

Metody Monte Carlo - laboratorium 2

Zadanie 1

Napisać program wyznaczający histogram generowanych liczb pseudolosowych (względna częstotliwość występowania RN w kolejnych podprzedziałach $[0, a_1)$, $[a_1, a_2)$, $[a_2, a_3)$, ..., $[a_k, 1)$ dla dwóch wybranych generatorów z biblioteki *gsl* np. Mersenne Twister i randu oraz generatora dostępnego w bibliotece matematycznej kompilatora. Zaobserwować jak wpływa liczebność próbki losowej na kształt histogramu (dla $k = 10, 50$ i 100 – liczność podprzedziałów). Proszę wykonać obliczenia dla różnych wartości zarodków generatora. Zarodek można inicjować np. stosując zależność $X_0 = r + 100(m - 1 + 12(d - 1 + 31(g + 24(min + 60s))))$. Kolejne elementy tego wyrażenia oznaczają bieżący rok, miesiąc itp. Można je uzyskać ze struktury *tm*, zwracanej przez funkcję *localtime*:

```
time_t ttt = time(NULL);
struct tm *date = localtime(&ttt);
r = (*date).tm_year + 1900;
m = (*date).tm_mon;
.....
```

Uwaga: do wyświetlenia histogramu należy posłużyć się programem GNUPLOT, a jako kolejne wartości x przyjąć $(a_{i+1} - a_i)/2$. By wykres miał postać wykresu słupkowego proszę wydać następujące polecenia w środowisku GNUPLOT:

```
set style fill solid
set boxwidth 0.5 relative
plot "plik.txt" with boxes
```

Zadanie 2

Zbadać zgodność rozkładu generowanego z teoretycznym (równomiernym) za pomocą testu chi-kwadrat. W tym celu należy zmodyfikować program z Zadania 1, tak by wyznaczał wartości testu chi-kwadrat dla generatorów *Mersenne Twister* i *randu*. Jako liczbę podprzedziałów k przyjąć kolejno 11, 51 101.

Przypomnienie:

$$\chi^2_{k-1} = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n p_i)^2}{n p_i}, \quad n = \sum_{i=1}^k n_i$$

Proszę przyjąć równy podział na podprzedziały, a wówczas $p_i = 1/k$ i $\chi^2 = \frac{k}{n} \sum_{i=1}^k n_i^2 - n$.

Pojedynczy test chi-kwadrat nie pozwala na jednoznaczne stwierdzenie zgodności rozkładu generowanego z teoretycznym. Dlatego test ten należy wykonać wielokrotnie (kilkadziesiąt lub

Metody Monte Carlo - laboratorium 2

kilkaset razy). Z uzyskanych wartości należy sporządzić histogram o k' przedziałach, którego kształt zostanie następnie porównany z rozkładem chi-kwadrat o $k' - 1$ stopniach swobody. Porównania można dokonać graficznie (wykreślając histogram na tle rozkładu teoretycznego jak w Zadaniu 1) lub za pomocą kolejnego testu chi-kwadrat. Wartość rozkładu chi-kwadrat w punkcie x uzyskamy za pomocą funkcji biblioteki *gsl* (konieczne jest dołączenie pliku nagłówkowego *gsl_randist.h*):

```
gsl_ran_chisq_pdf(double x, double ile_stopni_swobody)
```

Zadanie 3

Zapoznać się z programem **dieharder** (wywołanie poleceniem o tej samej nazwie z linii konsoli) i wykonać przy jego użyciu wszystkie testy dla generatora *Mersenne Twister* i *randu*. Zaobserwować czy generatory te przechodzą testy.

Następnie proszę wygenerować plik zawierający liczby pseudolosowe o następującym formacie

```
#=====
# generator testowy      studenta :   imie i nazwisko
#=====
type: u
count: 10000000
numbit: 32
3129711816
85411969
.....
```

uzyskane z generatora dostępnego w bibliotece matematycznej kompilatora *gnu* a następnie wykonać testy programem *dieharder* (wyszukać odpowiednie opcje programu).

Powtórzyć ostatni punkt dla liczb uzyskanych generatorem multiplikatywnym

$$X_n = (a_1 X_{n-1} + c) \bmod m$$

gdzie: $m = 2^{13} - 1$, $a_1 = 17$ i $c = 0$.

