Γλώσσες Προγραμματισμού ΙΙ
Άσκηση 8
Συστήματα τύπων
Σημασιολογία μεγάλων βημάτων

Μαρμάνης Ιάσων, 03114088

20 Μαρτίου 2019

Ορισμός γλώσσας

$$s ::= (e, m)$$

$$\begin{aligned} e ::=\ & n \mid true \mid false \mid -e \mid \neg e \mid e_1 + e_2 \mid e_1 \wedge e_2 \mid e_1 < e_2 \mid if\ e\ then\ e_1\ else\ e_2 \\ & \mid x \mid \lambda x.\ e \mid e_1 e_2 \\ & \mid ref\ e \mid !e \mid e_1 ::= e_2 \mid loc_i \mid unit \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u ::=\ & n \mid true \mid false \\ & \mid \lambda x.\ e \\ & \mid loc_i \mid unit \end{aligned}$$

Σημασιολογία

$$\frac{(e_1, m) \Downarrow (u_1, m') \quad (e_2, m') \Downarrow (u_2, m'') \quad ([\![\circ]\!](u_1, u_2), m'') \Downarrow (u, m''')}{(e_1 \circ e_2, m) \Downarrow (u, m''')}$$

$$\frac{(e, m) \Downarrow (u, m') \quad ([\![\diamond]\!](u), m') \Downarrow (u', m'')}{(\diamond e, m) \Downarrow (u', m'')}$$

$$\frac{(e, m) \Downarrow (true, m') \quad (e_1, m') \Downarrow (u, m'')}{(if\ e\ then\ e_1\ else\ e_2, m) \Downarrow (u, m'')} \qquad \frac{(e, m) \Downarrow (false, m') \quad (e_2, m') \Downarrow (u, m'')}{(if\ e\ then\ e_1\ else\ e_2, m) \Downarrow (u, m'')}$$

$$\frac{(e_1, m) \Downarrow (\lambda x.\ e, m') \quad (e_2, m') \Downarrow (u, m'') \quad (e[x := u], m'') \Downarrow (u', m''')}{(e_1 e_2, m) \Downarrow \left(u, m'''\right)}$$

$$\frac{(e, m) \Downarrow (loc_i, m') \quad m'(i) = u}{(!e, m) \Downarrow (u, m')} \qquad \frac{(e_1, m) \Downarrow (loc_i, m') \quad (e_2, m') \Downarrow (u, m'')}{(e_1 := e_2, m) \Downarrow (unit, m''\{i \mapsto u\})}$$

$$\frac{(e, m) \Downarrow (u, m') \qquad j = max\,(dom\,(m')) + 1}{(ref\ e, m) \Downarrow (loc_j, m')\,\{j \mapsto u\}}$$

Σύστημα τύπων

$$\tau ::= Int \mid Bool$$
$$\mid \tau_1 \to \tau_2$$
$$\mid Ref\ \tau \mid Unit$$

$$\frac{\Gamma; M \vdash e_1 : Int \quad \Gamma; M \vdash e_2 : Int}{\Gamma; M \vdash e_1 + e_2 : Int} \qquad \frac{\Gamma; M \vdash e : Int}{\Gamma; M \vdash -e : Int} \qquad \frac{\Gamma; M \vdash e : Bool}{\Gamma; M \vdash \neg e : Bool}$$

$$\frac{\Gamma; M \vdash e_1 : Bool \quad \Gamma; M \vdash e_2 : Bool}{\Gamma; M \vdash e_1 \wedge e_2 : Bool} \qquad \frac{\Gamma; M \vdash e_1 : Int \quad \Gamma; M \vdash e_2 : Int}{\Gamma; M \vdash e_1 < e_2 : Bool}$$

$$\frac{\Gamma; M \vdash e_1 : \tau \quad \Gamma; M \vdash e_2 : \tau}{\Gamma; M \vdash if\ e\ then\ e_1\ else\ e_2 : \tau} \qquad \frac{(x, \tau) \in \Gamma}{\Gamma; M \vdash x : \tau}$$

$$\frac{\Gamma, x : \tau\, ; M \vdash e : \tau'}{\Gamma; M \vdash \lambda x.\ e : \tau \to \tau'} \qquad \frac{\Gamma; M \vdash e_1 : \tau \to \tau' \quad \Gamma; M \vdash e_2 : \tau}{\Gamma; M \vdash e_1 e_2 : \tau'}$$

$$\frac{\Gamma; M \vdash e : \tau}{\Gamma; M \vdash ref\ e : Ref\ \tau} \qquad \frac{\Gamma; M \vdash e : Ref\ \tau}{\Gamma; M \vdash !e : \tau}$$

$$\frac{\Gamma; M \vdash e_1 : Ref\ \tau \quad \Gamma; M \vdash e_2 : \tau}{\Gamma; M \vdash e_1 := e_2 : Unit} \qquad \frac{M(i) = \tau}{\Gamma; M \vdash loc_i : Ref\ \tau}$$

Θεώρημα ασφάλειας Πρόοδος + Διατήρηση

Πρόοδος Άν $\varnothing; M \vdash e : \tau$ τότε είτε e τιμή είτε για κάθε m, τέτοιο ώστε $\varnothing \vdash m : M$, υπάρχει (u, m') τέτοιο ώστε $(e, m) \Downarrow (u, m')$

Διατήρηση Αν $\Gamma; M \vdash e : \tau,\ \Gamma \vdash m : M$ και $(e, m) \Downarrow (u, m')$ τότε υπάρχει M' τέτοιο ώστε $M \subseteq M',\ \Gamma \vdash m' : M'$ και $\Gamma; M' \vdash u : \tau$

Σύγκριση Με την σημασιολογία μεγάλων βημάτων χρειαζόμαστε λιγότερους κανόνες και αποφεύγουμε κάποια βήματα αλλά δεν μπορούμε να μελετήσουμε κολλημένες καταστάσεις.

Με την σημασιολογία μικρών βημάτων έχουμε μεγαλύτερη λεπτομέρεια, η οποία όμως μπορεί να μην χρειάζεται, αφού εκφράζει μία-μία τις καταστάσεις από τις οποίες περνάει η αφηρημένη μηχανή.

Γενικά με την πρώτη κερδίζουμε απλότητα αλλά χάνουμε εκφραστικότητα. Επίσης περιγράφει πιο άμεσα τον τρόπο που θα υλοποιούσε κάποιος την αφηρημένη μηχανή (διερμηνέα) για μία γλώσσα.