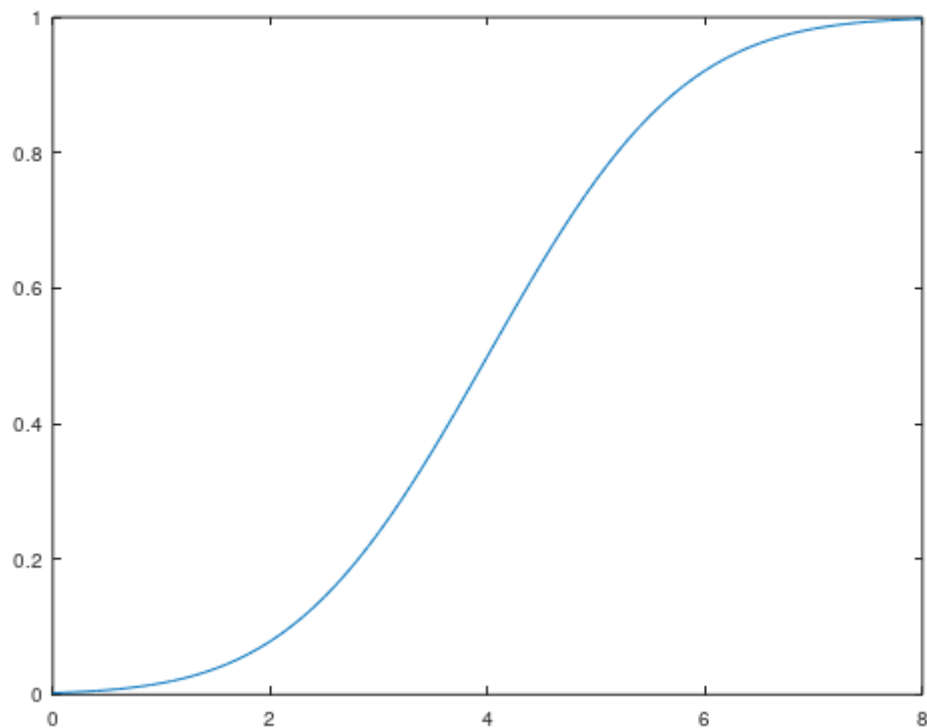


Лабораторная работа №3

Нормальное распределение:

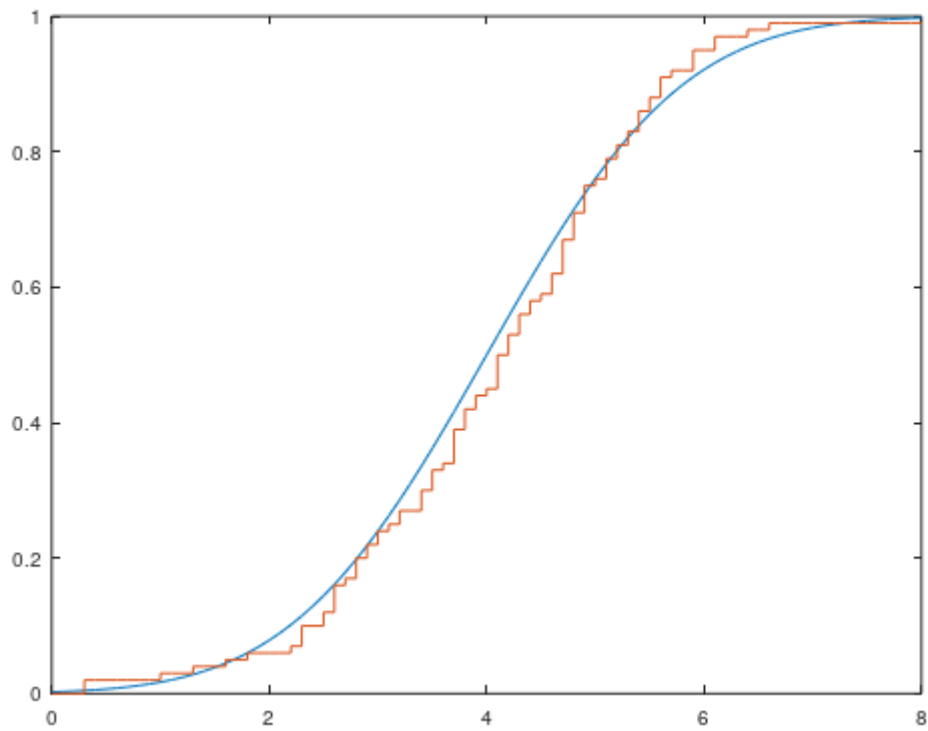
1. Выбираем параметры нормального распределения: $X \sim N(4, \sqrt{2})$
2. Построим график функции распределения X

```
a=4;  
sigma=sqrt(2);  
n=100;  
X=0:0.1:8;  
Y=normcdf(X,a,sigma);  
plot(X,Y);
```



