

Лабораторная работа №5

Цели и задачи:

Для трех распределений $X \sim N(a, \sigma)$, $X \sim U(a, b)$ – и распределения Лапласа или двойного показательного – $L(a, u) = a + \text{Exp}(\lambda) - \text{Exp} \lambda$, $\lambda = 1$ и (суммируемые показательные распределения независимы). Сравнить следующие оценки параметра a – математического ожидания и медианы всех распределений, выборочного среднего, медианы и полусуммы минимума и максимума вариационного ряда. Все оценки не смещены. Сравнить оценки нужно с точки зрения квадратичного риска (т. е. для несмещенных оценок одномерного параметра – дисперсии оценки). При $n=100$ – объем выборки, $m=100$ – количество выборок, построить 100 оценок каждого вида и сравнить их выборочные среднеквадратичные отклонения, повторить при $n=10000$, $m=100$. Сравнить с теоретическими среднеквадратичными отклонениями.

Сравнение:

$X \sim N(5, \sqrt{2})$, $n=100, m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.1414	0.1772	0.4168
Practical sigma	0.1417	0.1748	0.3952

$X \sim N(5, \sqrt{2})$, $n=10000, m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.014142	0.017725	0.2947
Practical sigma	0.014464	0.018143	0.2867

$X \sim U(0, 10)$, $n=100, m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.2887	0.5000	0.070711
Practical sigma	0.2842	0.5144	0.076202

$X \sim U(0, 10)$, $n=10000, m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.028868	0.050000	7.0711e-04
Practical sigma	0.029316	0.048123	6.7772e-04

$X \sim L(1, 2)$, $n=100$, $m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.2828	0.2000	1.8974
Practical sigma	0.3166	0.2393	1.7786

$X \sim L(1,2),$ $n=10000,$ $m=100$	$mean(X)$	$med(X)$	$(X_1 + X_N)/2$
Theoretical sigma	0.028284	0.020000	1.8974
Practical sigma	0.026418	0.018572	1.9055

Вывод:

Практические оценки примерно равны теоретическим, и изменяются также, как и теоретические с увеличением n . Для нормального распределения оценка математического ожидания имеет наименьший квадратичный риск. Для равномерного - оценка полусуммы минимума и максимума вариационного ряда. Для двойного показательного - оценка медианы.