1- Diseñe un filtro paso bajo Butterworth de 3er orden con ω_c = 1 rad/s. Genere su diagrama de bode, confirmando en él la posición de la frecuencia de corte. Verifique el comportamiento del filtro por simulación, analizando la amplitud de la salida para las frecuencias 1/(2π) Hz y 1 Hz.

Solución:

a)

$$s_i = e^{j\pi(2i+n-1)/(2n)}$$

$$s_1 = e^{j\pi(2+3-1)/(2\times 3)} = e^{j\pi\frac{4}{6}} \qquad s_1 = cos(\frac{2\pi}{3}) + jsin(\frac{2\pi}{3}) = -0,5 + 0,866j$$

$$s_2 = e^{j\pi(4+3-1)/6} = e^{j\pi} \qquad s_2 = -1$$

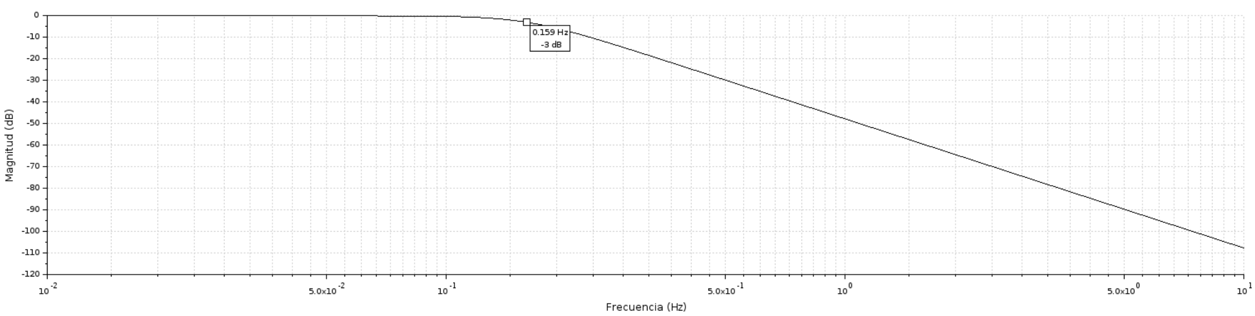
$$s_3 = e^{j*\pi(6+3-1)/6} = e^{j\pi\frac{8}{6}} \qquad s_3 = cos(\frac{4\pi}{3}) + jsin(\frac{4\pi}{3}) = -0,5 - 0,866j$$

$$H(s) = \frac{1}{(s+0.5-0,866j)(s+1)(s+0,5+0,866j)} = \frac{1}{(s+1)((s+0,5)^2+0,866^2}$$

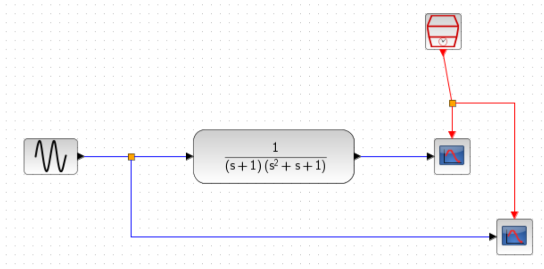
$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+0.25+0,866^2)} = \frac{1}{(s+1)(s^2+s+1)}$$

b)

```
-->s = %s;

-->num = 1;

-->den = (s + 1)*(s**2 + s + 1);

-->sys = syslin('c', num,den);

-->bode(sys, 10**(-2), 10);
```

