博弈论与经济学

〔法〕 克里斯汀·蒙特（Christian Montet）
〔法〕 丹尼尔·塞拉（Daniel Serra）著

张 琦 译
杨冠琼 审

经 济 管 理 出 版 社

图书在版编目（CIP）数据

博弈论与经济学/（法）蒙特等著；张琦译．—北京：经济管理出版社，2004
ISBN 7－80162－984－1

Ⅰ．博…　Ⅱ．①蒙…②张…　Ⅲ．对策论—应用—经济学　Ⅳ．F224.32

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 072202 号

出版发行：经济管理出版社
北京市海淀区北蜂窝8号中雅大厦11层
电话：(010)51915602　邮编：100038
印刷：北京求实印刷厂　经销：新华书店

责任编辑：王根清
技术编辑：杨　玲
责任校对：超　凡

880mm×1230mm/16　22.25 印张　592 千字
2005 年 4 月第 1 版　2005 年 4 月第 1 次印刷
定价：48.00 元
书号：ISBN 7－80162－984－1/F・900

北京市版权局著作权合同登记：图字：01—2004—2327 号

图表目录

致　谢

在把我们的讲义（大部分是用法语写成的）改编成为一本完整的书这一漫长而又费力的工作中，我们得到了许多人的帮助。我们对那些在帕尔格雷夫——麦克米兰（Palgrave Macmillan）出版公司工作的、耐心地指导并监督本书编写进程的工作人员表示衷心的感谢！

就我们的同事而言，我们首先要感谢 David Greenaway（诺丁汉大学），他是最先鼓励我们写这本书的人。没有他的支持，我们甚至想都没有想过要冒险用英文（这并非我们的母语）写一本教材。本书的某些部分是与 Didier Laussel 共同合作的成果。我们对那些阅读了本书部分章节或全文并且给我们提出修改和改进意见的同事表示感谢。就这一点而言，我们特别要感谢 Valérie Clément，Michel Deshons，Nicolas Gravel，Didier Laussel，Philippe Mahenc 和 Marc Willinger。

我们还要感谢那些阅读了本书的初稿并提出了很多重要修改建议的评论家。我们也对三位阅读了本书终稿并写出鼓励我们的报道和改进建议的评论家表示感谢。

Stephane Aymard，以前是蒙彼利埃大学的哲学博士（PHD），现在 Poitiers 大学研究工程学，应得到特别的感谢。作为一位实验经济学专家，他对本书的第八章做出了很大的贡献。他也为我们提供了一些练习题，特别是在前面几章。他还花费了大量的精力来对全书进行仔细阅读，并组织了某些章节。

LAMETA（法国的一个经济学研究中心）（蒙彼利埃大学）的成员，在本书写作和进展的不同阶段都给予了我们有价值的帮助。其中有几位朋友在本书某些部分写作的技术方面给予我们以很大的帮助（尤其是一些公式和图表），有的是检验了一些练习题。我们在此特别感谢：Cédric Domergue，Nicolas Marchetti，Céline Mermet，Fabrice Yafil 以及 Emmanuel Sol。Thierry Vignolo 对第七章的部分内容做出了很大的贡献。

许多人都提供了有用的技术上的建议，并在我们写作的各个阶段都给予我们以帮助。在这些朋友当中，我们要感谢：Stephane Ballet 和 Caroline Beaucousin；至于语言上的校正，我们要感谢：Asha Neuville，Bénédicte Ricot 和 Anne Rocca。

最后，我们要感谢许许多多的学生，尤其是在读研究生的那些学生，蒙彼利埃大学经济系的 DEA“Microéconomie et calcul économique”以及博士研究生。他们对改进我们的讲义功不可没；他们验证了许多练习题；甚至他们有时还发现了一些错误或不那么令人满意的解释。

克里斯汀·蒙特（Christian Montet）

丹尼尔·塞拉（Daniel Serra）

目　录

第四章 不完美信息或不完备信息的非合作博弈

引　言

本书是我们在各种场合教授博弈论（GT）的结果。我们曾给本科生以及研究生讲授博弈论，也曾在其他课程中讲授博弈理论的应用（包括 MBA 学员的产业组织和管理经济学）。

在 20 世纪 90 年代初期，我们刚刚开始讲授博弈理论的时候，手边仅有的教材要么仅仅停留在初级水平，正像在许多微观经济学教科书中的那样；要么就是较适合高级研究人员所学的高级水平。那时十分需要一本这样的教材，它能够涵盖 GT 的主要方面，内容全面综合而又严谨，又不致于陷入高深技术的严密推导之中——因为这些只是该领域的高级专门研究人员所需的。为弥合横亘在我们面前的这一鸿沟，我们的讲义在深度和数量上都大有进步。当然，在我们编写这本教材的过程中，一些针对高年级本科生或低年级本科生的教材已陆续出版。

1.1　为何需要一本新的教材

对本书所呈现的核心水平上的教材的需求源于两个方面的原因：首先是因为非合作博弈理论在处理日益增多的经济学问题方面取得的成功，其次是迫于博弈论自身发展的压力。

出现于经济学理论各领域以及诸如策略管理、法学和政治学等其他学科当中的非合作博弈理论（non-cooperative GT）所获得的成功，被认为是近几十年来思想方面进展的显著特征。1994 年的诺贝尔经济学奖授予给了在 20 世纪 50～70 年代对博弈论做出重大贡献的 3 位经济学家：约翰·纳什（John Nash）、约翰·海萨尼（John Harsanyi）和莱茵哈德·泽尔腾（Reinhard Selten），这是对这一令人瞩目的成就最为明显的认同。最近荣膺诺贝尔经济学奖桂冠的经济学家，诸如信息与合约方面的专家——威廉·维克里（William Vickrey）和詹姆士·米勒里斯（James Mirrlees）(1996) 与米歇尔·斯蓬斯（Michael Spence）、约瑟夫·斯蒂格利茨和乔治·阿克洛夫（Georges Akerlof）(2001) ——也都是以各种各样的途径在经济理论中开发和应用博弈论分析的经济学家。

事实上，博弈论深刻地改变了经济学下各子学科的内容。对产业组织理论、国际经济学（尤其是贸易政策以及宏观经济政策合作方面）、劳动经济学、宏观经济政策、公共经济学以及公共政策领域，产生了深刻影响。除了纯粹时髦效应——能够解释博弈论分析方法无孔不入的本质之外，即便在这一途径最终看起来并不十分合适的那些地方，博弈论对各学科的影响也可能持续下去。博弈论还处在不断创新、不断演进的阶段，随着它在诸经济学问题当中多种多样的应用的成功与失败而在不断地发展。

现在，对于学习经济学的学生来说，标准的教学计划一般都要求学生至少要学习博弈论基础。对于那些在读研究生以及希望能够进行新的研究项目的学生来说，掌握有关博弈论的高级知识——与其他标准化的工具如计量经济学一道——已经成为先决条件，在微观经济学和宏观经济学当中都是如此。即使在其他的领域当中，诸如管理学研究、法学和政治学等领域，掌握一些博弈论的基本知识越来越成为必不可少的条件，尤其是对于硕士研究生和博士研究生来说。

最近几年，博弈论及其应用取得了不断的进展。首先，曾经一度变得不那么时髦并且与非合作模型所取得的重大成功相比而显得相形见绌的合作博弈理论（cooperate GT），现又重新受到人们的关注，主要是和非合作博弈理论一道，以一种更加一致的方式来研究联合博弈。其次，正当关于均衡精炼的研究似乎逐渐销声匿迹并且受进展极度缓慢之困扰的时候，大量的研究却转向了参与者如何进行博弈、他们在博弈当中如何不断学习以及他们最终怎样达到一个均衡等方面。从生物学当中借鉴来的进化思维方式显示出有趣的特性，这些特性对于研究经济和商业博弈很有用，只要能够给参与者一定的学习能力——加快在这样或那样的道路上通往均衡的步伐。于是进化博弈理论就成为博弈论课程中不可或缺的一部分，并且关于博弈当中学习的研究也就当然地成为该学科中研究最活跃的领域之一。20 世纪 90 年代博弈理论的第三个重大的演变来自于实验方法所提供的支持。实验博弈不仅能够证实博弈当中纯理论的推理所得出的一系列假说，并且通过反映出某些行为并不是完全与理论中推想的一致，从而引起博弈设计方式以及大量的博弈解说与分析方式的重大变革。

从 20 世纪 90 年代早期开始，我们的讲义为反映这些新的需求，尽可能地吸收博弈论中发生的变化而不断演变。所以，本书的一些显著的特色都是这种不断演进的结果。

1.2　本书的五个显著特色

第一个特色，也是最重要的一个，本书非常全面。它广泛地涵盖了非合作博弈理论、合作博弈理论、进化博弈和试验博弈。各种文献上的最新进展也包括了进来，即使在本书属于比较传统的部分，我们也尽量把一些受到忽视的话题囊括进来，如前向归纳、讨价还价中的“外部选项”角色都属此类。在每章的末尾都给出详尽的参考文献。

第二个特色是，本书用了大量的篇幅，实际上用了整整三章，来论述几个专题，而这些专题在其他教材中几乎根本不予讨论或者仅仅是总结性地一笔带过：一章专门论述联合博弈，另一章探讨进化博弈理论（EGT），还有一章研究实验博弈。在本书这种水平的教材中，全面而综合地介绍合作博弈理论似乎是很受欢迎的，把诸如联合（coalitions）的内生形成这样的话题包括进来，有助于把合作博弈理论与标准的分析框架联系起来。给予一些诸如进化博弈和博弈中的实验这样的新课题以一定的篇幅与强调，反映了本领域研究和进展的最新趋势。

第三个特色是，本书的难度适合较高水平的研究生。我们力求在文字表述或直观表述与更为严格的表述之间找到最佳的结合。

第四个特色是，我们在给出理论的同时，还给出了大量的经济应用，一般而言集中精力于近期的工作上。经济学的各种领域都给出了时髦的例子，如在产业组织理论、国际贸易和贸易政策理论，劳动经济学以及公共经济学等领域当中。我们努力使本书能够包括各种在不对称信息和合约理论中应用博弈论的例子。一些属于当代经济学分支的特殊专题，比方说道德风险、发信号和机制设计等，分别与各种情况下使用的均衡概念相对应而遍布本书的各个角落。

第五个特色是，一系列给出了答案的练习题免费在下面的网址提供：http：//www.

lameta. univ-montp1. fr/online/gte/exercises. html。我们尽力全部地给出所有的问题，这样我们就能够把文中提到的一些理论观点视做练习。

1.3 本书的结构安排及可供选择的课程设计

本书共分八章。为何要这样组织以及各章内容的详细描述将在第一章给出。正像上面所强调的那样，本书是非常全面的，这也就意味着读者几乎不可能学完所有的内容，即便是用一学年的课时（或两学期的课时）。于是指导教师就会挑选出他们想给学生们讲授的部分，这是因其讲授的类型和学员的水平而定的。挑选出一些不同的专题以满足不同的需要是可能的。

下面我们给出四种可供选择的供一学期使用的教学大纲：第一种适合于教授博弈论的基本知识与应用；第二种包括较高级的技术水平与较难的应用；第三种方案首先强调了博弈论的经济学应用；第四种方案对应于博弈论中取得最新进展的专题。

1.4 给读者的建议

如果你是自学本书而不是跟班上课，那么你就要看看自己是否有必要的数学与经济学背景。就学习本书的先决条件而言，一个学期的微积分、最优化、数理统计以及中级微观经济学知识或许是必要的。在所需数学水平较高的地方（这一点并不常见），都有附录来弥补缺失的注解。

我们自然建议读者按照我们写书的顺序去读书。不过你也可以跳过某些章节，尤其是比较难的那些（我们以星号*标明的那些），这样不会影响到对本书的理解。还有，我们强烈地向学生建议，在网上作练习时要尽力去思考，不要先看答案。

本书包括大量的评论，按顺序排列在每一子节当中，它们拓展了正文中并未涉及或仅仅一笔带过的某些观点，并给出进一步阅读的指南。在读第一遍的时候，可以跳过这些。

当然，读者察觉到本书的“困难”因你的背景知识不同而不同。在本书各个部分，我们都尽力使问题简单，即便是在那些推荐给较高水平的人阅读的部分也是如此。只有那些标有星号的子节或段落才有理由认为是真正困难的。

公式与符号

在本书的大部分场合，我们所用的数学表达式都是标准的。下面我们就给出一些，我们赋予它们的意义在使用上是不太规范的。

$x^{-i}=(x_1,\cdots,x_{i-1},x_{i+1},\cdots,x_n)$

$X^{-i}=\Pi_{j\neq i}X_j$

$xs=(x_i)_{i\in S}$

$X/Y=\{x/x\in X$ 但 $x\notin Y\}$

$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$或 f'，$\frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2}$或 f''　　分别表示一个函数的一阶、二阶导数

$\frac{\partial f}{\partial x_i}$或 f'_i，$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$或 f''_{ij}　　分别表示一个函数的一阶、二阶偏导数

$Df_{(x)}$　　表示一个矩阵，其 ij 项是 $\partial f_i(x)/\partial x_j$

我们大量地用缩写来表示本书中经常使用的术语。主要的一些缩写如下（按照它所在文中出现的先后顺序排列）：

GT（博弈论）

TU（可转换的效用）

NTU（不可转换的效用）

VNM（冯·诺伊曼—罗宾斯坦恩）

DSE（占优策略均衡）

IDE（重复剔除占优均衡）

NE（纳什均衡）

SPE（子博弈完美均衡）

BE（贝叶斯均衡）

PTHE（完美颤抖手均衡）

PE（适当均衡）

PBE（完美贝叶斯均衡）

SE（序贯均衡）

NBS（纳什讨价还价解）

SNE（强纳什均衡）

CPNE（稳定联盟纳什均衡）

I（分配）

C（核）

S（稳定集）

BS（讨价还价集）

K（内核）

NL（核仁）
SV（夏普里值）
SCE（社会联盟均衡）
EGT（进化博弈理论）
RD（复制动态）
ESS（演进稳定策略）
EE（演进均衡）
TFT（以牙还牙）
ES（演进稳定）
NSS（中性稳定策略）
REE（进入均衡下的稳健性策略）
EES（均衡演化稳定集）
FP（不动点（在动态中的））

注：

- 这些缩写有时应理解为复数：比方说，NE 可以表示若干个纳什均衡。
- 这些缩写以黑体字给出时表示一个集合，如 **NE** 表示一个 NE 集合。

评述：

在本书中，关于参与者的身份（性别），我们使用如下简单的法则：如果博弈有两个参与者，我们则称参与者 1 为“她”，称参与者 2 为“他”。在其他情况下，我们就给出参与者究竟是谁，或干脆用“她或他”表示任一参与者。

第一章 预备知识

1.1 博弈论入门及本书的结构

1.1.1 博弈论：是什么及从何而来

当代博弈论涵盖的内容非常广泛。尽管“博弈”一词一般用来指室内游戏（棋类游戏、桥牌、扑克……），但在博弈论中，这个词应理解为明智的、理性的个人或群体间冲突与合作的情形。对于这些明智的、理性的个人或群体来说，他们的目标通常远比单纯地去击败对手复杂得多。通常，特别是在经济学中，参与者可以以某些方式相互对抗；在另一些方面，他们也可通力合作达到某一同样的结果。比方说，当几家公司都对制定高价表现出一致的兴趣时，他们就能在各自占有的市场份额中获得富有竞争力的利润。

更为根本的是，博弈论涉及那些真实生活中的情形——当理性的人们彼此相互作用的时候，即当某个人的行动依赖于他人如何行动的时候。在这种情况下，关于理性的个人之间合作的可能性的问题就会变得非常有意思，也会引起人们的注意了。在使用“室内游戏”的语言时，游戏专家们仅试着力图表明他们想“冷静地”分析这些游戏中相互作用的逻辑，正如一位棋手考虑所有那些在弈棋中可能逻辑地冒出来的问题一样。事实上，正像 Aumann 所说的那样，“相互影响的决策理论”较之通常使用的“博弈论”或许是一个更为合适的表述法。

对于博弈论专家们发展出来的那些观念，经济学是最大的“顾客”。这一点并不奇怪：经济资源的稀缺及经济人的理性这二者共同造就了一个博弈状态所需的所有要素。况且，从一开始，经济学就是运用博弈论的主要领域。1944 年，数学家冯·诺伊曼和经济学家奥斯卡·罗宾斯坦恩共同出版了《博弈论和经济行为》一书，这件事本身就表明了这种先入为主的态势（冯·诺伊曼和奥斯卡·罗宾斯坦恩，1944）。

本书中的一些观点是 19 世纪和 20 世纪早期的少数经济学家及一些数学家们的先见。他们是：古诺（1838），伯特兰（1883），艾奇沃斯（1881），Zeuthen（1930），冯·斯塔克尔伯格

(1934)，以上是一些经济学家；还有一些数学家，Zermelo (1913)，Borel (1924)，De Possel (1936)，Ville (1938) 以及冯·诺伊曼本人 (1928)，冯·诺伊曼已经引入了一些博弈论的基本概念。然而，博弈论成为一门专门的学科无疑始于冯·诺伊曼和罗宾斯坦恩那本名著的出版。几年后，数学家约翰·纳什发表的一系列开创性的论文夯实了这一学科的基础。自那以后，博弈论的发展历程可谓是杂乱无章、一片混沌，激动人心的成长和令人沮丧的幻灭感、停滞不前交替出现（欲知历史性的概览或博弈论中各种观点在历史框架中的表述，可参见 Aumann，1987；Schmidt，1990；Weintraub，1992；或 Leonard，1995)。官方把博弈理论认可为一种研究人与人之间相互作用的强有力的工具始于 1994 年，这一年，因约翰·C．海萨尼、约翰·F. 纳什和 Reinhard 泽尔腾三人对于博弈论这一学科做出突出的开创性贡献，该年度的诺贝尔经济学奖授予他们三人。更为令人感到惊讶的是，仅仅距今大约十年前，Ken Binmore 其时正在写博弈论史："有一些名字不能不提。首字母简略词 NASH 或许有助于我们记住他们的名字：纳什 (Nash) 本人是字母 N；A 代表 Aumann，S 表示 Shapely 和泽尔腾 (Selten)，H 指的是海萨尼 (Harsanyi)" (Binmore，1992，13)。如今，世界学术界普遍感到应该把 Binmore 本人也添加到这一"光荣榜"上面。

1.1.2　非合作博弈和合作博弈：两个经典框架

传统上博弈论被分为非合作博弈和合作博弈两大类。然而，"非合作"这个词可能会引起误解。"非合作"并不是说每个参与者总是拒绝和其他参与者合作。简言之，在非合作博弈中，参与者只是根据他们的"可察觉的自我利益"(perceived self－interest) 来决策，因为前提假定了他们不能表达自己的意图。在一个非合作博弈中，参与者之间的协议、威胁、许诺之类，是无法实施的，即便参与者在博弈前可以相互沟通。除了那些博弈规则确实允许的协议外，参与者们无法达成有约束力的协议 (binding agreements)。这样，在非合作博弈中，与具体情形有关的方方面面都必须明白无误地模型化在博弈规则中。然而，应该强调指出的是，非合作的参与者虽然仅仅由各自的私利所驱使，但在一些情况下，他们却能表现出"合作的行为"。事实上，非合作博弈理论的一个显著的结论便是：在这种体制下，内生的合作是可能达到的。

相比之下，"合作"博弈假定参与者之间的协议是有完全约束力并且是能够实施的，即合作是外生的。合作博弈理论研究的是可以就怎样进行一场博弈达成有约束力的协议的参与者之间的无冲突的串谋。不过，在某种程度上，合作博弈可以被看做是非合作博弈的一种特例，意即串谋和约束过程可以从外部植入博弈规则（或结构）当中的情况 (Aumann，1989；Kreps，1990)。

在非合作博弈中，强调的重点主要在个人行为：每个理性的参与者会做出什么样的决策，理性的参与者实际上是怎样选择行动的，博弈最可能出现的结果是什么等。但在合作博弈中，摆在我们面前的是不同的问题。这时，强调的重点在于参与者集体或参与者联盟（甚至包括所有参与者的大联盟)：他们会形成什么样的联盟，他们之间如何瓜分合作的收益等。如果合作确实带来收益，但这收益的分配不足以使所有的参与者接受最终的结果，那么就应假定存在一些能使协议实施的外在"机制"(制度，仲裁者……)。为了证明博弈的某一具体的结果是正当的，必须在关于理性的观点中加入一些关于公平的观点，因为这种机制产生的结果仅当使所有参与者都感到公平时才不会让任何一位有关的参与者感到不高兴。

合作博弈中"解"的概念兼有直接的和公理化的描述。直接的定义单独地运用于每一个博弈，而大多数公理则处理博弈之间的关系。在公理化方法中，首先对解的某些特性加以规定，之后我们便运用这些特性来描述一个解或一类解。一般地，公理总结了界定博弈的概念和知识之间

某种最初的关系，这里的知识源于由公理推导出的命题。

本书的第二章、第三章和第四章研究非合作博弈。第五章致力于所谓的博弈，我们将研究纯的非合作博弈和合作博弈，并寻求这两大类博弈之间的联系。在第六章，我们把主要精力放在参与者之间的串谋上，研究这一问题的经典框架是由合作博弈理论提供的，但是最近关于外生串谋的形成的分析却既用到了合作博弈的理论也用到了非合作博弈的理论。第七章我们再来探讨非合作博弈，但是从一个非常不同的角度来探讨，即新兴的“进化博弈理论”（evolutionary game theory，EGT）。最后，在第八章我们考虑两大类博弈的实验研究。

1.1.3　博弈论与决策论的区别

在某种意义上，博弈论（关于多个参与者之间相互影响的决策的分析）可以被看做是决策论（关于单一参与者决策的分析）的一般化，决策论也可被认为是一种双人博弈，只不过其中一方是一个虚拟的参与者——“自然”，它基于一种决定“自然状态”的随机装置而决策；另一方的效用由他（她）的决策和自然状态共同决定。然而，博弈论和决策论有一个重大区别：在决策（决策论）问题中，不确定性只来源于“自然”的行动（随机步），并且决策者对各种“随机步”的可能性有外生的信念（beliefs）。相比之下，在各个决策者进行决策的博弈状态中，每个决策者对其对手决策的预期是外生的，这样就有了“策略不确定性”。

博弈论的根本难点在于这一特性：一般而言，参与者行动间的相互牵连（implications）取决于其他参与者的行动；而这些行动他们是观察不到的，从而只好去预料。“策略不确定性”意味着每个参与者不仅要考虑整个博弈的结构，而且还要考虑其他参与者的行动。参与者的“策略性行为”是指一种反映的程度——即他（她）的行动和信念反映他（她）把外部环境把握为一个有着策略不确定性的非合作博弈而非一个决策问题的程度。

然而，在有些特殊的外部环境中博弈的这种策略不确定性可以被忽略，并且可以以非常规范的途径定义一种参与者的最优分散化决策。第二章就给出这种对于非合作博弈的最初的分析。问题在于：对于孤立的（isolated）、完全不考虑他（她）的对手如何决策而选择自己的策略的参与者来说，我们应该给他们指定什么样的行为？在这种分散化的情形下只须运用理性的观点就可以确定参与者的非合作行为。在这里最为重要的不仅包括“占优”的问题，还包括“安全”（在某些特殊的情形下）的问题。

1.1.4　理性行为、信息与均衡

到目前为止，我们已经提到过“理性的”参与者，然而，我们在一个相互作用的环境中怎么来定义“理性”？当博弈论专家们说参与者是“理性的”时，他们的意思只不过是说参与者“前后一致地”（consistently）做出选择。很明显，一个前后一致的参与者可以这样来描述：在给定他（她）对于“外部环境”的信念后他（她）最大化自己的报酬。

事实上，这种参与者自己头脑中的推理过程可以假想地分解为两个步骤，这两步运用两种形式截然不同的理性。“认知”（cognitive）理性保持参与者可得到的各种信息和他们的信念之间的一致性，这一概念是指参与者对一个相关环境形成信念的能力（他们对于博弈情势的把握）。与此相对应，“仪器”（instrumental）理性保持给定的机遇和固定的偏好之间的一致性，这个概念是指参与者从既定的信念中推导出他们的策略的能力（Walliser，1989）。把这两种形式的理性结合起来，参与者就能够在他们对于博弈规则既定的预期及博弈进行的环境下，减少他们关于其

他参与者的策略不确定性。

下面，我们来介绍两种截然不同的信息特性。

一方面，说一个博弈是“完美”或“不完美”信息的，是指博弈的规则而言：如果参与者在选择自己的行动时对于前面所发生的情况很清楚，并且假如没有同时的行动，那么博弈就是完美信息的；否则就是不完美信息的。另一方面，说一个博弈是“完备”或“不完备”信息的，是指博弈进行的环境而言，这一性质指的是参与者之间对于博弈的各个方面相互了解的程度。

如果有一种人人都知道的信息，那么这种信息就称为“共同知识”（common knowledge），每个人都知道每个人都知道它，每个人都知道每个人都知道每个人都知道它，如此等等。于是，如果一个博弈的每一要素都是共同知识，那么这个博弈便是完备信息博弈；否则它就是不完备信息博弈。共同知识的观点来自于美国哲学家 David Lewis（1969），Aumann（1976）首次给出博弈论中这一复杂（subtle）概念的正式的、严格的定义。当然，关于一个事件的共同知识这一概念比“相互知识”需要更多的信息，相互知识只需每个人都知道这一事件，而共同知识是无穷尽的（infinite-order）相互知识（欲知这一问题的简要介绍，可参见 Binmore，1992，第十章）。

于是，不完备信息博弈和不完美信息博弈有着显著的区别：不完备信息指的是参与者的信息特征而不完美信息指的是博弈结构的特征。不过，研究结果表明，通过海萨尼转换（Harsanyi’s procedure）（Harsanyi，1967/8）对于前者的分析便归结于对于后者的分析，任何不完备信息的博弈都可以转化为完备但不完美信息博弈。此外，这一区别在应用当中并没有多大的重要性。因此，我们从逻辑上很自然地就把这两种非合作博弈放到一起来研究。

本书的第三章将致力于研究完备信息和完美信息的非合作博弈，而第四章将研究不完备信息和不完美信息的非合作博弈。

至于在第二章，我们向大家描述的观点将首先体现规范化的途径。其中的分析框架由于考虑到参与者之间一些不同的见解沟通机制，从而变得丰富了许多。特别是，博弈不再是一次性的，随着时间的流逝，博弈的重复使得参与者们可以利用可置信的威胁来实施惩罚。参与者们也可以观察到对手们在过去的决策，于是便可以利用博弈的历史。他们甚至可以最直接的沟通和交流，相互交换信息并且一致同意达到博弈的某个具体的结果。

在这样的情形下，参与者们最佳应对所形成的“一致”便定义了博弈的一个“纳什均衡”（“策略均衡”或干脆称为“均衡”）。策略性的不确定性意味着需要只带一些有关对手的行为的情况；我们不能在没有对其他参与者的理性行为有所研究的情况下单单地对某位参与者的理性行为说三道四。某个结果是一个均衡，当且仅当每一参与者对所有参加博弈的参与者的行为有正确的预期。

不幸的是，一个非常普遍的现象便是均衡有多个。此外，非合作博弈理论的核心问题可表述如下：假如一个博弈有若干个均衡理性的参与者究竟应该（或愿意）选择其中的哪一个？

1.1.5 关于均衡的“理性主义的”（rationalistic）和“进化的”（evolutive）解说

当代的博弈论专家们已经设计出一些方法，来解决上面提出的这一如何从多个均衡中挑选出一个均衡的令人感到不安的问题。这些解答事实上导致了对于非合作博弈中什么是一个“均衡”的不同解释。

前面给出的有关均衡的定义丝毫没有提到参与者们如何进行相互合作从而达到某一固定的均衡点。我们所能肯定的只是这样的状态是可以理性化为一个由已知事实推测出结果的原因。事实

上，定义一个均衡的策略特性的问题一定不能与证明某个具体的均衡会出现的问题混为一谈。从理论上来讲，寻找一个结果的“策略稳定性”的条件与考虑参与者们是否可以合作地达成同一个结果并非同一个问题。

我们在第三章和第四章将采用关于均衡“传统的”或“标准的”解说，这是由 Crawford（1997）概括的所谓“理性化的”情景。我们也可以提到“演绎的”（deductive）方法（Osborne 和 Rubinstein，1994），“内省的”（introspective）方法（Kreps，1990；Fudenberg 和 Tirole，1991），“引出的”（eductive）方法（Binmore，1987）（即模棱两可的方法，译者注）。这种情景描述了这样一个过程：只有通过参与者仔细地推理才能达到这样的均衡。这种传统的均衡分析假定了策略行为的一种极端形式：参与者被假定仅从理性原则和关于共同知识的假设出发去推断其他参与者会如何行动。当然，如果之前存在一个参与者之间非约束（non-binding）的串谋，并且从这种博弈前的沟通中产生出一个协议，那么参与者在那个结果上的合作就是很自然的。然而，在很多情况下参与者只能间接地沟通。所以，“传统的”博弈理论便运用一系列的均衡“精炼”以便在均衡之间做出区分，这便是通过定义更强的关于理性的概念，对于参与者的信念引入更为严格的、理性的限制。然而，这种理性主义的途径并不是完全成功的：博弈拥有许多均衡这一问题在许多策略情形下并没有得到解决。那么我们究竟该如何来解释参与者的信念在某一具体结果上的合作？

幸运的是，在许多博弈中，某个均衡看起来好像很引人注目，这仅仅是因为一些定性的事实或原则（对称性、效率、平等之类），或者更为根本地，考虑到那些促使人们集中到某一具体均衡上取得社会或文化因素。这种所谓的“不动点定理”（focal-point）理论是由 Schelling（1960）首先引入的，他认为某些博弈中理性解的观点在于参与者的“文化”或“习俗”。然而，应该强调的是，这一观点和博弈理论（更为一般地决策理论）中传统的“因果论者”概念是不同的。传统的观点假定理性的参与者仅根据他（她）对行动的后果的预期来决定自己的行动，然而这一观点却相当于引入了“解本体论”（deontological）行为因素以及在理性的个人抉择中起着重要作用的社会准则。事实上，这个问题的核心是理性选择和伦理道德之间的关系。它涉及如今关于两个从社会科学中发展出来的古老而又对立的范例（paradigm）之间是否能够调和的问题：一方面是理性主义者、个人主义者以及“因果论者”的“经济学”规范；另一方面是整体主义者社会准则优先的“社会学的”的规范。

于是，根据正统的理性主义的情景，“均衡化”的过程纯属智力的问题：它描述了这样一个世界，在这个世界里的是超级理性（hyper-rational）的参与者，他们每个人都模仿其他参与者的智力推理并且在一瞬间就达成了一个均衡。然而，我们都知道在真实的世界里人们的理性一般都会受到各种各样的限制，而且人们也可以从错误和尝试中产生学习过程，模仿、经验或惯例都是共同的行为。博弈论中“进化”（evolutive）（这个词首先是 Binmore 使用的，1987）情景的出现对传统观点发起了挑战，它认为在那些参与者们或多或少地都只拥有有限的认知能力和工具能力（instrumental capacities）的博弈中，时间弥补了较弱的理性。真实的情况中，重复会发生，并且时间均衡化过程取代了纯粹的智力均衡化过程。参与者们不是通过内省或推理来做出预料，而是被假定通过外推法（extrapolation）来预测对手们的行为：在相同的对手或“类似的”对手的“类似的”相互作用的情况中，他们会利用过去的观察。这种证实一个均衡的方法是“外推的”（extrapolative）（Fudenberg 和 Tirole，1991）。传统的途径是把博弈放在一个孤立的状态中来考察，建模者们只能努力去推断参与者的理性加在博弈结果上的种种限制；而进化的途径则是把博弈看做是一个设计为一个这样的模型，这个模型旨在解释一些当决策者们在真实的情况中相互作用时可观察到的规律。这也是该途径有时也被称做关于一个均衡的“稳态的”（steady-state）解

释的原因（Osborne 和 Rubinstein，1994）。

进化的情景实际上认可了两种主要的、走得越来越近的变量。“学习模型”（learning models）通常假定参与者能够计算出最好的应对。这些“学习模型”典型地研究学习过程，在学习过程中，“理性受限”的参与者们在观察了对手在过去的行动之后，根据或多或少有些实用主义的修正规则来修改他们关于对手未来采取行动的原始预期。于是，参与者的策略行为就是受限的。从心理学的角度来看，很简单且似乎正确的假定中就可以得出关于行为（或信念）的限制条件。

“进化”过程代表了这样一个世界的极端的情形，这便是一个在十分漫长的动态过程中由完全被动的“自动选择”（automates）所构成的世界。并且这个故事的生物学源头（Maynard Smith，1982）解释说：现在每一个参与者将由一些近似的当事人所组成的子总体（sub-population）来表示。参与者：以一种匿名的方式会晤并且根据形形色色的“复制”（reproduction）规则而复制。最有效率的参与者经由突变和选择而得以大量的复制，而这种突变和选择却淘汰那些相对而言比较不成功的参与者。如果这种动态的进化过程导致其构成分布仅发生一个很小的变化的总体，那么这种分布就是一个“均衡”，只要这种进化过程能够维持并且在总体比例发生充分小的变化后能够恢复这种分布。“进化”博弈理论（EGT）的目的就在于识别那些在动态过程中局部稳定的状态（或叫静止点）。那么，根据这种极端的进化论观点，选择一个具体的“均衡”的观点就不再有什么意义了。我们实际上观察到的均衡只不过是来自于历史上在“均衡化”过程中一些本质上是随机事件的结合，来自于这一过程开始时的初始条件。

有趣的是，一个引人注目的结论在 EGT 中得到了证明：对于绝大多数进化博弈而言，如果动态过程呈集中的趋势，那它就趋向于一个稳定的状态，而这种稳定状态当中的限制性的划分在意义上就相当于传统博弈理论当中的“均衡”：“进化”均衡拥有“策略性”均衡的性质。简言之，即便参与者的行为是非理性的，这一总体（population）随着这种分布的演进，似乎也能“学到”理性的均衡。顺便应当强调的是，进化途径的这一基本观点在经济学当中并不是全新的；它和一个传统是一致的，而这一传统也正是下面的情形所依据的：经济人本人或许并不十分清楚地在进行最优化，但他们的行为看起来却“好像”是理性的，因为经济竞争选择出了那些表现较好的经济人（弗里德曼，1953）。同样的道理，朝向某个均衡的动态调整在经济学中也是由来已久了。EGT 中真正的新内容在于它明确地认为单单理性本身并不能证明均衡，在解释参与者的均衡行为时还需要某些“具体”（ad hoc）的东西。

博弈情形下的学习模型与进化博弈自从 1990 年以来成为了博弈论研究的活跃领域。在第七章我们将详细地探讨这一话题。

1.1.6 博弈论与经验主义

宾莫尔（Binmore）（1990）分辨出一个博弈理论模型应当用到的五个一般的战术上的目的（tactical purposes）：预测（prediction），解释（explanation），描述（description），研究（investigation）以及提出解决办法（prescription）。除了模型用于提出解决办法（从规范的角度），或许还有用于研究（即我们丢掉那些一般的、支持简单例子的问题，而以一种特殊的形式给出问题以使得我们更容易找到一些能够证明推测错误的反例）的时候，说博弈理论的内容是经验主义的就是很恰当的。从这一角度来看，博弈模型就必须置于系统的经验证明，或在实验室中，或在实地检验中。特别地，需要经验性的工作来直接检验非合作博弈中“理性”以及“进化”情形的正确性的范围。

从 20 世纪 80 年代开始，在可控的实验条件下进行的有关策略相互作用的经验性的研究，已经成为人们大力研究的课题。现在，博弈理论中已经有了一块有关实验性结论的重要内容。正如 Crawford（1997，202）所说："它是我们所拥有的经验信息的最重要的来源，而且它不可能不如那些非正式的经验主义或自省（introspection）可信。"然而，却有一段从策略性的情形中取出实地数据从而进行非常有价值的经验研究的历史，并且通常都是以详细说明的、明了易懂的结构给出。也有一些尽管很少，但却在增长的文献——在经济史和"计量史"（cliometrics）当中运用博弈论的文献。事实上，历史在某些方面也给我们提供了另一个用来检验博弈中理论性途径是否恰当以及其对实证经济分析贡献的实验室（关于计量革命，参见 Goldin，1995，欲对经济（思想）史和博弈理论（的关系）有一个概览，参见 Greif，2002）。

本书的第八章将给出关于实验博弈的经验性文献。

1.2　本书的详细内容

为给读者提供一个关于本书的向导，我们在这一节里将向读者介绍一下本书每一章的具体内容。

第二章将研究这样的非合作博弈——博弈所处的环境是不考虑策略不确定性的。我们从单个参与者的角度来看待博弈，且目的在于确定参与者在这种纯粹冲突的环境中的最优分散化决策。分散化非合作行为假定的基本公理是剔除"劣策略"（dominated strategy）。这种占优的观点在直观上是很有吸引力的，并且经常在经济学中运用。这种行为导致了 2.1 节给出的"占优策略均衡"。如果一个参与者有占优策略，那么他（她）就无须为了推断其他参与者的策略而去了解他们的偏好。然而，如果不存在占优均衡，我们就需要对参与者的信息处理能力做出精确的假定。2.2 节研究了另外一种完备信息策略式表述博弈的分散化行为，称为"重复剔除占优"（iterated dominance）。但是在完美信息扩展型表述的博弈中，"逆向归纳"（backward induction）扮演着描述最优行为的同样的角色。这一原则将在 2.3 节给出。2.4 节将考察关于参与者信息的完全相反的情况：我们对博弈一无所知（with total ignorance）。在这一框架下，"安全第一"（safety-first）的原则将尽力设想最糟糕的情况并使一个参与者避免最大的风险；它使我们选择"安全策略"。最后，在 2.5 节，我们将致力于研究一些占优原则和安全原则在经济学中的应用。

在第三章，我们离开标准的决策分析途径，来研究一种更富描述性的途径，以便理解参与者在完备信息和完美信息非合作博弈当中的行为。参与者的策略性行为成了定义一个博弈的均衡的核心问题。3.1 节将致力于研究一个主要的概念——纳什均衡（定义，存在性，性质，证实和选择，失效），并且，作为这一概念最简单的应用，我们将首先给出古诺双寡头模型和伯特兰双寡头模型。在 3.2 节我们将探讨纳什均衡概念的两个扩展，来修正这一概念的一些缺陷：（不存在纳什均衡的）混合策略（某些博弈当中无效率的）和相关策略。3.3 节将致力于研究非常重要的重复博弈，它会使我们提高（纳什均衡的）效率。根据传统的理性主义方法，多个均衡的存在需要我们仔细地对纳什均衡进行"精炼"。在各种各样的"精炼"原则中，3.4 节给出一种博弈论专家们不太有争议的原则：子博弈完美。子博弈完美均衡在经济学中的经典应用，便是我们将给出的斯塔克尔伯格（Stackelberg）双寡头模型。最后，在 3.5 节我们将给出一些纳什均衡和子博弈完美在经济学中的应用，即在序贯博弈（策略承诺，道德风险）和重复博弈（可置信的威胁或承诺）中的应用。