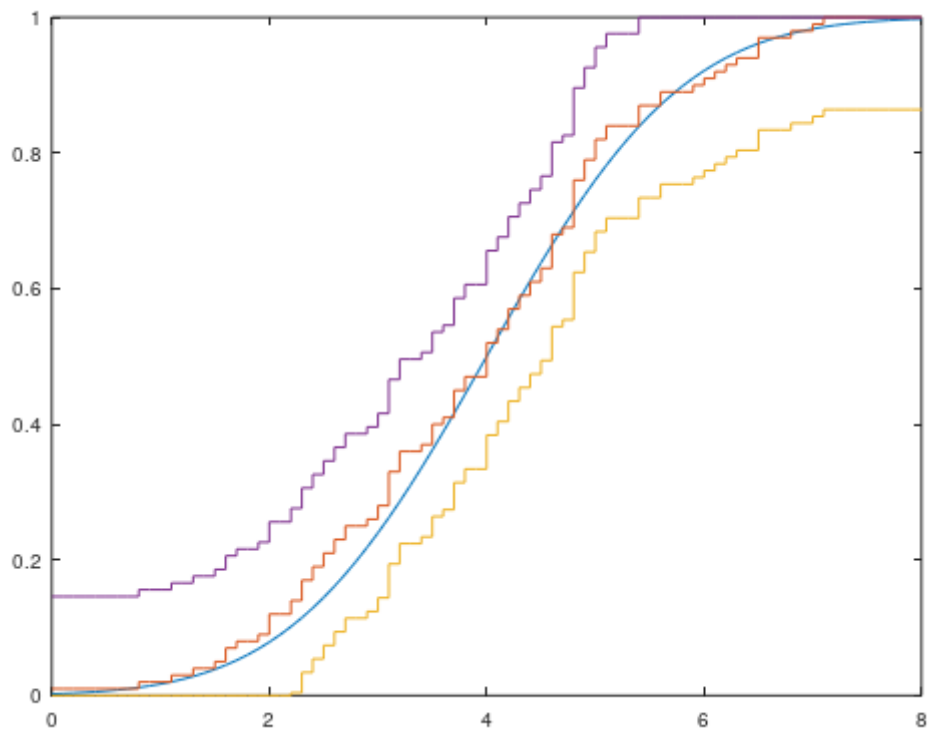
3. Строим график эмпирической функции распределения по выборке из генеральной совокупности.

```
x=normrnd(a,sigma,n,1);  
Fn_t=@(t) sum(x<t)/n;  
[x_st, y_st]=stairs(X, Fn_t(X));  
plot(X,Y,x_st, y_st);
```



4. Строим доверительную полосу

```
u=1.36;
left=max(0,y_st-u/sqrt(n));
right=min(1,y_st+u/sqrt(n));
plot(X,Y,x_st, y_st,x_st,left,x_st,right);
```



5. Формулируем основную гипотезу H_0 - выборка порождена случайной величиной, имеющей нормальное распределение с заданными параметрами.

```
N=10^4;
printf('Критерий Колмогорова для N=10^4 \n');
i=1:N;
u=1.36
Fx=normcdf(sort(normrnd(a,sigma,N,1)),a,sigma);
d=sqrt(N)*max(max(abs(Fx'(i)-i/N), abs(Fx'(i)-(i-1)/N)));
printf('d = %d \n', d);
if (d>=u)
    printf('Основная гипотеза отвергается \n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается \n')
endif

printf('Критерий Смирнова для N=10^4 \n');
c=0.46
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
printf('w = %d \n', w)
if w>c
    printf('Основная гипотеза отвергается. Принимается альтернатива\n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается. \n')
endif

N=10^6;
i=1:N;
printf('Критерий Колмогорова для N=10^6 \n');
u=1.36
Fx=normcdf(sort(normrnd(a,sigma,N,1)),a,sigma);
d=sqrt(N)*max(max(abs(Fx'(i)-i/N), abs(Fx'(i)-(i-1)/N)));
printf('d = %d \n', d);
if (d>=u)
    printf('Основная гипотеза отвергается \n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается \n')
endif

printf('Критерий Смирнова для N=10^6 \n');
c=0.46
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
printf('w = %d \n', w)
if w>c
    printf('Основная гипотеза отвергается. Принимается альтернатива\n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается. \n')
endif
```

```

Критерий Колмогорова для  $N=10^4$ 
u = 1.3600
d = 0.61921
Основная гипотеза принимается
Критерий Смирнова для  $N=10^4$ 
c = 0.4600
w = 0.0748165
Основная гипотеза принимается.
Критерий Колмогорова для  $N=10^6$ 
u = 1.3600
d = 0.824341
Основная гипотеза принимается
Критерий Смирнова для  $N=10^6$ 
c = 0.4600
w = 0.108801
Основная гипотеза принимается.

