
envers nos efforts ,et de
nous renseigner les
méthodes d'optimisation
dont on aurons besoin**