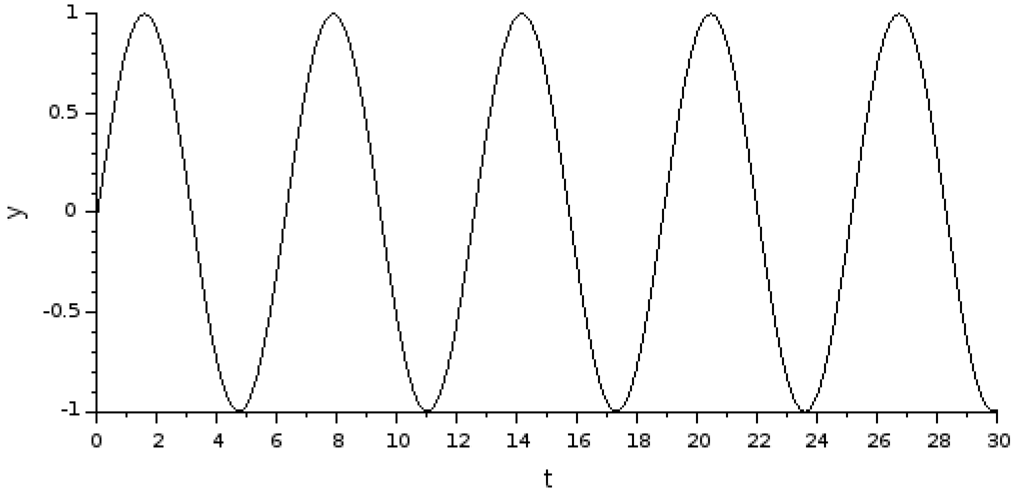


c)