第四章可被视为是第三章在信息不完美或不完备时的扩展。纳什均衡的概念是在完备信息的

博弈中引入的：每一个参与者都被假定对于博弈的结构有完全的了解，对参与者的理性有完全的知识。于是问题便是：我们能否把这一概念一般化到更为一般、更为真实的不完备信息博弈当中去？4.1 节将致力于回答这一棘手的问题：在某些条件下，一个“贝叶斯均衡”在信息不完美的博弈中拥有一个纳什均衡所拥有的性质。我们将给出“海萨尼程序”，并且向大家表明一个贝叶斯均衡就是贝叶斯博弈当中的纳什均衡。在不完美信息的博弈中，子博弈完美不足以剔除一些不合理的均衡，我们还需要进一步的精炼。“完美”和“序贯”是两种很强的精炼，它们和反向归纳有着相同的逻辑。4.2 节将探讨这些对于纳什均衡的精炼。完美包括“完美颤抖手均衡”（perfect trembling hand equilibrium）和“纯（proper）均衡”。序贯包括“完美贝叶斯均衡”和“序贯均衡”，它的主要好处在于非常明确地强调了信念在定义一个均衡中的关键作用。4.3 节我们再回过头来看不完备信息博弈的精炼，我们将给出“前向归纳”（forward induction）原则。我们强调了前向归纳原则和后向归纳原则的区别，且给出前者在一种特殊的信号博弈（signaling games）中的形式化（formalizations）及对于“直觉标准”（intuitive criterion）的强调。最后，在 4.4 节，我们给出不完备信息博弈的一些经济学应用（“声誉”效应）以及信号博弈的一些经济学应用。

第五章我们将研究作为参与者的一种合作工具的讨价还价。我们首先研究在经典的非合作博弈框架下的串谋，合作似乎是外在过程的结果，在博弈的每一阶段，与在其他非合作博弈中描述的情况一样，参与者都被假定选择他（她）的最优策略。讨价还价的这种“策略式的”途径将在 5.1 节给出。不幸的是这第一种途径常常导致均衡无法确定，或是导致极端的均衡。另一种从外部引入一些合意特性的途径允许我们能够比较博弈不同的结果。正规地讲，这种“公理化”的途径用到了合作博弈的框架。不过这第二种分析串谋的方法在有些时候可以和第一种观点调和。纳什本人提出为了检验公理，有必要建立非合作博弈。5.2 节将探讨这种的公理化途径以及为调和两种观点所用的“纳什程序”（Nash program）。最后，在 5.3 节，我们将给出纯粹的策略式途径和公理化途径在经济学当中的运用。

第六章将致力于分析博弈理论中的联合。第五章引入的纯粹博弈本质上是处理两个参与者之间的串谋：他们或者都同意，或者都不同意。在有 n 个参与者的更为一般的情况下，我们需要一种理论来考察这样一种可能性，即仅有部分参与者的中等程度的串谋。6.1 节给出关于联合博弈的概论。这一研究联合的经典框架是合作博弈。我们将遵循两条途径，“占优”（domination）途径和“估价”（valuation）途径。6.2 将给出占优途径所定义的解的概念，核心概念以及相关概念（稳定的集合，集合，要点及核心）。6.3 节通过给出夏普里值以及它主要的扩展来探讨估价途径。不过，在这一经典的合作框架下，只有联合的稳定性和参与者在每一联合内部对于剩余的瓜分能够得到很好的分析。联合的形成在联合的结构被假定为是外生的时候是无法进行恰当的研究的。6.4 节在合作博弈和非合作博弈的混合框架内探讨最近的有关外生联合结构的话题。最后，联合博弈在经济学当中的应用在 6.5 节给出。它们向我们描绘了经典概念（著名的核心概念以及夏普里值）和最近的外生联合形成模型的用途。

最初，进化博弈是从生物学和数学当中发展而来的。现在，这些模型在博弈论专家们当中越来越流行了，并且这一途径似乎在经济学和商学领域里显得硕果累累。有人感到进化博弈所研究的这种动态调整（adjustment dynamics）或许对于分析那些参与者通过效法、模仿或学习从而慢慢地做出回应的各种各样的问题是有用的。当然，这种适于在经济学当中应用的模型化必定是与那些在生物学当中的模型化不同的。第七章就给出进化博弈和学习模型。它主要是发展了那些被提出用来研究生物博弈的框架，但也发展了这些框架在经济学当中的应用。在 7.1 节，我们主要向大家介绍了“复制动态学”和“进化的稳定策略”（evolutionary stable strategies）的基本概

念，当然，既在对称的博弈中也在不对称的博弈中。7.2 节给出基本概念的扩展并讨论它们对于经济学的相关性（relevance）。7.3 节我们将给出学习模型。我们既给出了旧的途径，即传统的古诺调整模型；也给出了有关进化博弈的最新的发展。最后，在 7.4 节，我们还是给出进化博弈的概念在经济问题中应用的几个例子。

第八章的目的在于说明博弈中理论上的解怎样在实验室的实验中得到检验。在 8.1 节，我们先向大家介绍有关什么是经济学中试验的目的的一些方法论上的评注，并且给出其局限性。我们也大体上看看它们在严格竞争博弈当中的应用。在 8.2 节，我们给出有关“合作”博弈的实验，包括对于囚徒困境的研究、对于公共产品提供的研究以及关于序贯博弈（信任博弈，蜈蚣博弈）的研究。8.3 节讨论“协调”问题，即其中有若干个均衡而参与者必须从当中选出一个来。在 8.4 节，我们给出有关最后通牒博弈的问题之实验的一个概览，有关检验其他问题策略性的及公理性的解之实验的一个概览，还有联合博弈之实验的一个概览。8.5 节通过在一个进化的框架中描述一些最新的实验来探讨学习和进化，当然也会在一个更为标准的环境下、一些更易接受的模型中来描述。最后，在 8.6 节，我们通过合并一些更加与实验证据相一致的新的模型化方法来给出博弈理论中的最新进展。

1.3　博弈的正规表述

最后这一节看起来似乎有些乏味，然而本节的内容对于很好地理解本书是非常重要的。本节将探讨一些用来研究相互影响的决策问题的常用工具。

事实表明，同样的博弈情形可以用各种不同的模型来描述，但这些不同模型共同拥有的形式是非常有用的，或者，我们应从种种形式中选出最方便我们分析的形式。对于非合作博弈，通常用到两种标准的表述形式：“扩展式”（extensive－form）模型和“策略式”（strategic－form）模型。对于合作博弈，“联合式”（coalitional－form）模型是标准的工具。

1.3.1　扩展式表述的博弈

最常用来描述非合作博弈的模型是“扩展式”模型，它对参与者采取的相继行动以及参与者采取行动时所拥有的信息给予了准确地描述，从而详细地给出博弈情况的进展：“谁知道什么和什么时候？’以及“其含义是什么？’。与博弈情况有关的方方面面的信息都可以包含在这种模型中。

冯·诺伊曼和罗宾斯坦恩（1944）引入了“扩展式表述的博弈”这一术语，不过他们使用的却是一条规定性的、理论性的途径。Kühn（1953）引入的更为合适的理论上的表述成为标准化的模型。

一般来说，关于博弈的扩展式表述的正规的表述是冗长且乏味的，而直觉上来看却简捷得多。我们就从非正规的描述开始。

一个有 n 个参与者的扩展式表述的博弈用一株有根的树来表示，它是一个拥有明显的起点、定向无循环的图形。博弈从树根处开始，博弈树的终结点和博弈的终点是一致的，每一个终结点都与参与者的报酬相联系。非终结点意味着决策点，每个决策点都表明参与者会选择哪条分支。一位参与者无法在其中做出区分的最大的决策点集合就是一个“信息集”。信息集中的一个决策把博弈树惟一的一个后继（successor）与集合中的每一个决策点联系起来。这种对于博弈的扩展

式表述的标准式描述有助于我们理解为何它被称为“博弈树”（game tree）。

此外，除了人的行动之外，还有“偶然”（chance）行动介入的时候，初始决策点便实施自然的行动；这一偶然参与者的信息集是一个单点集（只有一个要素的集合）。

总起来说，一个博弈的扩展式表述必须说明：

- 参与者集合
- 该轮到谁行动
- 在他（她）的每一个信息集中他（她）可以选择什么
- 在他（她）做决策的时候他（她）知道些什么
- 每位参与者选择其可选行动的每一组合时所获得的支付

博弈的扩展式表述使我们能够反映出博弈的一些特殊的、重要的特性——有关当轮到某位参与者行动时他（她）都知道些什么的特性。如果参与者从不会忘记在过去他们知道些什么、做了些什么的话，那么这样的博弈就是一个“完美回忆”（perfect recall）。在博弈树的每一个信息集处，每一位参与者都知道之前的所有信息集，也知道在那些信息集处做的决策。这一特征应注意不要与“完美信息”博弈的概念相混淆。

回忆一下一个扩展式表述的博弈被称为是完美信息的，如果没有同时的行动并且如果每一个参与者总是非常清楚过去所发生的情况；这样的情况下每一个信息集都是一个单点集。如果一个参与者是属于某个团队的（比方说，打桥牌），那么博弈可能就没有完美回忆。不过，通过把不同的代理者（agents）模型化为不同的参与者，那么完美回忆就仍然成立。因此，我们应当注意这类博弈。相比而言，一个不完美信息博弈并不能够轻而易举地化为完美信息博弈。事实上，非合作博弈理论的一个主要的部分就是关于如何把完美信息博弈的自然解（natural solution）原则扩大到不完美信息博弈当中去。

最后需要注意的是，如果博弈树只有有限个结点，那么与之相应的扩展式表述的博弈就称为“有限的”（博弈）。

如果看一看我们非常熟悉的室内游戏，我们就可以这样定义：国际象棋或国际跳棋都是完美信息且没有自然行动（除了决定谁先走之外）的博弈；桥牌和扑克是不完美信息博弈，而且其中偶然扮演着重要角色，不过技术当然也很重要；轮盘赌博（roulette）是纯粹的偶然博弈。此外，大多数室内游戏都是有限的。

我们现在能够更加精确地描述博弈的扩展式表述中所使用的各种要素（关于扩展式表述的博弈中的各种概念的完全的展示可参见 Kreps 和 Wilson，1982，第 2 部分；我们这里使用的是 Eichberger 的观点，1993，3～8）。

参与者集合用大写字母 N 来表示。在大多数应用当中，这是一个有限的集合，其中任一参与者以小写字母 i 来表示。用 I 来表示博弈树结点的集合，初始结点用“o”（origin）来表示。令 σ：$I \to I$ 为把每一结点和它的前继结点联系起来的函数（结点 o 除外），对于起始结点 o，令 σ（0）＝0。对任一结点 $n \in I$ 和任一正整数 k，σ^k（n）表示函数 σ 的 k 次迭代函数，即：

$$\sigma^k(n) \equiv \underbrace{\sigma(\sigma(\sigma(\cdots\sigma(n)\cdots)))}_{\text{（共有 } k \text{ 次）}}$$

定义 1（博弈树）

一个博弈树是一组结点的集合 I 以及一个函数 σ：$I \to I$，σ（0）＝0，对于所有的 $n \in I$，σ^k（n）＝0 对某个正整数 k 成立。■

注意，条件 σ^k（n）$=0$ 对于所有的 n 都是保证所有的结点与初始点相联系的必要条件（即，保证图形是一个树型）。

结点与其他结点联系是由前继结点函数 σ 来表示的。由于参与者要选择行动从一个结点移动到另外一个结点，所以就有必要说明行动是如何从一个结点到另一个结点的，这一目标由前继行动函数 α 来完成，α：$I\setminus\{o\}\to A$ 把每一结点 n（除了 o 之外）和每一行动 α（n）（从前继结点 σ（n）导向结点 n 的行动）联系起来。

我们还须介绍几种结点的分类。

首先，我们需要区分决策结点和终结点。一个结点称为中结点，如果它不是任何结点的前继结点，亦即，如果 σ^{-1}（n）$=\varnothing$。任一非终结点都是决策结点。我们用 T（I）和 D（I）来表示终结点集合与决策结点集合。于是便有 $T\cup D=I$ 和 $T\cap D=\varnothing$，即这种分类形成了对于集合 D 的划分。

对于决策点的第二种分类方法是根据究竟是谁来做决策进行的。我们用 I_i 来表示参与者 i 选择行动的决策点集，并且假定在某一个具体的结点上有且仅有一个参与者行动。于是，我们便可以把集合 D 划分为子集合 $(I_i)_{i\in I}$ 且 $\bigcap\limits_{i\in I} I_i=\varnothing$。

定义 2（参与者划分）

参与者 $(I_i)_{i\in I}$ 的一系列互斥的决策点集合称为 D（N）的一个参与者划分。■

注意，参与者划分把结点分给参与者，参与者必须在这些结点上做决策。这样，我们就能够定义参与者 i 所有可能的行动：

$$A_i=\bigcup_{n\in I_i} A(n)$$

最后，我们需要定义在博弈结束时参与者的支付。假定博弈是有限的，我们就可以简单地把支付和终结点联系起来。支付函数把每一个结点 $n\in T$ 和一个支付向量 $[u_i(n)]_{i\in N}$ 联系起来，该支付向量在终结点处给每一参与者 i 以支付。

定义 3（支付向量）

支付函数 u：T（N）$\to IR^N$ 把每一终结点和一个实数向量联系起来，每一个实数向量都代表参与者在每一终结点处的支付。■

【例子】

考虑一个双人博弈，其中：

- 每一个参与者都只有一次行动，且行动的顺序是：参与者 1 先行，之后是参与者 2。
- 每一个参与者都有两种可能的行动：

参与者 1 是 L_1 或 L_2

参与者 2 是 R_1 或 R_2

- 不同行动组合的结果是：

$(u_1^{L_iR_j}, u_2^{L_iR_j}), i, j = 1,2$

括号中参与者 1 的支付用前面的那个来表示（记住，在本书中，我们把参与者 1 称为“她”

而把参与者 2 称为“他”)。

我们来考虑三种不同的情况:

Ⅰ. 参与者 2 行动时,他知道参与者 1 的行动。

Ⅱ. 参与者 2 行动时,他并不知道参与者 1 选择了什么行动。

Ⅲ. 有偶然行动:一个随机事件将以概率 P 发生,且参与者 2 还是不知道参与者 1 选择了什么行动。

相应于这三种不同情况的博弈树如图 1.1 所示。情况Ⅰ是一个完美信息博弈:所有的信息集都是单点集;我们用打点的圆圈把那些不容易看到的结点画出来,以此来表示参与者的信息集(当信息集是单点集的时候,我们并不明确画出虚线(broken line))。情况Ⅱ是不完美信息博弈:参与者 2 的信息集包括两个结点。情况Ⅲ通过引入一个假想的参与者就可以用不完美信息博弈的扩展式表述来表示,这个假想的参与者就是自然(N),它在参与者 1 行动之前首先行动:它选择的每种行动都以它选择的概率来表示(方括号中给出的概率)。

博弈的一种可能的进程用加粗的博弈树的支线来表示:我们可以从树根部(初始结点)到终结点画一条“路线”。比方说,情况Ⅱ中的路线即如图中所示,它相应的行动组合是(L_2,R_1),支付组合是($u_1^{L_2R_1}, u_2^{L_2R_1}$)。

1.3.2 策略式表述的博弈

尽管博弈树丰富多彩,我们常常还是绕过博弈的扩展式表示形式而到另一种从理论上来讲更简单的表示方式:博弈的策略式表示。

策略式表示的博弈也称为“标准式”表示的博弈(博弈论的开创者们使用这一术语),不过如今大多数博弈论专家都倾向于使用前一术语(策略式表述的博弈),因为它明确地突出了“策略”在模型中的地位(Shapley,1973,首先提出这一恰当的术语)。“策略”一词直观的意义是进行一个博弈的计划。我们假想参与者会自言自语:“如果这样的情况发生,那么我就如此地行动。”

一个策略是关于参与者无论遇到何种意外情况都打算那样行动的详细说明。对参与者而言,选择一个策略意味着他(她)在博弈开始前做出了一个普适性的决策(global decision),这个普适性的决策包括了所有他(她)可能在博弈中做出的基本决策(但事实上他(她)并不一定必然做出所有的决策);策略是“头脑中的”,而决策是“身体力行的”。参与者所做的普适性的决策既可以描述他们基本的决策也可以描述它们(指基本决策,译者注)序贯的相关连接,然而在理解这一点上我们有些逻辑上的困难。如果我们设想一个策略好像是给予某个代理人(一台计算机)的一系列指示,是他(它)而不是参与者本人在进行博弈,那么这一困难就会消失。这一系列指示必须是毫无遗漏的,这样无论博弈怎样进行,代理人都只会按照这些命令性的指示去行事,而不是按照主观的直觉去行事。不过,策略本身所固有的偶发性本质(contingent nature)解释了策略的数量随着博弈中行动数量的增加呈指数增加的现象。这一现象(同时)也指出了策略式表述方法结构上的简单反过来却意味着策略的极其复杂性以及巨大的策略集。

因此,一个博弈的策略式表述必须说明:

- 博弈的参与者
- 每一个参与者可用的策略
- 各位参与者可选行动的组合所对应的每一个参与者的支付

给定 n 个参与者的策略 x_1,…,x_n,博弈的规则给每一位参与者 i 定义了一个支付函数

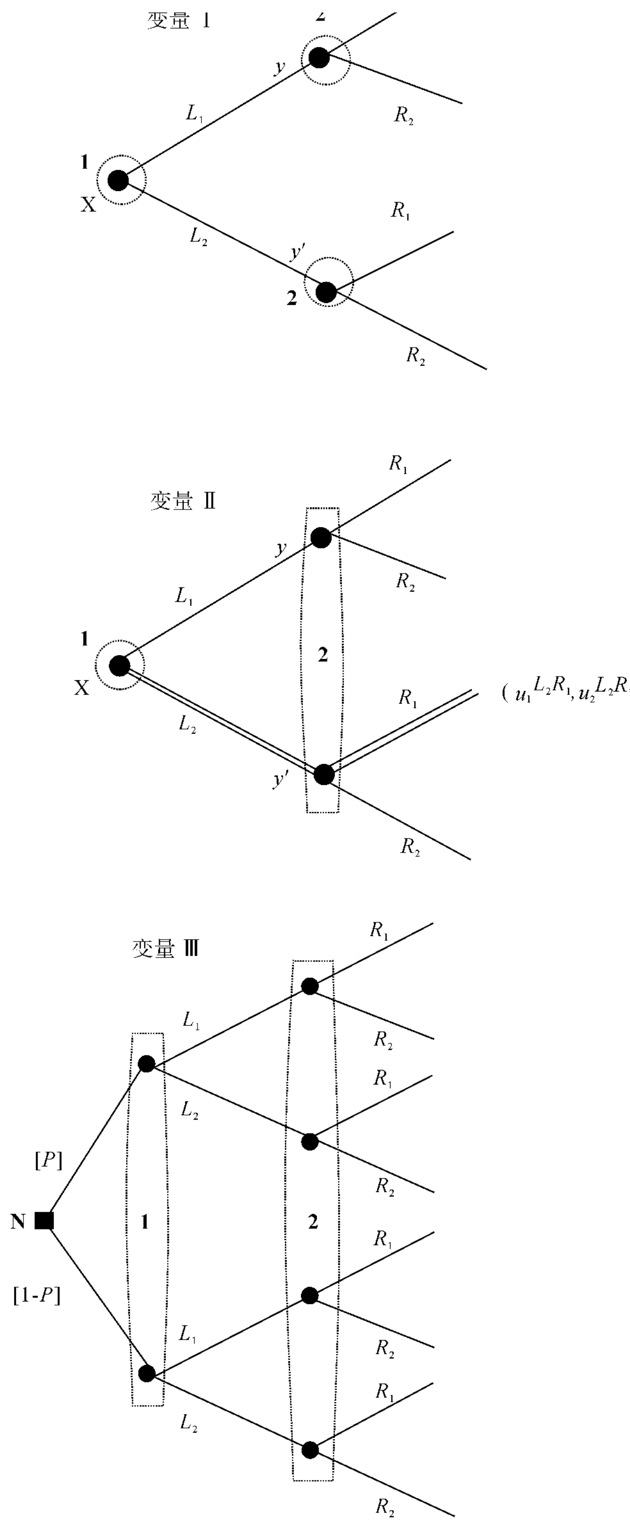


图 1.1　博弈树的例子

u_i（x_1，…，x_n），因此也就决定了博弈惟一的结果。博弈的策略式表述只不过是一个把每一可行的策略向量 $x_i \in X_i$，$i=1$，…，n 与支付向量（或参与者的支付）（u_1（x），…，u_n（x））相联系的函数。

定义 4（策略式表述的博弈）

一个有 n 个参与者的博弈是策略式表述的，如果详细说明了（specified）（X_1，…，X_n；u_1，…，u_n）的话。■

上面所定义的策略更为确切地讲是所谓的“纯”策略。博弈论专家们还用到另一概念，即“混合”策略。说一个参与者选择了一个混合策略，意思是说他（她）为了在所有可行的策略当中选出那些要用到的策略时，选择了一种随机装置（random device）。混合策略集总是包含所有的纯策略，因为纯策略可被视为是一种特殊的混合策略——这个纯策略以概率 1 被选择，而其他任何纯策略都以概率 0 被选择。

定义 5（混合策略）

考虑一个参与者 i 有 m 个纯策略的博弈。参与者的任何混合策略都可以用如下的向量来表示：

$p=(p_1,\cdots,p_j,\cdots,p_m)$ 其中 $p_j\geqslant 0$ 且 $\sum_j p_j=1$

数字 p_j 表示参与者将选择他（她）的纯策略 x_j 的概率。■

因此，如果纯策略集是有限的（比方说，有 m 个策略），那么集合 X_i 上的概率分布具有 m 维单位数组的简单形式。

在本书中，我们始终使用“策略”这一术语来指“纯”策略，除非我们在有些地方强调纯策略与混合策略的区别。我们只考虑在有限纯策略上的混合策略。

重要的一点是，如果一个偶然行动介入了博弈，或者参与者对他（她）的策略进行随机化（不管这种随机化的来源是什么），那么因此导致的博弈的结果本身也就成了一个随机变量。于是，参与者就是在不确定性下做决策。博弈论中通常的做法是假定参与者最大化其“期望”支付，这与冯·诺伊曼、罗宾斯坦恩（1944）及 Savage（1954）的理论是一致的。于是，支付函数便是一个冯·诺伊曼—罗宾斯坦恩函数（VNM）（即在严格单调增加的仿射变换中保持不变）。

简评 1

回忆一下，在决策理论中期望效用函数的弯曲程度代表了当事人对风险的态度（比方说，如果当事人是风险规避的，那么函数就是凹的）。相比之下，在博弈论中，我们通常假定支付代表了参与者对博弈结果的主观评价，所以支付就直接反映了参与者对于风险的态度。那么，对风险的态度就几乎不是从博弈模型之外引入的（惟一的例外情况是在研究的时候，参见第五章，5.1）。然而，在就博弈问题设计实验时，我们就建议考虑面对风险的主观态度（参见第八章，8.1.2）。■

我们在上面已经看到，在一个有限博弈中参与者只有有限数量的策略。那么，我们为什么不使我们的分析更加严格从而去考察这种特殊情况——参与者的策略集可能是无限的（或者有时就说是不可数的）呢？在经济学当中我们经常遇到这种情况，即参与者被假定是在一个“连续体”（continum）中选择行动：比方说，企业就价格水平或产量水平做决策，这就是在连续的经济变量上做决策了。于是，博弈便称为“无限的”（infinite）。

需要注意的是，在特殊的双人有限博弈中，策略式表述是非常简捷直观的。我们可以把一个参与者的策略与矩阵的行相联系，把另一参与者的策略与矩阵的列相联系；把参与者的支付写在格子里（它描述了两个策略集的笛卡尔乘积的元素）。对于三人博弈来说，这种表述法就不那么容易了：第三个参与者的策略必定是一个矩阵。而一旦扩展到 n（$n>3$）个参与者的话，这种表述在实践上就会非常困难。

【例子】

我们来考虑前面图 1.1 中以扩展式表述的双人博弈中的情况Ⅰ。它相关的策略式表述可写为图 1.2 的形式，这是一个双矩阵（by-matrix），其中的条目分别是参与者 1 和参与者 2 的支付。注意到参与者 1 有两个策略（在这里等于行动 L_1 和 L_2），但是参与者 2 却有四个策略，因为他的两个行动取决于参与者 1 的行动。参与者 2 的策略写为：(R_i, R_j)，i，$j=1$，2，意思是：如果参与者 1 选择 L_1 我就选择 R_i；如果参与者 1 选择 L_2 我就选择 R_j。

		2			
		(R_1, R_1)	(R_1, R_2)	(R_2, R_1)	(R_2, R_2)
1	L_1	$u_1^{L_1R_1}$, $u_2^{L_1R_1}$	$u_1^{L_1R_1}$, $u_2^{L_1R_1}$	$u_1^{L_1R_2}$, $u_2^{L_1R_2}$	$u_1^{L_1R_2}$, $u_2^{L_1R_2}$
	L_2	$u_1^{L_2R_1}$, $u_2^{L_2R_1}$	$u_1^{L_2R_2}$, $u_2^{L_2R_2}$	$u_1^{L_2R_1}$, $u_2^{L_2R_1}$	$u_1^{L_2R_2}$, $u_2^{L_2R_2}$

图 1.2　与扩展式表述的博弈相联系的矩阵表述

当从博弈的扩展式表述转换成博弈的策略式表述的时候，对博弈进行的数学分析就变得比较简单了，这是因为博弈树实在是一个复杂的数学问题而矩阵是比较容易对付的。不过，一般来说，要得到这种简便所带来的好处也是有代价的：博弈的策略式表述隐藏了博弈潜在可能的“动态”。参与者被假定是一次性地选择他们的全部策略。尽管参与者必须要预料无限的偶发因素，她（他）也不能在得到博弈的某些信息之后重新考虑她（他）行动的计划。

仅仅对一类博弈——同时行动博弈（simultaneous-move games）而言，运用策略式表述才不会有什么损失。在这些博弈中，参与者们同时行动（或者是秘密行动）且独立行动（没有哪个参与者在做出自己的决定之前可以得到其他参与者决策的信息）。此外，在这种“静态的”（static）博弈中，对于策略的解说很显然是：参与者的策略等于参与者的行动。可是，要是认为同时行动博弈不能用扩展式来表述的话就错了，事实上不完美信息这一提法允许我们把这个特性（指同时行动，译者注）模型化在博弈树当中。

【例子】

下面这个儿童游戏，称为“剪刀、石头、布”，在许多国家都是非常盛行的。这一游戏（博弈）由两人（参与者）来玩。在游戏开始前，他们先把手藏在背后；之后，他们同时伸出右手，手的形状不同对应着不同的含义：

- **拳头表示“石头”（R）**
- **手掌表示“布”（P）**
- **食指和中指做成 V 形表示“剪刀”（S）**

如果两个参与者的选择相同（手形相同），游戏（博弈）就打成平局，他们每人都得到零支

付。如果不是这样的话，一位参与者就从另一位参与者那里赢得一美元，根据如下的规则：“剪刀”剪坏“布”，“布”包起“石头”，“石头”砸坏“剪刀”。简言之，规则便是：石头胜剪刀，剪刀胜布，布胜石头。

这个游戏（博弈）是一个同时行动博弈，其中参与者的策略就等于他们的行动。对这一博弈很自然的表述是策略式的，但是也可以使用两个不完美信息的扩展式表述（见图 1.3）。

1 \ 2	R	P	S
R	0,0	−1,1	1,−1
P	1,−1	0,0	−1,1
S	−1,1	1,−1	0,0

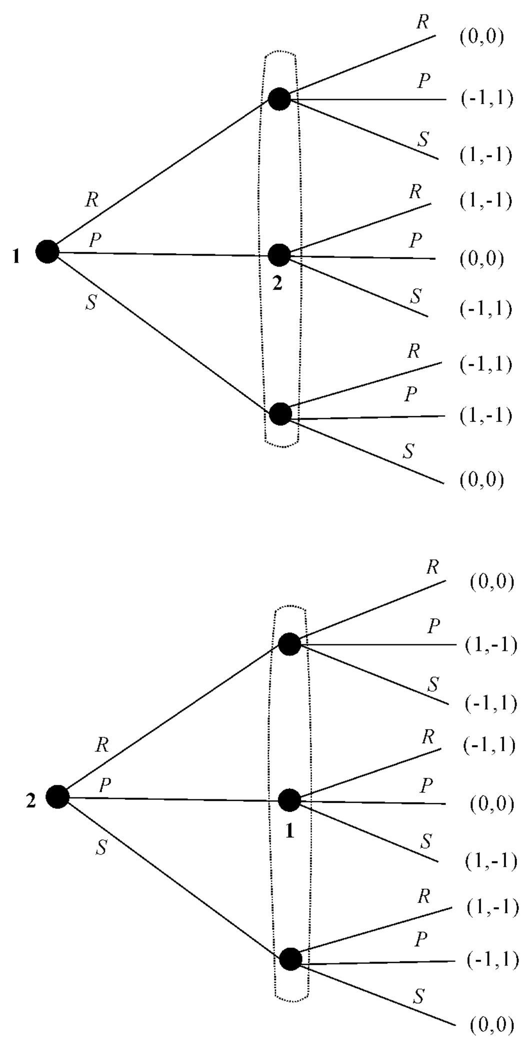


图 1.3　“石头、剪刀、布”博弈的策略式表述与扩展式表述

综上所述，一方面不要把同时行动博弈和序贯行动博弈相混淆，另一方面也不要把博弈的策略式表述和扩展式表述相混淆。前面一种分类是根据博弈规则的特性来划分的，后一种分类是根据博弈的概念的和正式的表述法来划分的。

1.3.3　联合式博弈

博弈的扩展式表述强调了博弈中关于行动的细节问题，并极度关注每一参与者在做出自己的决策时都知道些什么。另外，博弈的策略式表述根据参与者各种各样的策略给予博弈的结果以全面的把握。然而，却仅仅考虑了参与者个人支付。如果参与者可以达成有约束力的协议并且形成联合（即部分参与者联合成的子团队），那么策略式表述就无法全面地估价参与者之间的合作所得。这正是合作博弈的“联合式”（coalitional-form）的目的所在。

合作博弈模型运用了参与者当中可转换的效用（transferable utility）（TU）和不可转换的效用（NTU）这一重要的区分。可转换的效用意味着每一联合都能够得到一个总量的效用，这一总的效用可在联合者之间以任何相互同意的模式下自由地分配。这一假定在联合博弈中扮演了并将继续扮演重要的角色。在 n 个参与者的博弈中，由于（2^n-1）个不同的中等联合体之间的相互作用非常复杂，所以这一假定使分析大大简化了。

在可转换效用的合作博弈里，一个联合 S 的合作概率可通过付给函数 v（特征函数）一个实数值 v（S）来描述。v（S）代表了联合给它的成员所能带来的全部可转换效用；根据博弈中具体的效用含义，它被称为联合 S 的“财富”或者“价值”或者“力量”。

因此，一个可转换效用的合作博弈的联合式表述必须说明：

- 博弈（N）的参与者
- 一个特征函数 v（.），它把 v（S）$\in IR$ 和每一个 $S\subseteq N$ 联系起来，其中根据定义 v（$\varnothing$）$=0$。

定义 6（可转换效用的联合式博弈）

一个可转换效用的博弈是“联合式”（或“特征函数式”）的，如果规定了（N，v）的话。■

对可转换效用的合作博弈严格的限定相当于假定参与者拥有拟线性的（quasi-linear）效用——意即附加上对“金钱”及其他物品的可分解性以及对金钱是线性的——这个假定意味着效用在参与者之间通过货币转移就可以实现效用的完全转换。由于这个原因，可转换效用的联合博弈有时也被称为有“副支付”（side-payments）的博弈。然而，需要强调的是，可转换效用的假定在一个一般的 n 人合作博弈当中表示效用时实际上只用到了（$n-1$）的自由度。对于副支付“计价物”（numeraire good）（货币等价物）对选择是任意的，并且还须自由地选择一个一般的规模因素（scale factor）以及参与者冯·诺伊曼—罗宾斯坦恩效用函数的来源因素。于是，对于任何正实数 a 以及任何正数 b_1，…，b_n，特征函数 w，通过下式定义在所有的共谋 S 上：

$$w(S) = a(v(S) - \sum_{i\in S} b_i)$$

函数 w 与特征函数 v 是“策略等价”的（strategically equivalent）。

这一观察结果使我们能够引入某种有用的规范化方法。对于 v 的“$0-1$ 规范”即是由下式定义的特征函数 w：

$$w(S)=\frac{v(S)-\sum_{i\in S}v(\{i\})}{v(N)-\sum_{i\in N}v(\{i\})}\text{ 对于所有的 }S\subset N$$

因此，$w(\{i\})=0$，对于所有的 $i\in N$；以及 $w(N)=1$。这种规范化在特征函数的理论的来源当中，利用了余下的自由度。

【例子】

一个很简单的可转换效用共谋形式博弈的例子，可以用选举和立法当中的投票体系来说明。一种投票规则是一个集体决策问题，其中人们（“投票者”或“选举人”）必须在若干可能的结果（“候选人”）当中共同选出一个具体的结果。如果我们假定参与者可以达成有约束力的协议(binding agreements)，那么一个投票规则就可以用一个可转换效用共谋形式博弈来模型化，其中参与者即是投票者。

我们可以运用规范化：$v(N)=1$，其中 N 是所有参与者的大联合（共谋），在 N 当中，对每一个参与者 i 而言，$v(\{i\})=0$。我们还可以引入附加的规范化：对每一联合 $S\subset N$，$v(S)=1$，如果该联盟获胜；$v(S)=0$，如果该联盟失败。这样的博弈被认为是“简单的”(Sharpley，1962)。

在各种简单的博弈当中，最容易定义的便是“简单多数投票”程序。比方说，如果$N=3$，那么：

$$v(S)=\begin{cases}0 & \text{如果联合 } S \text{ 的得票数}<2\\ 1 & \text{如果联合 } S \text{ 的得票数}\geqslant 2\end{cases}$$

更一般地，我们可以这样定义“加权多数博弈”(weighted majority game)。令 $w_1, w_2, \cdots, w_n$ 是一个非负数组成的向量权重，q 是一个正实数(份额)，且：

$$q\leqslant\sum_{i=1}^{n}w_i$$

于是：

$$v(S)=\begin{cases}0 & \text{如果 }\sum_{i\in S}w_i<q\\ 1 & \text{如果 }\sum_{i\in S}w_i\geqslant q\end{cases}$$

不可转化效用的（NTU）合作博弈在实际中得到了长足的发展，但它在概念上和技术上都比可转化效用（TU）合作博弈要复杂。假定可转化的效用就是要求任何特定联合博弈可达到的支付，由所有个人支付构成，且不超过某一特定的数。

例如，考虑一个四人的可转化效用的（TU）博弈模型，联合是 {1，4}。每一参与者都有他（她）自己的效用规模，但是存在一个数字 $v(\{1,4\})$ 可以描述联合的支付可能性。联合中的成员能够得到任何满足线性约束：$x_1+x_4\leqslant v(\{1,4\})$ 的支付 (x_1, x_4)。如果我们取掉可转化效用（TU）的假定，那我们就再不能把某个特定联合可得到的支付描述为集体所能保证的效用之和。相反，每一联合 S 都有一个在 IR^s 空间中所能达到的 s 维支付向量集合。特征函数必须详尽地说明每一联合可达到的所有支付向量，并且这一点只有通过详细地说明每一支付向量集合来达到。比方说，联合 {1，2，3} 获得支付（4，8，12）的能力无须获得该联合所能达到的能力的任何信息，比方说，（5，9，10）——该支付向量各元素的和加起来也是 24。一方面，这第二个支付向量或许超出了联合 {1，2，3} 所能够达到的支付向量集合，或者另一方面，这第二个支付向量也可能在联合所能达到的支付向量集的内部，即使（4，8，12）在集合的边界上。

令 v（S）为联合 S 所能保证达到的所有的 s 维支付向量所组成的集合。V 被称为博弈的“不可转化效用的（NTU）特征函数”。它是这样一个 set valued 函数，给每一联合 $S\subseteq N$ 赋予一个子集 $v(S)\subset IR^s$。

我们总有 $v(\emptyset)=\emptyset$，并且我们运用如下自然的技术限制：对于 $S\neq\emptyset$，v（S）是非空的、封闭的、“全面的”（comprehensive）：如果 $x\in v$（S）并且 $y_i\leqslant x_i$，那么对于所有的 $i\in S$，都有 $y\in v$（S）。全面性（comprehensiveness）实际上是一个温和的（mild）假定，因为 v（S）被视为是效用可能性集合；全面性可以简单地解释为微观经济学当中经典的对于效用的“自由地处置”（free disposable）。

参考文献

Aumann, R. J. (1976) 'Agree to disagree', *Annals of Statistics*, 4, 1236—39.

Aumann, R. J. (1987) 'Game theory', in J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds), *Game Theory — The New Palgrave*, 2 (London: Macmillan).

Bertrand, J. (1883) 'Théorie mathématique de la richesse sociale', *Journal des Savants*, 499—508 (in French).

Binmore, K. (1987) 'Modeling rational players, Part I', *Economics and Philosophy*, 3, 9—55.

Binmore, K. (ed.) (1990) *Essays on the Foundations of Game Theory* (Oxford: Basic Blackwell).

Binmore, K. (1992) *Fun and Games* (Lexington, MA: D. C. Heath).

Cournot, A. (1838) *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (Paris: Librairie des sciences politiques et sociales, M. Rivière et cie) (English edn: N. Bacon (ed.), *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth* (London: Macmillan, 1897).

Crawford, V. P. (1997) 'Theory and experiment in the analysis of strategic interaction', in D. M. Kreps and K. F. Wallis (eds), *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications: Seventh World Congress of the Econometric Society*, 1 (Cambridge: Cambridge University Press), 206—42.