Zadanie 4

Napisać program wyznaczający wartość liczby π metodą „hit and miss” (orzeł-reszka) za pomocą algorytmu podanego poniżej. Następnie wyświetlić zbieżność wyników (znów GNUPLOT) w funkcji liczby przeprowadzonych do tej pory prób. W tym celu wyniki należy zapisywać do pliku co pewien krok (np. po 20, 200, 2000 itp. próbach) z zaznaczeniem przedziałów niepewności

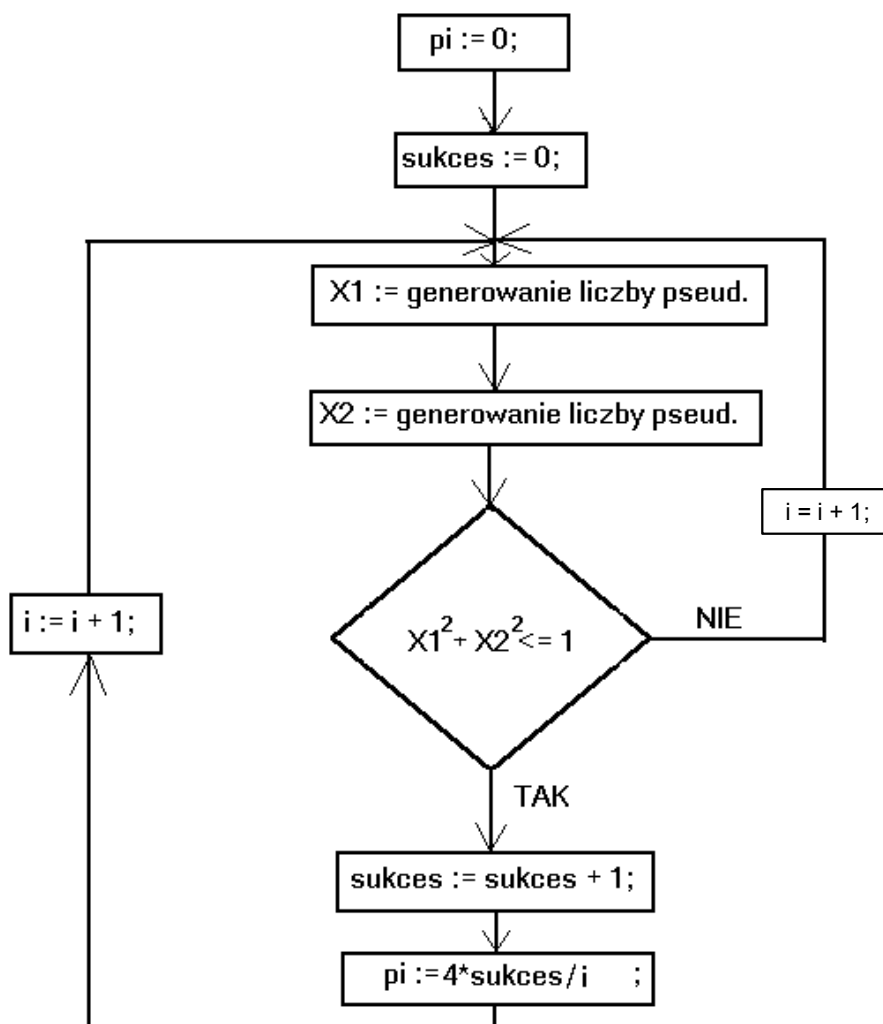
Metody Monte Carlo - laboratorium 2

wyniku $(\pm 2\hat{\sigma})$, gdzie $\hat{\sigma}(\hat{\pi}) = V \sqrt{\frac{1}{N} \frac{M}{N} \left(1 - \frac{M}{N}\right)}$, M – liczba sukcesów, N – liczba prób, V – powierzchnia (w ogólności – objętość wielowymiarowa) obszaru próbkowania (tutaj $V=4$). Kolejne wiersze pliku wejściowego dla GNUPLOT mają mieć więc postać:

```
numer_kroku wartosc_estymaty_pi podwojona_sigma
```

Wyświetlamy je poleceniami GNUPLOT:

```
set logscale x  
plot "nazwa_pliku" with errorbars, pi
```



Proszę wykonać obliczenia kilkukrotnie np. dla $N = 1e^9$ dla dwóch generatorów: *Mersenne Twister* i *rand* (dostępnego w bibliotece matematycznej kompilatora języka C).

Metody Monte Carlo - laboratorium 2

Zadanie 5

Zaadaptować program z Zadania 4 do przypadku trójwymiarowego, tak by można było wyznaczyć wartość objętości kuli jednostkowej za pomocą podanego poniżej algorytmu. Następnie wyświetlić zbieżność wyników zgodnie z zaleceniami podanymi w Zadaniu 4.