```

6. Вероятность ошибок при различных N

```

N = 10000
Вероятность ошибки первого рода Колмогорова: 0.035 при alpha = 0.05
Вероятность ошибки первого рода Смирнова: 0.03 при alpha = 0.05
Вероятность ошибки второго рода Колмогорова: 0.085 при alpha = 0.05 при смещении параметра a на 0.04
Вероятность ошибки второго рода Смирнова: 0.025 при alpha = 0.05 при смещении параметра a на 0.04
N = 1000000
Вероятность ошибки первого рода Колмогорова: 0.06 при alpha = 0.05
Вероятность ошибки первого рода Смирнова: 0.065 при alpha = 0.05
Вероятность ошибки второго рода Колмогорова: 0 при alpha = 0.05 при смещении параметра a на 0.04
Вероятность ошибки второго рода Смирнова: 0 при alpha = 0.05 при смещении параметра a на 0.04

```

Методика оценки вероятности ошибок 1 рода:

```

i = 1:N;
count_kol = 0;
count_smir = 0;
for j=1:200
    Fx = normcdf(sort(normrnd(a, sigma, N, 1)), a, sigma);

    d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
    w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i) - (2*i-1)/(2*N)).^ 2);
    if d>k
        count_kol+=1;
    endif
    if w>c
        count_smir+=1;
    endif
endfor

```

2 рода:

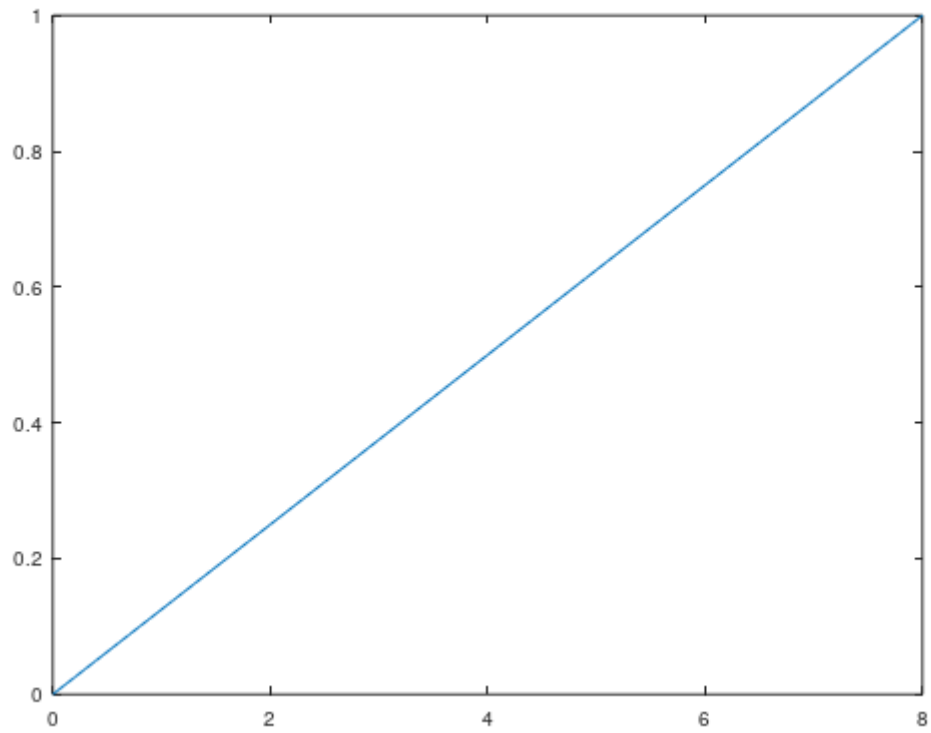
```
count_kol = 0;
count_smir = 0;
delta=0.04;
for j=1:200
    Fx = normcdf(sort(normrnd(a-delta, sigma, N, 1)), a, sigma);

    d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
    w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
    if d<k
        count_kol+=1;
    endif
    if w<c
        count_smir+=1;
    endif
endfor
```