Edgeworth, F. Y. (1881) *Mathematical Psychics* (London: Kegan Paul).

Eichberger, J. (1993) *Game Theory for Economists* (New York: Academic Press) ch. 3.

Friedman, M. (1953) 'The methodology of positive economics', in M. Friedman (ed.), *Essays in Positive Economics* (Chicago: University of Chicago Press).

Fudenberg, D. and J. Tirole (1991) *Game Theory* (Cambridge, MA: MIT Press).

Goldin, C. (1995) 'Cliometrics and the Nobel', *Journal of Economic Perspectives*, 9, 191—208.

Greif, A. (2002) 'Economic history and game theory', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 3 (Amsterdam: NorthHolland).

Harsanyi, J. C. (1967—8) 'Games with incomplete information played by "Bayesian" players, Parts I, II and III', *Management Science*, 14, 159—82, 320—34, 486—502.

Kreps, D. M. (1990) *Game Theory and Economic Modeling* (Oxford: Clarendon Press).

Kreps, D. and R. Wilson (1982) 'Sequential equilibrium', *Econometrica*, 50, 863—84.

Kühn, H. W. (1953) 'Extensive games and the problem of information', in H. W. Kühn and A. W. Tücker (eds), *Contributions to the Theory of Games*, II (Princeton: Princeton University

Press).

Leonard R. J. (1995) 'From parlour games to social science: von Neumann, Morgenstern and the creation of game theory: 1928—1944', *Journal of Economic Literature*, 33, 730—61.

Lewis, D. K. (1969) *Convention: A Philosophical Study* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Maynard Smith, J. (1982) *Evolution and the Theory of Games* (Cambridge: Cambridge University Press).

Nash, J. F. (Jr.) (1950a) 'Equilibrium points in *n*—person games', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36, 48—9.

Nash, J. F. (Jr.) (1950b) 'The bargaining game', *Econometrica*, 18, 155—62.

Nash, J. F. (Jr.) (1951) 'Non—cooperative games', *Annals of Mathematics*, 54, 289—93.

Nash, J. F. (Jr.) (1953) 'Two—person cooperative games', *Econometrica*, 21, 128—40.

Osborne M. J. and A. Rubinstein (1994) *A Course in Game Theory*, (Cambridge, MA: MIT Press).

Possel, R. de (1936) 'Sur la théorie mathématique des jeux de hasard et de réflexion', reprinted in H. Moulin, *Fondation de la théorie des jeux* (Paris: Hermann, 1979), 85—120 (in French).

Savage, L. J. (1954) *The Foundations of statistics* (John wiley, 2nd rev. edn, London: Dover, 1972).

Schelling, T. C. (1960) *The Strategy of Conflict* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Schmidt, C. (1990) 'Game theory and economics: an historical survey', *Revued'Economie Politique*, 100, 589—619.

Shapley, L. S. (1962) 'Simple games: an outline of the descriptive theory', *Behavioural Science*, 7, 59—66.

Stackelberg, H. Von (1934) *Marktform und Gleichgemicht* (Berlin: Julius Springer) (in German).

Ville, J. A. (1938) 'Sur la théorie générale des jeux où intervient l'habileté des joueurs', in E. Borel (ed.), *Traité du caicul des probabilités et de ses applications*, 4 (Pans: Gauthier Villars), 105—13 (in French).

Von Neumann, J. (1928) 'Zür Theorie der Gesellschaftsspiele', *Mathematische Annalen*, 100, 295—320 (English translation, 'On the theory of game strategy', in A. W. Tücker and R. D. Luce (eds), *Contribution to the Theory of Games*, IV, Princeton: Princeton University Press 1959).

Von Neumann, J. and O. Morgenstern (1944) *Theory of Games and Economic Behavior* (New York: John Wiley).

Walliser, B. (1989) 'Instrumental rationality and cognitive rationality', *Theory and Decision*, 27, 7—36.

Weintraub, E. (ed.) (1992) *Toward a History of Game Theory* (Lanham: Duke University Press).

Zermelo, E. (1913) 'Über eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schsachspiels', in E. W. Hobson and A. E. H. Love (eds), *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, 2 (Cambridge: Cambridge University Press), 501—4.

Zeuthen, F. (1930) *Problems of Monopoly and Economic Welfare* (London: Routledge).

第二章

最优分散决策

本章我们将考察一种非合作博弈，在这种非合作博弈中，每个参与者都单独地选择他（她）的策略，而完全忽略其他参与者的决策。我们从单个参与者的角度来看待这种博弈。每个参与者都这样决策：这种决策无须关于其他参与者决策的任何知识，因为这里的“环境”（environment）就是不考虑策略性的不确定性的。我们排除参与者之间任何形式的沟通。博弈也没有过去，并且，博弈不可重复，这一点是容易理解的。

在这种情形下，所有的策略从先验的角度看都是可能的。参与者的决策仅由个人理性决定。所用的方法是规范的。这可以概括为如下的问题：在这种纯粹对抗的情形下，参与者必须如何博弈？我们要找的是最优的分散决策。

分散的、非合作的基本原理是假定消除了“劣”（dominated）策略的。这种占优的观点在直觉上很有吸引力，并且经常运用在经济学中。实际上，这一原理等价于决策理论中经典的“可接受性”（admissibility）假设，即理性的选择必须是“可接受的”或说是不受支配的。这样的决策行为导致了2.1节中的“占优策略均衡”（dominant strategy equilibrium）。

如果一个参与者有最优策略，那么他（她）就无需为了推断他人的策略而去了解他们的偏好。然而，如果占优策略均衡不存在，我们就必须对参与者之间相互拥有信息的可能性做出精确的假定。我们下面来研究这种情况：每一个参与者不仅知道他自己的偏好，而且也非常清楚他人的偏好，这种情况我们称之为完备信息博弈。在这样的背景下，另一种分散化的行为可以在策略式表述的博弈中定义：重复剔除占优（iterated dominance）。但是在完美信息的扩展式表述的博弈中，“反向归纳”（backward induction）扮演着同样的描述最优行为的角色。这两个法则我们将在2.2节给出。2.3节对参与者的信息将采取完全相反的态度：我们将考察完全“无知”（ignorance）的博弈。“安全第一”（safety-first）的原则将面对最糟糕的情形并努力从最大的风险中把人拯救出来；它引导我们选择“安全”（security）策略。然而，除了在一些“严格竞争的博弈”中，这种分散化的行为几乎不是最优的。最后，在2.4节，我们将探讨一下占优和安全这两个原则在公共经济学当中的应用。

2.1　占优策略均衡（dominant strategy equilibrium）

2.1.1　定　义

我们来考虑图 2.1 的支付矩阵所示的策略式表述的博弈。

在这个非常简单的博弈中，是否有可能找出每一位参与者的最优策略？容易看出，对参与者 1 来说，无论参与者 2 如何行动，选择 r_1 总比选择 r_2 要好。类似地，我们可以看到，不管参与者 1 选择怎样行动，参与者 2 按 c_1 行动总比按 c_2 行动要强。对参与者 1 来说，策略 r_1 "优于" 策略 r_2；同样，对于参与者 2 来说，策略 c_1 "优于" 策略 c_2。"占优" 的标准由比较支付向量得出：

（5，4）＞（3，3）和（2，2）⩾（2，1）

我们来引入一个更为严密的表述。考虑策略式表述的博弈（X_1，…，X_i，…，X_n；u_1，…，u_i，…，u_n），其中 X_i 和 u_i 分别表示参与者 i 的策略集合和支付函数。

定义 1（占优）

参与者 i 的策略 $x_i \in X_i$ "优于" 策略 $x_i' \in X_i$ 如果：

$u_i(x_i, x^{-i}) \geqslant u_i(x_i', x^{-i})$ 对所有的 $x^{-i} \in X^{-i}$ 都成立，并且至少对于一个 $x^{-i} \in X^{-i}$ 上式取严格不等号 "＞"。参与者 i 的策略是 "劣" 的（dominated），如果至少存在另一个优于它的策略。■

		2	
		c_1	c_2
1	r_1	**5，2**	4，2
	r_2	3，2	3，1

图 2.1　策略间的占优

在这一定义中我们使用了如下习惯的表述符号，如：$x^{-i} = (x_1, \cdots, x_{i-1}, x_{i+1}, \cdots, x_n)$，即除参与者 i 之外其余全部参与者的策略向量。再如：$X^{-i} = \Pi_{j \neq i} X_j$，除参与者 i 之外其余全部参与者的策略集之笛卡尔乘积。

在策略式表述的博弈中，一个最基本的关于理性的假定是：参与者总是抛弃那些不占优的策略。如果 x_i^* 优于 x_i，那么，无论其他参与者的策略是什么，参与者 i 选择 x_i^* 而不是 x_i 总是没有坏处的。并且，有时还有好处。

应该注意到，这一 "剔除非占优策略" 的原理与 "参与者决策分散化" 的假定是完全一致的。当参与者选择 "非劣"（non-dominated）策略时，他（她）无需关于其他参与者行为的任何信息，他（她）只需知道其他参与者的策略集。

定义 2（占优策略均衡）

参与者 i 的策略 $x_i^* \in X_i$ 是一个“占优策略”，如果

$u_i(x_i^*, x^{-i}) \geqslant u_i(x_i, x^{-i})$，对所有的 $x_i \in X_i$ 和 $x^{-i} \in X^{-i}$ 都成立

如果博弈中的任一策略向量 $(x_1^*, \cdots, x_i^*, \cdots, x_n^*)$ 对于每一参与者 i，x_i^* 都是其占优策略，那么这一策略均衡即被定义为占优策略均衡（DSE）。■

如果 x_i^* 是占优策略，那么无论参与者 i 的对手们选择什么样的策略，参与者 i 选择 x_i^* 而不是选择其他策略，都不会产生不利。例如，在图 2.1 所示的博弈中，(r_1, c_1) 就是一个占优策略均衡。

作为占优策略均衡（DSE）这一概念的基础的“剔除非占优策略”原则，实际上和决策理论中传统的“可达到性”的假定是一致的：一个理性的人决不会选择一个“不可达到的”（即劣的）策略（参见 Luce 和 Raiffa，1957）。不过，这些学者们非常清楚，利用关于“严格占优”的限制性更强的假定，可以得出更为一般化的理论。

定义 3（严格占优）

参与者 i 的策略 $x_i^* \in X_i$ “严格优于”策略 $x_i' \in X_i$，如果

$u_i(x_i, x^{-i}) > u_i(x_i', x^{-i})$，对所有的 $x^{-i} \in X^{-i}$ 都成立。■

与占优（有时称为“弱”占优）相比，“严格”（或“强”）占优要求参与者的支付是严格增加的，不管他（她）的对手如何选择。例如，在图 2.1 所示的博弈中，r_1 严格优于 r_2（$5>4$ 且 $4>3$），而 c_1（弱）优于 c_2（$2=2$ 且 $2>1$）。

在严格占优条件下，贝叶斯决策理论和占优过程总是一致的，因为一个严格占优的策略是对任何信念（belief）的最好回应，而一个占优策略只是对某些信念的最好回应。这样，或许我们可以说严格占优比（弱）占优更加有吸引力：贝叶斯理性只要求剔除严格劣策略。然而结果表明，对参与者来说，选择一个（弱）“劣”（dominated）策略决不会有什么好处。因此，为简化复杂的博弈而剔除这种策略似乎是很自然的事情。

2.1.2 存在性和效率

存在性

在微观经济学标准的拓扑假定（密集的策略集合和连续的支付函数）下，非劣（non-dominated）策略一般说来是存在的。但对每一位参与者都能找出一个占优策略是比较困难的。思考一下这一概念的定义，就不会感到惊讶了。

如果 x^* 是一个占优策略均衡（DSE），那就意味着 x^* 是下述以 $x^{-i} \in X^{-i}$ 为参数的最优化问题的解：

$\max_{x_i \in X_i} u_i(x_i, x^{-i})$，对所有的 i 都成立

这是一个很强的策略特性，并且很难满足。不过，由于有下面的结论，在少数拥有“占优策略均衡”的博弈中，这一结果表明了关于“分散非合作行为”的确定问题的一个可能的答案。

定理 1（Moulin，1986）

如果 x^* 是一个占优策略均衡（DSE），那么

（ⅰ）占优（dominant）策略集和非劣（non-dominated）策略集是一致的

（ⅱ）所有非劣策略对参与者来说是一样的，即它们给参与者带来的支付相同。■

另外，如果占优策略均衡（DSE）不存在，那意味着对没有占优策略的参与者来说，他（她）的所有非劣策略就并非是相同的。寻求分散的非合作的行为就会变得更加困难。特别地，此时须引入关于参与者之间相互信息的假定。

效率

我们仍将坚持关于参与者独立性的基本假定，并在这种假定下考虑非合作行为。对于一个拥有占优策略的非合作的参与者来说，任何关于其他参与者策略决策的信息都是毫无价值的。然而，这些信息要是放在一起考虑的话，可能就会有价值了。实际上，DSE 这一概念有意地忽视了集体利益，而只是着眼于彼此相互隔离的、从而也就无法有他人合作的参与者们基于个人理性而做出的选择。

在一个策略式表述的博弈中，帕累托效率（或叫帕累托最优）可定义如下：

定义 4（帕累托效率）

策略向量 y "帕累托优于"策略向量 x，如果

$u_i(y_i) \geqslant u_i(x_i)$，对于所有的 i 都成立，并且对至少一个参与者 i 上式取严格不等号"$>$"。一个策略向量是"帕累托效率"的，如果没有其他任何策略向量"帕累托优于"它。■

经典的"囚徒困境"博弈是一个关于占优策略均衡无效率的很好的例证。

【例子】囚徒困境博弈

囚徒困境是博弈论中最著名的例子之一（据说是 A. W. Tucker 想出的这个故事）。这个经典的博弈引起了无数的讨论，以至于在经济、外交、军事冲突领域得到了广泛的运用。

最初，这个例子是这样研究的：两个犯人被隔离关押在监狱里，警方知道他们犯了一些小过，并怀疑他们犯了大事儿。问题就在于让他们把这"大事儿"招供出来。他们是被隔离审讯的，从而面临这样的抉择：如果二人都招供了，那么就都按"犯大事儿"判刑；如果二人都不招供，那么只能按"犯小事儿"从轻发落；如果一个招供而另一个不招，那么招供的因"与法官合作"而获释，而不招的予以重判（比二人都招时判得还重）。两个犯人将如何抉择？

这一"囚徒困境"博弈可用更一般的方式重新表述。这是一个双人博弈，每个参与者都可以在"平静的"策略 P（对应于上面所谓的"不招供"）和"激进的"策略 A（对应于上面所谓的"招供"）之间做出选择。也可以说一个参与者选择 P 是"合作"（与他的同伙），而选择 A 是"背叛"。博弈的规则假定二者之间"和平"（即结果（P，P））要比"斗争"（即结果（A，A））好。另外，单方面的"激进"（在对方选择 P 是自己选择 A）会给"激进者"带来好处；可以说，激进者更喜欢突然进攻而不是和平，被攻击者因害怕而不敢进行战争。这一规则就解释了赋予博弈支付的数值排序，就像图 2.2 所示的策略式表述的支付矩阵。

		2	
		P	A
1	P	2，2	0，3
	A	3，0	**1，1**

图 2.2　囚徒困境博弈

容易证明，对每个参与者而言，“激进”的策略 A 都“帕累托优于”“和平”策略 P：(3，1) ＞ (2，0)，对每个参与者来说都是如此。

这个博弈有一个惟一的占优策略均衡 (A，A)，它意味着“公开的斗争”(open war)。在纯粹非合作的框架下，两个参与者选“激进”有明显的利益。然而，对两个参与者整体来说，战争 (A，A) 不如和平 (P，P) 有利。因此，从整体利益的角度来看，这一结果并不令人满意。

我们要强调的是，“困境”的根源不在于参与者双方缺乏沟通，而是缺乏动机 (incentives)。即使他们通过对话并一致同意选择有帕累托效率的结果，每个参与者也仍然有背叛这一协议的动机。

简评 1

“囚徒困境”一般化到有 n 个参与者的情况，便是我们有时称之为“公有地的悲剧”。因为最初这个故事关注的是当每个农民都可以自由地放牧他想要的任何数量的牛群时，公共土地上的过度放牧问题 (Hardin，1968)。更为一般化的是，该问题会在经济学中研究公共产品的提供和“搭便车”行为等问题时遇到。至少从大卫·休谟起，政治哲学家们和经济学家们就意识到只要人们按照私利的驱使去行事，就会引起公共产品提供的不足和公共资源的过度使用（参见练习 2.7)。■

对一个有占优策略的参与者来说，为了推断他人的策略而去了解他们的偏好是没有必要的。只要参与者之间没有合作的可能性，他（她）的占优策略总是他（她）的最优策略；但如果一个博弈没有占优策略均衡 (DSE)，那就需对参与者之间相互拥有信息的可能性做出精确的假定。

2.2　重复剔除占优和反向归纳法

我们来考虑这样一种情况：每个参与者除了知道他（她）自己的偏好之外，还非常清楚其他所有参与者的偏好，也就是说，我们在探讨一个完备信息博弈。如果我们用博弈的策略式表述，我们就可以设想出另外一种分散化行为，称为“重复剔除占优”。

2.2.1　重复剔除占优

由于信息是完备的，每个参与者都无需与其他参与者沟通便可预料到他们的行为，而且博弈的解决需考虑参与者之间策略的预期。

一个策略式表述的博弈的“占优可解性”（dominance solvability）是建立在“重复”剔除非占优策略的准则之上的。由于每个参与者都知道其他参与者的偏好，（因此）每个人都确信其他人不会选择非占优的策略（dominated strategy）（只要他们是理性的）；并且，由于每个参与者都能同时洞悉其他参与者的非占优策略，那也就意味着策略集同时缩小了。依此递推，新的非占优策略又会呈现在每个参与者面前……

策略式表述的博弈的这一解决法则，首先是由 Luce 和 Raiffa（1957）研究的，后来又经过 Farqharson（1969）和 Moulin（1979）的研究而得到进一步的发展。

定义 5（重复剔除占优均衡）

重复剔除占优由每个参与者 i 的序列

$X_i \equiv X_i^0 \supseteq X_i^1 \supseteq X_i^2 \supseteq \cdots \supseteq X_i^{t-1} \supseteq X_i^t \supseteq \cdots$ 组成，

其中 X_i^t 定义为递归 $X_i^t = ND_i$（u_i；X_i^{t-1}，…，X_n^{t-1}），对所有的 $t \geqslant 0$ 成立。其中，ND_i 是非劣策略集。

博弈是“占优可解的”，如果存在这样一个整数 N，对每一参与者 i 及所有的 $x^{-i} \in (X^{-i})^N$，有 $x_i, x_i' \in X_i^N$ 意味着 $u_i(x_i, x_{-i}) = u_i(x_i', x_{-i})$。

亦即，如果有一个最终使每个参与者只能从他（她）剩下的各策略中都获得相同支付的博弈存在。那么最终经过重复剔除过程而存在下来的结果便称为“重复剔除的占优均衡”（IDE）（或者，有时称为“d—解”或“复杂均衡”）。■

这种行为实际上是一种完备信息下的非合作的、分散化的过程。每个参与者都可根据如下法则独立地计算出 X_i^t 系列：

从 X_i 到 X_i^1，他（她）剔除了所有的劣策略

从 X_i^1 到 X_i^2，他（她）再次剔除了所有现在成为劣策略的策略，其他参与者也知道选择非劣策略。如此下去……

博弈是可解的，如果经过有限次的重复剔除后，每个参与者都发现剩下来的策略都一样了，没什么优劣之分了。否则，IDE 便不存在。

【例子】

下面来看图 2.3 所示的博弈，该博弈有一个 IDE。

对于参与者 2 来说，策略 c_3 是劣策略。无论参与者 1 选择什么，参与者 2 选择 c_2 总比选择 c_3 要好：(4，−1) ⩾ (4，−2)。参与者 1 清楚参与者 2 策略中的这种占优，他（她）也意识到在自己的两个策略 r_1 和 r_2 中，r_2 优于 r_1：(5，5) ＞ (4，2)。最后，参与者 2 选择 c_1 而不是 c_2 因为：5＞−1。该博弈有惟一的 IDE：(r_2，c_1)。

很不幸，重复剔除的占优有时会让人烦恼：在某些博弈中，经过重复剔除占优过程而存在下来的策略集会因策略剔除的顺序不同而不同（即如果分别从参与者 1 或参与者 2 开始考虑时）。图 2.4 给出的正是这样一个例子。

策略 r_1（弱）优于策略 r_2，策略 c_3 是严格劣的。一方面，如果先剔除 r_2，则 IDE 便是（r_1，c_2）。另一方面，如果先剔除 c_3，则 r_1 就不会弱优于 r_2：参与者 1 的两个策略 r_1 和 r_2 对他（她）来说是无差异的，这时 IDE 就可能是（r_2，c_1）。然而，需要强调的是，如果在重复剔除劣策略的过程中，我们运用的是严格优策略的原则（剔除严格劣策略），上面所提到的这一困难就不会存在。

		2		
		c_1	c_2	c_3
1	r_1	4，3	2，4	0，4
	r_2	**5，5**	5，－1	－4，－2

图 2.3　重复剔除的占优均衡

		2		
		c_1	c_2	c_3
1	r_1	10，0	**5，1**	4，－200
	r_2	**10，100**	5，0	0，－100

图 2.4　（弱）占优及不确定的结果

简评 1

在博弈中引入混合策略扩展了一个参与者最优分散化行为的定义。结果便是，一个不劣于其他任何纯策略的纯策略，可能劣于一个混合策略。考虑图 2.5 **所示的例子。**

策略 r_2 **严格劣于策略** r_3**，经过一次剔除，**r_2 **被剔除掉了，新的支付矩阵如图** 2.5（b）**所示。这时，参与者** 2 **没有哪个纯策略是劣的。不过，**c_2 **严格劣于混合策略** $P=(1/2，0，1/2)$。**这一结论得自如下的推理：如果参与者** 2 **选择** P **而参与者** 1 **选择** r_1**，参与者** 2 **的期望效用就是：**

$1/2(0)+0(4)+1/2(9)=4.5$

由于 $4.5>4$**，所以当参与者** 1 **选择** r_1 **时，参与者** 2 **选择** P **而不是** c_2 **有明显的好处。同理，即便当参与者** 1 **选择** r_3 **时，参与者** 2 **也有兴趣选择** P **而不是选择** c_2：

$1/2(7)+0(3)+1/2(0)=3.5>3$

因此，P **严格优于** c_2**，则支付矩阵进一步缩减为图** 2.5（c）**所示的样子。在这个支付矩阵中，**r_3 **严格优于** r_1**，一旦剔除** r_1**，**c_1 **便严格优于** c_3。**这样，重复剔除占优准则就导出了**（r_3，c_1）**这个该博弈惟一的** IDE。■

（a）

		2		
		c_1	c_2	c_3
	r_1	1，0	6，4	0，9
1	r_2	2，1	0，2	3，0
	r_3	3，7	2，3	4，0

（b）

		2		
		c_1	c_2	c_3
1	r_1	1，0	6，4	0，9
	r_3	3，7	2，3	4，0

（c）

		2	
		c_1	c_3
1	r_1	1，0	0，9
	r_3	**3，7**	4，0

图 2.5　混合策略下的重复剔除占优

简评 2

记住：这种重复剔除过程之所以可行，是因为所有参与者不仅知道他人的偏好，而且每个参与者都知道别人知道自己知道他们的偏好……换句话说，关于偏好的信息是“共同知识”（参见第一章 1.1.5 对此概念的定义）。这一观点同样用于关于理性的假定：为了使这种剔除大量劣策略的做法合理，就必须认可这样一种“共同知识”，没有哪一位参与者会不理性以至于选择劣策略。■

策略式表述的博弈中的 IDE 和参与者们分散的、静态的推理是一致的。博弈只有一次，并且每一位参与者都是各自地作出关于他（她）的对手决策的预期。这些各自的预期汇集到一点，博弈便是可解的。然而，你可以在这种途径和“反向归纳”原则之间画一条分界线，“反向归纳”原则用来解决完美信息下的扩展式表述的博弈，这给我们的分析带来了一些动态的因素。

2.2.2　反向归纳

在策略式表述的博弈中所定义的重复剔除的准则可与一个在拥有完美信息的扩展式表述的博弈中所定义的原则相媲美。

考虑图 2.6（a）所示的博弈。这是一个拥有完美信息的博弈。参与者 1 首先行动，参与者 2 知道了参与者 1 选择的策略后选择自己的策略。该博弈的解决建立在下述的推理之上：假定参与者 1 选择 r_2，那么，参与者 2 就面临着在 c_1（支付－1）和 c_2（支付 1）之间选择的局面。他当然会选 c_2，这样，如果参与者 1 选择策略 r_2，参与者 2 就会选择策略 c_2。参与者 1 料到了参与者

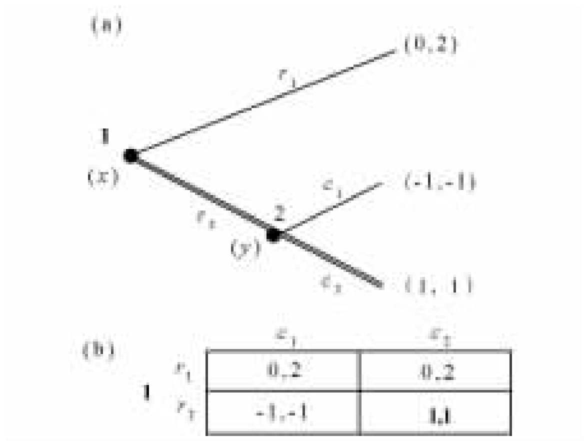


图 2.6　博弈的扩展式表述和策略式表述

2 的这一行为，而且他（她）在自己的两个策略 r_1 和 r_2 当中会选择 r_2，因为这给他（她）带来支付 1 而不是支付 0。所以，该博弈的解便是（r_2，c_2）。

容易看出，这里运用的观点和重复剔除劣策略是等价的。图 2.6（b）所示的是与该博弈相联系的策略式表述。在该支付矩阵中，参与者 2 的策略 c_2 优于策略 c_1：（2，1）$\geqslant$（2，-1）。策略 c_1 可以剔除。这样一来，参与者 1 的最佳选择便是策略 r_2（$1>0$）。

上述解决问题的规则可以一般化到所有扩展式表述的具有完备信息和完美信息的表述中去，只要博弈是有限的（即博弈树上的结点数是有限的）。其算法是从博弈的最后一个结点开始，沿着博弈树向第一个结点“回溯”［在图 2.6（a）中是从结点（y）回溯到结点（x）］。每一次剔除，都抓住了参与者的最好的策略（在上面的例子中，在结点（y）处参与者 2 选择 c_2，在结点（x）处参与者 1 选择 r_2，因为他（她）知道参与者 2 会选择 c_2）。这就是为什么这种解决方法被称为“反向归纳”。

简评 1

这一方法非常古老：著名数学家 Zermelo（1913）曾用这种算法来分析象棋游戏（一种双人零和博弈）。顺便提一下，Zermelo 的算法有时也称为 Kühn 算法，因为 Kühn 是第一个在当代博弈论文献中使用这种方法的人（Kühn，1953）。此外，这也是决策理论中著名的方法。基于数学家贝尔曼（1957）的开创性工作，动态规划运用类似的算法计算序列决策问题的解。■

在所有完美信息的博弈中，反向归纳总能找到博弈的解，但是它并不保证解的惟一性。不过，如果在博弈中没有哪个参与者认为任何两个结果之间无差异的话，那么很明显，反向归纳能够给出一个惟一的解。此外，每当任一参与者认为两种结果无差异时，如果所有参与者都认为任何两种结果之间无差异，这样的话，虽然运用反向归纳法会得出若干个解，但所有参与者都认为这些解是无差异的。

简评 2

在完美信息博弈中，除去策略式表述的博弈中的剔除顺序问题外，反向归纳原则和重复剔除占优原则是一致的。这样一来，很可能 IDE 不包括那些可以通过反向归纳的检验的解。■

2.3　安全第一

我们现在来考虑关于参与者信息的完全相反的情况。我们假定每个参与者在被迫做出策略选择的时候，是完全忽略其他参与者的偏好的，即我们考虑的是“完全忽略”的博弈。在这样的前提下，每个参与者都将仔细考虑所有的策略同等地被对手采用的可能性。那么，“安全第一”的原则就是预料到了最坏的处境，并且设想人是努力对付最大的风险的。“安全”策略是这种行为的正规表述，不过，它只适用于那些特殊的严格竞争博弈，这样的策略（安全策略，译者注）才能成为参与者的最优策略。

2.3.1　安全策略

定义和存在性

安全行为仅仅建立在安全的观点上。

定义 6（安全策略）

在策略式表述的博弈（X_1，…，X_n；u_1，…，u_n）中，任何策略 $\hat{x}_i$，如果是下面问题的解：

$\max_{x_i \in X_i} \min_{x_{-i} \in X_{-i}} u_i(x_i, x^{-i})$

则被称为“安全”策略。■

安全策略也称为“最大最小”策略（或防守策略）。与一个安全策略相应的支付 $x_i = u_i(\hat{x}_I, x^{-i})$是参与者 i 的最低的有保障的支付。x_i 是无论其他参与者采取什么样的防守策略时，参与者 i 总能得到的支付。

【例子】

考察图 2.7 所示的支付矩阵，令 $R=\{r_1, r_2\}$ 和 $C=\{c_1, c_2, c_3\}$ 分别为参与者的策略集。

		2			
		c_1	c_2	c_3	
1	r_1	2，0	3，−1	0，1	[0]
	r_3	2，1	−1，2	5，0	−1
		[0]	−1	[0]	

图 2.7　安全策略

对参与者 1，有：

$\min_{cj \in C} u_1(r_1, c_j) = 0, \min_{cj \in C} u_1(r_2, c_j) = -1$

那么：

$$\alpha_1=\max_{r_i\in R}\{\min_{cj\in C}u_1(r_i,c_j)\}=\max_{r_i\in R}\{0,-1\}=0$$

对参与者 2，有：

$$\min_{r_i\in R}u_2(r_i,c_1)=0,\min_{r_i\in R}u_2(r_i,c_2)=-1,\min_{r_i\in R}u_2(r_i,c_3)=0$$

那么：

$$\alpha_2=\max_{c_i\in C}\{\min_{r_i\in R}u_2(r_i,c_j)\}=\max_{c_i\in R}\{0,-1,0\}=0$$

参与者 1 有惟一的安全策略 r_1，保证他（她）最少可获得支付 0；参与者 2 有两个安全策略 c_1 和 c_3，也同样保证他（她）获得支付 0。

容易看出，对一个有限的博弈来讲，在微观经济学中通常普遍认可的拓扑假设之下，每个参与者都至少有一个安全策略。我们也可以证明存在着非劣安全策略。不过，一般来说，非劣安全策略集是很大的。当一个博弈没有 DES 的时候，安全行为太简陋了以至于无法在非劣策略中作出区分。幸运的是，在这样的情形下，我们可以定义一个更为严格的规则以保证能成功地选出非劣安全策略。“强安全”（strong security）这一术语是占优策略概念的直接一般化。

强安全策略

令 $x\in \boldsymbol{IR}^n$，我们以 $x^\#$ 表示一个其元素和 z 的元素完全相同的向量，但其元素从小到大重新排列。词汇排序（lexicographic）符号 R_L 是用来在词典中对单词排序的。对于定义在 $\boldsymbol{IR}^n$ 上的 R_L，我们有：

$y\,R_L\,z$ 当且仅当：存在一个 $j\in$ {1，…，n} 使对于所有的 i，$i<j$：$y_i=z_i$ 且 $y_j>z_j$。

定义 7（强安全策略）

假定每一向量 $(u_i(x_i,x^{-i}))_{x^{-i}\in X^{-i}}$ 对应于策略 $x_i\in X_i$。参与者 i 的强安全策略是这样一个策略：在 X_i 上，对 $\boldsymbol{IR}^{X^{-i}}$ 词汇排序 R_L，最大化应用：$x_i\rightarrow\{(u_i(x_i,x^{-i}))_{x^{-i}\in X^{-i}}\}^\#$。■

这里描述的行为其实很简单，它可概括如下：

• 参与者 i 首先最大最小支付向量中的第一个元素（即 $\min u_i$，因为向量中的元素是从小到大排列的）；这第一部只不过是说他（她）选择了一个安全策略。

• 之后，在诸安全策略当中，他（她）会选择能够最大最小支付向量中的第二个元素的策略（即倒数第二坏的结果）；参与者在安全策略集中运用和在 X_i 上选择安全策略相同的选择法则来进行选择。

• 之后他（她）在运用同样的法则来进行选择，直到用尽支付向量中的所有元素为止。参与者按照词典排序的方式（lexicographically）利用安全行为。

下面的结果容易证明：

定理 2（Moulin，1986）

一个参与者的每一个强安全策略都是一个非劣策略，此外，如果参与者有占优策略，那么，强安全策略集与占优（或非劣）策略集是一致的。■

这一结论表明，强安全策略的提法是占优策略提法的一般化。不过，只是在某些特殊的博弈中，安全行为才可以被看做是最优行为。

2.3.2　在严格竞争博弈中的最优安全策略

严格竞争的博弈是指那些参与者没法指望通过任何形式的合作可以提高支付的博弈。在这样的博弈中，有保证的最低支付向量（α_1，α_2，…，α_n）是无法提高的。博弈的结果必定是帕累托效率的：无法提高一个参与者的支付而不减少其他参与者（至少一个）的支付。仅仅在这种特殊的博弈中，参与者的安全策略才可以被看做是最优的。

在严格竞争的博弈中，最优安全策略的存在使得参与者可以不考虑其他参与者的行为。他（她）必然能获得有保证的最低支付，并且如果其他所有的参与者都理性地行动的话，他（她）也别指望会有更好的结果。因此，均衡的存在性问题就等同于一个最优化问题的解决的存在性问题。

“最优的安全策略”提法的解说由研究一种特殊的博弈给出，这种博弈便是在利益上严格对立的两个人之间的博弈：“零和博弈”（zero-sum games）。

定义 8（双人，零和博弈）

一个策略式表述的双人零和博弈可用三元素（X_1，X_2；u）表示，其中 u 是参与者 1 努力最大化而参与者 2 努力最小化的支付函数（这是因为他们的偏好是截然对立的）。■

参与者 1 的安全策略是“最大最小”策略而参与者 2 的安全策略是“最小最大”策略。

数字 $\alpha_1=\max_{x_1\in X_1}\ \min_{x_2\in X_2}\ u(x_1,x_2)$和 $\alpha_2=\ \min_{x_2\in X_2}\max_{x_1\in X_1}\ u(x_1,x_2)$分别代表参与者 1 的有保证的最小所得和参与者 2 的最大所失。下面的说法很容易证明：

定理 3

对任何双人零和博弈：$\alpha_1\leqslant\alpha_2$。当等号成立时，共同的价值称为博弈的值。$v=\alpha_1=\alpha_2$。■

我们可以证明，一个有值的双人零和博弈是一个严格竞争博弈。反之，我们也可以表明（如果 X_1 和 X_2 是密集集合且 u 是连续函数的话）仅当一个双人零和博弈是严格竞争博弈时，它才有值。定理 3 表明并非每个博弈都有值。事实上，有值的博弈被称为是“非必要的”（inessential），因为惟一的结果是和所有参与者的安全水平一致的。

对一个有值的双人零和博弈而言（一个“非必要的”博弈），“安全第一”的行为是最优的。博弈的结果是一个由一对最优安全策略（x_1^*，x_2^*）构成的均衡。有时也称为博弈的“最大最小”或“最小最大”均衡。

定理 4

一个双人零和博弈有一个均衡，当且仅当它有一个值。均衡(x_1^*，x_2^*)的计算相当于计算支付函数的鞍点（saddle－point）：

对于所有的 $x_1\in X_1$ 和 $x_2\in X_2$，都有：$u(x_1,x_2^*)\leqslant u(x_1^*,x_2^*)\leqslant u(x_1^*,x_2)$。■

上面的两个双重（twofold）不等号表明(x_1^*, x_2^*)是两个最优化问题 $\max_{x_1} u(x_1, x_2^*)$和 $\min_{x_2} u(x_1^*, x_2)$的解。

“鞍点”一次在这里是取其类比之意，因其形如马鞍之表面，从一面向上弯曲又从另一面向下弯曲。

另一方面，如果博弈无值（即博弈是非必要的），那么安全策略就不再是最优的。每个参与者面临着一个非收敛预期的问题。参与者 1 可“强使”支付高于 α_1，而参与者 2 亦可“强使”支付低于 α_2。如果支付高于或等于 α_1，则参与者 1 获胜；如果支付低于或等于 α_2，则参与者 2 获胜。参与者 1 可作如下推理：她计划选择一个安全策略 x_1。如果参与者 2 能够猜到这一决策，那么他如果采取一个更好的决策 x_2' 来应对 $\hat{x}_1$，即可获胜：

$u(\hat{x}_1, x_2') = \min_{x_2} u(\hat{x}_1, x_2) = \alpha_1$

参与者 1 也能料到参与者 2 的这一行为，并且她采取一个更好的对策 x_1' 来应对 x_2' 即可获胜：

$u(x_1', x_2') = \max_{x_1} u(x_1, x_2') \geqslant \alpha_2$

但参与者 2 本人又能料到参与者 1 的这一行为，且他采取一个更好的对策 x_2'' 来应对 x_1' 即可获胜：

$u(x_1', x_2'') = \min_{x_2} u(x_1', x_2) \leqslant \alpha_2$ 如此下去……参与者 1 建立的这一系列策略预期是非收敛的，参与者 2 亦是如此（Moulin，1981，25）。

(a)

		2			
		c_1	c_2	c_3	
1	r_1	2	1	4	[1]
	r_2	−1	0	6	−1
		2	[1]	6	

(b)

		2			
		c_1	c_2	c_3	
1	r_1	6	−2	3	[−2]
	r_2	−4	5	4	−6
		6	5	[4]	

图 2.8 零和博弈

【例子】

图 2.8 所示的是两个零和博弈的例子。注意，在零和博弈中，只有参与者 1 的支付写在支付矩阵中。对于更为一般的双人非零和博弈，我们通常是得到一个“矩阵博弈”（matrix game）而不是一个“双矩阵博弈”（bi-matrix game）。第一个博弈［图 2.8（a）］是严格竞争的，并且它的值是 1：$\alpha_1 = \alpha_2 = 1$。第二个博弈［图 2.8（b）］却是 $\alpha_1 = -2 < \alpha_2 = 4$。只有在第一个博弈中，安全策略才是最优的。

