

Ćwiczenie 2

Estymacja punktowa i przedziałowa
termin oddania (wysłania) sprawozdań: **30 kwietnia**

Rozwiązanie każdego zadania składa się z dwóch części. Pierwszą z nich stanowi opracowanie zadania (założenia, opis metody, wyprowadzenia niezbędnych zależności, rysunki, wnioski, komentarze), którego rezultatem powinien być plik PDF przesłany na adres MWS.A-owner@elka.pw.edu.pl. Na ten sam adres należy przesłać r-skrypt (R), w którym zawarte są wszelkie obliczenia numeryczne oraz wywołania procedur związanych z generowaniem wykresów zamieszczonych w „opisowej” części sprawozdania.

Nadsyłane pliki (dokładnie dwa) powinny mieć nazwy (pisane małymi literami): `xxxxxxin.pdf` oraz `xxxxxxin.r` (skrypt w R), gdzie `xxxxxx` jest numerem albumu (indeksu), a `in` — inicjałami autora sprawozdania.

Zadanie 1. Rozkład Poissona jest często używany do modelowania ruchu ulicznego (o małym natężeniu). W pliku

<https://studia.elka.pw.edu.pl/file/-/MWS.A/priv/lab2/xxxxxx/skrety.txt> (`xxxxxx` jest numerem albumu osoby wykonującej ćwiczenie) zebrane są liczby pojazdów skręcających na pewnym skrzyżowaniu w prawo w przeciągu trzystu 3-minutowych przedziałów czasu (dane zostały zebrane o różnych porach dnia).

- a. Dopasuj do tych danych rozkład Poissona (wyestymuj parametr λ). Sprawdź zgodność otrzymanego rozkładu z zaobserwowanymi danymi porównując graficznie rzeczywiste (zaobserwowane) i spodziewane liczby „skrętów w prawo”.
- b. Metodą bootstrapu nieparametrycznego oszacuj odchylenie standardowe estymatora $\hat{\lambda}$.

Zadanie 2. W pliku

<https://studia.elka.pw.edu.pl/file/-/MWS.A/priv/lab2/xxxxxx/fotony.txt> (`xxxxxx` jest numerem albumu osoby wykonującej ćwiczenie) znajdują się odstępy między kolejnymi 3935-oma zarejestrowanymi fotonami promieniowania gamma (dane uzyskane na podstawie rejestracji dokonanej przez teleskop kosmiczny Comptona, CGRO, w roku 1991) .

- a. Narysuj histogram ww. odstępów. Czy rozkład gamma mógłby być odpowiednim modelem dla zarejestrowanych danych?
- b. Metodą momentów oraz metodą największej wiarygodności wyznacz estymatory parametrów α , β rozkładu gamma odpowiadające zarejestrowanym danym.
- c. Narysuj na jednym wykresie histogram z punktu a. oraz funkcje gęstości rozkładu gamma o parametrach uzyskanych w punkcie b. Co można powiedzieć na podstawie tych wykresów?

- d. Metodą bootstrapu parametrycznego wyznacz odchylenia standardowe estymatorów z punktu b. oraz przedziały ufności na poziomie ufności 95% dla parametrów α oraz β . Porównaj wyniki uzyskane dla estymatorów metody momentów i estymatorów największej wiarygodności.

Zadanie 3. Komputerowy generator liczb o rozkładzie gausowskim wygenerował 32 liczby. Plik z tymi liczbami można pobrać spod adresu

<https://studia.elka.pw.edu.pl/file/-/MWS.A/priv/lab2/xxxxxxx/norm.txt>
(xxxxxxx jest numerem albumu osoby wykonującej ćwiczenie).

- a. Wyestymuj średnią i wariancję (μ oraz σ^2) „generującego” rozkładu.
- b. Podaj 90%, 95% oraz 99% przedziały ufności dla μ .
- c. Podaj 90%, 95% oraz 99% przedziały ufności dla σ^2 .