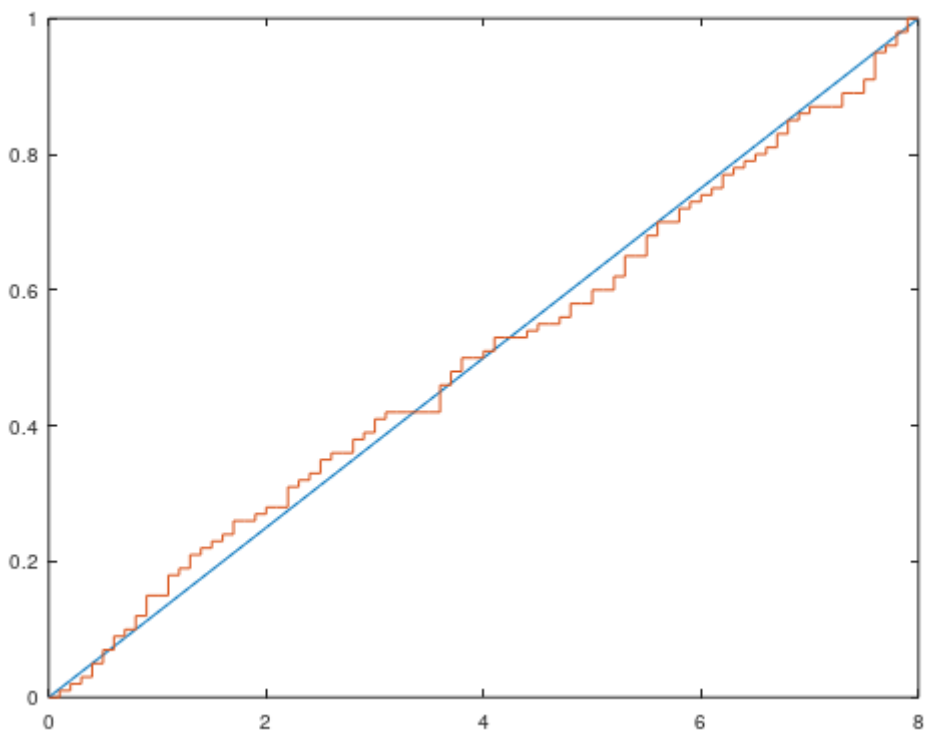
Равномерное распределение:

1. Выбираем параметры равномерного распределения: $X \sim U(0,8)$
2. Построим график функции распределения X

```
a=0;
b=8;
n=100;
X=0:0.1:8;
Y=unifcdf(X,a,b);
plot(X,Y);
```



3. Строим график эмпирической функции распределения по выборке из генеральной совокупности.

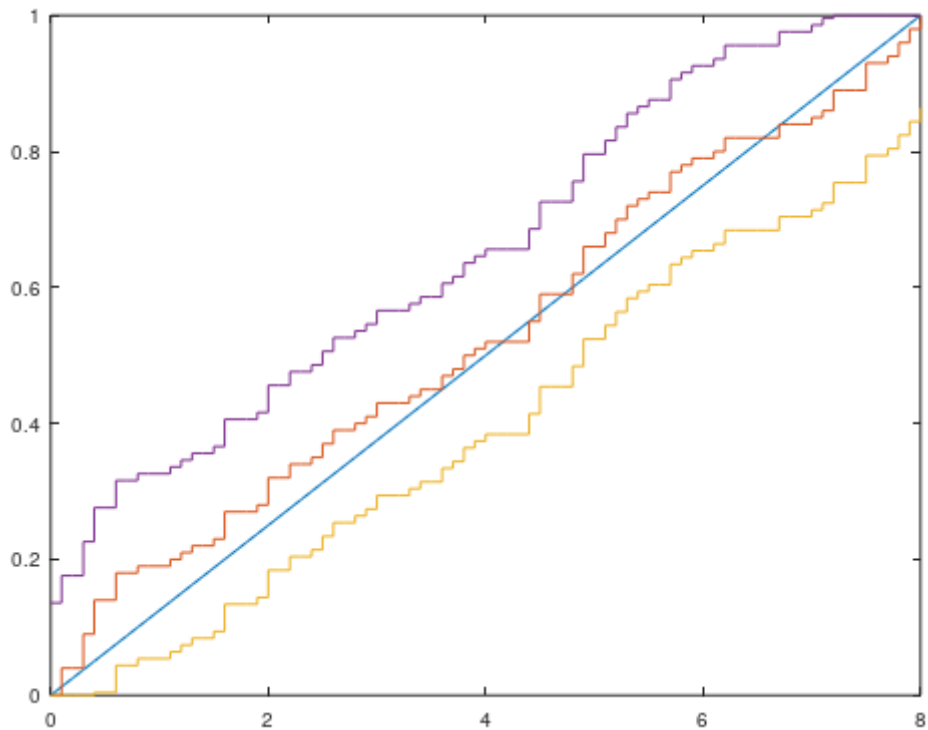


4. Строим доверительную полосу

```

u=1.36;
left=max(0,y_st-u/sqrt(n));
right=min(1,y_st+u/sqrt(n));
plot(X,Y,x_st, y_st,x_st,left,x_st,right);