因此，在无值的双人零和博弈中，在纯策略时定义参与者的最优行为是不可能的。在这种博弈中，解决的方法或许就是随意选取策略，这也是混合策略这一概念背后的理念。引入混合策略，就可以拓宽能够决定分散化行为的领域。其实，博弈论发展史上第一个著名的结论——最小最大定理——就是关于这一问题的。

定理 5（冯·诺伊曼，1928）

每一有限的双人零和博弈都至少有一个混合策略均衡。博弈的结果对应于一对最优安全策略，计算这一均衡等同于计算一个双线性函数的鞍点，即函数：

$$\sum_i \sum_j p_i^1 u_{ij} p_j^2$$

其中 u_{ij} 是当参与者 1 选择策略 i 而参与者 2 选择策略 j 时参与者 1 的效用函数，$(p_1, \cdots, p_i, \cdots, p_n)^1$ 和 $(p_1, \cdots, p_j, \cdots, p_m)^2$ 分别是参与者 1 和参与者 2 策略集中的概率分布（在一个分散化的背景下，这些概率当然是独立的）。■

可在 Shubik（1982），Moulin（1986），Owen（1995）那里找到许多零和博弈的例子。

简评 1

安全策略的一个引人注目的特点便是，参与者利用从其对手的支付中得到的信息作决策时所体现出来的相互独立性。不过，要注意的是，即便博弈是严格竞争的，参与者所选的策略仅当他（她）认为对手是理性的时候才是最优的，即参与者的理性必须是共同知识。如果某个参与者怀疑他（她）的某个对手并非理性地行动，那么，安全策略就不再是最优的。他（她）可通过“强使”其支付高于他（她）的有保证的最低水平而从对手那里获利，也以此加大其胜算的把握。■

简评 2

双人正和博弈（即 $u_1+u_2=c$）通过一个严格递增的线性变换即等价于双人零和博弈（$u=u_1=-u_2$）。这样，对双人正和博弈而言，安全策略（纯策略或混合策略）对参与者来说是最优的。对于双人非正和博弈及一般的博弈，这一命题便不再成立。不过，安全策略（或最大最小策略）的概念与最低有保证的支付的概念仍然定义得很好，并且在一般的非合作博弈中使用得上（例如，重复博弈的“无名氏定理”中，参见第三章）。在一般合作博弈中关于参与者联合的“价值”定义时，同样的概念也有所运用（参见第六章）。■

2.4　应　用

本节给出占优观点和安全观点在经济学和政治学中的两种应用。投票博弈是 DSE 概念和 IDE 概念得以很好地运用的经典领域。不过，投票问题还给其他大量博弈理论的概念提供了广阔的用武之地，这些概念在本书余下的部分将会看到。履行理论（implementation）也是博弈理论概念运用的另一领域，它也为公共决策的制定证实了一些刺激性的结果（stimulating results）。

2.4.1　投票博弈

许多集体决策并不能留待市场去解决，而只能运用投票表决选举机制从既定代表们相互冲突的观点中选出。其实，许多公共分配决策正是通过投票产生的（如税收和公共支出），这一办法也广泛应用于许多公共部门。

正规地讲，投票规则等同于下述集体决策问题：几个代表（“投票人”或“选举人”）必须在几种可能性中共同地选中一个具体的结果。关于此结果他们有不同的意见（或“候选人”）。

由投票程序选择一个候选人（这件事）是容易用一个非合作的博弈来表示的。选举人就是参与者，而候选人便是他们的策略。选举的结果即代表选举出的获胜者（赢家）；博弈是非合作的，意即参与者之间的任何沟通都是不允许的（本子节是依据 Moulin，1982，10—13 及 31—32）。

我们假定投票程序是依据最简单的一种——简单多数原则（simple majority voting）——并首先考虑每一选举人都完全忽略其他选举人的意见者以简单情况。

不完全信息模型

令 C 为 p 个候选人的集合，E 为 n 个选举人的集合，获选票数最多的候选人胜出。假定参与者 1 并不投票，他（她）的参与仅仅是为了避免平局的出现（break a tie），再假定每一参与者都把候选人按从低到高的顺序排列（排除两个候选人无差异的情况），这与定义在 C 上的支付函数 u_i 相一致。

这一投票过程可用一个策略式表述的博弈来正规地表示。参与者的策略集是 $X_2=X_3=\cdots=X_n=C$，$X_1\subset C^{2C}$是将 S 中的一个元素 X_1 与 C 的每个部分 S 联结在一起的联结集。

如果 $x=(x_1,\cdots,x_n)$ 代表一个策略向量，由于参与者 1 打破了可能出现的平局，则选出的候选人便是：$v(x)=x_1(S(x))$，其中 $S(x)$ 表示在选举中并列第一的候选人集合。那么，博弈的策略式表述便是：$(X_1,\cdots,X_n;\ u_1ov,\cdots,u_nov)$，其中 u_iov 表示 $v[u_i(.)]$。

容易看出，在这个博弈中，如果至少有三个选举人，则每一策略都是安全策略。结果表明，对每一参与者 i，我们就有：

对所有的 $x_i\in X_i$，$\min\limits_{x^{-i}\in X^{-i}}\{u_iov(x_i,x^{-i})\}=\min\limits_{c\in C}u_i(c)$

这一结果很明显，由于如果$\underline{c}$ 是最差的候选人（即对应 u_i 的最小值），且其他所有参与者也选$\underline{c}$，那么他（她）必然当选（根据假定，至少有 3 个候选人，于是 c 的选票就占大多数）。

在这一投票过程中，安全策略的概念不允许参与者在候选人之间有歧视，但对这一目的而言，安全策略的概念尚嫌不足。基于此，我们再来看一个较强的概念——强安全策略。我们能够看到，选择这样的策略能让每个参与者选出一个确切的候选人。

我们来设想一个偏爱候选人 $\bar{c}^i$（对于 u_i 较高的值与 $\bar{c}^i$ 相关联）的参与者 i（当然是除参与者 1 之外的），如果他（她）选择了一个强安全策略，他（她）就必然会投该候选人一票，该候选人在他（她）看来是最好的。这一命题可如下证明：据强安全行为，为了排列他（她）的策略，参与者 i 会考察向量：

$$z(x_i)=\left\{[u_iov(x_i,x^{-i})]_{x^{-i}\in X^{-i}}\right\}^{\#}$$

把 $a(c,x_i)$ 称做候选人 c 被选出的次数，且假定 $c_1,\cdots,c_p$ 是按照 u_i 从下到达排列的候选人序列：$u_i(c_1)<u_i(c_2)<\cdots<u_i(c_p)=u_i(\bar{c})$。向量 $z(x_i)$ 就可写为：

$$z(x_i)=\underbrace{(u_i(c_1),\cdots,u_i(c_1)}_{2(c_1,\ x_i)\text{个}};\underbrace{u_i(c_2),\cdots,u_i(c_2)}_{2(c_2,\ x_i)\text{个}};\cdots;\underbrace{u_i(c_p),\cdots,u_i(c_p)}_{2(c_p,\ x_i)\text{个}}$$

现在很明显，通过对任何一个候选人 c 进行投票，参与者 i 增大了选择 c 的可能性，同时又并没有改变选择其他候选人的可能性。结果便是，通过对他（她）惟一偏爱的这一候选人投票，参与者 i 最大化了以词典排序排列的向量 $z(x_i)$。

对那个旨在打破任何平局的参与者 1 来说，类似的推理也完全适用。于是我们便可断言，在

一个每一参与者都完全忽略其他参与者的观点的投票博弈中，强安全行为对应于一个明确的理性分散化行为：投他（她）最偏爱的参与者一票。

现在我们来考虑每一选举人都能从其他参与者那里获得信息的情况。

完全信息模型

为使模型简化，我们把候选人集 C 和选举人集 E 都减少到三个单位。再假定，为防止打成平局，参与者 1（主席）有“决定性的一票”（a casting vote），策略集为：$X_1=X_2=X_3=C$，且对投票（x_1，x_2，x_3）而言，选举的结果便是：

$$v(x_1,x_2,x_3)=\begin{cases}x_2\text{ 如果 } x_2=x_3\\ x_1\text{ 如果 } x_2\neq x_3\end{cases}$$

在第一种情况下，x_2 有两张选票而 x_1 有一张选票；在第二种情况下，3 位候选人每人各得一票（成平局）且参与者 1 可利用他（她）的“决定性一票”使他（她）自己偏爱的候选人当选。

假定选举人的偏好以如下的形式表示：

$u_1(c_1)>u_1(c_2)>u_1(c_3)$

$u_2(c_3)>u_2(c_1)>u_2(c_2)$

$u_3(c_2)>u_3(c_3)>u_3(c_1)$

在这种情况下，每个候选人在各个参与者（选举人）那里的排序都不一样，根据简单多数原则的集体选择与二元传递关系（binary transitive relation）并不一致：著名的“投票悖论”或“康多塞效应”（Condorcet effect）发生了！信息是完全的：每一参与者都知道其他两位参与者的偏好排序，我们就可以证明这个博弈是占优可解的，存在一个 IDE。

参与者 1 有占优策略：选择 c_1。策略 c_1 有与他（她）的另外两个策略，因为不管其他参与者选什么，他（她）选择 c_1 便获得了一个无法再改进的结果。如果参与者 2 和参与者 3 选了不同的候选人，参与者 1 最偏爱的候选人 c_1 便会当选。如果参与者 2 和参与者 3 选了同一个候选人，很明显，参与者 1 并不能通过投 c_2 和 c_3 一票而改善局面。

对参与者 2（今后，称其为“她”），策略 c_2 劣于策略 c_1，也劣于策略 c_3：不管其他参与者选什么，她是没兴趣选 c_2 的。不过，策略 c_1 并非劣策略。如果参与者 1 选 c_2 且参与者 3 选 c_1，那么参与者 2 就有兴趣选 c_1 而不是 c_3，因为这样会使 c_1 当选（她较 c_2 来说更喜欢 c_1）。

最后，参与者 3（今后，称其为“他”）有一个劣策略：c_1。对他而言，选其他的候选人总要好一些，因为无论别的参与者选谁，这样做结果总要好一些。

总而言之，经过第一轮的劣策略的剔除，我们可以得到如下结果：

- 对参与者 1 而言，c_2 和 c_3 应当抛弃
- 对参与者 2 而言，c_2 应抛弃
- 对参与者 3 而言，c_1 应抛弃

在第二轮，参与者 2 和参与者 3 有占优策略：c_3。参与者 3 预期参与者 1 会选 c_1［那是他（她）的惟一占优策略］且参与者 2 不会选 c_2（那是劣策略）。他（参与者 3）推断 c_2 无机会当选。如果他仍选 c_2——他最偏爱的候选人，他就会引起 c_1 当选的风险，如果参与者 2 选 c_3 的话。相反，如果他（参与者 3）仍回过头来选 c_3 的话，他尚有机会使他第二偏爱的候选人 c_3 当选。

参与者 2 也料到参与者 1 会选 c_1（占优策略）且参与者 3 不会选 c_1（那是劣策略）。如果她选 c_1，那么这个候选人就不会当选；但如果她选择 c_3，c_3 就会因为参与者 3 的一票而有机会当选。现在想想，参与者 2 是较 c_1 而言更偏好 c_3 的。于是，经过两轮剔除，博弈便可解了。重复

剔除劣策略导致了候选人 c_3 以三票中的两票当选。

简评 1

注意，最后的获胜者在“主席”看来是最差的。由于有三个候选人，局面就是不偏不倚的或对称的（symmetric）。我们能得出这样的结论：在一个完全信息的简单多数原则的投票程序里，且经证实康多塞效应存在，那么分散化的理性行为会导致拥有“决定性一票”的参与者眼中最差的候选人当选。这一悖论来源于这样的事实：因为信息是完全的，这种期望中的（supposed）特权背叛了它的主人，每一参与者都能料到他（她）的最有策略就是直接选他（她）最偏爱的候选人。然而，如果信息是不完备的，结果就会完全相反，那样“主席”最偏爱的候选人就会当选；在这种情形下，强安全策略都会使每个人都选择他（她）的最偏爱的候选人。现在，如果每人都选他（她）最偏爱的候选人，由于偏好的完全异质性（perfect heterogeneity of preferences），“主席”的决定性一票就使得他（她）能保证他（她）最偏爱的候选人当选。■

简评 2

在上面的应用中所用到的投票程序——即在 pair-wise 比较中选择候选人而击败每一个另外的候选人——是由康多塞（Condorcet）在 1783 年提出的。然而，这一投票系统中非常重要的一族（family）却受到 Borda 于 1781 年提出的“得分方法”（scoring method）的挑战，在“得分方法”中，给每一候选人以若干点数（欲知这两种经典的投票规则的对比，可参见 Moulin，1988，第九章）。■

2.4.2 实施理论和公共决策

从方法论的角度看，在这节经济应用课上，所研究的问题是前面考虑的问题的相反面。

我们不会设计一个对应某种经济情景的博弈，然后探寻由某种均衡给出的可能结果的特征。这里我们关注一组满足一些值得期待的特征的结果，并寻找一个其均衡产生这种结果的博弈。

实施理论和福利经济学

我们可以设想一个“计划者”，由于缺少关于实际情况的几种参数的信息，因而制定了社会福利标准但无法直接执行这种吸引人的分配（allocation）。必须制定一个计划以“实施”这种标准。

回忆一下前面我们提到的，不合作博弈的 DSE 通常甚至不能满足效率的简单条件。这样计划者可能会试图改变博弈规则以获得有效率的结果。

福利经济学很大程度是建立在帕累托效率基础上的。不过，效率一般不被视为社会最优的充分条件。一些经济学家甚至质疑它的必要性，认为大众的非福利信息对于评估分配的社会欲望（具体而言，就是大众的权利）有重要意义。的确，这样一个定义社会目标的问题衍生出许多相关问题，既有技术的，又有伦理学的。现代社会选择理论和公正理论考虑的是使某种特定的“社会福利职能”或者“公正原则”（平等、公平）合理化的问题。这些方法的一部分将在第五章和第六章中研究。按照上述观点，从广义上说，“实施理论”能被看做是应用福利经济学的特殊分支。社会目标被认为是给定的，基本问题只是“设计”其均衡特征值得期待的博弈。这个实现社会目标的任务也被称为“激励相容性”（incentive compatibility）问题［赫维奇（Hurwicz），1972］。

简评 1

经济应用这门课范围极广，其中涉及到存在这样一个代理人（agent），他希望以某种其他代理人私下知道的信息作为制定决策的条件。第一个代理人通常被称为“负责人”（principal），那些掌握关于某种特征的非公开信息的人被称为“代理人”。因此，负责人不一定是“计划者”（或“政府”），可以是任何遇到这类问题的组织、企业或个人。属于这种“不对称信息”博弈的经济学问题的例子包括公共产品的重要条款、拍卖设计、垄断价格歧视以及最优税收（关于两种不对称信息博弈——道德风险博弈和信号传递博弈——的任何分析见第三章 3.5.2 节和第四章 4.4.2 节）。■

实施问题：机制设计*

我们考虑这样一种经济，其中存在一个有限的可行分配集 X 和有限个人集 N。每个代理人 i 拥有个体特征 $e_i \in E_i$，然后假定她（或他）关于 X 的偏好可用一个序列效用函数 u_i 来描述。每个代理人发送信息 m_i 给计划者。我们令 $E=\prod\limits_i E_i$，即所有个人的特征集，令 $M=\prod\limits_i M_i$，即所有信息集。

我们定义“社会选择规则” f 为一种映射（或称为定义于集合上的函数），即对于 X 的一个子集，可找到相应的特征向量 e：

$f: e \in E \rightarrow f(e) \subseteq X$

选择规则选择实现社会目标的分配（例如效率分配）。这个概念表示如果计划者获得全部信息他将做什么。

我们还定义“信息函数”（announcement function）为，对于一个综合信息 m，可找到相应的特征向量 e：

$m: e \in E \rightarrow m(e) \in M$

最后，“结果函数” g 使 X 的子集与综合信息一一对应：

$g: m \in M \rightarrow g(m) \subset X$

实施问题可总结为一张图，该图据说出自 L. 赫维奇（图 2.9）。

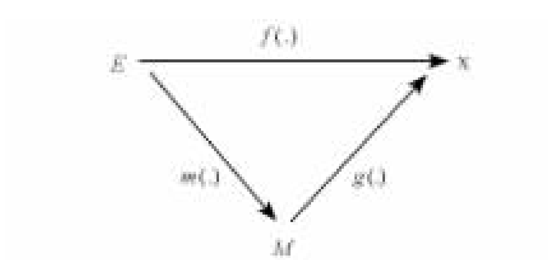


图 2.9　赫维奇图

我们称“机制”（或“博弈形式”）为（M，g）。这个概念表示计划者如何使用传递来的信息。计划者的目标是设计一种机制，在这种机制中，均衡分配对效用函数的每个向量来说也是由社会选择规则来选择的（例如，效率分配）。该机制和个人效用向量导致了一个策略形式博弈（$M_1 \cdots M_i \cdots M_n$；$u_1 \cdots u_i \cdots u_n$）：

- 参与者是代理人；
- 参与者的策略是信息 M_i；每个参与者能显示或不能显示她（或他）的真实特征；

• 参与者的支付函数是：

u_i（g（m），e_i）

这样我们能给出下面定义：

定义 9

一个机制（M，g）就是：如果对所有 $e \in E$，有 g［m^* （e）］$\subseteq f$（e），那么对于博弈（$M_1 \cdots M_n$；$u_1 \cdots u_n$）的某一均衡概念 C，该机制实施了社会选择规则 f。其中 $m^* =$（m_1^*，…m_i^*，…m_n^*）是均衡信息向量，我们假定均衡分配集非空。当强制施行平等时，存在完全（full）实施：每个均衡不得不产生一个结果，该结果按照付诸实施的社会选择规则是可接受的。我们也说在这个环境中 f 是可实施 C 的。■

对每个代理人而言，她（或他）的信息集经常被认为是与其个人特征相一致的，这已被证明了：对所有 i，有 $M_i = E_i$。这样，机制被认为是“直接的”。由于计划者对机制的社会选择必须考虑所有面对选择规则的代理人的策略行为，这的确会是一个长期复杂的反复过程。因此最好着眼于简单的机制，例如直接（或一步）机制。

在这种直接机制中，在与古典社会选择理论［阿罗（Arrow），1951］相似的环境中给出实施的另一个定义，这是很可能的。现在我们假定每个参与者的信息集被限制在可能的偏好概述（preference profiles）集［即向量 $u = (u_1(e_1), \cdots, u_i(e_i), \cdots u_n(e_n))$］。在这个框架下，我们能说抛开参与者的偏好被策略歪曲的可能性不谈，直接机制是“真实的”（或者“不受策略影响的”）。参与者对选择规则的“操作”这一概念使这一思想的定形是可能的。

令 u 为所有 X 上的可能排序集（阿罗的自明模型中无限制区域的条件）。我们说当存在这样一个偏好概述 $u' \in u$：$u_i(f(u_i', u^{-i})) > u_i(f(u))$，代理人 i 能操作对偏好概述 $u \in u$ 的社会选择规则 f。所以通过将她（或他）的偏好歪曲为 u_i' 而不是 u_i，代理人 i 有意愿操作概述 u 的 f。

这样，如果没有可采纳的偏好概述——其中 f 是可操作的——存在，直接机制就是真实的。大致说来，对于每个代理人，每个关于显示哪一种偏好的效用最大化选择必须依赖她（或他）自己的偏好，而不是她（或他）关于其他代理人将显示的偏好的期望。因此，每个代理人能直接显示她（或他）的真实偏好排序［最大化她（或他）的效用的排序］。

定义 10

一个直接机制 g 就是：若下面的条件成立，对某种均衡概念 C，该机制“真实实施”了社会选择规则 f：

• 直接机制是真实的，并且“说出真相”与博弈的均衡相一致；

• 当假定均衡分配集非空，每个参与者显示真实的偏好概述时，结果属于 f（u），即 g（u^*）$\subseteq f$（u）。

我们也说选择规则 f 在这个环境中是真实可实施 C 的。■

注意，实施的第二概念比第一个弱，因为它允许博弈的某个均衡（不是说出真相的）产生与选择规则相一致的结果。不过，实施的刺激力量首先依赖我们用以解决博弈的均衡概念。

占优策略均衡的实施

DSE 中的实施概念是强有力的，因为一个参与者的占优策略的选择是最优的，而无论其他参与者怎样行动。实施过程在策略形式博弈中更显重要，这是对于上述均衡观念而言的。不幸的是，我们可证明在 DSE 中实施社会选择规则不容易。

我们说，如果存在这样一个代理人，其偏好的分配总是与选择规则选出的结果相一致，那么社会选择规则是“专制的”。

定理 6［吉伯德（Gibbard），1973；萨特思韦特（Sa0tterthwaite），1975］

如果 X 保留至少三个分配，u 是所有可能的偏好概述集，并且对 X 中的每个分配，存在一个偏好概述使社会选择规则 f 是单一值，那么 f 在 DSE 中是“可真实实施的”，并且是有效率的当且仅当它是专制的。■

这个结果是实施理论的里程碑。它用社会选择理论的古典假设来要求代理人直接显示他们的偏好排序，作为选择规则的输入。有人可能会质疑这个假设的普适性。不过，有结果表明这个模型实际上不是约束性的。

定理 7（吉伯德，1973）

DSE 中任何可实施的社会选择规则也是可真实实施的。■

由这个定理引出，如果一个社会选择规则不能是“可真实实施的”，那么它在 DSE 中不能是可实施的。而且，在特定情况中——这种情况中只有严格偏好是可能的，能证明在两种实施概念间映射是一对一的。

这个结果被称为“显示原理”（revelation principle）。它认为，就考虑什么结果可实施而言，我们仅需要考虑那些直接机制可实施的结果。所以，“显示原理”的这种应用允许我们断定吉伯德—萨特思韦特的不可能定理是一个应用范围极广的命题。

简评 2

显示原理在实施理论中是一个一般性结果。这一原理在 20 世纪 70 年代由许多研究者或多或少独立地发现，这些学者包括吉伯德（1973）、格林（Green）和拉方特（Laffont）（1977）、达斯顾普塔（Dasgupta）和马斯金（Maskin）（1979）以及迈尔森（Myerson）（1979）。我们这里讨论 DSE 的揭示原理，但同样的推理也适用于其他均衡概念，特别是“贝叶斯均衡”（这一概念的定义和在贝叶斯均衡中实施的应用见第四章 4.1.4 节）。■

吉伯德—萨特思韦特定理认为，在一般性情境中，制定策略不可能通过巧妙地设计分配机制而产生于经济行为中。在 20 世纪 70 年代和 80 年代，人们进行了大量研究以确定某种情境，在这样的情境中，非专制的有效社会选择规则在 DSE 中是可真实实施的。潜在的问题是要寻求一种机制，借助该机制，每个代理人——无论她（或他）的偏好是什么——都有意愿向公共决策者真实地显示其偏好。不幸的是，这些方法的结果都无一例外的令人气馁［米勒（Muller）和萨特思韦特（1985）］。的确，不可能定理似乎适用于非常多的情境中。

为了摆脱不可能定理的虚无主义腔调，人们可以考虑约束参与者所能有的偏好。本书充分研究了两种这样的约束：第一，偏好能被限制为“单峰的”（single-peaked）。如果这么做了，古典“多数”投票规则的一般化就是有效和真实的。另外一个这样的约束——关注对一维欧几里得空间元素的偏好——将会假定可接纳偏好是半线性的。如果假设了第二个约束，那么我们可以表明一种特别的机制——所谓的格罗夫斯－克拉克－维克里（Groves-Clarke-Vickrey）中枢机制——的真实性。

格罗夫斯－克拉克－维克里机制

我们能凭直觉辨别出在一个约束性情境中可真实实施的社会选择规则的主要特征。首先描述“维克里拍卖”。

当人们希望卖物品时，有时他们会选择某种规则集以确定如何出售其物品：这样的规则集是一种出售物品的机制。通常卖主（下面称为“他”）希望以最高期望价格出售其物品：他要寻求一种最优机制。不过，在选择最优机制前，卖主必须考虑可行的规则是什么。广义而言，这些机制就是“拍卖”。

“维克里拍卖”是一种特别机制：出售的物品归报价最高者所有，但报价最高者同时也是输家。除非在第一价位出现平局，否则这相当于第二高的价格。每个潜在的买家（下面称为“她”）在一张纸上秘密写下其报价，然后封入信封中。然后赢家被随机地从报价最高者中选出，但只按第二高的价格付钱。这个规则的特征中吸引人之处在于，将每个报价者的真实估价（或保留价格）封入信封是符合其利益的：说出真相对每个买家来说是占优策略。这样，维克里拍卖是最优机制（维克里，1971）。

这个命题很容易证明。我们考虑一个有两个竞标者的拍卖。以竞标者 1 为例，有两种情况：她的真实估价 v_1 是最高价格，或者不是。

在第一种情况中［见图 2.10（a）］，她以第二高的价格 w_2 赢得了拍卖品。她绝无可能在报价低于真实估价时获益。如果她报价 $w_1>w_2$，不会出现变化。如果她报价 $w_1<w_2$，她将失去拍卖品，而不用付任何钱。不过如果她写了自己的真实估价，那么她失去了获利为 v_1-w_2 的机会：她准备付 v_1，但只需付 $w_2<v_1$。

在第二种情况中［见图 2.10（b）］，她没有赢得拍卖品，不用花一分钱。她再一次绝无可能在报价高于真实估价时获益。如果她的不当估价低于最高报价，即 $w_1<w_2$，不会出现变化：她未能赢得拍卖品。如果她报价 $w_1>w_2$，那么她赢得了拍卖品，但损失为 w_2-v_1，因为她本准备只付 v_1，但现在为得到拍卖品必须付 $w_2>v_1$。所以，运用维克里拍卖保证了卖主以潜在买家所报第二高价格成交。只要卖主不知道所有买家的真实保留价格，他就找不到比这更好的方法（例如，进行第一价格秘密报价拍卖）。

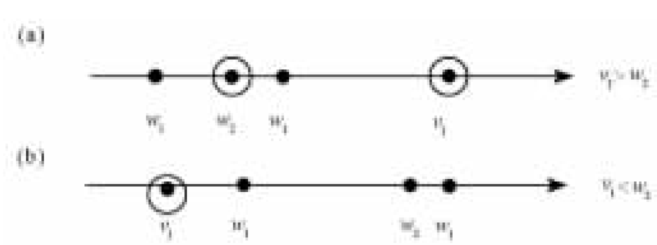


图 2.10　维克里拍卖

简评 3

实际上，维克里拍卖的这个特征，要求拍卖品的效用只是竞标者偏好函数（“个人估价拍卖”）。当效用既依赖个人偏好又依赖拍卖品信息（“共同估价拍卖”），拍卖品由估价最高的竞标者获得（“赢家的诅咒”）［参见麦卡菲（McAfee）和麦克米伦（McMillan）的论著，1987］。■

应该强调，由于报价最高者赢得拍卖品，其价格相当于她强加于其他竞标者的损失，维克里拍卖是有效率的。现在讨论的机制表示这一特别有效观念的一般化。该规则由格罗夫斯于 1973 年和克拉克于 1971 年发现，他们证明了不可见公共产品的任何有效提供在 DSE 中会是可真实实施的。

注意，与这样的拍卖——其中的问题（选择函数）是界定归属规则（谁赢了拍卖品？）和赢家必须支付的价格——相对照，在公共产品需求揭示问题中，我们必须界定生产规则（例如，应该修建一座桥吗？）和成本分摊规则。

假定代理人有半线性偏好（就是说效用在公共决策和资金上是可加成分离的，在资金上还是线性的）。这样，我们用可转移效用函数来描述代理人 i 的偏好：

$$u_i(x, v_i, t_i) = v_i x - t, i = 1, \cdots, n$$

其中，x 对应于公共决策（生产或不生产产品），v_i 是代理人 i 的估价或为公共产品埋单的意愿（$v_i \in IR$），t_i 代理 i 的资金转移（代理人 i 为实现公共产品的提供而支付的费用）。注意，在这些假设下，我们能界定偏好概述集为实际数量的 IR^n 集。我们这样规范 x 若方案执行了，$x=1$；否则 $x=0$。

考虑机制 $g=(x(w_i), t(w_i))$，其中 $t=(t_i)_{i=1}^n$，并且用 $c>0$ 来表示提供公共产品的成本；这样有效生产规则为：

$$x^*(w_1 \cdots w_i \cdots w_n) = \begin{cases} 1 & \text{如果} \sum_{i=1}^{n} w_i \geqslant c \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中，w_i 代表 i 的信息。

该机制的目标是实施社会选择函数：f：$IR^n \rightarrow X$，X 检验这种要求。不是所有这样的社会选择函数在 DSE 中是可实施的。

格罗夫斯—克拉克机制是惟一在 DSE 中真实实施 f 的。在这个特定问题中，格罗夫斯—克拉克机制表示为：

$$t_i^*(w) = x(w)\left(c - \sum_{j \neq i} w_j\right) + h_i(w^{-i}), \text{对于 } w_i \in R^n$$

其中，h_i（.）是独立于代理人 i 的信息的专制函数（克拉克机制相当于特别情况：h_i（.）$=0$）。

这样，我们可以总结用来实施 f 的机制如下：当且仅当个人愿意支付的预计经费多余成本时，方案得以执行；代理人 i 的付费等于专制价格［独立于她（或他）的信息］，并且当方案得以实行时，加上一个相当于其他代理人的方案成本与预计经费间差额的附加数额。总而言之，这个最优机制有两个一般特征：第一，它将集体决策与全体个人信息集连接起来；第二，每个代理人 i 在最终成本中所占份额独立于她（或他）的信息，除了这种情况：i 的信息改变集体决策（例如，当所有其他代理人的信息会导致某座桥梁的修建时，由于 i 的坚持，最终该桥没有修成），就是说，这时代理人 i 是“中枢”。

我们容易看出格罗夫斯—克拉克机制是维克里拍卖关于离散型公共产品提供问题的一般化。

在维克里拍卖中，当竞标者获胜（即当她阻止了其他竞标者获得拍卖品时），她必须支付他们承担的成本（即第二高价格）。同样，在格罗夫斯——克拉克机制中，当代理人以她（或他的）信息改变集体决策时，那么她（或他）必须支付她（或他）强加于其他人的成本。

简评 4

关于格罗夫斯—克拉克—维克里机制，有大量的文献（参见格林和拉方特，1979；莫林，1988，第八和第九章）。在额外的结果中，有两个非常重要：

命题 1 若代理人的特征区域中不存在约束，这些机制是仅有的在可转移效用前占优策略可真实实施的机制。

命题 2 对实施占优策略而言，效率与预算平衡不一致，机制一定导致集体成本（“说出真相”的成本）；其结果，最好的帕累托最优与策略试验要求不一致。■

简评 5

我们如何解释这些占优策略可真实实施机制的相当负面的结果呢？我们要捍卫几种观点：

一方面，我们可以尝试用比 DSE 更弱的均衡概念。以占优为基础的理性不需要任何关于代理人相互认知信息的假设。仅当代理人有何种偏好以及所有代理人是理性的是共同知识时，重复占优才是合理的。对这个约束性更大的情况，法克尔森（Farqharson）（1969）和莫林（1979、1980）已证明非专制社会选择函数能被实施。不幸的是，博格斯（Borgers）的一篇论文（1995）表明若理性是以严格占优为基础的，则简单不可能结果既产生占优策略实施，又产生重复占有策略实施。由于以严格占优为基础的理性比以弱占优为基础的理性概念更少约束，这些不可能结果更加普适。

另一方面，摆脱占优策略可真实实施机制的负面效果的途径是，运用那些比基于占优概念的理性定义更多地假定代理人行为的协调的均衡概念。只要代理人的偏好对其他人都是先验不确定的，他们就会展开一场非完全信息博弈，于之我们可界定一种更弱的均衡概念，称之为“贝叶斯均衡”（关于非完全信息博弈中的这种均衡概念的描述见第四章 4.1 节）。如果假定代理人的偏好为其他人所知，我们甚至能宣称纳什均衡的弱约束概念也能用于实施理论（这一概念的规范描述见第三章 3.1 节）。这些方法已在关于可实施机制的文献中得到广泛研究［贝叶斯均衡可实施机制参见 d’Aspremont 和 杰勒德－瓦瑞特（Gerard－varet）（1979）以及迈尔森（1985），纳什均衡可实施机制参见马斯金（1985）］。

不过我们还可以从上面讨论的一般性不可能结果中得到伦理学意味更浓的启示。从伦理学观点来看，谎言可定义为有意误导的陈述。当集体决策可由特定分配机制表达时，一个错误表达其偏好的代理人有时也许会被法定为“说谎者”。这样，关于真实机制的不可能结果应该仅反映社会不可避免的非完美性。不论社会是何种制度，我们都无法阻止某些人说谎，因为说谎的意愿实际上内在于社会机制。“讲实话、不说谎的个人决定确实是一个伦理学决定，因为即使从原则上说，社会也不可能被设计成这样：诚实是自我实施的（self－enforcing）”（穆勒和萨特思韦特，1985，169 页），此言不假。■

参考文献

Arrow, K. (1951) *Social Choice and Individual Values* (2nd corrected edn, 1963) (New York: John Wiley).

Aspremont, C. d' and L. A. Gerard—Varet (1979) 'Incentives and incomplete information', *Journal of Public Economics*, 11, 25—45.

Bellman, R. (1957) *Dynamic Programming* (Princeton: Princeton University Press).

Binmore, K. (1992) *Fun and Games* (Lexington, MA: D. C. Heath), Chapter 6.

Borgers T. (1995) 'A note on implementation and strong dominance', in W. Barnett, H. Moulin, M. Salles and W. J. Schofield (eds), *Social Choice, Welfare and Ethics* (Cambridge: Cambridge University Press).

Clarke, E. H. (1971) 'Multipart pricing of public goods', *Public Choice*, 11, 17—33.

Dasgupta, P. and H. Maskin (1979) 'The implementation of the social choice rule: some general results on incentive compatibility', *Review of Economic Studies*, 46, 85—216.

Farqharson, M. (1969) *Theory of Voting* (Newhaven, Yale University Press).

Gibbard, A. (1973) 'Manipulation of voting schemes: a general result', *Econometrica*, 41, 587—601.

Green, J. and J. J. Laffont (1977) 'Characterization of a satisfactory mechanism for the revelation of preferences for public goods', *Econometrica*, 45: 427—38.

Green, J. and J. J. Laffont (1979) *Incentives in Public Decision Making* (Amsterdam: North—Holland).

Groves, T. (1973) 'Incentives in teams', *Econometrica*, 41, 617—63.

Hardin, G. (1968) 'The tragedy of the commons', *Science*, 162, 1243—8.

Hurwicz L. (1972) 'On informationally decentralized systems', in C. B. McGuire and R. Radner (eds), *Decision and Organization. A Volume in honor of Jacob Marschak* (Amsterdam: North Holland), 297—332.

Hurwicz, L., D. Schmeidler and H. Sonnenschein (eds) (1985) *Social Goals and Social Organization — Essays in Memory of Elisha Pazner* (Cambridge: Cambridge University Press).

Kohlberg, E. and J. —F. Mertens (1986) 'On the strategic stability of equilibria', *Econometrica*, 54, 1003—37.

Kühn, H. W. (1953) 'Extensive games and the problem of information', in H. W. Kühn and A. W. Tücker (eds), *Contributions to the Theory of Games*, 2 (Princeton: Princeton University Press).

Luce, R. D. and H. Raiffa (1957) *Games and Decisions* (New York: John Wiley).

McAfee P. and McMillan J. (1987) 'Auctions and bidding', *Journal of Economic Literature* 25, 699—738.

Maskin E. (1985) 'The theory of imPlementation in Nash equilibrium: a survey', in L. Hurwicz, D. Schmeidler and H. Sonnenschein (eds), *Social Goals and Social Organization — Essays in Memory of Elisha Pazner* (Cambridge: Cambridge University Press).

Moulin, H. (1979) 'Dominance solvable voting schemes', *Econometrica*, 47, 1337—51.

Moulin H. (1980) 'Implementing efficient, anonymous, and neutral social choice functions', *Journal of Mathematical Economics*, 7, 249—69.

Moulin,H. (1981) *Théorie des jeux pour l'économie et la politique* (Paris: Hermann) (in French).

Moulin,H. (1986) *Games Theory for Social Sciences*,2nd rev. edn (New York: New York University Press).

Moulin,H. (1988) *Axioms of Cooperative Decision Making* (Cambridge: Cambridge University Press).

Muller E. and M. A. Satterthwaite (1985) 'Strategy—proofness: the existence of dominant strategy equilibrium', in L. Hurcwicz D. schmeidler and H. Sonnenschein (eds), *Social Goals and Social Organization — Essays in Memory of EIisha Pazner* (Cambridge: Cambridge University Press).

Myerson,R. (1979) 'Incentive comPatibility and the bargaining problem', *Econometrica*, 51,1767—97.

Myerson,R. (1985) 'Bayesian equilibrium and incentive compatibility', in L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein (eds), *Social Goals and Social Organization — Essays in Memory of Elisha Pazner* (Cambridge: Cambridge University Press).

Osborne,M. J. and A. Rubinstein (1994) *A Course in Game Theory* (Cambridge,MA: MIT Press).

Owen,G. (1995) *Game Theory*,3rd edn (San Diego: Academic Press),Chapter 2.

Satterthwaite,M. A. (1975) 'Strategy—proofness and Arrow's conditions: existence and correspondance theorems for voting procedures and social welfare functions', *Journal of Economic Theory* 10,187—217.

Satterthwaite M. A. (1987) 'Strategy—proof allocation mechanisms', in J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman (eds), *Game Theory — The New Palgrave*, 2 (London: Cambridge, MA: Macmillan).

Shubik,M. (1982) *Game Theory in the Social Science: Concepts and Solutions* (MIT Press).

Vickrey,W. (1961) 'Counterspeculation,auctions and competitive sealed tenders', *Journal of Finance*,16,8—37.

Von Neumann,J. (1928) 'Zür theorie der Gesellschaftsspiele', *Mathematischen Annalen*, 100,295—320 (English translation 'On the theory of game strategy', in A. W. Tücker and R. D. Luce(eds), *Contribution to the Theory of Games*, 4, Princeton: Princeton University Press, 1959).

Zermelo,E. (1913) 'Über eine Anwendung der Mengenlehre ant die Theorie der Schachspiers', in E. W. Hobson and A. E. H. Lore (eds), *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*, 2 (Cambridge: Cambridge University Press).

