Γλώσσες Προγραμματισμού ΙΙ Άσκηση 7 Δηλωτική σημασιολογία

Μαρμάνης Ιάσων, 03114088 15 Απριλίου 2020

Πεδίο σημασιολογικών τιμών των εκφράσεων

$$D_{1} = \mathbb{N} \cup \mathbb{B}$$

$$D_{i+1} = D_{i} \cup \{ (x, y) \mid x, y \in D_{i} \}$$

$$D = \lim_{i \to \infty} D_{i}$$

Κατάσταση

$$S: Var \rightarrow D$$

Σημασιολογικές συναρτήσεις

$$\begin{split} \mathcal{V}[\![\mathbf{x}]\!] : Var \\ \mathcal{C}[\![\mathbf{C}]\!] : S \to S_{\perp} \\ \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!] : S \to D_{\perp} \\ \end{split}$$

$$\mathcal{C}[\![\mathbf{skip}]\!]s = s \\ \mathcal{C}[\![\mathbf{x} := \mathbf{e}]\!]s = \left(y \to \left\{\begin{array}{c} \mathcal{E}[\![\mathbf{e}]\!]s & \mathcal{V}[\![\mathbf{x}]\!] = y \\ s(y) & otherwise \end{array}\right) \\ \mathcal{C}[\![\mathbf{C}_0; \mathbf{C}_1]\!]s = \mathcal{C}[\![\mathbf{C}_1]\!]^+ (\mathcal{C}[\![\mathbf{C}_0]\!]) \\ \mathcal{C}[\![\mathbf{if} \ \mathbf{E} \ \text{then} \ \mathbf{C}_0 \ \text{else} \ \mathbf{C}_1]\!]s = \left\{\begin{array}{c} \mathcal{C}[\![\mathbf{C}_0]\!]s, & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s = true \\ \mathcal{C}[\![\mathbf{C}_1]\!]s, & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s = false \\ \perp, & otherwise \end{array}\right. \\ \mathcal{C}[\![\![\mathbf{for} \ \mathbf{E} \ \text{do} \ \mathbf{C}]\!]s = \left\{\begin{array}{c} (\mathcal{C}[\![\mathbf{C}]\!]^+)^n(s), & n = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \in \mathbb{N} \\ \perp, & otherwise \end{array}\right. \\ \mathcal{C}[\![\![\![\mathbf{while} \ \mathbf{E} \ \text{do} \ \mathbf{C}]\!]s = \text{fix} \ Fs \\ \mathcal{F}fs = \left\{\begin{array}{c} f(\mathcal{C}[\![\mathbf{C}]\!]s), & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s = true \\ s, & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s = false \\ \perp, & otherwise \end{array}\right. \end{split}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{0}]\!]s = 0$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{succ} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} n+1, & n=\mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \in \mathbb{N} \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{pred} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} n-1, & n=\mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \in \mathbb{N} \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{false}]\!]s = true$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{false}]\!]s = false$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{x}]\!]s = s(\mathcal{V}[\![\mathbf{x}]\!])$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0] < \mathbf{E}_1]\!]s = \begin{cases} true, & x < y : x, y = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s, \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_1]\!]s \in \mathbb{N} \\ false, & x \geq y : x, y = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s, \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_1]\!]s \in \mathbb{N} \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0] = \mathbf{E}_1]\!]s = \begin{cases} true, & x = y : x, y = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s, \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_1]\!]s \in \mathbb{N} \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{not} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} true, & true = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \in \mathbb{B} \\ false, & false = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \in \mathbb{B} \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{if} \ \mathbf{E}_0 \ then \ \mathbf{E}_1 \ else \ \mathbf{E}_2]\!]s = \begin{cases} \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_1]\!]s, & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s = true \\ \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s, & \mathcal{E}[\![\mathbf{E}_0]\!]s = false \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{hd} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} x, & (x,y) = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{hd} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} y, & (x,y) = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{tl} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} y, & (x,y) = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

$$\mathcal{E}[\![\mathbf{tl} \ \mathbf{E}]\!]s = \begin{cases} y, & (x,y) = \mathcal{E}[\![\mathbf{E}]\!]s \\ \bot, & otherwise \end{cases}$$

Παραδοχές

Επειδή η γλώσσα $WHILE^{cons}$ είναι dynamically typed, η σημασιολογική τιμή των εκφράσεων και των εντολών θα είναι \bot όταν οι σημασιολογικές τιμές των εκφράσεων και των εντολών από τις οποίες αποτελούνται δεν ανήκουν στα κατάλληλα σύνολα.

Συγκεκριμένα στην υλοποίηση μας, η haskell θα επιστρέψει error "[...] Irrefutable pattern failed for pattern [..]" που έχει τύπο a, για κάθε a, και είναι ισοδύναμο με το bottom.