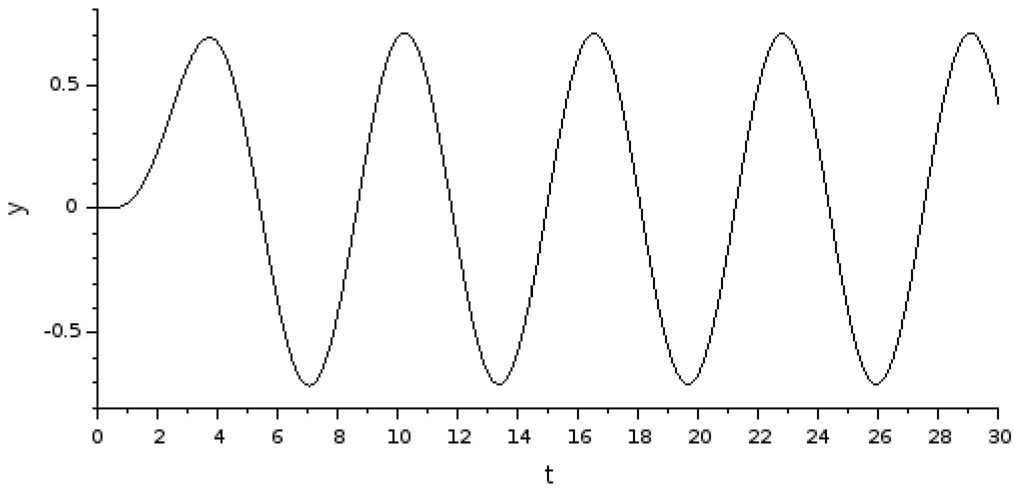


ω = 1 (rad/s) => f = 1/(2π) Hz

Entrada

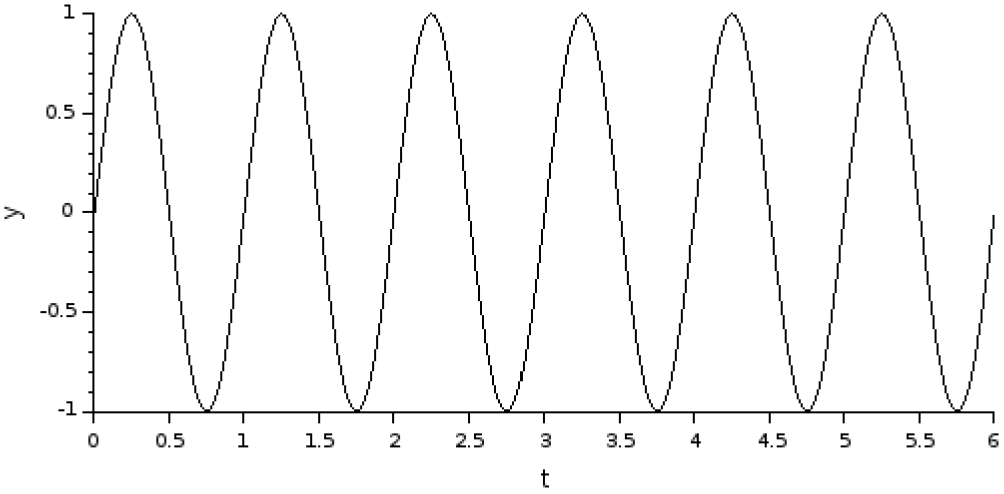


Salida

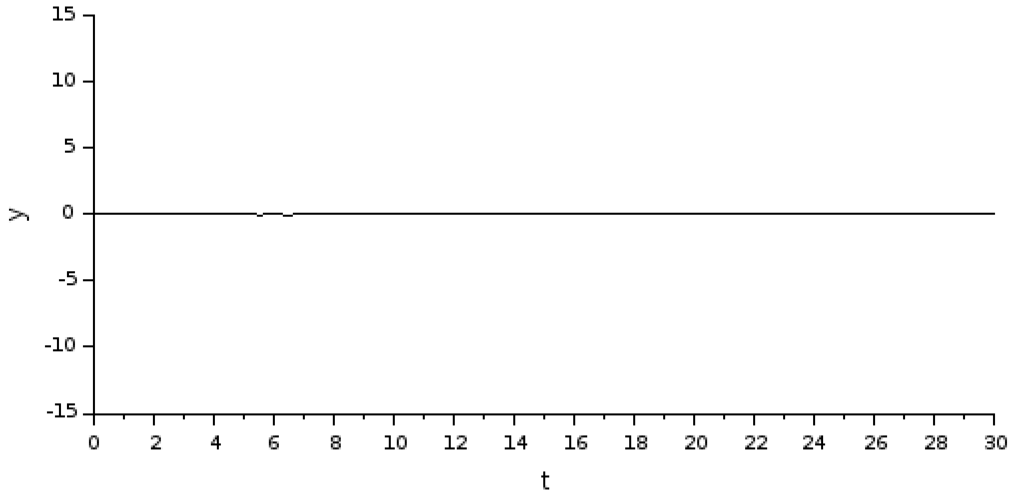


ω = 2π (rad/s) => f = 1 Hz

Entrada



Salida



2- Diseñe in filtro FIR por el método de la transformada inversa de Fourier (iDTFT) que se aproxime a un filtro paso bajo ideal, respetando los siguientes items:

a) M = 10 (filtro de 21 elementos).
b) f_c = 2 kHz
c) f_s = 5 kHz

Solución:

Vamos a considerar que el comportamiento en frecuencia del filtro es el siguiente.

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq |\omega_c| \\ 0 & Otherwise \end{cases}$$

Calculamos entonces la transformada inversa de X(ω).

$$h[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(\omega)e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} H(\omega)e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{e^{j\omega n}}{jn}\right]_{-\omega_c}^{\omega_c} =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\frac{e^{j\omega n}-e^{-j\omega n}}{jn} = \frac{1}{2\pi}\frac{[cos(_c n)+jsin(\omega_c n)]-[cos(\omega_c n)-jsin(\omega_c n)]}{jn} = \frac{2jsin(\omega_c n)}{2\pi jn} = \frac{sin(\omega_c n)}{\pi n} = \frac{\omega_c}{\pi}sinc(\omega_c n)$$

$n \in [-M, M]$

Como f_c = 2 kHz y f_s = 5 kHz, la frecuencia de corte normalizada es $f_{cn} = f_c/f_s$ = 2/5 Hz muestra, por lo que ω_c (normalizada) = 4π/5 rad/s muestra. Entonces h[n] tendrá la forma concreta:

$h[n] = \frac{4}{5}sinc\left(\frac{4\pi}{5}n\right)$ para $n \in [-10, 10]$

Para el caso de n = 0 se puede aplicar L'Hôpital (derivando en este caso respecto a n).

Un ejercicio similar, aunque un poco más elaborado, puede encontrarse en el ejemplo 4.7 de real-time signal processing. Implementations and Applications.