第三章

完备信息和完美信息下的非合作博弈

我们现在离开标准的分析途径来研究一种更加富于描述性的途径，以尽量理解一个博弈中所有参与者的行为。问题变成了：参与者们实际上将怎样选择？在一个完全分散化的环境中，你并不是要找出某个参与者明确的（unambiguous）最优化行为，而是试图揣测可能出现的种种结果——这些结果是非合作但相互影响的情形下的解。参与者仍旧无法与其对手达成有约束力的协议，所以博弈根本上还是严格非合作的。然而，参与者们可以相互沟通。他们可以，比方说，一方面，直接地交换信息并一致同意选择博弈的某个特定的结果，但这些协议最终没有一个是可以实施的。另一方面，博弈不再必然是一次性博弈，冲突的关系可以重复，并且这种重复的可能性会造成参与者之间新的策略的相互影响。

在这种新的情形下，我们可以说非合作博弈的惟一明显的结果便是“纳什均衡”（或简称“均衡”）。这一概念实际上是非合作博弈理论的基石，所以我们在这一章就要在完备信息和完美信息的博弈中发展和运用这一概念。

在 3.1 节，我们将引入纳什均衡的概念，顺便强调一下几个比较重要的理论特性：定义、存在性、证实与选择以及失效（failures）；我还会回顾一下一些早期的经典应用实例。在 3.2 节，我们将在两个方向上考虑一下纳什均衡的扩展和一般化：“混合”策略均衡和“相关”均衡。我们特别要向大家说明，这些对纳什均衡概念的一般化在校正（在一定程度上校正）原始概念的一些主要缺陷（即不存在性和非效率）上起了重要的作用。如果我们排除参与者之间在决策之前的任何沟通，我们是否能找到其他允许某种间接合作的办法来改进最终的结果？在 3.3 节，我们将致力于非常重要的重复博弈，并给出对刚才的问题的答案。有关纳什均衡概念的最后一个难点在于结果的多样性，且这些结果都满足所需的特性。任何一个纳什均衡集都太大了，所以我们需要更强的、额外的条件来剔除掉一些均衡，这便是对均衡进行“精炼”。在 3.4 节，我们将给出对纳什均衡的第一种、也是最重要的一种精炼方法：子博弈完美。我们将向大家展示，在完美信息扩展式表述的博弈中运用子博弈完美，通过扩展反向归纳法的标准化原则可以非常有效地大幅度减少均衡的数量。然而，我们也应注意到在更为一般化的博弈中运用精炼方法的局限性；同时，也应意识到在直觉和经验的发现的情形下，一些似是而非的结果的存在性问题。在 3.5 节我们还将给出一些纳什均衡概念和子博弈完美概念在经济学当中的应用。在 3.5.1 节，我们将研究一些

这样的模型，在这些模型里，“经济的”（economic）参与者主要采取承诺的策略行动。在其后的3.5.2节，我们将致力于研究“道德风险”（moral hazard），“道德风险”是一类经典的带有隐藏行动（hidden action）的非对称信息博弈。在最后的3.5.3节当中，我们将分析更为一般的重复博弈，我们将把重点放在威胁或承诺的可置信性上。

3.1 纳什均衡：理论和早期应用

3.1.1 定义和存在性

定义

众所周知，纳什（1950）确立了非合作博弈的基本解法，就是他所谓的“均衡点”。今天，这一概念则以“纳什均衡”而著称，或有时称为“策略”均衡，或干脆就叫“均衡”。

这一概念引发了如下的疑问：是否存在“显见的”（obvious）或“合理的”（reasonable）方法来进行非合作博弈？是否存在这样一个结果，即每个人都认为该结果比其他结果更有可能出现？如果存在这样的一个结果，那么它就必定是所有人针对其他人预期的行为的最佳反应。它必定是一个令所有人都感到尚可接受的一个结果。纳什均衡（NE）的概念即满足了这些要求。

在一个双人博弈中，结果（x_1^*，x_2^*）是一个NE当且仅当x_1^*是x_2^*的最佳应对，同时，x_2^*也是x_1^*的最佳应对；一个NE是一个最佳相互应对准则（criterion）。既如此，如果参与者1预期参与者2会选择策略x_2^*，且如果参与者2也预期参与者1会选择策略x_1^*，那么，他们谁也没有兴趣从对手的预期中避开。这意味着，他们的预期构成了一个“均衡”。

定义1（纳什均衡）

博弈（X_1，…，X_i…，X_n；u_1，…，u_i…，u_n）的一个结果（x_1^*，…，x_n^*）是一个纳什均衡，如果它使下式成立：

$u_i(x_i^*, x^{-i*}) \geqslant u_i(x_i, x^{-i*})$对所有的$x_i \in X_i$及所有的$i$

如果上式取严格不等号“$>$”，那么就是一个强NE。■

策略x_i^*是参与者i面对对手们所选择的策略的一个“最佳”应对策略；这一点对所有的参与者都是如此。博弈的结果是“稳定的”（stable），意即没有哪个参与者有动机单方面偏离这一选择；在某种意义上，NE是一个博弈的“无悔的”（no-regret）解。

下面关于NE概念的重新表述有时是很有用的。

对任意的$x^{-i} \in X^{-i}$，我们定义参与者的最佳应对集合：

$$B_i(x^{-i}) = \{x_i \in X_i : u_i(x_i, x^{-i}) \geqslant u_i(x_i', x^{-i})\text{对所有的}\ x_i' \in X_i\} \tag{3.1}$$

一般来说，B_i是一个“应对”或“价值设定函数”（参见本章末尾的附录）。它被称为参与者的“最佳应对函数”，因此我们可以把NE定义为一个策略向量（x_1^*，…，x_n^*），其中$x_i^* \in B_i(x^{-i*})$，对所有的i。

【例子】

在图3.1所示的博弈中，结果（r_1，c_1）是惟一的NE。

		2	
		c_1	c_2
1	r_1	**$\underline{5}$，$\underline{5}$**	-1，4
	r_2	4，$\underline{1}$	$\underline{0}$，0

图 3.1　纳什均衡

以下的推论是求解的过程。如果参与者 1 预期参与者 2 将会选择 c_1，他（她）的最佳应对便是选择 r_1 （$\underline{5}>4$）。如果他（她）预期参与者 2 将选择 c_2，他（她）的最佳应对便是 r_2 （$\underline{0}>-1$）。现在再站到参与者 2 这边来考虑：如果他（她）预期参与者 1 将选择 r_1，他（她）的最佳应对便是选择 c_1 （$\underline{5}>4$）。面对 r_2，他（她）仍会选择 c_1 （$\underline{1}>0$）。两人最佳应对之间的均衡便是（r_1，c_1），支付（$\underline{5}$，5）。

这一推理向我们展示了纳什行为的解释：一个 NE 反映了“自我肯定的”（self-confirming）参与者信念。换言之，理性的参与者如果正确地预期到了彼此的策略，他们就会选择均衡策略。

上面关于 NE 的第二个定义给我们指出了一种在博弈中寻找均衡的方法。首先，计算每个参与者的最佳反映函数，之后找出满足 3.1 式的策略向量。此外，当策略集和连续空间（策略的无限性）相一致时，支付函数 u_i 是可微的且最佳应对函数是“函数”（即 singleton valued）。归结起来，这一方法便是：

（ⅰ）找出 n 个最优化问题 $\max\limits_{x_i \in X_i} u_i(x_i, x^{-i*})$，对于所有的 i 的解 x_i^*。

（ⅱ）解这 n 个方程构成的方程组，有 n 个未知数 x_i^*。

今天，NE 的概念有时还被描述成是一种每个参与者在给定其他参与者的策略后按照他（她）自己的最大利益行动而成的结果。我们应当小心地对待这种定义，因为它可能会造成误导。它给人以这样一种印象：参与者在采取支持 NE 的非合作行为时是采取了一种非常幼稚的行为，其实，反过来才对。我们将会看到这种行为可能是非常老练的（sophisticated）（3.3 节）。不过，有一点是明白的，这种非合作行为比起占优观点所支持的非合作行为来要不确切一些。

在某种意义上，纳什行为是占优行为和重复剔除占优行为的一般化。对任何参与者而言，选择占优策略不需要关于其他参与者的任何信息。但对于在完备信息博弈中所定义的非合作行为来说，这一点就不再正确了。所以，很明显，每一 DSE 都是 NE 但反过来却不正确（比方说，在前面提到过的“囚徒困境”的博弈中，DSE 也是博弈的惟一一个 NE)。一个 NE 也可能包括劣策略（当然，不是严格劣策略）。再者，重复剔除占优的准则通常会选出一个是 NE 的结果。但一个给定的 NE 却未必就是一个 IDE。此外，当有多个均衡的时候，使用重复剔除占优的方法代表了一种找出一个具体的 NE 的方法（参见第四章关于“精炼”纳什均衡的 4.2 节和 4.3 节）。

总之，如果我们用 DSE 表示一个策略式表述的博弈中的占优策略均衡集，用 IDE 和 NE 分别表示重复剔除占优策略均衡集和纳什策略均衡集（当然，这些集合可能是空集），这些集合之间的关系可用下式来表示：

DSE⊆IDE⊆NE

在其他方面，NE 通常会给每一位参与者带来一个至少与他们的最低的有保证的支付一样好的支付。但是，安全策略通常不是纳什策略。安全行为和非合作行为仅在严格竞争的博弈中才是一致的。比方说，在一个有值的双人零和博弈中，每一最优安全策略均衡也是一个 NE。

下面著名的“玩具博弈”说明了这些特征。

【例子】性别战

我们来考虑一对夫妇，他俩决定出去共度晚上的美好时光，但男女双方在去哪儿的问题上有不同的偏好。不过，除了拳击比赛和芭蕾舞表演之外，他们已经排除了其他的娱乐方式。我们假定他们的偏好是符合传统的风格：丈夫更喜欢看拳击比赛（M），而妻子则倾向于看芭蕾舞（B）。当然，他们宁愿在一起去看任何一个（拳击或芭蕾）而不愿单独地度过夜晚；不过就后一种情况而言，丈夫去看拳击，妻子去看芭蕾要比丈夫去看芭蕾妻子去看拳击略好一些。图 3.2 描述了这些结果的支付矩阵。

		2（女）M	2（女）B	
1（男）	M	$\underline{2}$，$\underline{1}$	1/2，1/2	[1/2]
	B	0，0	$\underline{1}$，$\underline{2}$	0
		0	[1/2]	

图 3.2　性别战

很明显，该博弈既无 DSE，也无 IDE。然而（M，M）和（B，B）却是两个 NE。如果一方去看拳击，那么另一方最好的应对便是跟着去；如果一方去看芭蕾，那么另一方也最好跟着去。自然，丈夫更喜欢均衡（M，M）而妻子更喜欢均衡（B，B）。在这个“协调”（coordination）的博弈中，要预测这两个 NE 中哪一个会实际出现是不容易的。

如果参与者采取安全策略，则结果会是（M，B），支付（1/2，1/2），这是对二人来说最坏的结果之一。在这种情况下，没有哪位参与者能够针对其他参与者的决策做出最佳的应对。不过，两个人可以“轮流”享受“团体”（team）的满足。

前面的 NE 的定义是针对策略式表述的博弈给出的，不过，同样的基本概念也适用于扩展式表述的博弈。一个较简便的扩展定义的方法是说：一个扩展式表述的博弈的某个结果是 NE，如果它（该结果，译者注）与上面给出的在策略式表述的博弈中定义的 NE 一致的话。每一扩展式表述的博弈都与一个惟一的策略式表述的博弈相联系。但一个重要的特性是：同一博弈相关的策略式表述形式和扩展式表述形式中的 NE 集合通常总是一致的。

存在性

很重要的一点是：一个博弈的解的概念在很多情形下在逻辑上是存在的。事实上，NE（概念）的广泛使用正是因为它在许多博弈中都存在。然而，在有些情况下，是没有纯策略的 NE 的。

要证明一个博弈至少有一个 NE，只要证明存在 x^* 满足（3.1）关系式就足够了。定义对应 $B: X \to X$ 为：$B(x) = \prod_i B_i(x^{-i})$，其中 $X = \prod_i X_i$。这一关系式可写成向量形式：$x^* \in B(x^*)$。于是我们就能看到：一个博弈有一个 NE，当且仅当 B 有一个“不动点”（fixed point）。

保证对应中存在一个固定点的条件是在数学理论中研究的内容。不动点理论中最有名的便是 Kakutani 定理（参见本章末尾的附录）。

纳什首先利用这种特殊的固定点理论演示了下述的存在性定理。

定理 1（纳什，1950、1951）

策略式表述的博弈（X_1，…，X_i…，X_n；u_1，…，u_i…，u_n）至少有一个纯策略的 NE，如果对每一位参与者 i：

- 策略集 X_i 是欧几里德空间中的一个（非空的）密集的且凸的子集
- 支付函数 u_i 在 X_i 中是连续且拟凹的。■

证明：对每一 $i\in N$，集合 B_i（x^{-i}）是非空的，因为 u_i 是连续的，且 A_i 是密集的；且集合 B_i（x^{-i}）是凸集，因为 u_i 在 X_i 上是拟凹的；B 是 upper 半连续的（semi-continuous），因为每一 u_i 是连续的。那么，根据 Kakutani 定理，B 就有一个固定点。

简评 1

有时在经济学应用中，双人博弈是对称的（symmetric）：

$X_1=X_2=X$ 且 $u_1(x_1, x_2)\geqslant u_1(x_1', x_2')$

当且仅当 $u_2(x_2, x_1)\geqslant u_2(x_2', x_1')$对所有的 x，$x'\in X$

用 Kakutani 定理很容易证明存在一个策略 $x_1^*\in X$ 使(x_1^*, x_1^*)是博弈的一个 NE。这样的均衡称做“对称”均衡。■

3.1.2　产业组织中的两个经典应用：古诺双寡头模型和伯特兰双寡头模型

一个十分类似于 NE 的解决方法早在 1838 年就由古诺（Cournot）在双寡头模型的情形下首次使用了。这一模型理直气壮地被认为是博弈理论在经济学中运用的主要经典例子之一。在该模型中，两家企业（firms）被假定是同时选择他们的产量。在 1883 年，伯特兰（Bertrand）发展出了另一个双寡头模型，其中的策略变量是产品价格。我们给出这两个企业组织中的经典模型，以作为 NE 概念的首次应用。

古诺—纳什均衡：产量竞争

两家企业生产并销售同质的产品。我们称 q_1 和 q_2 分别是企业 1 和企业 2 的产量。为了简化问题，我们假定没有固定成本且边际成本是一个常量并等于 c，于是总成本便是：

$c_i= cq_i$

企业面临着如下的反需求函数（inverse demand function）：

$p = \max\{a-Q, 0\}$

其中，$Q = q_1+q_2$，p 是产品的价格，a 是一个正的常数；为了避免“边角解”，假定 $a>c$。

假定两家企业同时选择产量 q_1 和 q_2，则在该模型中变量就是参与者的策略。参与者的策略集是同一的且由下式给出：

$X_1= X_2=(0, a-c)$

参与者的支付函数在这里是企业的利润函数：

$u_1(q_1, q_2)= p(q_1, q_2)q_1-c q_1$；$u_2(q_1, q_2)= p(q_1, q_2)q_2-c q_2$

或者，更一般地，通过一个清晰的符号变换，有：

$$u_i(q_i,q_j)=\begin{cases}[a-(q_i+q_j)-c]q_i, & \text{如果 } 0\leqslant q_i\leqslant a-c-q_j\\ 0 & \text{如果 } 2-c-q_j\leqslant q_i\leqslant a-c\end{cases}$$

如果（q_i^*，q_j^*）是博弈的一个纳什均衡，那么对所有的 i，都有：

$u_i(q_i^*,q_j^*)\geqslant u_i(q_i,q_j^*)$，对所有的 $q_i\in X_i$。

应该强调的是，我们到目前为止所考察的博弈中，参与者的策略变量都是离散的。但我们现在考察的这个例子中，却是和连续的空间相对应的（策略是无限的），且其中的支付函数具有可微的性质。这样，我们知道 NE 的计算就等于寻找一个非常简单的数学问题的解。对每位参与者 i，q_i^* 必须是下面式子的解：

$\max\limits_{q_i} u_i=[a-(q_i+q_j)-c]-q_i$ 容易证明，在该博弈中，总是至少存在一个 NE 的。

证明：很明显，u_i 在(q_i,q_j)上是连续的。此外，$u_i>0$ 且严格凹，当 $q_i<a-c-q_j$ 时；其他情况下，$u_i=0$。那么，在区间［0，$a-c$］上，u_i 是拟凹的。NE 存在的充分条件都得到了满足。■

有 $q_i^*<a-c$ 的假定，该最优化问题的一阶条件是充要的：

$\partial u_i/\partial q_i=0, i=1,2$　它即给出：

$q_i^*=(a-q_j^*-c)/2, i=1,2$

解这个二元一次方程组便得出该博弈的结果：$q_1^*=q_2^*=(a-c)/2$。

该解满足 $q_i^*<a-c$，正如所要求的那样。这便是双寡头模型的“古诺—纳什”解。

这一“合理的”解的直觉上的支持是很容易说明的。每一企业，当然都想像一个垄断者那样行动。假如这么做能成功的话，它便会选择 q_i，使得 q_i 最大化 u_i（q，0）。那么它便获得垄断利润 $u_i(q_m^*,0)=\dfrac{(a-c)^2}{4}$，最优产量 $q_m^*=(a-c)/2$。既然市场上有两家企业，那么总的垄断利润只能通过 $q_1+q_2=q_m^*$ 来达到。然而，这个解是无法让人接受的。因为每家企业都有偏离它的动机。由于垄断产量低，那么相关的（垄断）价格 $p_m(q_m^*)$便高；于是，每家企业都想增加产量，尽管这样会招致价格降低。相反，在“古诺—纳什”均衡点，没有一家企业愿意偏离。

我们想要强调的是，这种假定的企业行为实际上是非常老练的（sophisticated）。每家企业都完全清楚与对手在市场上的相互依存性，而且在选择制定产量的策略是会考虑者这种相互依赖性。每家企业都知道对手的利润函数和策略集。于是它便能预测对手的理性行为。特别地，它能“合理地”预测到它的对手 j 会选择 q_j^*，于是，由于选择了 q_i^*，企业 i 便按自己的利益行动。一旦产量根据这种推理选定了，每家企业就能证实他们的预料是正确的，且这种选择事实上也是利润最大化的。

简评 1

我们来考察古诺双寡头模型的图解法。方程 $q_i^*=(a-q_j^*-c)/2$ 表示企业 i 对其对手选择均衡策略的最佳应对。同理，可导出企业 2 对企业 1 的任意策略的最佳应对。在假定 $q_1<a-c$ 下，企业 2 的最佳应对函数便是：

$B_2(q_1)=(a-q_1-c)/2$。

同时，在假定 $q_2<a-c$ 下，企业 1 的最佳应对函数便是：

$B_1(q_2)=(a-q_2-c)/2$。

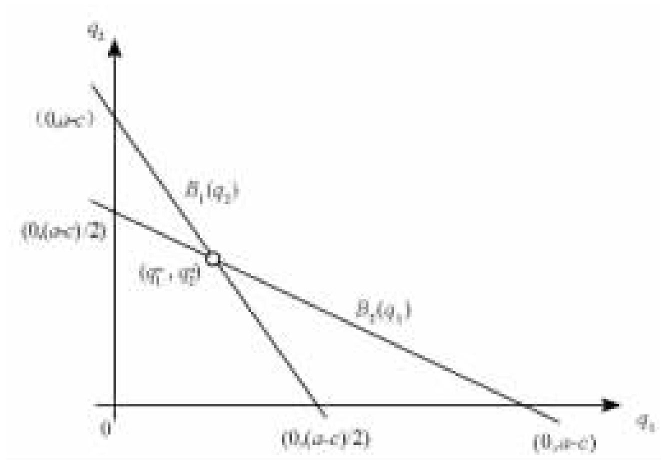


图 3.3　古诺—纳什均衡

图 3.3 表明这两个最佳应对函数有惟一的交点，对应于一对儿均衡产量(q_1^*, q_2^*)。■

简评 2

在古诺双寡头模型中，只能通过运用重复剔除占优的准则才能获得一个 NE。但是整个收敛的过程需要无限次的剔除，在其中的每一步都有部分包括在策略集中的产量水平被剔除掉。■

伯特兰均衡：价格竞争

在伯特兰双寡头模型中，企业选择的市价格而非产量。参与者的策略集合现在成了（非负的）各种价格：$X_1 = X_2 = [0, +\infty]$。

假定消费者从定价较低的企业购买商品。如果两家企业定价相同，那就需知道一个特殊的假定：在两个供给者之间如何分配需求量；一个一般化的假定是，每家企业各分得总需求量的一半，虽然这一假定在此并非至关重要。总需求函数是：

$$q = D(p)$$

每家企业 i 面临的需求函数由下式给出：

$$q_i(p_i, p_j) = \begin{cases} D(p_i) & \text{如果 } p_i < p_j \\ \dfrac{1}{2}D(p_i) & \text{如果 } p_i = p_j \\ 0 & \text{如果 } p_i > p_j \end{cases}$$

成本和前面（古诺模型）的一样：没有固定成本，边际成本为常量。该博弈的支付函数还是和企业的利润函数一致：

$$u_i(p_i, p_j) = p_i q_i(p_i, p_j) - c q_i = (p_i - c)\, q_i(p_i, p_j)$$

两家企业同时选择他们的价格，而没有任何沟通。每家企业都观察不到对手的定价，只是在自己定价的时候预期对手的定价。

如果(p_i^*, p_j^*)是该博弈的一个 NE，那么对任何 i，必然有：

$u_i(p_i^*, p_j^*) \geq u_i(p_i, p_j^*)$，对所有的 $p_i \in X_i$。

这一个解通常被称做“伯特兰—纳什均衡”，因为它和伯特兰双寡头的 NE 完全一致。你可以很容易地证明用以保证一个均衡存在的条件是满足的。在这里，NE 的计算又等于寻求一个非

常简单的数学问题的解。对每位参与者 i，p_i^* 必须是下面问题的解：

$$\max_{p_i} u_i = (p_i - c)\, q_i(p_i, p_j)$$

只要需求函数是解析确定的，那么上述问题就可以用代数方法解决。

然而，这样的话，一个基本的推理过程就能引出一个经典的结论，即“伯特兰悖论”。博弈的结果是两家公司都选择大小等于边际成本的价格：$p_1^* = p_2^* = c$。那么，他们最终在均衡时得到的利润为零。这一结果是自相矛盾的，因为令人难以置信的两个寡头企业居然找不到一种可以操纵价格从而从它们潜在的市场力量中获益并获得些超额利润的方法。

这一结果的证明建立在以下的推理上。我们来考虑任何异于 $p_1^* = p_2^* = c$ 的情形，并且证实，这样的话就不能倒成一个均衡。不妨先假定 $p_1^* = p_2^* > c$。两家企业平分市场且各自的利润是：

$$\frac{p^* - c}{2} D(p^*) = u_1 = u_2$$

那么每家企业都有略微降低价格（低于对手）的动机。比方说，如果企业 1 略微降价至 $(p_1 - \varepsilon)$，那它就会占有整个市场且把利润提高，因为：$u_1^{\varepsilon} = (p_1^* - \varepsilon - c) D(p_1^* - \varepsilon) > u_1$。但是紧接着，面临这种形式的企业 2 又有了降低价格（低于企业 1）的动机，如此下去……直到到达 $p_1^* = p_2^* = c$ 的情形时才算是一个均衡。即便 $p_1^* > p_2^* = c$ 也不是一个均衡，由于企业 2 可以略微提高价格从而整个市场并获得正利润；这是不可能的，因为企业 1 也会降低价格，最后，直至 $p_1^* = p_2^* = c$。

简评 3

该模型突出了 NE 的一个令人感到惊讶的特性。对每一参与者来说，一个选择 $p_1^* = c$ 的策略是（弱）劣于任何 $p_1^* > c$ 的策略的。在对手选择同样的价格或较高的价格的条件下，策略 $p_1^* = c + \varepsilon$，$\varepsilon > 0$ 会带来正的支付。并且永远不会导致负利润。当然，如果对手选择均衡策略 $p_j^* = c$时，选择这样的策略会导致零利润的结果。NE 的这一特性有时在无穷策略数量的博弈中也能得到证实，正如伯特兰模型中的情况。幸运的是，这一技术特征在经济学中并无很强的反响。■

简评 4

伯特兰悖论的解决可通过去掉该模型的三个至关重要的假定之一来解决，也可通过选择关于定价行为的更加现实的假定来实现。

- 第一种解决方法由艾奇沃斯（Edgeworth）于 1897 年给出，这一方法考虑的是能力约束。更为一般地，这一途径暗含着降低回报的技术。
- 第二种解决方法有赖于去掉关于产品同质性的假定而采用产品差别的假定。
- 第三种解决方法在模型中引入某些动态的因素，也可以避免出现伯特兰悖论。每家企业的潜在的反应可能会造成默契的共谋行为，这一行为是由未来在“价格战”的情形中失利的可置信的威胁所维系的。不过，这一结果的证明需要整个框架的改变且使用“重复博弈”（参见 3.3 节关于这种博弈的介绍）。■

3.1.3　纳什均衡的证明及选择

到目前为止，我们所发展出来的观点可概括如下：如果有一种明显的（或合理的）进行非合作博弈的方法，那么最后的结果必然是一个 NE。然而，关于参与者按照何种方式行动以便导致博弈的这种结果，我们却什么也没说。我们所能肯定的只是这种结果可被合理化为一个由结果推断原因的问题。现在的问题是：如何证明参与者达到这样一个固定点所表现出来的协作（coordination）？其实，有各种各样的故事可以用来解释 NE 的出现，我们下面就给出一些最常被引用的解释。

博弈前串谋

这第一个故事指的是参与者之间直接的沟通。一个很普通的 NE 的证明认为：这样的解决方法（直接沟通，译者注）在有一个参与者之间达成没有约束力的串谋的初级阶段的时候，对于预言结果是有用的。他们能够事先聚在一块儿寻求协调彼此的计划。每一位参与者之后便会单独且秘密地选择他（她）自己的策略。当然，没有任何理由可以使我们相信一种协议会从这种事前串谋阶段产生。然而，如果他们一致同意达到某个结果，某位参与者（他们其中的）就可能会预期这一结果是“自我实施”（self-enforcing）的，意即如果每一参与者都认为其他参与者会坚守这一协议，那么他（她）相应地也坚守这一协议便是符合他（她）的利益的。于是，一般地，这样一种协议和博弈中的 NE 是一致的。

应该强调的是，这种协议是没有约束力的；一旦串谋阶段结束，参与者便各奔东西且彼此的任何沟通都被排除了。每一位参与者都是秘密地选择他（她）的策略。他（她）可以坚守也可违背达成的一致行为：没有人能够控制最后的背叛。因此，博弈还是非合作的。

根据这种推理，均衡策略的选择只能在事前串谋阶段发生。惟一的断言是，博弈的任一结果都是一个 NE；否则，它便不是自我实施的。

简评 1

纳什（1951）提出了另一种处理参与者之间的博弈前串谋的方法。只要博弈的结果被解释为博弈前串谋的结果，那么把原始的博弈转化成一个新博弈的做法就是很自然的。在这个新博弈中，通过在非合作博弈中运用外在的行动就可以把这种串谋正式化。纳什把任何没有博弈前串谋和交流的博弈都称为“斗争”。直到今天，还有一些博弈论专家仍在使用这一名称（比方说 Binmore 和 Dasgupta，1986，13）。此外，任何串谋都构成了“博弈”，博弈需要扩展式的表述，我们将在第五章对这种博弈进行研究。■

这第一种把 NE 解释成为一种自我实施的方法在 20 世纪 80 年代是很受支持的。然而，我们不能把它看做是对许多不能直接沟通的参与者之间冲突的现实的解释。如果参与者之间无法谋面他们便不能直接地交换信息从而也就不能明确地协调他们的策略。可以有几种原因来解释这种情形：可能是物质条件排除了任何形式的沟通（比方说，如果一个博弈有众多的参与者）。也可能是一个对话所需的最低限度的相互信任都不具备，或者，更简单一些，有些规定不允许参与者之间会晤。在这样的情形下，怎样才能产生博弈的一个参与者之间很可能达成协议的结果呢？一些论点可以证明参与者之间的某种间接沟通是存在的。

焦点原则和社会惯例

谢林（Schelling）的《冲突的策略》一书虽然写于20世纪60年代，但它仍然令人感到惊讶的时髦。谢林详尽地考察了诸如威胁、承诺之类他称之为“策略性行动”（这些策略举措在本书余下的部分中会学到）的概念。不过他也因其“协调博弈”（coordination games）和焦点原则而知名。

在某些情况下，参与者确实好像“知道”该怎么选择行动或至少有个好主意，如果我们问他们这种选择的根源是什么，我们很可能会听到这样的回答：“这很明显啊！”。焦点原则就被认为是用来表述这一观点的，很多情况下博弈的结果可通过一些不言而喻的理由而选出。

在很多情况下得益于一些定性的事实或原则，如对称、效率、惟一、公正或“风险—占优”（参见第七章7.2.3海萨尼和泽尔腾关于这一特性的定义（1958），及建立在均衡冒险性的比较上的这一特性）等，从而一个解显得很引人注目。

和这一论点紧密相连的是社会惯例。事实上，文化和社会规范被认定为是类似于焦点或醒目点，因为它们引导人们集中到特殊的均衡上去。于是，某些博弈的理性解在很大程度上是由参与者所秉承的文化因素决定的，且NE也可被解释为某种“标准行为”（科瑞普斯，1990a）。因此，据这一观点均衡的多样性仅仅意味着参与者有许多不同的“习惯”。

外部实体的协调

这第三幕经常被用来证实一个均衡。这便是所谓的“纳什调整器”——一个虚拟的达到参与者外部兼容性的实体。这种在博弈之外的“仲裁者”就像是在一个竞争性的经济中提供给当事人以一个均衡价格向量的“瓦尔拉斯”拍卖商。在博弈的最初阶段，这一虚拟的经纪人被假定为通过计算向参与者建议一个均衡的策略集合。且这一博弈的结果是一个没有哪位参与者有动机单方面偏离的。

然而，应该强调的是，这第三幕根本上是在表述一种非常正式的观点：它诉诸人为的方法来表述导向一个均衡的必要条件。关于参与者相互之间的策略调整的更加现实的证实需更多地关注“均衡化过程”。

头脑中的均衡化过程以及参与者的完全理性

回忆一下，根据标准的“理性化”博弈理论，均衡只能由参与者们仔细地推断才能得出。博弈描述了一个由超理性（hyper-rational）的参与者组成的世界，在这个世界当中，每一参与者都受到其他参与者的“刺激”而在头脑中进行推断。事实上，当考虑到整个策略形势的时候，每一参与者在“刺激”对手的同时也在“刺激”他（她）自己的行为。因此，每一参与者同时“刺激”了“纳什调整器”（Nashian regulator）。

注意，根据这种情景，支撑起一个NE的非合作行为是非常复杂的。每一参与者都利用全部的相关信息，并且正确地察觉到参与者之间的相互作用，他（她）关于对手们的决策做出正确的预期并且他（她）完全清楚自己的决策对其他参与者的选择所造成的影响。在这一方面，NE的概念可与理性预期均衡的概念相比（Johansen，1982）。不过，正如参与者理性预期的根源不确切一样，现实中趋向均衡的过程也不是很明晰的。

最根本的假定是，参与者的理性是共同知识。并且根据参与者们关于博弈的各种要素所拥有的共同知识的范围，倒是可以研究关于一个NE的一些变量。但是在许多博弈中，参与者的理性假定需要我们在参与者的信念上附加一些条件（对NE进行“精炼”）以便能够在多个均衡中做出区分。顺便要注意的是，这种途径有时候是比较烦人的，因为它引起了定义一个均衡的问题与

选择一个均衡的问题之间的混淆（通过把后者缩减为前者）。在后面我们将研究这一重要的“均衡精炼”问题（第三章3.3节以及第四章4.2节、4.3节）。

时间均衡化过程以及参与者的有限理性

一个博弈的“演进式”（或称做进化）情景描述了一个动态的过程——均衡通过时间机制得以实现的过程。在真实的世界中会发生反复，并且这种反复不仅包括像生物学中研究的自然选择机制这样及其漫长的过程，而且还包括像学习（并不必然建立在基因考虑的基础上）这样的中短期过程。与理性化情景相比而言，在演进式的情境中，参与者被赋予（或多或少）有限的认识能力和计算能力，不过我们假定时间弥补了这种削弱了的理性。某些学习过程对应于有限理性的参与者，这些参与者在观察了对手过去的行为之后，根据实用主义的修正法则，修正自己关于其他参与者将来策略的原始预期；不过他们实际做起来多少有些短视，因为他们在每一阶段都重新最优化（re-optimize）。其他的学习过程对应于更加弱的认识理性，因为我们假定参与者通过一个把过去每一策略所产生的结果加总起来的支付指数来总结他们的经验，并且他们运用那些能够加强获胜策略并削弱致败策略的改进法则。模仿、经验、惯例以及试错等机制都是分析均衡过程的重要工具。

“进化的”过程代表了一种极端的情形——整个世界由完全被动的、通过极其漫长的动态过程所选择出的机器所组成。在进化博弈理论中，每个参与者都没有认识能力，并且根据类型的行为像机器人那样行动：如果背景是 C，那么就选策略 S。此外，这一理论的生物学源头也说明了，现在每一参与者都由一些相似的代理人所组成的小团体所代表。参与者彼此以匿名的方式相会晤，并且根据各种各样的“复制”规则去复制。参与者们被策略所同化，参与者的支付便是适应程度。最有效率的参与者通过变异和选择的过程而得以大量生成，并且倾向于淘汰那些相对而言比较失败的参与者。如果这种动态的进化过程导致了这样一个总体，其成员均匀地分布其中，那么这一分布就是一个均衡，只要当总体比例发生任何微小的变化时，这种进化过程就将启动，且恢复原来的分布状态。

当博弈前谈判并不是一个博弈的现实表述时，理性主义的情景和演进式的情景就成为参与者在某一具体均衡上进行协调的两种冲突的情景。在任何情况下，均衡化过程都通过把纳什调整器替换成一种似乎更加合理的个体行为和/或集体相互作用规则来证明NE或其某种变形。事实上，它们提供了考虑博弈的两条相互替代的途径。第一条途径假定每一参与者从理性的原则和共同知识当中推断其他参与者在将来会如何行动，而第二条途径却把一个博弈视为一个模型，用来解释一些当决策者在现实当中相互作用时可观察到的某种一致性。最后这个观点，与正统的观点相悖并仍然是占优的理性主义的概念——将在第七章研究，在那里我们将深入研究进化博弈和学习模型。

3.1.4　NE 概念的失灵（failures）：不存在、多重及无效率

即便是在最简单的非合作博弈中，将NE作为一个解的概念会引发一些问题。一个纯策略的NE可能根本就不存在，或者相反地，有很多个均衡。在这种情况下：一方面，应该怎样尽可能地去预测最可能出现的博弈的结果？另一方面，我们应该怎样看待某个均衡最终的无效率——即支付向量还能被改进这一事实？在参与者们选择策略之前可以直接或间接沟通的情况下，难道不能减少无效率的可能性吗？

让我们用一个简单的例子来说明上述“困难”。

【例子】广告博弈

考察两家生产同质产品（或两种完全的替代品）的企业，他们打算进行一次产品的促销活动。如果两家谁都不冒险去促销，那么他们的销售收入将一直处于很低的水平上。如果只有一家决定去做广告，那它便单独承担广告费用并因此比对手得到的回报少。现在要问的是，两家企业最可能做出什么样的决策。他们会在促销活动上共同合作吗？

这种状况等同于一个非合作博弈，在这个博弈中，每个参与者都有两种策略：参与促销活动（P）或不参与（NP）。不同的情况可以用支付的不同数值来表示（即参与者的支付和他们的净收益一致）。

第一种情况

假定企业 1 单独做广告，在同样的情况下，它比企业 2 面临着更高的成本和更低的收益。图 3.4 表示了这种情况下的支付矩阵。

该博弈没有纯策略的 NE。这种情形可以解释如下：如果企业 1 决定单独进行广告活动，则企业 2 袖手旁观便可得到好处。然而，企业 1 应当杜绝这种开销，否则的话它是不划算的。可是，如果企业 1 不参与促销，企业 2 就会发现自己做广告是有利可图的。促销活动首先是对企业 1 有吸引力，之后又对企业 2 有吸引力。按这样的推断方法，就会出现一种循环，该博弈就没有一个明确的解。

		2	
		P	NP
1	P	$\underline{5}$，5	−1，$\underline{6}$
	NP	4，$\underline{1}$	$\underline{0}$，0

图 3.4　NE 不存在

第二种情况

现在来假定一个完全对称的结果，图 3.5 描述了支付矩阵。

现在该博弈有了两个 NE，这给参与者带来两种完全相反的结果。企业 1 更偏好（NP，P），而企业 2 更偏好（P，NP），那么，哪一个结果会被选中？即便参与者可以沟通，合作的问题也并不是那么容易解决的，因为两家企业对两个均衡的排序（rank）并不一致。该博弈的支付矩阵与性别战的支付矩阵很类似（参见前面 3.1.1 节）。

第三种情况

这次仍然是一个完全对称的支付结构，不过现在的情况是，对每一企业来说，单独花钱做广告要比两家都不做的时候花费更大。相应的支付矩阵如图 3.6 所示。

现在，该博弈有一个惟一的 NE（NP，NP）。这个结果对两家企业来说确实很糟糕。结果（P，P）会改善他们的处境。并且，很明显，均衡解不是帕累托有效的。但是，企业选择（P，P）这一结果是不可能的。注意，对每一位参与者而言，策略 NP 是一个占优策略。因此，该博弈的 NE 也是一个 DSE。均衡的稳定性得到了增强，虽然结果从整体上来看并不令人满意。事实上，该博弈的支付矩阵显示了一种和“囚徒困境”完全一致的结构（参见前面 2.1.2 节）。

		2	
		P	NP
1	P	5，5	$\underline{\mathbf{1}}$，$\underline{\mathbf{6}}$
	NP	$\underline{\mathbf{6}}$，$\underline{\mathbf{1}}$	0，0