```



5. Формулируем основную гипотезу H_0 - выборка порождена случайной величиной, имеющей равномерное распределение с заданными параметрами.

```

N=10^4;
printf('Критерий Колмогорова для N=10^4 \n');
i=1:N;
u=1.36
Fx=unifcdf(sort(unifrnd(a,b,N,1)),a,b);
d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
printf('d = %d \n', d);
if (d>=u)
    printf('Основная гипотеза отвергается \n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается \n')
endif

printf('Критерий Смирнова для N=10^4 \n');
c=0.46
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
printf('w = %d \n', w)
if w>c
    printf('Основная гипотеза отвергается. Принимается альтернатива\n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается. \n')
endif

N=10^6;
i=1:N;
printf('Критерий Колмогорова для N=10^6 \n');
u=1.36
Fx=unifcdf(sort(unifrnd(a,b,N,1)),a,b);
d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
printf('d = %d \n', d);
if (d>=u)
    printf('Основная гипотеза отвергается \n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается \n')
endif

printf('Критерий Смирнова для N=10^6 \n');
c=0.46
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
printf('w = %d \n', w)
if w>c
    printf('Основная гипотеза отвергается. Принимается альтернатива\n')
else
    printf('Основная гипотеза принимается. \n')
endif

```


Критерий Колмогорова для $N=10^4$

$u = 1.3600$

$d = 0.938962$

Основная гипотеза принимается

Критерий Смирнова для $N=10^4$

$c = 0.4600$

$w = 0.159049$

Основная гипотеза принимается.

Критерий Колмогорова для $N=10^6$

$u = 1.3600$

$d = 1.0136$

Основная гипотеза принимается

Критерий Смирнова для $N=10^6$

$c = 0.4600$

$w = 0.140507$

6. Вероятность ошибок при различных N

$N = 10000$

Вероятность ошибки первого рода Колмогорова: 0.045 при $\alpha = 0.05$

Вероятность ошибки первого рода Смирнова: 0.05 при $\alpha = 0.05$

Вероятность ошибки второго рода Колмогорова: 0.645 при $\alpha = 0.05$ при смещении параметра a и b на 0.05

Вероятность ошибки второго рода Смирнова: 0.51 при $\alpha = 0.05$ при смещении параметра a и b на 0.05

$N = 1000000$

Вероятность ошибки первого рода Колмогорова: 0.055 при $\alpha = 0.05$

Вероятность ошибки первого рода Смирнова: 0.055 при $\alpha = 0.05$

Вероятность ошибки второго рода Колмогорова: 0 при $\alpha = 0.05$ при смещении параметра a и b на 0.05

Вероятность ошибки второго рода Смирнова: 0 при $\alpha = 0.05$ при смещении параметра a и b на 0.05

Методика оценки вероятности ошибок 1 рода:

```
i = 1:N;
```

```
count_kol = 0;
```

```
count_smir = 0;
```

```
for j=1:200
```

```
Fx = unifcdf(sort(unifrnd(a, b, N, 1)), a, b);
```

```
d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
```

```
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i) - (2*i-1)/(2*N)).^ 2);
```

```
if d>k
```

```
    count_kol+=1;
```

```
endif
```

```
if w>c
```

```
    count_smir+=1;
```

```
endif
```

```
endfor
```

```

2 рода:
count_kol = 0;
count_smir = 0;
delta=0.05;
i = 1:N;
for j=1:200
Fx = unifcdf(sort(unifrnd(a+delta, b+delta, N,1)), a, b);

d = sqrt(N) * max(max(abs(Fx'(i) - i/N)), max(abs(Fx'(i) - (i-1)/N)));
w = 1/(12*N) + sum((Fx'(i)-(2*i-1)/(2*N)).^ 2);
if d<k
    count_kol+=1;
endif
if w<c
    count_smir+=1;
endif
endfor

```

Вывод

По результатам лабораторной работы мы сделали вывод, что вероятность ошибки 1 рода в среднем не превосходит уровня значимости α и стремится к нему при больших n . Вероятность ошибки 2 рода стремится к нулю, что видно в обоих распределениях. Тем самым мы полностью подтвердили имевшиеся у нас теоретические данные.