图 3.5 多个 NE

		2	
		P	NP
1	P	5，5	-1，$\underline{6}$
	NP	$\underline{6}$，-1	$\underline{\mathbf{0}}$，$\underline{\mathbf{0}}$

图 3.6 NE 的无效率

寻找 NE 的困难似乎是很严重的，幸运的是，有各种各样的关于这个概念的扩展和一般化，这让我们减轻了这些困难的严重性。

3.2 扩展：随机化和相关 (randomization and correlation)

3.2.1 混合策略均衡

第一个困难，即解的不存在性，是能够解决的，这得益于当年冯·诺伊曼（1928）在双人零和博弈上做的开拓性工作，以及纳什（1950）关于一般的 n 位参与者的博弈的奠基性的论著。其中的关键是通过引入混合策略来扩展参与者的策略可能性。

定义以及第一种解释

考虑图 3.7 的支付矩阵所表示的博弈。该博弈被称为“硬币匹配”（matching pennies）。在这个博弈里，参与者的策略是“正面”和“反面”。设想每个参与者都有一枚硬币，并且他们必须做出选择：亮出硬币的时候是正面朝上还是反面朝上。如果亮出的两枚硬币一致（即两枚都是正面或都是反面），那么参与者 1 就赢了参与者 2 的硬币；如果两枚硬币不一致，那么就是参与者 2 赢了应参与者 1 的硬币。

		2	
		c_1	c_2
1	r_1	$\underline{1}$，-1	-1，$\underline{1}$
	r_2	-1，$\underline{1}$	$\underline{1}$，-1

图 3.7 硬币匹配博弈

该博弈没有纯策略的 NE。硬币匹配的显著特征是每一位参与者都尽力地去猜透对手的做法。这一博弈的其他“版本”也可从诸如扑克、搏斗或垒球之类的游戏中发现。在这类游戏中，就没有纳什均衡（NE）。不过，我们可以肯定，如果考虑混合策略的话，就能找到一个解。

设想参加硬币匹配博弈的参与者们这样来认识博弈：他们可以计算一下对手选择各种策略的概率。考虑参与者 2：他有明显的动机去使参与者 1 无法确定自己的策略选择。使参与者 1 无法确定，也就等于说是假定参与者 1 在选择策略时无偏好。换句话说，参与者 2 将以一个确定的概率 p 去选择策略 c_1，并以概率（$1-p$）去选择策略 c_2，那么，参与者 1 的两个策略 r_1 和 r_2 的期望支付就是一样的：

$$p-(1-p)=-p+(1-p)$$

或者：

$$p=1-p=1/2$$

用期望支付的话，参与者 2 的这种策略随机化的做法就导致了参与者 1 选择的不确定。

当然，同样的推理也适用于参与者 1。她可以通过以概率 q 选择策略 r_1 和以概率（$1-q$）选择策略 r_2 这种做法来使她的对手同样举棋不定，那么，参与者 2 的选择也就是不确定的：

$$-q+(1-q)=q-(1-q)$$

或者：

$$q=1-q=1/2$$

这种模棱两可的行为把参与者的选择搞得无法预见了。为了不让对手正确的预料到自己的选择，每位参与者都使自己的决策部分地“盲了”（blind）。每位参与者都通过随机化自己的策略选择制造了自己决策的不确定性。策略应当随机地（或非理性地）选择，但随机化方案应该理性地选择。我们知道，这里设计的策略被称做混合策略，以和“纯”策略（对应于参与者选择的实际决策，见第一章 1.3.2 节定义 5）相对照。

这一过程的主要优点是解决了 NE 的存在性问题。在上面的例子当中，尽管不存在纯策略 NE，但却有混合策略 NE：对参与者 1 来说是 $p=(1/2, 1/2)$，对参与者 2 来说是 $q=(1/2, 1/2)$。在这里，两位参与者有相同的期望支付：$1/2\ (1)\ +1/2\ (-1)=0$。这是一个零值的零和博弈的例子（即纯粹偶然博弈或“公平”博弈）。纳什首先在有限博弈的情况下证明了这一重要的结论。

定理 2（纳什，1950）

每一有限博弈都至少有一个 NE，可能是混合策略形式。■

这一定理仍然可以用不动点定理证明。实际上这一定理可被看做是用来证明在某些特殊条件下纯策略 NE 存在之定理的一个推论，因为这些条件对于混合策略来说通常都是满足的。正规地讲，主要的并不在于引入了概率；根本上有所变化的是这一过程所引起的策略可能性的扩展。

让我们再回到前面探讨过的广告博弈，考虑一种没有纯策略 NE 的情况（图 3.8 重现了图 3.4 的情况）。

该博弈有一个混合策略 NE：$p=(1/2, 1/2)$ 及 $q=(1/2, 1/2)$，这给参与者 1 带来 2 的期望支付，给参与者 2 带来 3 的期望支付。支付空间可用图 3.8b 来表示，其中以横轴表示参与者 1 的支付，以纵轴表示参与者 2 的支付，这一区域可又拨一结果的四个点连接而成的凸的图形

得出。在这个非合作博弈中，区域中的任何一点都无法到达。但引入混合策略后，点（2，3）便可达到。

前面的定理只适用于每个参与者都有有限的策略集的博弈。然而，由于概念上和计算上的原因，我们很难轻而易举地把经济学中的冲突的情形表示为有限博弈的情形。通常，我们都假定参与者是在一个策略“连续体”内选择（即一个无限集）。比方说，企业通常针对价格和产量水平做决策，而这些都是连续的经济变量（正像古诺和伯特兰双寡头模型中的那样）。在这种情况下，纳什定理（见 3.1.1 节）表明了至少存在一个纯策略均衡的充分条件：策略集合是密集的、凸的，支付函数是连续的、拟凹的。其实，我们要是能够接受混合策略的话，NE 就会在更广泛的博弈中存在。

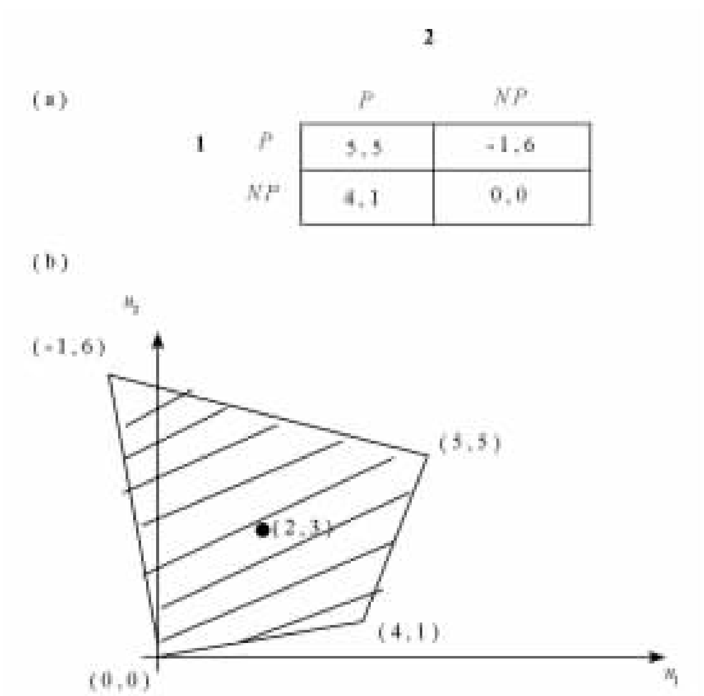


图 3.8　混合策略的 NE

定理 3（Glicksberg，1952）

一个策略式表述的博弈（X_1，…，X_i…，X_n；u_1，…，u_i…，u_n）至少有一个混合策略的 NE，如果对每一个参与者 i，都有：

- 策略集 X_i 是一个（非空的）IR^n 的子集
- 支付函数 u_i 是一个连续函数■

这些性质在经济学中是不证自明的。然而，在博弈中的某些经济情形下，却需要假定支付函数的非连续性（尤其在企业的不完美竞争的情形下）。幸好，Dasgupta 和 Maskin（1986）解决了这一困难，他们证明了非连续无限博弈的存在性定理。

简评 1

从技术上来说，博弈中 NE 的计算因引入混合策略而大大地简化了。一般地，对双人零和博弈来说，混合策略均衡的计算等于解两个对偶性线性规划。对任何双人博弈来说，我们都必须解两个互补的线性规划（这种线性规划已经有很好的运算法则）。对于那些涉及多于两个参与者的博弈，我们就必须运用非线性“互补”，同时运算也会变得更为复杂。不过，大量的具体事例表明现行方法还是可以运用的（欲进一步了解运用线性规划计算均衡的方法，参见 Owen，1995，第二章和第三章）。■

混合策略的另一种解释：信念的均衡

关于混合策略均衡的经典解释给博弈引入了一种技巧性的成分。每位参与者运用策略来给自己的行为造成一种不确定性——通过设计一种关于自己纯策略的概率分布来达到这一目的。在某些真实博弈的情况下，这种解释好像是很可靠的（比方说，在某些室内游戏中，如扑克），不过，在其他博弈中，这种办法只不过是一种投机取巧的做法，而没有明显的经验相关性。

还有另外一种过于混合策略均衡的解释，它给了混合策略的假定更多的经验可信度。它源于下面这个事实：在一个混合策略的 NE 中，在每个参与者看来，那些被赋以正概率的纯策略是无差异的。当应对其对手的均衡策略时，他（她）实际上是选择他（她）的任一纯策略。于是，混合策略均衡只能被理解为一种这样的均衡状态：在这种状态下，参与者都无法确定对手的实际选择。并且，根据贝叶斯逻辑，这种不确定性引起了在参与者的各个纯策略上分配概率，这种分配也即是“信念”的分配。在完备信息博弈中，这些“信念”是共同知识，正如参与者的理性和博弈的结构也是共同知识一样。这样，任何两个参与者对于第三个参与者策略的“信念”必然是一致的，那么，这些“信念”（视做混合策略）必然处于均衡状态。

综上所述，根据这种建立在信念基础上的关于均衡的解释，一个参与者的混合策略就代表了其他参与者对他（她）的可实现的纯策略的“信念”，并且，参与者的信念决定了他们的最佳应对策略以及他们的最优期望支付。均衡就成了一种“信念的均衡”而不是“行动的均衡”。在这里，混合策略的概念包含了一个这样的观点：即便是在信息完备的情况下，参与者们也不会被限于只能对对手的选择做确定性的预期。这对于那种简单地只考虑纯策略均衡的人来说是有用的。

简评 2

采取这种贝叶斯的观点，使我们深化了对于 NE 的条件的认识。我们证明了关于理性的共同知识并非是一个必要条件而只是一个充分条件。必要条件是“关于信念的共同知识”和关于理性的相互知识（当然，还有博弈结构的相互知识）而已。此外，信念的共同知识可被放松为“大体上”的共同知识（对“严格”的均衡而言）和相互知识（对双人博弈而言）。记住：相互知识是“一阶的”共同知识。既如此，它便是一个很弱的条件（欲对这种建立在信念基础上的解释有个总的了解，可参见 Aumann 和 Brandenburger，1995，及 Dekel 和 Gul，1996）。■

简评 3

还有另外一种关于混合策略均衡的解释，也是解释为一种信念的均衡而非行动的均衡。然而，这种解释需要一个在学习模型中的重复博弈的框架（这种博弈我们将在第七章 7.3 节做进一步的研究）。当同一个博弈在一段时间内重复进行时，作为参与者学习的一个结果，混合策略均衡就会出现。给定参与者的信念，他们就会选择最大化期望支付的纯策略，可是，当他们观察到

对手的决策时，他们的信念是会变的。从长期来看，他们的信念向博弈的 NE 集中。且在一个旁观者看来，参与者好像是在随机地选择，事实上他们却是以一种确定性的方法来行动。■

简评 4

海萨尼（1973）曾提到了另一种关于混合策略均衡的不同的解释。在他看来，博弈是一种经常发生的状态，在该状态下，参与者的偏好服从一些小的随机变量；在每一回，参与者只知道他的支付函数。于是我们便可以把混合策略均衡随机化为一种关于每一参与者选择他（她）的行动的频率的概括。海萨尼指出，如果支付的随机变量很小，那么几乎博弈的任一混合策略均衡都近似于所谓的联合“贝叶斯博弈”的一个纯策略均衡［这一命题（指贝叶斯均衡）将在第四章的不完全信息博弈中的 4.1 节给出定义］。这样的解释澄清了混合策略 NE 的概念。■

行为策略

当一个博弈用扩展形式表述时，通过推断参与者的行为策略而非他们的混合策略就可以大大简化分析的过程。实际上，这种简化只对那些有完美“记忆”的博弈才能实现。

在这种情况下，一个纯策略在每一参与者的信息集中决定他（她）的明确的决策。比方说，如果博弈涉及四个信息集，且如果每次有两个决策 l 和 r 是可能的，那么一个参与者总共有 $2^4=16$ 个纯策略。一个混合策略便是纯策略及上的一种“抓阄”。前面的博弈中，混合策略的确定须指定 16 个概率 p_1，p_2，…，p_{16}。

一个行为策略看起来像是一个纯策略，因为它表明了参与者在其每一个信息集上的决策。不过，它是赋予每一可能的行动以一个概率，而不是确定某一明确的行为。在前面的博弈中，一个行为策略只须指定四个概率：q_1，…，q_4，其中 q_h 是到达信息集 h 时决策 l 被选择的概率。

下面的类比是经常被引用的，以便帮助理解混合策略与行为策略之间的关系。一个纯策略就像是一本指导书，其中的每一页都告诉我们在某一具体的信息集中该如何进行博弈，这样的书组成的图书馆即构成了策略集。而一个混合策略是各书之间的概率分布，它提供的是一条从图书馆中随机选书的路子（或一种方法），相比之下，一个行为策略则是一本书，但它给出了在每一页上选择行动的一种方法（克瑞普斯，1990b）。

因此，选择一个行为策略完全不同于选择一个混合策略。在前一种情况下，参与者把他（她）的随机化的工作拖延到最后一刻再做；在后一种情况下，随机化在博弈开始之前就完成了。一个混合策略是先验随机化，而一个行为策略却须局部随机化。足以令人感到惊讶的是，在完美“记忆”的博弈中，这两种策略是等同的。这便是 Kühn 定理所要说明的。

定理 4（Kühn，1953）

在拥有完美“记忆”的扩展式表述的博弈中，每一混合策略都可与一行为策略相联系；反过来，每一行为策略都可与同一混合策略相联系（通常有 n 个混合策略）。这些策略是等价的，它们导致了参与者之间相同的支付分配。■

从现在起，当一个博弈以扩展式表述时，我们便假定它是完美记忆的，并且我将不加区别地使用“混合策略”与行为表示。

3.2.2 相关均衡

NE 不存在的问题可用一种自然的方法解决。我们现在来考察效率问题。回忆一下，在 NE 的定义中，我们假定参与者是彼此独立地选择他们的策略的。然而，如果他们在博弈开始前进行讨论并决定建立一种“信号装置”（signalling device），那么，在某些情况下，参与者们便能够达到较好的集体结果，而不是那些与 NE 相对应的结果。这第一种间接合作的机制有赖于一种建立在博弈之外的随机化过程。它允许参与者们部分地联合他们的策略，由于这一原因，Aumann（1974）把得益于这种过程从而能达到的结果称为“相关均衡”。

让我们再回到前面提到过的广告博弈的例子，不过我们现在关注的是具有两个纳什均衡的情况［见图 3.9（a）对图 3.5 的复制］。

这一博弈有两个纯策略 NE：（P，NP）提供支付（1，6）及（NP，P）提供支付（6，1）。不过，这里还有一个混合策略均衡：$p=(1/2，1/2)$ 及 $q=(1/2，1/2)$，期望支付为（3，3）。结果（P，P），相应的支付为（5，5），这看起来像是不同概率间较好的妥协的结果，可惜它并不是博弈的一个均衡。然而，我们可以向大家表明，存在一些合作机制可以使我们接近这个解（我们是从 d' Aspremont，Forges 和 Mertens，1989，那里借来的这些方法，下面给出这些合作机制的表述）。

(a)

1 \ 2	P	NP
P	5,5	1,6
NP	6,1	0,0

(b)

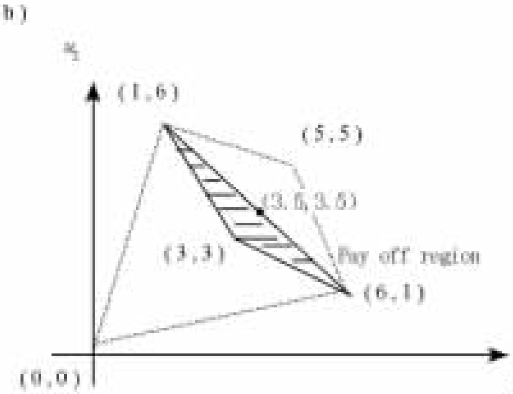


图 3.9　相关均衡

第一种合作机制

两家企业的市场部经理在决策前进行了一次会晤。他们一致同意，把决策建立在一个外在的博弈的随机事件 E 的发生上，随机事件 E 发生的概率是 1/2（比方说，抛硬币）。两家参与者都能观察到这一事件，不过，在结果出来之前（指这一事件发生前），他们一致同意下面的策略：

- 如果事件 E 发生，他们便选择结果（P，NP）
- 如果事件 E 不发生，他们便选择结果（NP，P）

比方说，如果抛硬币的结果是正面朝上，企业 1 自己做广告；如果是背面朝上，企业 2 单独承担风险。

最终的支付（$3\frac{1}{2}$，$3\frac{1}{2}$）来自于两个纯策略 NE 的凸集合：1/2（6，1）+ 1/2（1，6）。最终的支付不及支付（5，5）好，支付（5，5）对应于策略（P，P）；不过他总比支付（3，3）好，支付（3，3）与混合策略 NE 相联系。通过这一过程所能达到的所有支付的集合在图 3.9（b）中得到了显示。图 3.9（b）显示了该博弈的“支付区域”，这一集合以三点连成的凸边界组成，三点对应于该博弈的三个 NE。

这里值得注意的重要的一点是在“扩展的博弈”（即在博弈中参与者在行动前观察事件 E 是否发生）中定义的参与者的策略撑起了一个 NE。如果 E 发生了，企业 1 预料到企业 2 将会选择 NP，因此它就会选择 P（1>0）。如果 E 没有发生，企业 1 预料到企业 2 将会选择 P，这样它便有意选 NP（6>5）。

第二种合作机制

现在，我们假定两家企业的市场部经理还是在决策前会晤，并且发布一个联合的公开声明。更确切地说，假定他们发布两条信息：比方说“是”或“否”。这些声明是同时发布的（在任何情况下，当一家企业不得不发布自己的声明的时候，没人能提前知道对手发布什么样的信息），这一过程表示了扩展的博弈的第一步；第二步是原始博弈的进行：知道了对手的提议，每家企业决定选 P 还是选 NP。

参与者 1 采取这样的行为：以（1/2，1/2）的概率随机地选择“是”或“否”，之后，如果这第一步的两条信息一致的话（是/是或否/否），那就选择 P；如果不一致，那就选 NP。参与者 2 也采取类似的行为，只不过当两条信息不一致时他（她）选择 P。“扩展的博弈”的策略式表述如图 3.10 所示。

		2 (1/2) yes	2 (1/2) no
1	(1/2) yes	P，NP	NP，P
	(1/2) no	NP，P	P，NP

图 3.10　第二种合作机制的扩展博弈

结果，支付还是（$3\frac{1}{2}$，$3\frac{1}{2}$），这一结果和在两个纯策｛略 NE 间以（1/2，1/2）的概率随机选取得结果一致。很明显，我们又看到了最终的结果是扩展的博弈的一个 NE。假设参与者 2 不会偏离这一结果，无论参与者 1 在第一步怎么行动，声明使得参与者 2 选择 P 的概率总是 1/2。第二步，参与者 2 选择 P 或 NP，他在两个初始的 NE 之间无法做得更好。同样的推力也适用于参与者 1。

第三种合作机制

现在，交流机制变得更复杂了，我们假定两位市场部经理可以私下地观察到随机事件的某些方面。更确切地讲，三个两两相互独立的事件 E_1，E_2 及 E_3 被假定以相等的概率发生（即，在参与者做出选择前，每一事件以 1/3 的概率发生）。这三个事件的到来对参与者们的选择并无先

验（priori）的影响。企业 1 可以只观察事件 E_1 是否发生，企业 2 可以只观察事件 E_2 是否发生。在这个由引入博弈前事件而扩展了的博弈中，两家企业可以决定把他们在 P 和 NP 之间的选择建立在他们初步观察的基础之上。

考虑以下参与者的策略：

· 企业 1 选择 P，只当他（她）未观察到 E_1 发生时

· 企业 2 选择 P，只当他（她）未观察到 E_2 发生时

这些策略的结果反映在图 3.11 中。

		2	
		P	NP
1	P	E_3	E_2
	NP	E_1	—

图 3.11　第三种合作机制的扩展博弈

如果 E_1 发生，参与者 1 观察到并选择 NP；参与者 2 只有得知 E_2 不发生时选 P。因此，事件 E_1 和结果（NP，P）相关联；类似地，事件 E_2 和结果（P，NP）相关联。最后，如果 E_3 发生，企业 1 知道 E_1 没有发生，企业 2 知道 E_2 也没有发生，那么，他们两个就会都选择 P，结果便是（P，P）相关的支付便是（4，4）。这一结果得自纯策略 NE 对应的支付与“合作”结果（P，P）对应的支付的凸联合：

1/3（1，6）+1/3（6，1）+1/3（5，5）=（4，4）

因为参与者接近了“合作的”支付（5，5），所以他们的支付得到了提高。

为了证明这些策略确实是 NE，我们假定参与者 2 确实按照上面描述的规则来进行博弈，我们来证明参与者 1 没有背离的动机。如果 E_1 确实发生了，那么参与者 2 选择 P 的概率就是 1；而当 E_1 不发生时，参与者 2 选择 NP 的概率却是 1/2。在第一种情况下，参与者 1 对选择 NP 有明显的兴趣（6>5）。并且在第二种情况下，他（她）选择 P 也不会失去任何利益。如果他（她）选择 P，他（她）将得到 1/2（5）+1/2（1）=3；如果他（她）选择 NP 他（她）也将得到 1/2（6）+1/2（0）=3。

这第三种合作机制的主要特征是：参与者们会收到不公开（private）的相关信号（signals），且这些相关信号是外在于原始博弈的。不过，必须注意的是，在这种情况下，信号不公开这一事实须外在于博弈的某种机制的介入（才能实现）。

总而言之，上面研究的各种情形强调了这样一种影响：某些变量可以影响参与者的决策，即便这些变量与原始博弈无关。对各种不同合作机制的分析表明，这种影响可能是对参与者有利的，即这种影响使他们得到的支付接近“合作的”支付。在博弈前的串谋阶段，参与者们可以交换信息，观察信号。这些信息和信号代表了那些并不改变原始博弈支付函数的变量，但它们却可以调整参与者在不同的策略间做出选择的方式方法。这些现象是外在于原始博弈的，但它们可以被整合在一个扩展的博弈中，该扩展的博弈的解仍是 NE。这一途径的主要好处是它通过各种各样的合作机制而允许在非合作博弈的框架下参与者之间某种形式的合作的模型化。博弈前阶段的沟通机制越是复杂，参与者接近最优结果的可能性也就越大。相反，如果不可能有任何的合作，那么参与者的策略便是完全相互独立的且可能的结果便是 NE，在这种情况下，一个 NE 就类似于某种“退化的”相关均衡（欲进一步了解“相关及沟通均衡”可参见 Forges，1986 及 Forges，1992）。

简评 1

目前，在相关均衡概念的表述中，我们所谓的相关其实是参与者间博弈前沟通结果，在博弈前的沟通中，参与者能够设计某种特殊的相关机制。此外，除了最后一种合作机制，策略间的相关应被视为是由“内生的”相关信号所提供的。那么，我们就可以给出另一种相关均衡的解释。据 GT（博弈论）中的贝叶斯途径（Bayesian approach）（Aumann，1987；Brandenberg 和 Dekel，1987；Brandenberg，1992），即便参与者们不会晤或不观察外生的随机信号，相关均衡也可能出现。通常关于信念间统计上相互独立的假设根本就不明显。在多于两个参与者的博弈中，相关可从如下的推理导出：比方说，参与者 3，认为参与者 2 的选择是参与者 1 关于参与者 2 的选择的信念的函数，参与者 1 和参与者 2 之间没有串谋，他们的选择是完全相互独立的，但是通过观察参与者 1 的策略却可能推断出一些关于参与者 2 的选择的信息，于是，传统的策略间的相互独立便消失了。顺便要注意的是，据这种解释，混合策略均衡只不过是一种特殊的相关均衡：在这些均衡中，信念独立于策略。■

简评 2

当我们参照外生或内生的相关信号以证明相关均衡的存在时，我们很自然地会假定分配给外生事件的概率是共同知识：每一参与者都有同样的先验信息。如果我们认可上面提到的贝叶斯解释，那么“共同先验信息”的假定就比较容易去掉。在那些允许参与者们就先验的信念存在分歧的情况下，我们就可以得到一个原始相关均衡概念的一般化的提法，与原始的“客观的”概念相区别，这就是 Aumann 称之为“主观相关均衡”的概念。■

3.3　重复博弈

如果我们排除参与者之间在做决定之前的任何沟通，那么我们还能否找出其他的途径，使得某种形式的合作成为可能，从而改善最终的结果？事实上，直到现在为止，我们考虑的情形都忽略了冲突关系的一个非常普通的特性：随着时间的流逝，这些关系是可以重复进行的。关于重复博弈的研究精确地考察了由于博弈的重复而导致的新的策略特性。根本的结果是在严格的条件下，一种相互默许的串谋是十分可能在参与者之间发展起来的。换句话说，重复使得合作变得可行了。某些在一次性博弈中明确地需要参与者之间进行合作才能出现的结果在重复博弈中可以以 NE 的面目出现。通过引入重复性，那些博弈可以被很好地改造以用来研究在冲突的情况下报复、威胁的存在以及它们的影响。

3.3.1　定　义

关于该问题的直观的描述可由“囚徒困境”这一经典的博弈给出（参见 2.1.2 节及图 3.12 对该博弈的描述）。

我们很容易看到，该博弈有一个惟一的纯策略 NE（A，A），它给出的支付是（1，1）。此外，我们还可以说它是一个强有力的均衡，因为它也是一个 DSE（参见第二章 2.1.1 节）。然

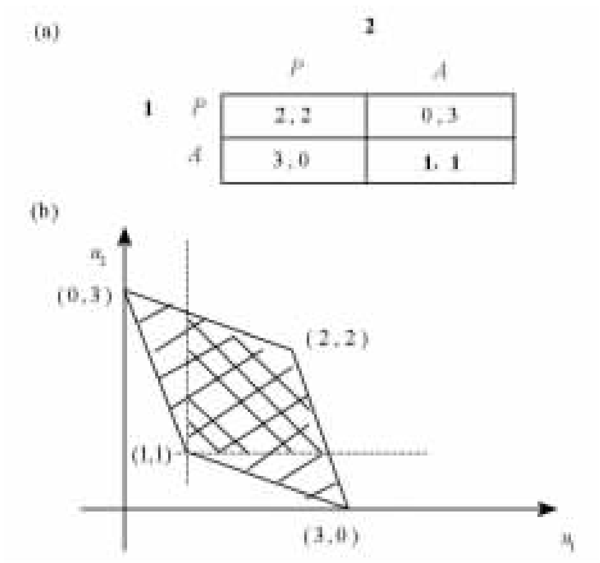


图 3.12 囚徒困境

而，参与者不能达到合作的结果（2，2）这一事实，通常被视做是一种悖论（paradox），直观地来看，只有强调了博弈正确地涵盖了所有的冲突且只能进行一次博弈这样一个事实之后，人们才会相信这样的结果是合理的。人们通常认为，比方说，在博弈会进行若干次的情况下，理性的参与者就十分可能发现一种间接地合作而共同选择“合作的”结果（P，P）的方法。这正是通过对重复博弈的分析而得出的结论，是 Luce 和 Raiffa 首次观察到的（1957）。

定义 2（重复博弈）

一个重复博弈来自于博弈 G 的有限次或无限次的重复，博弈 G 被称为“构成性博弈”或“阶段博弈”。在重复博弈 G（T）中，一个策略涉及参与者在第一阶段 $t=1$ 时的决策以及考虑到博弈的历史时他（她）在随后的阶段将会选择所有决策（$2\leqslant t\leqslant T$）。在每一阶段，每一参与者都知道他（她）的对手们在过去的决策及过去各阶段博弈的所有的支付。一旦每一参与者都选择了他（她）的策略，博弈便结束了。■

从根本上来说，一个重复博弈的 NE 的定义和我们以前所看到的并没有什么不同；只不过是因为参与者的策略是一系列的相机而变的行动（对每一位参与者来说，策略都考虑到了其他所有可能的行动）而变得有点复杂而已。

在一个有限范围的博弈中（T 是有限的），支付函数即等于重复博弈中各阶段的支付之和。在一个无限范围的博弈中（$T=\infty$），有时称之为“超级博弈”。我们就不能用这么简单的准则了（比方说，每一阶段都是不变的支付 5 看起来似乎比每一阶段都是不变的支付 1 更好，可是两种情况各自的和都是无穷大）。

通常有两种方法来表示长期支付函数：

· 平均支付的极限：

$$\bar{U}_i=\lim_{T\to+\infty}u_i^T=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}u_i(t)$$

· 支付的折现值之和：

$$\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u_i(t)=u_i(1)+\delta u_i(2)+\delta^2u_i(3)+\cdots$$

其中，$0\leqslant\delta=1/(1+a)\leqslant1$ 是折现因子且 $a>0$ 是相应的折现率，表示参与者对目前状况的偏爱。顺便注意一下，“平均支付的极限”准则把各时期不同地对待，因为给定支付的价值是随时间减小的。相反，“支付和的折现值”准则对称地对待所有的时期。对于后者而言，某一时期支付的变化是要紧的，而对前者来说，任何有限时期之间的差异都不要紧。当参与者们义无反顾地牺牲短期（利益）强调长期（利益）的时候，这最后一个性质就尤为恰当。

另一方面，支付折现值之和常常用下式来替代：

$$U_i^\delta=(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}u_i(t)$$

由于这种变化只是相当于重新调整衡量尺度，所以最大化 U_i^δ 就相当于最大化支付的折现值和。这种重新规范化的好处在于它通过利用博弈的固定结构从而给出了一个可以直接与每一阶段的支付相比较的长期支付。

我们把 $G_T(\infty)$ 和 $G_\delta(\infty)$ 定义为分别与长期支付函数 $\bar{U}_i$ 和 U_i^δ 相联系的重复博弈。

简评 1

还有另外一种构想重复博弈的支付函数的方法。我们可以设想博弈是有限的但却是不定期的（即博弈重复有限次，但并不能确切地知道博弈究竟在何时结束）。在这种情况下，正规地，我们可以运用“支付的折现值和”准则。令 p 为博弈至少继续重复一次的概率，$(1-p)$ 为在当前阶段做出决策之后博弈便结束的概率。那么，期望支付便是：

$$\sum_{t=1}^{\infty}p^{t-1}u_i(t)$$

并且对于 $0\leqslant p\leqslant1$，最大化支付函数就相当于最大化经过一个有限的水平之后的折现支付，只不过这里把 δ 换成了 p。■

简评 2

有时在衡量重复博弈中的长期支付函数时还引入另外一种准则。根据“追赶法则”，序列 $\{u_i;(t)\}$ 不如序列 $\{v_i;(t)\}$ 更可取，当且仅当：

$$\lim\inf\sum_{t=1}^{T}u_i(t)-v_i(t)>0$$

这一准则是很有意思的，因为它对称地对待每一时期并且把重点放在长期，但同时它对某一单个时期内支付的变化也是很敏感的（参见 Osborne 和 Rubinstein，1994，138—139，149—150）。■

3.3.2　无名氏定理

Aumann 称之为“无名氏定理”，因为博弈论专家们和经济学家们都觉得他们知道这一定理。考虑“囚徒困境”无限重复的情况，在每一步骤，每一参与者都能观察到他（她）的对手在前一步骤的决策。于是，每一参与者就能把他（她）的选择建立在他（她）的对手以前的做法上。这一特性便促成了一个合作的结果。

假定两名参与者选择下面的策略：

・只要对手选择 P，我也选择 P

・如果对手选择 A，我就一直选择 A

任一偏离结果（P，P）的参与者在偏离这一步上获得支付 $3-2=1$。反之，他（她）在每一步骤上便会招致相关的损失 $2-1=1$。在博弈 G_T（∞）中，很显然，没有哪个参与者有兴趣偏离。在博弈 G_δ（∞）中，倘若他们不是太没有耐心（即 δ 是足够高的），他们也会坚守合作的结果。因此，那些策略便是博弈的一个 NE。将来报复的威胁导致了默许的（心照不宣的）共谋。而且，这种威胁是可置信的，这是由于一旦他（她）的对手选择偏离，那么他（她）也选择偏离便是有利的（$1>0$）。

这样定义的策略称做“引致”或“冷酷”策略，这种策略有两个特性：

・只要所有人在前面的步骤中都选择这一合作的结果，参与者们就会预期这一结果重复出现。

・这些策略包含对任何偏离者进行惩罚的可能性：向阶段博弈 G 的 NE 的无限次回归；这一惩罚对所有参与者都没有好处，但这种威胁的劝诫效果相当强烈，以至于可以防止任何人有任何的偏离。

这一最常被引用的关于无名氏定理的表述法由 Friedman（1971）给出。为了确切地表达这一定理，必须引入另一种表达法。令 α_i 为参与者 i 在面临他（她）的所有对手联合时他（她）所能获得的最低支付——即他（她）的安全策略。任何支付向量 u_i：$u_i>\alpha_i$，对所有的 i，被称为一个“个人理性的”（有时也称“可实施的”）支付向量。那么，无名氏定理便可如下这样表述：

定理 5（弗里德曼，1971）

在重复博弈 G_δ（∞）中，如果 u 代表要素博弈中的一个个人理性的向量，这一支付向量不确定的重复就会出现，这是由某些形成重复博弈中 NE 的策略导致的（倘若参与者们不是太没有耐心，即 δ 足够高）。■

在囚徒困境博弈中，我们有：$\alpha_1=\alpha_2=1$，合作的结果（P，P）确保了一个个人理性的支付向量：$(2, 2)>(1, 1)$。定理表明，结果（P，P）的重复是可以达到的，作为重复博弈的一个 NE（倘若 δ 足够接近 1）。

关于无名氏定理的正式的表述和证明或许有点儿复杂，但直觉上是非常明白、非常清晰的。由于威胁会触发那些敢越雷池一步的人，所以某种给定的合作就会被大家共同所维持。只要未来隐隐约约地逼近现在，这种暗含其中的惩罚就是有效的。

在囚徒困境当中，结果（P，P）的重复出现只不过是一个具体的例子。事实上，许多均衡都可由可置信的报复威胁导出。对囚徒困境的重复博弈而言，所有在图 3.12 所示的双重阴影区域中出现的结果都是博弈 G_δ（∞）的 NE，包含有博弈 G 的 NE 的原点的区域，限定了个人理性支付向量的集合。这个集合显然包括合作的结果（P，P），当然，也包括一次性的（one-shot）NE（A，A）。博弈 G_δ（∞）的所有均衡都是帕累托优于博弈 G 的均衡，但这一性质并不总是为真的。

我们还能给出另外一种能够导出博弈 G_δ（∞）的 NE 的策略。假定参与者 1 选择如下的策略：

・只要参与者 2 选择 P，我就交替地选择 P 和 A

・如果参与者 2 偏离即选择 A，我就一直选择 A

这种策略给参与者 2 带来两种选择：一种是在支付 2 和 0 之间交替出现；另一种是先是支付

为 3（这是最好的情况，即在面对对手选择 P 是选择偏离），其后支付便为 1。对于一个有足够耐心的参与者来说，他（她）会选择“合作的”应对。参与者 2 可提出如下可置信的威胁：

- 只要参与者 1 交替选择 P 和 A，我就选择 P
- 如果参与者 1 一旦偏离他（她）的交替策略，我就一直选择 A

参与者的这种策略显示了博弈的一个 NE，即便相应的结果从集体的角度来看不如“合作的”结果（P，P）那么理想。

在这里经常被提到的另一种非常简单的报复策略便是所谓的“以牙还牙”（tit-for-tat）策略（Axelrod，1984）。它只须参与者这样做：首先选择 P，之后便按对手在上一步骤的做法依样画葫芦。于是，参与者会选择偏离当且仅当另一参与者在上一步骤选择偏离。

应该强调指出的是，如果博弈只重复事先给定的有限次，而不是无限次，那么导向无名氏定理的推理便归于失败。在某一固定的水平上，参与者们知道他们将做最后一次的决策。建立在未来报复基础上的共谋的论点便再也不起作用了。在倒数第二次博弈时，他们在之后还须做一次决策；然而，他们知道在最后一次决策时大家都不会选择合作的决策，于是，在这倒数第二次他们也没有动机去合作了；依此类推，一直可上溯到第一次。参与者永远不会有动机去合作。

幸运的是，这种消极的结果可以通过运用某种措施得到改善。在许多有限次重复博弈中，可以得到经过改造的无名氏定理，比方说，在有许多均衡的构造化博弈的情况下（Benoit 和 Krishna，1985），或是不完备信息的情形下（Kreps et al，1982；Fndenberg 和 Maskin，1986）。在我们后面将要讨论的重复博弈在经济学中的应用中，我们会给出有关这一话题的更多的详述，有完备信息的重复博弈（见 3.4.2 节），也有不完备信息的重复博弈（见 4.4.1 节）。一方面，Axelrod（1984）进行的某些实验表明当参与者采用以牙还牙策略时，在有限次重复博弈中可以出现一个合作的结果；另一方面，Axelrod 加强了这种关于以牙还牙策略的沟通和人际关系的有趣的特性，它是一种非常简单、明晰且慈悲的策略。

简评 1

自动控制理论常用来引入某种再重复博弈中的极度有限的理性。在一个“机器”博弈中参与者被视为是一台拥有有限记忆的、受激应对的机器。最初的目标是从策略的复杂性中抽出理论的结果。然而，有限次的自动控制理论也检验了非均衡行为的过程并寻求了强健的（robust）策略。Aumann（1981）是首次提到这一点的博弈论专家之一（参见 Marks，1992 及 Osborne 和 Rubinstein，1994 第三章以获得对这一问题的概览）。■

最后一点，但并不是不重要的一点是，一个 NE 存在于许多满足所需特性的结果中，这是一个麻烦的问题。很不幸的是，有许多博弈都有多个 NE。在这样的情况下，我们应该如何指出博弈的一个合理的结果？可以说，这种均衡的选择问题可能是非合作博弈的“阿基里斯之踵”（Achilles'heel，阿基里斯，希腊神话中的神）。有时，不动点定理在解释为何某一特殊的结果会入选的问题上是很有用的。一个均衡可通过问题的某些特殊性质（对称性、有效性、风险）被挑选出来，或者，更一般地，通过某些类似于传统那样起作用的特征（过去的经验，背景知识，稳定的习惯）。当提到有关理性的均衡的解释时，这一问题便归于 NE 的“精炼”。

3.4 子博弈完美：精炼 1

在解释为什么在非合作的情形下某一具体的结果会入选的问题上，NE 的特性只是必要而非充分条件，这是主要的观点所在。NE 的集合过于宽泛，我们自然会感到有必要使用一种更强的规范以便剔除其中的一些 NE：我们需要对均衡进行“精炼”。关于均衡精炼的文献在 20 世纪 80 年代丰富起来，可惜众说纷纭，莫衷一是。不过，有一点是可以肯定的，那便是在博弈论专家们提出的各式各样的规范标准中，子博弈完美是不那么有争议的。

“子博弈完美均衡”（SPE）的概念是就扩展式表述的博弈而定义的。它来自于两种思想的结合：自我实施的、稳定的均衡和理性参与者的反向归纳法的标准化准则。它给自己带来已经明晰的解说：子博弈完美由剔除那些参与者的威胁和承诺不可置信的 NE 而构成。它表明，“可信性”是任何动态博弈的核心问题。

3.4.1 子博弈完美和反向归纳法

SPE 的概念是建立在扩展了的反向归纳原则之上的，我们前面已经检验过，反向归纳原则是解决完美信息扩展式表述的博弈的标准化准则。更确切地讲，我们可以把子博弈完美视为反向归纳和纳什均衡的结合。

考察图 3.13 中所示的扩展式表述的博弈。

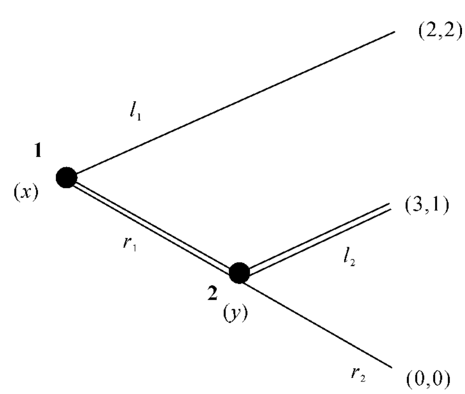


图 3.13 反向归纳原则

该博弈有两个纯策略 NE：（l_1，r_2）及（r_1，l_2）。运用反向归纳法就可以从中只选出一个。在博弈树的（y）结点处，参与者 2 面临在 l_2 和 r_2 之间的选择。他（她）会选择 l_2，因为这样带来的支付较高（$1>0$）。在结点（x）处，参与者 1 面临着在 l_1 和 r_1 之间的选择。由于预期到在结点（y）处参与者 2 的选择，他（她）会选择 r_1，因为这样带来的支付较高（$3>2$）。两个 NE 中只有一个，即（r_1，l_2），通过了反向归纳法的验证。

剔除（l_1，r_2）的论据如下：假定两位参与者一致同意选择这对策略。如果参与者 1 预计参与者 2 会坚守这一协议，那么他（她）选择 l_1 确实是最优的（因为 $2>0$）。然而，我们想像参与者 1 是坚信参与者 2 坚守这一协议的，我们这样的想像是否是明智的？答案是毫不含糊的，绝对

不明智。事实上，由于 l_2 会比 r_2 带来更高的支付，只要能到达结点（y），参与者 2 若能选择的话，他（她）便会选择 l_2。因此，参与者 1 更愿意选择 r_1，这样一来也就打破了协议。惟一一个能够自我实施的协议便是对应于（r_1，l_2）的。

综上所述，均衡（l_1，r_2）被剔除了，因为它暗含了在一个非均衡的结点处参与者 2 的非理性行为。因此，这一现象表明，NE 仅要求在那些参与者在选择均衡策略时实际上能达到的结点上，参与者的行为是理性的。在其他任何结点上，他们的行为却可以或多或少地武断一些。一个参与者选择的策略对他（她）的支付没有任何影响，但一个参与者在非均衡结点处的选择却可能对其他参与者的均衡策略产生影响。在寻求估计那些其他可能的策略的期望支付时，这些参与者必须考虑他们决策的后果（非均衡结点变成了均衡结点）。

均衡（l_1，r_2）可被称为“威胁均衡”。如果参与者 1 不选择 l_1 的话，参与者 2 就以选择 r_2 来威胁他（她）。然而，这种威胁是不可置信的，因为一旦真的这样（即参与者 1 选择 r_1），参与者 2 也不会那么干。一旦参与者 1 选择了 r_1，参与者 2 将愿意选择 l_2。

反向归纳的原则确实是对 NE 精炼的一个规范：它运用了一个补充的关于理性的观念，这个观念使我们能够挑选出一个特殊的 NE。

简评 1

应该强调指出的是，反向归纳的原则并没有改进效率：一个通过了反向归纳检验的 NE 可能帕累托劣于那些被剔除掉了的 NE。图 3.14 所示的扩展式表述的博弈说明了这一问题。

该博弈有三个 NE：（L_1l_1，R_2），（L_1r_1，R_2），（R_1l_1，L_2）。相应于前两个 NE 的支付为（1，1），相应于第三个 NE 的支付为（2，2）。惟一一个经受得住反向归纳检验的是（L_1r_1，R_2），它对应的支付是（1，1）。在结点（z）处参与者 1 选择 r_1（$0>-1$）。在结点（y）处，因为参与者 2 知道参与者 1 会在（z）处选择 r_1，他便会选择 R_2（$3>2$）。在结点（x）处，因为参与者 1 知道参与者 2 会在（y）处选择 R_2，也知道自己会在（z）处选择 r_1，所以她会选择 L_1（$1>0$）。但这个均衡是帕累托劣于均衡（R_1l_1，L_2）的，因为后者带来的支付是（2，2）。然而后者这个 NE 却被丢掉了，因为参与者 1 无法使自己在第二次决策时选择 l_1。两个参与者都清楚如果能达到结点（z）的话，参与者 1 便会选择 r_1。指望他们都能获得支付 2 实在只能是一种空想。如果参与者 1 选择 R_1，她最终只能得到 0 支付。她在结点（x）处宁可选择 L_1（$1>0$）。因此，（R_1l_1，L_2）是一个不可置信的威胁均衡。

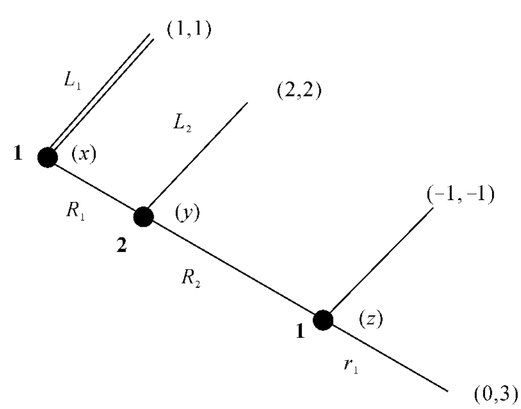


图 3.14 反向归纳与帕累托效率

在经济学中经常遇到的一类特殊的非合作博弈，给出了这第一种 NE 精炼规范的说明。

3.4.2 斯塔克尔伯格均衡：在产业组织中的一个经典运用

每个参与者只做一次决策。博弈规则中有一条，指定了参与者介入的顺序。这类博弈的基本特征是在于参与者之间的不对称性。为了使问题简化，我们将考虑只有两个参与者的情况。这类博弈有时被称为“斯塔克尔伯格博弈”。于是，斯塔克尔伯格博弈就只不过是具有完美信息的序贯博弈；在此博弈中，参与者们依次只做一个决策（也就是一个有两个参与者的两阶段博弈）。我们也可从后往前，即运用反向归纳法来求解斯塔克尔伯格博弈。

反向归纳法和斯塔克尔伯格博弈

在一个斯塔克尔伯格博弈中，参与者 i，即首先行动者，按“领导者”行事。她会预期她的对手的反应，并在自己选择策略时把这些（对手的反应）考虑进去。另一参与者 j 在“领导者”选择了策略之后选择他自己的策略。他接受这一给定的策略（即领导者选定的策略）并相应地按“追随者”的角色行事。图 3.13 中所示的博弈即是一个斯塔克尔伯格博弈的例子（参与者 1 是领导者），其中的结果（r_1，l_2）是一个经受了反向归纳法检验的 NE。在一个斯塔克尔伯格博弈中，这样的 NE 被称为是“斯塔克尔伯格均衡”。

一个纯策略斯塔克尔伯格模型的存在所要求的条件比同时行动博弈 NE 的存在所要求的条件要弱一些。微观经济学中通常的假定（密集的策略集、连续的支付函数）已经足够。因此，一个纯策略斯塔克尔伯格均衡的存在在一个序贯博弈中是有保证的，不需要诸如策略集为凸和支付函数是拟凹的假定。

令 L_i 为参与者 i 的最大支付，当他（她）是领导者时。如果支付（L_1，L_2）是不相容的，那么每一位参与者都有动机选择首先行动，从而迫使对手面对这一承诺。这种现象反映了所谓的“首先行动竞争”。两位参与者都试图使对方在行动之前知道自己的策略计划。叫价越来越高，且必须实施。在对首先行动权的竞争上，领导者是赢家。然而，在某些博弈中，做领导者或许反而会不利。这是从策略的相互依赖中获利的反而是追随者。于是，我们便可探讨“关于第二次行动的竞争”。

令 F_i 为参与者 i 的最大支付，当他（她）是追随者时。如果支付（F_1，F_2）是不相容的，那么每一位参与者都有动机在选择自己的策略前去发现对手的策略。每一参与者都力图使自己的选择保密，同时又尽力去猜测对手的选择，于是便笼罩着一种不信任的气氛。每一个参与者都会通过发送假信息而力图欺骗对方。每一个参与者都力图刺探对方，同时又害怕被对方刺探到。在关于首先行动的竞争中，关键的因素是参与者承诺的真实水平，每一位参与者都迫不及待地想表达自己的意图。在关于第二行动的竞争中，每一参与者都想尽力推迟自己的选择，以便最后行动从而能够利用一切有关对手的选择的可利用的信息。无值的双人零和博弈是斯塔克尔伯格博弈的一个好例子，它引发了关于第二行动的竞争（$\alpha_1 < \alpha_2$）。在这种类型的博弈中，后选择的参与者赢，而先选择的参与者输。

简评 1

对领导者和追随者位置的竞争可被视为是扩展式博弈的第一步，在这种扩展式博弈中，参与者介入的顺序不再是外生的。我们也可以这样想，第一步，参与者有一个较大的观点集，意即他们也可以在同时行动和序贯行动之间做出选择。■

斯塔克尔伯格首先运用这一均衡概念来研究双寡头的动态模型。我们下面就来考察它在产业组织中的经典应用。

应用：斯塔克尔伯格双寡头模型

两家企业生产同质的产品，边际成本是常数，没有固定成本。成本函数是：

$C_i = cq_i, i=1,2$

正如在古诺双寡头模型中一样，企业选择产量（而不是价格），这是连续的策略变量。不过在这里，他们的决策是序贯的。企业 1 首先选择产量 q_1，之后，知道了 q_1，企业 2 决定 q_2。很明显，这是一个有两个参与者的斯塔克尔伯格博弈，且参与者 1 是领导者。企业 i 的支付由如下的利润函数表示：

$u_i(q_i, q_j) = q_i[p(q_1, q_2) - c]$

其中，$p(q_1, q_2) = a - (q_1 + q_2)$ 是均衡的市场价格。

该博弈的斯塔克尔伯格均衡可通过运用反向归纳原则得出。企业 2 针对企业 1 选择的任何产量水平的最佳应对应首先计算出来。它由 $q_2(q_1)$ 给出，$q_2(q_1)$ 是下面问题的解：

$$\max_{q_2} u_2(q_1, q_2) = q_2(a - q_1 - q_2 - c)$$

可得出：

$$\bar{q}_2(q_1) = \frac{1}{2}(a - q_1 - c)\text{，如果 } q_1 < a - c$$

注意到上述表达式和同事行动的古诺双寡头模型中参与者 2 的最佳应对颇有些相似。区别在于，在同时决策的博弈中，表达式代表的是参与者 2 针对参与者 1 同时选择的假定的产量的最佳应对；而在序贯决策的博弈中，表达式代表的是参与者 2 针对参与者 1 实际选择的产量的最佳应对。

企业 1（领导者）预期到了企业 2（追随者）的这一行为，并根据 $q_2(q_1)$ 来决定自己的产量水平 q_1。于是，在博弈的第一阶段，q_1 是下述问题的解：

$$\max_{q_1} u_1[q_1, \bar{q}_2(q_1)] = q_1[a - q_1 - \bar{q}_2(q_1) - c] = q_1\left(\frac{a - q_1 - c}{2}\right)$$

即得到：

$$q_1^* = \frac{a-c}{2}$$

将这一值带入前面的子式，即得到企业 2 的均衡策略：

$$q_2^* = \frac{a-c}{4}$$

于是，计算两家企业斯塔克尔伯格均衡时各自的产量就很容易了：

$$u_1^* = \frac{(a-c)^2}{8}, \ u_2^* = \frac{(a-c)^2}{16}$$

在这个斯塔克尔伯格博弈中，领导者获得的支付要高于追随者。

3.4.3　在一般博弈中的子博弈完美

在斯塔克尔伯格双寡头模型中用以寻找均衡的根据相当广泛地适用于所有拥有完美信息的博弈。对不完美信息的博弈来说（即博弈分几个阶段，参与者可能在其中同时选择），上面所定义的原则便不再适用。子博弈完美的概念力图将这一原则一般化到一般的扩展式表述的博弈中。

定义和存在性

NE 精炼规则是泽尔腾（Selten，1965）引入的。我们用一个简单的例子来介绍它。考虑图 3.15 所示的博弈。

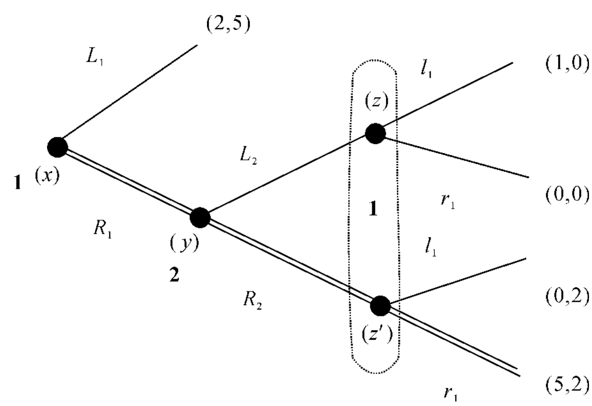


图 3.15　子博弈完美均衡

这是一个不完美信息的博弈，因为参与者 1 在她的信息集中无法区分结点（z）和结点（z'）。当她在 l_1 和 r_1 之间的选择做决定时，她并不知道参与者 2 选 L_2 还是 R_2。反向归纳的原则无法运用，因为在结点（z）处，参与者 1 会选 l_1（$1>0$），而在结点（z'）处，她会选择 r_1（$5>0$）。

泽尔腾所提出的方法利用了这样一个事实：从结点（y）处开始的博弈树的分支本身也是一个博弈。它被称为从结点（y）开始的一个“子博弈”。一个子博弈也可被解释为在某些特殊的同时行动上参与者所做决策的某些特征的反映。因为在非合作博弈中坚定地表述自己的意图是不可能的，于是在子博弈中参与者的行为必定由博弈余下的部分独立地决定。结果便是，博弈的一个 NE 必然导致出子博弈的一个 NE。如果这一点不成立的话，那么当到达相应于子博弈的博弈树分支的时候，至少有一个参与者会有偏离的动机。

从结点（y）开始的子博弈可用矩阵（bi-matrix）表述如图 3.16 所示。

		2	
		L_2	R_2
1	l_1	$\underline{1}$，0	0，$\underline{2}$
	r_1	0，0	$\underline{5}$，$\underline{2}$

图 3.16　子博弈中的 NE

该子博弈有惟一的一个 NE：（r_1，R_2）。一旦这一均衡确定了，运用反向归纳法的原则便很容易推算出整个博弈的均衡。在结点（x）处，参与者 1 会选择 R_1，因为她知道在结点（y）处，参与者 2 会选择 R_2，她自己会选择 r_1（$5>2$）。均衡（R_1r_1，R_2）也是一个 NE。然而，这一均衡暗含了参与者 2 的一个不可置信的威胁（他威胁道如果参与者 1 选择 R_1，他便会选择 L_2），于是它便不能成立。

到目前为止，子博弈的提法只是被十分宽泛地引入以和博弈树有待研究的任一分支相对应，

每次都是这样的一个结点：导向这一结点的博弈的历史都是共同知识。现在，有必要给出有关这一提法的更加严格的定义。

定义 3（子博弈）

扩展式表述的博弈的子博弈有如下特性：

- 它开始于博弈树的一个结点，该结点对应于一个单独的（singleton）信息集（即该集只含一个结点）。
- 它包含了从结点开始的博弈树的整个部分。
- 它从不分裂一个信息集（如果 y 是 x 结点后的结点，y 属于开始于结点 x 的子博弈，那么属于 y 的信息集的其他任何结点必是给定子博弈的一部分）。■

于是，我们便能够给出关于 SPE 的一个严格的定义。

定义 4（子博弈完美均衡）

一个 NE 是一个 SPE，当参与者的策略在每一子博弈中都产生一个 NE，无论这些子博弈在均衡处是否能以正的概率达到。■

紧随这个定义而来的便是：在扩展式表述的博弈中。SPE 必然是 NE，但反之则不然。如果我们把 NE 定义为纳什均衡的集合，把 SPE 定义为博弈的子博弈完美均衡集合，那么这两个集合的关系如下：

$\mathrm{SPE} \subseteq \mathrm{NE}$

我们要强调的是，这一概念是定义在一般的博弈上的。然而，不幸的是，下面的结论只能在拥有完美信息的博弈中得到证明。

定理 6（泽尔腾，1965）

每一有限的扩展式表述的、拥有完美信息的博弈至少有一个纯策略 SPE，且如果参与者的支付没有平局（ties）的可能性的话，那么便有惟一的一个 SPE。■

在此类博弈中，子博弈完美的概念实际上和反向归纳法一致。然而，注意到 SPE 的定义并未涉及终结点，因此，这一概念也可运用于无限博弈。

简评 1

在一个 NE 中，每一参与者都选择一个能最好地应对其他参与者策略的策略，于是没有一个参与者会使用严格劣策略。子博弈完美的规范把这一原则扩展到所有的子博弈中：在 SPE 中，在任一子博弈中没有一个参与者会使用严格劣策略。■

简评 2

在许多博弈的例子中，这一规范通过剔除那些不太像的 NE 从而在大量削减 NE 的数量方面显得很有效。然而，在面对重复博弈时，它仍然无能为力，而重复博弈在经济学的运用中是很重要的一类博弈。

对重复博弈而言，子博弈的划分是很明显的。因为在每次重复之后，参与者都能观察到对手的做法。如果 $G(T)$ 对应于同一要素博弈重复 T 次，那么对任何 $t<T$，$G(t)$ 都是 $G(T)$ 的一个子博弈。每个一次性博弈的 NE 也是重复博弈的一个 NE，每个一次性博弈的 SPE 也是重复博弈的一个 SPE：在每次重复策略中只是均衡策略的重复。从而，博弈的重复并不能对均衡结果的集合有所限制。相反的是，重复典型地带来了结果的增值。事实上，这正是“无名氏定理”教给我们的。这一著名的结果，最初是为 NE 而证明的，但对于 SPE 也同样适用。

“完美无名氏定理”在有关完备信息的无限重复博弈的文献中得到了证明。这证明是为着三种支付函数形式的，即建立在“有限方式”、“折现”及“追赶”上的三种形式（参见第三章 3.3.1 节三种支付函数的定义；Sorin，1992，Pearce，1992 及 Osborne 和 Rubinstein，1994，第八章给出了这一文献的概览）。■

简评 3

在重复博弈中，过去影响现在的决策和将来的行为只不过是因为所有的参与者都认为过去的做法起作用。带有变化的“物理环境”的更为复杂的博弈须被模型化为“动态博弈”，其中过去对现在的机遇有重要的影响。在这一类特殊的“马尔可夫的”（或“传递性的”）体系中，在各个阶段的全部历史可被概括为博弈中的一个“状态”（state）。于是，参与者们现在的支付就只是这个状态与现在的行动的函数。在这一框架下，我们关注的是“马尔可夫”或“状态空间”策略。

当我们运用一个连续时间模型时，我们就得到一种称为“微分博弈”的博弈。由于在这些博弈中行动是连续的，那么一般认为策略被定义为支付的一种微分的运动。在每一瞬间，参与者都做出选择（控制变量）并且结果（状态变量）的运动将根据一套微分方程而受这些选择的影响。微分的博弈一直持续到博弈结束为止，当然，结束是假定状态变量达到某些值的时候——称为“终结状态”——才发生的。于是，我们便可能通过微分方程从终结状态上溯到初始状态，并且，我们也能够在可微博弈中确切地定义一个 SPE——称为“闭环”NE。正如古诺均衡、伯特兰均衡和斯塔克尔伯格均衡一样，这并不是一个新的均衡概念，而只是一种描述某些特殊博弈的均衡的方法。

可微博弈引出了另一种策略类型，即“开环”策略。一个开环策略是指这样一种情况，其中参与者们在博弈开始的时候都许诺沿着一条假定在将来不会发生变化的路径行动；而一个闭环策略是一种决策规则——把行动描述为实间和状态变量的函数（意即在每一时点每一参与者都能观察到状态变量的值并且相应地选择自己的最佳行动）。于是，一个开环的 NE 便是这样的一个开环策略集：每一参与者都使自己受束于这样的应对，即一个对于其他参与者许诺遵循的路径来说是最好的应对。一个闭环的 NE 是这样一个闭环策略集：对初始状态而言，每一策略都是对于其他参与者策略的最佳应对。

有许多经济状态都需要我们如此去模型化。比方说，状态变量可以是产量（Fudenberg 和 Tirole，1983，Reynolds，1987），或者是价格黏性状态下的产品价格（Fershtman 和 Kamein，1987）[欲对可微博弈有很好的了解，可参见 Fudenberg 和 Tirole（1991，第十三章）以及 Owen

（1995，第五章）。Dockner 等人（2000）给出了关于可微博弈的最新的和完整的介绍，并且附有经济应用］。■

子博弈完美均衡的局限

对于一个多阶段的博弈而言，SPE 之所以是一个很好的解的概念，其中的一个原因是，在一个非完美的均衡中非均衡的行为是非理性的。然而，事实却表明在所有的不完美信息博弈当中，这一规范并不总是足以剔除非理性行为。在这种更为一般的博弈中，子博弈完美失去了它的选择能力。来考虑经典的“泽尔腾马”（Selten's horse）博弈。

“泽尔腾马”博弈

这个三人博弈在图 3.17 中以扩展式表述和策略式表示给出。顺便注意一下，在策略式表述的博弈中，参与者 3 的策略是矩阵。

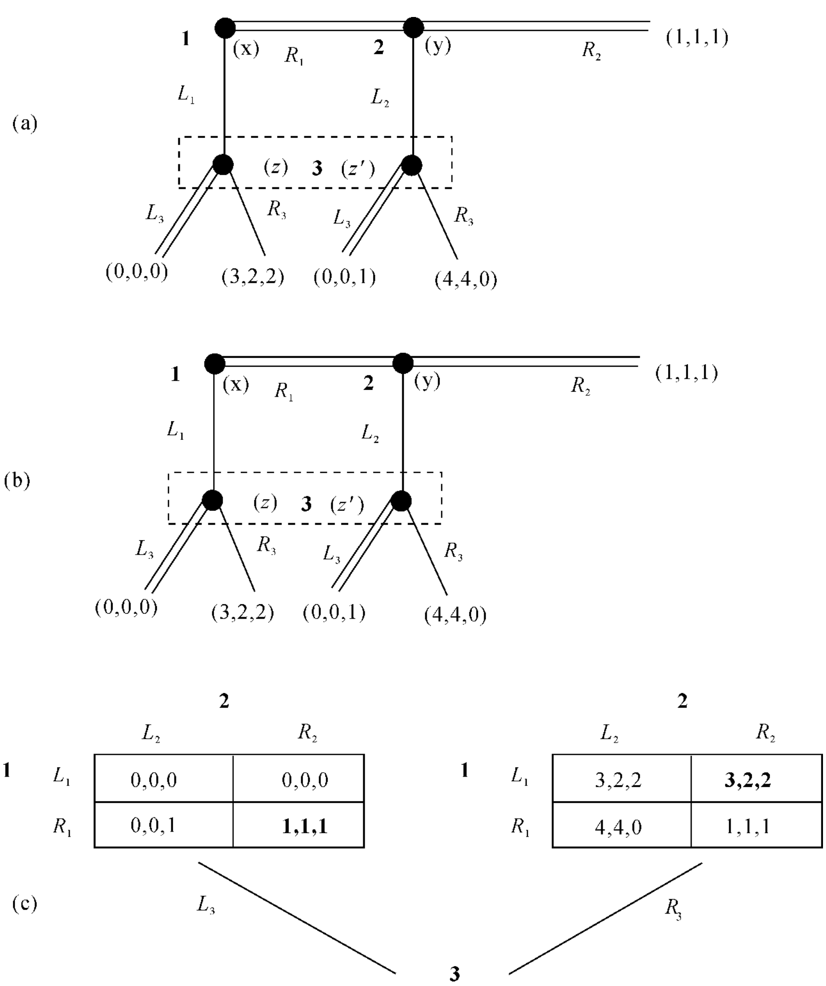


图 3.17　SPE 与非理性行为

该博弈有两个纯策略 NE：（R_1，R_2，L_3）和（L_1，R_2，R_3）。这两个均衡在策略式表述的博弈［图 3.17（c）］和扩展式表述的博弈［分别在图 3.17（a）和 3.17（b）中］都予以标明了。

我们向大家展示了，在后一种表述方式中暗含了参与者 2 在结点（y）处的一个非理性行为，而结点（y）在均衡中是达不到的。

如果参与者 2 的信息集确实能够达到，那么这个参与者就有动机对就这个均衡达成的协议背信弃义。如果参与者 2 选择 L_2 而不是 R_2，参与者 3 就由于无法在她的信息集中区分结点（z）和（z'）从而注意不到协议已被破坏，进而会继续选择 R_3。接下来，参与者 2 通过选择 L_2 将获得比通过选择 R_2 更多的支付（$4>1$），于是如果结点（y）能够到达，参与者 2 就会选择 L_2（而不是 R_2）。由于参与者 1 正确地预期到了这一行为，参与者 1 将会选择 R_1（而不是 L_1）因为她期望在这种情况下得到更高的支付（$4>3$）。最后，均衡（L_1，R_2，R_3）代表了参与者 2 的一个不可置信的威胁。子博弈完美的规范不会拒绝这一均衡，道理很简单，因为这里根本就不存在"合适的"（proper）子博弈（不同于博弈本身的子博弈）。我们只能无能为力地说：在这个博弈中，任一 NE 都是一个 SPE。

当一个博弈没有"合适的"子博弈时所产生的困难是，参与者无法得知博弈将在哪个结点开始。相应地，他们也就无法估量他们的选择对终结点的影响。结果便是，他们无法估计支付与他们的选择之间的牵连。

应该强调指出的是，这种消极的结果在所有不完美信息博弈中是相当普遍的。在这类博弈中，即便参与者在博弈的每一阶段（可观察到行动的多阶段博弈）都可以观察到其他所有参与者的决策，因为他们不知道其他参与者的类型，所以博弈树上从某个具体的结点开始的分支便不是一个子博弈。

子博弈完美的这些局限性要求我们对不完美信息博弈的 NE 定义更多的精炼方法。在我们运用第四章将要提出的更强的精炼规范探讨这一问题之前，我们先通过考察一个著名的"玩具博弈"来看看 SPE 概念的另一虚弱之处。

蜈蚣博弈

蜈蚣博弈是 Rosenthal（1981）所设想出来的一个完美信息博弈。一方面，它通过凸显平常的感觉与经验证据之间的矛盾；另一方面，通过热心地运用这一理性的解的概念（指子博弈完美，译者注）从而很好地说明了子博弈完美概念的虚弱性。

两个参与者处于这样的一个进程——他们轮流地有机会终止这个进程。虽然每一参与者都能够获得更好的支付——如果这一进程在哪个阶段都不停止的话，但是每一参与者都倾向于他（她）自己在任一阶段终止（S）这一进程，而不是倾向于另一参与者在下一阶段这样做（指终止进程）——如果他（她）仍然继续（C）的话。经过有限个阶段之后，进程便停止了。我们在图 3.18 中给出了这一博弈的八阶段情况。当然，"蜈蚣"一词来自于博弈树的形状。

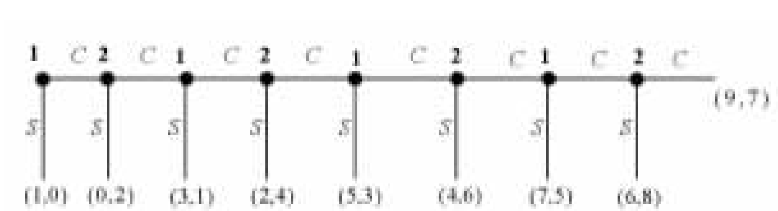


图 3.18　蜈蚣博弈

容易看出，博弈有惟一的 SPE——每一参与者在每一阶段都选择 S。在最后一个结点，参与

者 2 将会选择 S，因为这给他（她）带来的支付是 8 而不是 7。那么，在倒数第二个结点，如果参与者 1 选择 C 她将会得到支付 6；然而如果他（她）选择 S 他（她）将会得到支付 7。因此，参与者 1 倾向于选择 S。在倒数第三个结点，参与者 2 选择 S，得到支付 6 而不是支付 5［如果他（她）继续的话］，依此类推。最后，子博弈完美预言说，参与者 1 会以立即终止博弈的方法开始博弈，自己得到支付 1 而留给参与者 2 支付 0。

在均衡中，每一参与者都认为对方会在下一阶段选择终止，即使他（她）在过去的进程中已经多次选择了继续。很明显，这种信念在直观上并无吸引力，除非阶段的数量非常小。此外，实验证据却并不支持这种预言，没有哪位参与者在第一阶段会选择终止（参见第八章 8.2 节）。然而要注意的是，当我们略微降低一些关于参与者理性的共同知识所需的条件的话，这一似是而非的结果就会被消除（Aumann，1995）。但这种改造就意味着我们是在研究不完美信息的博弈了。

3.5　应　用

3.5.1　序贯博弈和策略承诺

承诺是一种很巧妙的策略行动形式，它在经济学中有广泛的应用。根据谢林（Schelling）的观点："这种策略的本质是对于选择的自由的一种有些自愿却又不能反悔的牺牲。它建立在这样一个悖论之上——约束对手的力量或许依赖于约束自身的力量……"（Schelling，1960，22）。每个人在真实的生活中都经历过这样的事实，威胁更加可信，如果事到临头别无选择而只有把它付诸实际行动的话。因此，禁止任何对于一个已经声明的行动计划的叛离通常都是值得的。

在经济学中，这一观点有广泛的运用。比方说，一家享有垄断地位的企业可以通过建立不可撤销的额外生产能力——这意味着市场供给过剩的威胁（于是便使进入变得无利可图）——从而有效地阻止一个潜在的进入者（Spence，1977；Dixit，1980；Fudenberg 和 Tirole，1984）。政府也可以通过宣布给予国内企业以补贴的政策从而达到改变一个国际垄断市场结果的目的。在这种情况下，威胁的可置信性（一般来说真的把这些威胁付诸行动可能是不理性的）来自于政治决策过程的本质：需要由代表大会投票表决来批准，并且做出一个新决策是非常缓慢的（Krugman，1984；Brander 和 Spencer，1985）。

循着这样的思路建立起来的模型都有相同的基本结构。为了简化和便于处理，我们通常把时间结构减为两个时期。在第一阶段，参与者就那些一直能够影响到第二期的变量做出"策略的"决策：生产能力、研究开发（R&D）、广告等。在第二阶段，参与者在"战术的"问题上展开竞争，即诸如价格和产量的短期决策。解决这些博弈要用到子博弈完美的概念，所以在第二期的均衡必定是一个 NE，不管之前选择了什么行动都是如此。首先，两时期的博弈解决策略性变量的任何值；之后，通过反向归纳法我们得到 SPE。

我们下面将考察三个例子，它们拥有我们上面提到的同样的逻辑。从第一个模型到第三个模型，我们将逐渐增加技术的复杂性。

进入阻止：跨国公司的情况

"进入阻止"是产业组织当中一个经典的例子（一般来说，这一话题在 Tirole，1988，第八章中有很好的概括）。我们这里给出一个不那么有名的"进入阻止"的例子，这是一个跨国公司

的情况。

我们来考虑这样一种情况：一家国内企业在某个其他国家是垄断者（下面的模型主要归功于Smith，1987）。一方面，这家企业在投入一笔企业特定成本 F 后，在本国有一家分号；并且如果再投入一笔工厂特定成本 f 后，就能够在国外再开一家新的分号。另一方面，该企业也可通过出口来供给国外市场，这样就不需要进一步追加沉没成本而只需一些附加的可变成本，诸如运输成本或其他贸易壁垒所引起的成本［比方说关税、汇率，或非关税壁垒（NTBs)］。我们假定成为跨国公司之后的利润低于出口的利润。正式地讲，我们用 Π_{ME} 来表示国内企业通过出口商品而在国外赚到的利润；用 Π_{MI} 来表示它成为跨国公司后的利润：

$$\Pi_{ME}=P(x)x-(c+t)x>\Pi_{MI}=P(x)x-cx-f$$

注意，假定 c 在两种情况下是一样的，但 x 的最优水平却不会一致。由于收入函数是凹的，很明显有：$x_E<x_I$（Smith，1987，91）。

现在，我们假定这个国内公司担心在那个国家会有一个潜在的对手进入市场（国外企业的变量皆以符号 $*$ 标注）。这一潜在的竞争者的存在可能会把两种沉没成本都招来，即企业特定成本 F 和工厂特定成本 f。

在进入的情况下，会有两种可能的双寡头类型：一种是国内企业继续选择出口；另一种是国内企业变成跨国公司。由于对国内企业来说，边际成本函数是不一样的（在两种情况下，译者注），所以两种情况下的纳什—古诺均衡自然也就不同［见图 3.19，其中 R（.）是两家公司的反应函数］。

我们用 Π_{DE}、Π_{DE}^*、Π_{DI}、Π_{DI}^* 分别表示在国内企业选择出口以及选择成为跨国公司的情况下，国内企业和国外企业的利润：

$$\Pi_{DE}=P(x_E+x_E^*)x_E-(c+t)x_E$$

$$\Pi_{DE}^*=P(x_E+x_E^*)x_E^*-cx_E^*-(F+f)$$

$$\Pi_{DI}=P(x_I+x_I^*)x_I-cx_I-f$$

$$\Pi_{DI}^*=P(x_I+x_I^*)x_I^*-cx_I^*-(F+f)$$

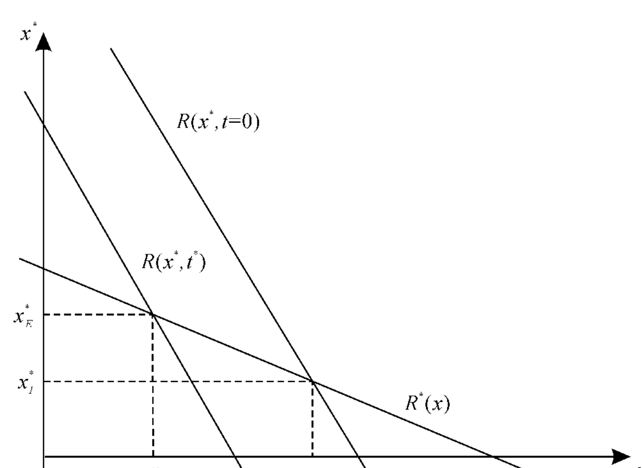


图 3.19　纳什—古诺均衡

我们假定 $\Pi_{DE}>\Pi_{DI}$，这是一个合理的假定，正像上面所提到的 $\Pi_{ME}>\Pi_{MI}$ 一样。换句话说，我们假定一个竞争者的出现对我们的国内企业而言，并不改变它在选择出口和选择投资（建立新

分号）之间的利润排序。于是结果似乎是，无论潜在的进入者做出什么样的选择（进入与否），我们的国内企业最好的选择仍然是选择出口而不是成为跨国公司。然而，我们还须进一步深入地考察扩展式表述的博弈以分析均衡的结果。

国内企业现在正在进行着出口因为 $\Pi_{ME}>\Pi_{MI}$。现在它正关注着潜在的进入者，进入者可以选择进入（策略 E）或不进入（策略 N），它本身也可以选择对这一行为容忍（策略 A），或与其进行斗争（策略 F）。我们用 Π_{WE} 和 Π_{WE}^{*} 分别来表示两家企业展开价格战的情况下的支付。当然，这些利润低于古诺双寡头模型中的利润，即 $\Pi_{WE}<\Pi_{DE}$ 以及 $\Pi_{WE}^{*}<\Pi_{DE}^{*}$。该博弈的扩展式表述如图 3.20 所示。

运用反向归纳法可以解决这一博弈。结果（N，F）是博弈的一个 NE，但它不是子博弈完美是因为它建立在一个不可置信的策略上。如果国外企业真的进入了，那么对于国内企业而言选择与其斗争是不利的。惟一的 SPE 是（E，A）。所以，在国内企业仍然选择出口的情况下，结果便是：Π_{DE}，Π_{DE}^{*}。

现在我们把眼界放宽一些，我们重新引入国内企业成为跨国公司的可能性之后再来看这个博弈的扩展式表述，这种成为跨国公司的可能性在我们前面出口策略占优的情况下已经被剔除了（参见图 3.21）。

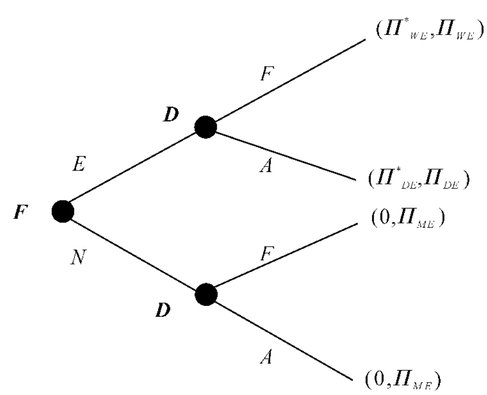


图 3.20　跨国公司博弈的扩展式表述

在这里，策略性阻止的可能性出现了。成为跨国公司一方面要花费一笔不可反悔的成本 f，另一方面会把边际成本从（$c+f$）降低到 c。后一个变化把 NE 改变成对国内企业有利了（见图 3.9），前一个变化降低了国内企业的利润。NE 沿着国外企业反应函数的变化在其选择进入时可能足以导致负的利润。果真如此的话，即如果 $\Pi_{DI}^{*}<0<\Pi_{DE}^{*}$，那么新的 SPE 就是（$\Pi_{MI}$，0）。通过在国外投资从而成为跨国公司，国内企业阻止了潜在国外对手的进入。然而，要注意的是，这一结果需要下面两个基本条件：

$\Pi_{DI}^{*}<0<\Pi_{DE}^{*}$

$\Pi_{DE}<\Pi_{MI}$

如果 $\Pi_{DI}^{*}>0$，那么上面的结果就不再正确了，因为这样的话国外企业会选择进入而国内企业将会选择出口策略以便获得 Π_{DE} 而不是 Π_{DI}。然而即便是在这种情况下，成为跨国公司可能仍然是一个进入阻止的策略。如果沉没成本 f 能够帮助国内企业进行价格战（比方说，通过廉价出口时的市场供给过剩）并且能够减少双寡头利润以至于 $\Pi_{DI}<\Pi_{WI}$ 的话，情况就确实如此（指成为跨国公司可能仍然是一个进入阻止的策略）。（国内公司）在对手进入后与其进行斗争的威胁

就变得可信了。

关于上面的结果的一个有趣的含义是，从这样的一个初始状态开始——其中 $\Pi_{MI}<\Pi_{DE}$，并且均衡是双寡头模式（国内企业选择出口），贸易壁垒 t 的任何增加（比如关税率的提高或跨国界的进入壁垒）都可能使 Π_{MI} 和 Π_{DE} 的关系发生逆转，于是把均衡从（Π_{DE}，Π_{DE}^{*}）变成垄断模式的均衡（Π_{MI}，0）。在这样的保护主义政策下，那个国家所受的损失是显而易见的：从寡头模式到垄断模式之后，价格上涨导致了其国企业利润的消失，并且减少了其国消费者剩余。

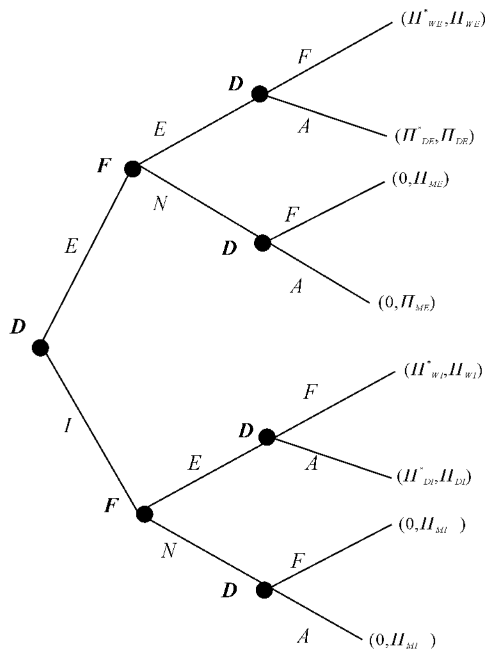


图 3.21　跨国企业博弈的扩展式表述

策略性贸易政策（Laussel 和 Montet，1994）[*]

我们现在来考虑这样一种情况，国内企业和国外企业都是已经存在的，它们将进行产量竞争（Brander 和 Spencer，1985）。在第一阶段，国内政府单方面地选择一个恒定的出口补贴率，每单位出口补贴 s。之后，在第二阶段，两家企业达成一个产量上的 NE（古诺均衡）。

为了使问题简化，假设两家企业生产同质的产品。假设反需求函数是 $p(Q)$，其中 Q 是总产量，且 $p'(Q)$ 为负。此外，还假设两家企业有同样的总成本函数 $C(Q)$，其中 $C'(Q)<0$，且 $C''(Q)\geqslant 0$。最后，令 $p'(Q)+QP''(Q)\leqslant 0$。于是，第二阶段博弈的古诺—纳什均衡便满足下面的一阶条件（根据边际收益和边际成本相等的条件）：

$$p(Q)+s+Q_1p'(Q)-C'(Q_1)=0 \tag{3.2}$$

$$P(Q)+Q_2p'(Q)-C'(Q_2)=0 \tag{3.3}$$

有了上面提到的这些假设，二阶条件也就得到了满足，并且隐含地由式（3.2）和式（3.3）定义的反应函数的图像是向下倾斜的（即根据 Bulow，Geneakoplos 和 Klemperer，1985，各种策略彼此是策略替代品）：一家企业产量的边际利润是另一家企业产量的单调减函数，并且 NE 的值 Q_1^{*} 和 Q_2^{*} 分别是 s 的单调增函数和单调减函数。

在博弈的第一阶段，假定国内政府选择 s 以使国内企业的利润在扣除出口税或出口补贴之后最大化（这里暗含着政府和企业之间的各种资金往来完全是以一次总付的方式进行的假定）。国

内企业的净利润便可以写成：

$$\Pi_1^N = \Pi_1(Q_1^*(s), Q_2^*(s), s) - sQ_1^* \tag{3.4}$$

其中，Π_1 表示企业 1 包括了出口补贴的利润，Π_1^N 表示企业 1 扣除了补贴的利润。博弈第一阶段的均衡条件便是：

$$\frac{\partial \Pi_1^N}{\partial s} = \frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1}\frac{\partial Q_1^*}{\partial s} + \frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_2}\frac{\partial Q_2^*}{\partial s} - s\frac{\partial Q_1^*}{\partial s} = 0 \tag{3.5}$$

根据包络定理（envelope theorem），式（3.5）右边的第一项等于零（这是因为在第二阶段将选择 Q_1^* 以使 Π_2 最大化）。等式（3.5）可以等价地写成：

$$p'(Q)\, Q_1^* R_2'(Q_1^*) - s = 0 \tag{3.6}$$

其中，R_2' 是国外企业反应函数的斜率式［式（3.3）隐含地把国外产量 Q_2 定义为 Q_1 的函数，称为国外企业的“反应函数”］。

从式（3.6）中我们能够得出结论，如果两家已经存在的企业在产量上进行竞争，那么国内政府就应当补贴出口（换言之，s 的最优水平就是正的）；根据 Fudenberg 和 Tirole（1984）的“动物术语学”，这是一个“居支配地位”的策略（我们在本子节内下一个经济应用中还要更加彻底地研究诸如“支配行为”、“权势”以及类似的策略行为术语的定义）。察看这一结果的另一种方法是考察（3.5）式右边第二项。这一项可被称为“策略性影响”，并且通过发展比较的策略性影响，它可以写成：

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_2}\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial Q_1 \partial s}\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial Q_1 \partial Q_2} \tag{3.7}$$

在这种情况下，这一策略性影响是正的，因为第一部分显然是负的；第二部分是正的，因为在 Fudenberg 和 Tirole 的术语学当中，对本国出口的补贴会使本国企业变得有竞争力（$\partial^2 \Pi_1 / \partial Q_1 \partial s > 0$）；第三部分是负的，因为产量是策略替代品（$\partial^2 \Pi_2 / \partial Q_1 \partial Q_2 < 0$）。

图 3.22 说明了这些结论，在图中，我们在（Q_1，Q_2）空间中画出了本国企业的等利润曲线和国外企业的反应函数。注意，连续的等利润曲线，随着产出趋于 Q_1，对应于增加的利润水平。

R_1（Q_2）是国内企业在自由放任情况下的反应函数，其中 NE 在 N 点，即两个反应函数的交点。斯塔克尔伯格均衡点是国外企业的反应函数线与国内企业等利润曲线的切点，即 S 点。斯塔克尔伯格均衡是两阶段博弈的均衡，其中国内企业将在国外企业之前、在博弈的第一阶段选择它的产量水平（在这样的博弈里，首先行动者是领导者而随后行动这是追随者）。沿着 NS 直线，从 N 到 S，国内企业的净利润不断增加。对国内出口进行补贴使国内企业的反应函数向外移动，并使古诺—纳什均衡沿着 R_2 向下移动。当 NE 点与 S 点——即给定国外企业反应函数，国内净利润达到最大值的点——重合时，贸易政策是最优的。

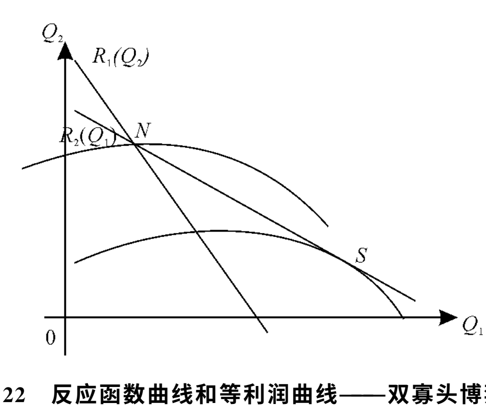


图 3.22　反应函数曲线和等利润曲线——双寡头博弈模型

我们给出的下一个例子，将向大家说明这种类型的博弈的结构是如何得到进一步改进的。

生产有差别产品的双寡头模型中的策略性投资（Montet，1991）*

考虑这样一个双寡头模型，两家企业生产类似但又有差别的产品，产量分别是 x_1 和 x_2。反需求函数是 $p^i(x_1,x_2),i=1,2$。我们假定它们（指反需求函数）满足下面不等式所示的通常特性（用简单的下标来表示偏导数）：$p_i^i<0,p_2^1<0$ 及 $p_1^2<0$。假定效用函数 $U(x_1,x_2)$在(x_1,x_2)内是凹的且 $p^i=\partial U/\partial x_i$，我们有：$p_2^1=p_1^2,p_1^1p_2^2-p_2^1p_1^2\geqslant 0$。

成本是产量和长期策略变量——以 K 来表示的资本——的函数：C^i（x_i，K_i）。边际成本为 C_i^i（x_i，K_i）。

两家企业在一个两阶段博弈中展开竞争。在第一期，它们选择一个资本支出水平 K_i（以第一期的货币单位衡量）。K 的增加导致边际成本降低，即 $C_{xK}^i<0$。

在第二期，两家企业选择产量水平。我们将把这第二阶段模型化为一个“推测的变化”均衡。推测的变化这一概念在建立模型当中经常用到，用来描述参与者在得不到完整的动态框架时预期对手行动的方法。许多批评者都强调了这一模型在逻辑上的缺陷，因为这一模型在本质上是静态的，所以它的策略不能用博弈的扩展式表述来描述。然而，它构成了一个把各种不同的均衡分门别类的很有用的工具［比方说，在垄断组织理论中，推测的变化的两个参数（价格和产量）就很有价值，它使古诺—纳什均衡在产量上获得，使伯特兰—纳什均衡在价格上获得］。每家企业都力图最大化它的总利润：

$$\Pi_i=\beta[p^i(x_1,x_2)\,x_i-C^i(x_i,K_i)]-K_i \tag{3.8}$$

其中，β 还是一个折现因子。我们要找的是博弈的 SPE。首先，我们在给定了 K_1 和 K_2 的值之后，解决第二阶段的子博弈；知道了 x_1 和 x_2 是如何决定于 K_1 和 K_2 的之后，我们解决第一阶段的博弈。

两家企业只能在它们的计划产量水平上实施可置信的威胁。不过，它们也明白在第一阶段所做的不可反悔的投资修改了博弈第二阶段的初始条件。因此，它们会全面考虑投资的影响：一方面减少了成本，一方面也修改了第二阶段的初始条件。资本支出本质上是沉没成本这一事实对于 K 的影响效果而言，当然是一个至关重要的条件。通过选择某个水平的 K，每家企业都使自己在第二阶段受束于这一不可反悔的行为了。第二阶段均衡的一阶条件还是：

$$H_i(x_1,x_2,K_i)=p^i(x_1,x_2)+[p_i^i(x_1,x_2)+p_j^i(x_1,x_2)v_i]x_i-C_i^i(x_i,K_i)=0 \tag{3.9}$$

其中，$v_i=(dx_i/dx_j)_c$ 是推测的变化关系。对式（3.9）两边求导，并表示为矩阵形式，即得到：

$$\begin{bmatrix}H_1^1 & H_2^1\\ H_1^2 & H_2^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}dx_1\\ dx_2\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}H_K^1 & dK_1\\ H_K^2 & dK_2\end{bmatrix} \tag{3.10}$$

要得到确切的结果，还需几个附加条件：

$$H_1^1<0,H_2^2<0 \tag{3.11a}$$

$$H_1^1H_2^2-H_2^1H_1^2>0 \tag{3.11b}$$

$$H_2^1<0,H_1^2<0 \tag{3.11c}$$

式（3.11a）和式（3.11b）两个假定是保证静态均衡惟一性和“稳定性”的条件（Dixit，1986）。（3.11c）假定是保证向下倾斜的“反应函数曲线”的充分必要条件（或企业的均衡点轨迹）。令式（3.10）等号右边为零，我们就能够得到如下所示的表示企业反应函数的表达式：

$$r_1=-\frac{H_2^1}{H_1^1}\qquad r_2=-\frac{H_1^2}{H_2^2} \tag{3.12}$$

现在，我们来看一下当 K_1 增大，K_2 保持不变时的比较静态效果。以 dx_1 和 dx_2 为未知数，解矩阵式（3.10），即得到：

$$dx_1=-\frac{H_2^2H_K^1dK_1}{\Delta}$$

其中，$\Delta>0$ 是式（3.10）中的行列式，且：

$$dx_2=\frac{H_1^2H_K^1dK_1}{\Delta}$$

如果用式（3.12）中的 r_2，便得到：

$$dx_2=-\frac{r_2H_2^2H_K^1dK_1}{\Delta}$$

（事实上 $dx_2=r_2dx_1$，意味着均衡沿着企业 2 的反应函数曲线移动）。r_2 和 H_2^2 的符号由假定式（3.11a）和式（3.11b）确定，但 $H_K^1dK_1$ 的符号可能是正的也可能是负的。

考虑当 $H_K^1>0$ 的情况，即 K_1 的增加导致企业 1 边际利润的增加。那么 dx_1 和 dx_2 的符号是明确的，$dx_1>0$，$dx_2<0$。更一般地，在这种情况下每家企业的产量水平都是其资本存量的增函数，是其对手资本存量的减函数。我们现在回过头来看博弈的第一阶段：每家企业都选择自己的资本支出水平，既要考虑到对于成本的直接影响，也要考虑到对于博弈第二阶段初始条件的间接影响。我们是要寻找这个博弈的一个 NE。均衡条件为：

$$\beta[p^i(x_1,x_2)+p_i^i(x_1,x_2)x_i-C_i^i(x_i,K_i)]\frac{dx_i}{dK_i}+\beta p_j^i(x_1,x_2)x_i\frac{dx_j}{dK_i}-(1+\beta C_K^i)=0$$

运用第二阶段的均衡条件式（3.9）和式（3.13）所描述的反应函数斜率的表达法，我们便得到：

$$\beta x_ip_j^i(x_1,x_2)(r_j-v_i)\frac{dx_i}{dK_i}-(1+\beta C_K^i)=0 \tag{3.13}$$

式（3.13）中的第二项表示 K 的直接影响，第一项则表示 K 的间接影响或策略性影响。策略性影响的符号取决于（r_j-v_i）的符号和 dx_i/dK_i 的符号，其中 dx_i/dK_i 的符号本身取决于 H_K^1 的符号［给定条件式（3.11a）和条件式（3.11b）］。如果正如我们到目前为止所假定的那样，$H_K^1>0$，那么企业 i 就会在（r_j-v_i）为负的时候过度投资，这就包含了一般的古诺情况（即$r_j<0$ 且 $v_i=0$）；并且在（r_j-v_i）为正的时候投资不足（这就包含了一般的伯特兰情况）。如果$r_j=v_i$ 的时候，那么就出现所谓的“一致推测”的情形（这只能被理解为是表示一种特殊的动态均衡的一个捷径），这时，变量 K 根本就没有策略性影响。在 $H_K^1<0$ 的情况下，只要把所有的结果都倒过来就行了。

运用 Fudenberg 和 Tirole 所提出的动物学分类法，我们便可像图 3.23 那样把不同的策略情况表示出来。

如果博弈在第二阶段是拥有向下倾斜的反应函数曲线的古诺情况——即存在“策略替代”的情况，我们便得到第 3 栏所示的情况。如果在博弈的第二阶段是拥有向上倾斜的反应函数曲线的伯特兰情况（在价格空间中），即存在“策略互补”的情况，我们便得到第 4 栏所示的情况。在上面我们讨论过的假定 $H_K^1>0$ 的情况中，投资使得企业 1 变得更加强大了，或者换句话说，K 的增加使得企业 1 在博弈最后阶段中表现得更加富有竞争力了。不过，其他形式的投资，比方说做广告，可能使得现在的企业变得更加软弱，意即不太可能在第二阶段的博弈中表现得更有竞争力。如果是伯特兰形式的竞争，那么企业 1 就应当过度投资以便使自己看起来像一个“大腕”，从而避免在第二阶段激烈的竞争。

(1)	(2)	$(r_j-v_i)<0$ (3)	$(r_j-v_i)>0$ (4)
$H_K^1>0$	Investment by firm 1 makes it tough	Overinvestment: firm 1 wants to look like a 'top dog'	Underinvestment: firm 1 wants to look like a 'puppy dog'
$H_K^1<0$	Investment by firm 1 makes it soft	Underinvestment: firm 1 wants to have a 'lean and hungry look'	Overinvestment: firm 1 wants to look like a 'fat cat'

图 3.23 不同策略情形的分类

我们在这里惟一要重复强调的是该模型建立前的限制条件:"推测的变化"的概念从逻辑上来讲是有缺陷的,因为参数 v 的值与博弈的扩展式表述并不一致。必须仅仅把这个模型理解为一种工具——一种把各种不同的市场垄断情况(古诺情况,伯特兰情况,以及其他或多或少包含些共谋的解的真实的动态博弈)表述在一个紧凑的框架中的工具,虽然某些纯化论者(在语法、用字上要求保持正统的人,译者注)或许仍然倾向于分别写出独立的替代模型,即古诺模型,伯特兰模型,或其他模型(比方说重复博弈中默许的串谋)。

尽管有这种表述上的问题,这个一般的框架还是可以运用到许多经济学问题当中的。Brander 和 Spencer (1985) 提出的策略性贸易政策(在本节前面提到过)的情况就是一个很好的例子:政府补贴所扮演的角色就像上面提到的变量 K 一样。Brander 和 Spencer 假定 $H_K^1>0$ 且第二阶段的博弈是一个古诺情形,他们发现补贴拥有积极的策略性影响,但如果博弈的第二阶段是不同的情形,比方说是伯特兰情形,那么就会使结果完全倒转过来(参见 Eaton 和 Grossman,1986,在上面所提到的一般的框架中关于 Brander 和 Spencer 的观点的讨论)。

3.5.2 序贯博弈和隐藏行动:道德风险

在经济生活和商业生活中,存在大量这样的情况:其中某个个人或某个组织,通常称为"委托人"或"立约人",向另一个个人或组织——称为"代理人"或"承约人"提出一项"委托",以便完成某项任务或工作。一份合同可以是明确地写在纸面上的,也可以是不写在纸面上而是彼此间默认的、假定可以维持这种委托代理关系的协议。这种委托—代理关系涉及一系列的决策,这些决策可以当做博弈来分析;而这些关系也可以通过运用本章所研究的 SPE 解的概念而得到解决。

一个典型的合同可以描述为下面的行动次序:

(1) 在第一阶段,委托人设计一个合同;

(2) 之后,代理人可以接受之,也可以拒绝之;

(3) 假定代理人接受合同,代理人便可以自行决定为完成这项工作所需的努力程度;

(4) 在此阶段自然参与博弈,并且决定影响最终结果的环境状态。

在这一具体的框架中,委托人和代理人之间的信息不对称引起了一系列有趣的问题,这些问题涵盖了经济和商业活动当中大量的关系。委托—代理模型的核心是在给定双方拥有的私人信息的前提下,为委托人建立最优合同形式以提供给代理人,并识别出在运用这一最优合同过程中可能遇到的潜在的困难。不同形式的不对称导致不同形式的问题。我们在这里将集中关注一个经典问题,称为"隐藏行动的道德风险"。

当代理人的行动无法观察时,就有了道德风险的问题。在签订合同的时候,签约双方都有同

样的信息。但是，一旦代理人开始执行合同上规定的任务，委托人便无法很好地观察到他（她）的行动了。实际生活中的例子包括企业与工人所签订的合同，经理和他的商业人员所签订的合同，政府和受管制企业之间所签订的合同，医生和病人之间所签订的合同，当事人和律师所签订的合同。在所有这些古典的例子当中，代理人所提供的实际的努力水平，委托人是无法完全查证的。

也有可能是这样一种情况，在代理人完成了任务之后，他（她）得到了某些私人信息，而这信息是无法被委托人所直接观察到的。这种情况也引起了道德风险的情况（“隐藏信息的道德风险”）。接下来，我们将集中精力分析经典的“不可观察的行动”问题。

一个简单的例子

考虑一个风险中性的经理（委托人，之后我们称之为“她”），她想雇用一个风险规避的雇员（代理人，之后我们称之为“他”）。如果雇员接受所提出的合同，他就面临着这样一个选择：用一个较高的努力水平 $e_H=3$ 来完成他的工作，或用一个较低的努力水平 $e_L=1$ 来完成他的工作。这种努力的水平是无法被经理查证的。经理只能观察到一个最终的结果 x，为了简化我们把这一结果假定为两种水平：$x\in\{300, 900\}$。经理从雇员的工作中得到支付为：

$$\Pi=x-w$$

其中，w 为雇员的工资。雇员所得到的效用以他的工资 w 给他带来的效用$[u(w)=\sqrt{w}]$和努力程度给他带来的负效用 $v(e)=e^2$ 之差来衡量：

$$u(w,e)=\sqrt{w}-e^2$$

劳动市场给雇员提供了一个至少获得 8 单位效用水平 $\bar{u}=8$ 的机会。

自然(Nature)决定了雇员在完成他的任务时的环境状态。可能有好的状态，也可能有坏的状态。这一不确定性对雇员的产出水平有一定的影响，无论他的努力水平如何。当雇员以较高的努力程度工作时，高水平的产出 $x_2=900$ 出现的概率就是 0.75，而低水平的产出 $x_1=300$ 出现的概率就是 0.25。如果努力水平较低，那么各种结果的概率就恰好相反：

$$p_2(e_H)=0.75 \text{ 及 } p_1(e_H)=0.25$$

$$p_2(e_L)=0.25 \text{ 及 } p_1(e_L)=0.75$$

对称信息

在解这个博弈之前，我们先来看看如果信息是对称的情况，最优解会是什么样子，以此作为一种参照情况。如果信息对称，那么经理现在就处于这样一种状态：她能够查证雇员的努力水平，并且一旦看到某一具体的结果，能够判断哪些因素是来自于雇员的努力程度，哪些因素是来自于随机事件的。

如果经理设想雇员的努力程度较低，那么，一个仅提供保留效用水平的固定工资合同 w_1 就足以使雇员完成这项工作。这一约束被称为“参与约束”（PC）（或有时称为“保留效用”或“个人理性”约束）：

$$\sqrt{w_1}-e_L^2=\bar{u} \qquad \text{(PC)}$$

或：

$$\sqrt{w_1}-1=8$$

于是：

$$w_1^*=81$$

于是，经理的支付便是：

$$\Pi_1 = 3(300-81)/4 + (900-81)/4 = 369$$

现在，如果经理希望雇员投入较高的努力程度，那么就需要一个固定的工资合同 w_2，满足：

$$\sqrt{w_2} - e_H^2 = \bar{u} \quad \text{(PC)}$$

或：

$$\sqrt{w_2} - 9 = 8$$

于是：

$$w_2^* = 289$$

经理的支付便是：

$$\Pi_2 = (300-289)/4 + 3(900-289)/4 = 459$$

不对称信息

我们现在回过头来看不对称信息的情况。首长现在须检验与雇员仅以一个较低的努力程度工作相比，执行一个较高的努力程度的成本是否不会太高。

在后一种情况下（指较低的努力水平，译者注），问题是比较简单的。根据保留效用水平所定的固定工资水平足以使雇员愿意工作，并使他选择较低的努力程度。

执行一个较高的努力水平现在变得比较棘手，因为雇员可以怠工。此时必须满足另一称为"激励相容约束"（ICC）。这一约束表明合同在雇员付出较高努力程度的时候必须给他以较高的效用（比他怠工时所得的效用要高）。正规地表达即：

$$0.25\sqrt{w(300)} + 0.75\sqrt{w(900)} - 9 \geqslant 0.75\sqrt{w(300)} + 0.25\sqrt{w(900)} - 1$$

首长必须解决下面的最大化问题：

$$\begin{cases} \max\{0.25[300-w^*(300)]+0.75[900-w^*(900)]\} \\ \text{s.t.}: 0.25\sqrt{w(300)}+0.75\sqrt{w(900)}-9\geqslant 8 & \text{(PC)} \\ 0.25\sqrt{w(300)}+0.75\sqrt{w(900)}-9\geqslant 0.75\sqrt{w(300)}+0.25\sqrt{w(900)}-1 & \text{(ICC)} \end{cases}$$

最优解是：

$$w^*(300) = 25, w^*(900) = 441$$

经理的支付为：

$$\Pi^* = 413$$

在这种情形下必须注意的是，首长的支付比在对称信息情况下给予雇员较高的工资水平从而使他投入较高的努力程度时要低：$\Pi^* = 413 < \Pi_2 = 459$。但是 Π^* 仍然要比 $\Pi_1 = 369$ 高。所以，这使得首长运用激励工资从而使雇员采取较高的努力程度变得有利可图。

在本节余下的部分我们将向大家介绍一种更为一般的委托—代理模型。另一特殊的情况，线性委托—代理模型，将作为练习给出（参见练习 3.12）。

一般的模型

在博弈的最后阶段，代理人从可行性行动集 $e \in \{e_1, \cdots, e_n\}$ 中选择一个努力水平 e。注意，代理人的努力水平可能是一个连续变量，$e \in [0, 1]$。由于这种连续的努力水平的情况本身会引起一些技术性的困难，所以我们仍然坚持选择变量离散的情况。

首长观察到代理人行动的结果，这一结果不仅取决于代理人的努力程度，也取决于一个随机的因素——由自然（Nature）决定的环境状态。

假定结果集是有限的，即 $x\in\{x_1, \cdots, x_m\}$，我们可以写出结果 x_j 在行动 e_i 上的条件概率：

$$p_j(e_i) = \text{prob}\{x=x_j/e=e_i\}\ i=1,\cdots,n \text{ 且 } j=1,\cdots,m$$

必定有：

$$\sum_{j=1}^{m} p_j(e_i) = 1 \text{ 对 } i = 1,\cdots,n$$

我们应假定 $p_j(e_i) > 0$ 对所有的 e_i，$i = 1, \cdots, n$

这意味着对于任一给定的努力水平，任何结果都是可能出现的。注意，由于不确定性在这各问题中扮演着重要的角色，那么无论是委托人还是代理人，他们的效用函数都必须反映出他们各自对于风险的态度，所以我们将使用冯·诺伊曼—罗宾斯坦恩（VNM）效用函数。

代理人的效用函数由下式给出：

$$u(w,e) = u(w) - v(e)$$

其中，w 是工资或代理人的支付。假定效用函数关于 w 和 e 是可加分离的：

$$u'(w)>0, u''(w)\leqslant 0, v'(e)>0, v''(e)\geqslant 0$$

对于一个给定的合同，代理人的期望效用是：

$$Eu\ (w,e) = \sum_{j=1}^{m} p_j(e_i)u(w(x_j)) - v(e_i)$$

委托人的期望支付，或叫做期望利润，可以写为：

$$\sum_{j=1}^{m} p_j(e_i)\Pi[x_j - w(x_j)]$$

无论是代理人还是委托人，都可以是风险中性或风险规避的。不过，最引人注目的是，假定一个风险中性的委托人面临着一个风险规避的代理人。代理人效用的可加分离性的假定意味着他的风险规避行为并不随着他所付出的努力程度变化而变化。这一假定或许多少有些严格，但它并不会引起一般性的大幅度丧失。

委托—代理问题可被概括为下面的最优化问题（这一表述来自 Wolfstetter，1999）。

在最后的阶段，代理人选择能够最大化他的期望效用的努力水平：

$$e \in \arg\max_{e}\left\{\sum_{j=1}^{m} p_j(e_i)u(w(x_j)) - v(e_i)\right\}$$

这一条件定义了激励相容约束 ICC。在博弈的第二阶段，代理人选择干还是不干。代理人的期望效用水平必须至少等于保留水平（不在选择范围内）$\bar{u}$ 正式的表述即：

$$\sum_{j=1}^{m} p_j(e_i)u(w(x_j) - v(e_i)) \geqslant \bar{u}$$

这一条件是参与约束（PC）。

在博弈的第一阶段，委托人设计一个合同，并且预期到在以后各阶段代理人会采取什么样的行动。于是，委托人最大化他的期望支付：

$$\begin{cases} \max\limits_{\{e_i, w(x_j)\}} \sum\limits_{j=1}^{m} p_j(e_i)\Pi(x_j - w(x_j)) \\ \text{s. t}(a)\text{ICC} \\ \quad (b)\text{PC} \end{cases}$$

之所以用到 ICC 条件，是因为我们从显示原则中知道，由一个激励不相容的合同所导出的博弈的均衡支付，可以被一个激励相容的合同所复制（参见第二章 2.4.2 节以获得关于显示原则的更

一般性的概览)。

委托人的问题实际上可以分解为两个部分:(1)最优地执行一个给定的努力水平;(2)选择最大化自己期望支付的努力水平。

问题的第(1)部分可以被正式地写成一个最小化的问题——为获得一个具体的努力水平 e_i 所需的最小化期望工资成本(应该注意的是,最小化问题被转化为下面的最大化问题):

$$\begin{cases} \max\limits_{\{w(x_j)\}}\left[-\sum\limits_{j=1}^{m} p_j(e_i)w(x_j)\right] & \\ \text{s. t:}\quad E(u(w,e_i))\geqslant \bar{u} & \text{(PC)} \\ E(u(w,e_i))\geqslant E(u(w,e_k)),\text{对于所有的 } k,k\neq i=1,\cdots,n & \text{(ICC)} \end{cases}$$

一阶条件是:

$$\frac{1}{u'(w_j)}=\lambda+\sum_{k=1}^{n}\mu_k\left(1-\frac{p_j(e_k)}{p_j(e_i)}\right)\ j=1,\cdots,m \tag{3.14}$$

其中,λ 和 μ_k 分别是在 PC 和 ICC 之上的库恩—塔克(Kühn-Tücker)乘数。

式(3.14)中的概率比值拥有单调的特性,被称为“单调似然比条件”(MLRC),即表明:

如果 $e_i>e_k,x_j>x_h$,那么$\dfrac{p_j(e_i)}{p_j(e_k)}\geqslant\dfrac{p_h(e_i)}{p_h(e_k)}$

如果这一条件成立,我们就能发现执行努力程度 e_i 的工资计划是单调非递减的:

$w_m\geqslant w_{m-1}>\cdots\geqslant w_1$

换言之,如果委托人希望代理人能够付出更多的努力,那么就必须支付更高的工资。

简评 1

正如在本子节开头所提到的那样,隐藏行动的道德风险只是经济学研究所关注的众多情形中的一种。Milgrom(1985)曾提出把不对称信息分为“委托前”(pre-)和“委托后”两种。当“委托后”的信息不对称(可以影响代理人在协议签署后的决策)存在时,就会引发道德风险问题。当“委托前”在签署协议的当事人之间存在信息不对称时,就会引发第二类经典问题:“逆选择”。在和委托人“签订”协议之前,代理人可以观察到一些可以影响到协议关系结果的信息。一类特殊的称为“发信号”的逆选择问题,将在第四章 4.3.2 节给出(欲对委托—代理问题的经典文献有个概览,可参见 Hart 和 Holmstrom,1987;欲更加详细地了解各种不对称信息博弈,可参见 Rasmusen,1989)。■

3.5.3 重复博弈与可置信的威胁或承诺

在博弈论可以运用到经济学问题的大多数情况下,参与者都是反复会晤的。一般而言,各家企业对于一个潜在的消费者群的瓜分而进行竞争,是不会只竞争一次就罢手的。过一段时间,它们彼此又会碰面;并且,在一段无确切长度的时期内,它们会频繁地碰面。国际贸易中各国的谈判代表们知道,在将来大家还有机会坐在一起讨论、争辩、报复。

在这样的情况下,策略行动集就会变得丰富起来。参与者们可以承诺好好表现,如果他们的对手也好好表现的话;参与者们也会威胁说要报复,如果对手想要采取恶意行动的话。承诺与威胁的交互作用或许可以使得那些可以取得一个更好的结果的参与者们采取合作的行为。这种结果从直觉上来看是十分明显的,用不着多么复杂的推理。博弈论所能给我们带来的,只不过是对于那些可以满足一个合作的结果的种种条件给予精确的证明。最根本地,它向我们表明,依据不同

的合作水平，均衡的数量可能是很大的。它也向我们表明，在博弈无限重复的情况与博弈进行若干次之后就结束的情况之间，二者的结果会有巨大的差异。在后一种情况下，合作从理论上更难估计出来。

说明这些问题最好的方法便是考察一个经典的静态博弈，再看看参与者们把这个博弈重复进行之后会发生些什么。最为标准的博弈或许应该是双寡头的情况，不过为了展示一下 NE 概念功能的强大以及它在动态情形下的运用，我们就来考察一个两国间的关税博弈（从根本上讲逻辑是一样的）。我们首先来介绍构成性博弈（或称原始博弈）中的静态的 NE。

构成性博弈

我们假定世界上只有两个国家，并且它们在贸易上都只有一种选择：要么是自由贸易，要么对进口课以关税。这种二元选择已经足以显示这种情况下的囚徒困境状态。如果两国的政府都选择不干涉的策略，那么两国都能享受到自由贸易的好处。如果两国的政府都对进口课以关税，一般而言，和前一种状况相比，它们的境遇就会恶化。不过，最糟糕的情况莫过于一国的政府什么都不做（自由贸易），而另一国的政府却为了自身的利益通过关税政策影响贸易条款。图 3.24 给出了这一简单的静态博弈的支付矩阵（其中 FT 指自由贸易，而 OT 指最优关税）。

		国家 2	
		FT	OT
国家 1	FT	8，8	2，10
	OT	10，2	4，4

图 3.24　支付矩阵

该博弈有一个 DSE（也是一个 NE）。选择自由贸易对两国来说都更有效率，但它并不是非合作博弈的一个均衡。如果两国政府安排一个博弈前的协议的话，那么两国都有兴趣食言，而且在没有一个凌驾于国家之上并拥有强制力的机构的情况下确实会食言。

当然，对策略的选择不必像这个极端的例子中这么受限制。我们可以考虑一个更为一般化的情形，两个国家生产两种产品 1 和 2，国家 1 出口产品 1 进口产品 2，并且每个国家都可以对进口征收不同的关税。我们用 t 和 t^* 分别表示本国和外国的从价（ad valorem）关税，于是，两种产品的国内价格便是：$p_2^1=p_2^2(1+t)$ 和 $p_1^2=p_1^1(1+t^*)$，其中，p_j^i 是产品 j 在 i 国的价格。每种关税都可以是正的或是负的，在 -1（自由进口）和 $\bar{t}$（上划线）（禁止任何进口）取任何值。世界市场上的相对价格便是：$p=p_2^2/p_1^1$。

令 $M_i(p,t)$ 表示国家 i 的进口函数——是贸易条款和关税水平的函数；$i=1,2$。贸易均衡条件是：

$$pM_1(p,t)=M_2(p,t^*) \tag{3.15}$$

这便决定了一个函数 $p(t,t^*)$，我们假定它是连续的、可微的。我们假定提高关税会改进贸易条款：

$$\frac{\partial p}{\partial t}<0,\frac{\partial p}{\partial t^*}>0$$

如果马歇尔—莱纳（Marshall-Lerner）条件（即出口需求弹性与进口需求弹性之和超过 1）成立

的话，并且如果所有的关税收入都通过再分配流入消费者手中，那么这一点就是成立的。

博弈的支付来自集体效用函数的值：$U=U(p,t),U^{*}=U^{*}(p,t^{*})$——从式（3.15）出发可以重新写为只是 t 和 t^{*} 的函数：$W(t,t^{*})$和 $W^{*}(t,t^{*})$。根据上面所述的假定，每一国家都会从另一国家提高关税的行为中受到伤害。我们还假定每一国家都可以因把关税从 0 略微提高一点这一行为中获益。函数 W 和 W^{*} 给出了如图 3.25 所示的福利曲线（草图）（参见 McMillan，1986 以及 Dixit，1987，以获得更加详细的表述）。

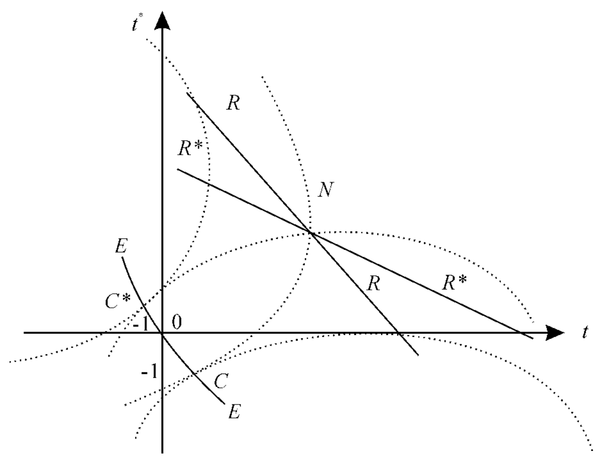


图 3.25　国家福利

当我们向右下方移动时，国家 1 的福利水平提高；当我们向左上方移动时，国家 2 的福利水平提高。国家 1 的这些福利曲线的最大值点组成的轨迹——与$\partial W/\partial t=0$相对应——即是图 3.25 中的线 RR。这称为本国反应函数曲线（Dixit 认为，“均衡轨迹”这一术语或许更为合适，因为在一次性博弈中严格来讲并没有“反应”这个东西）。相应地，国家 2 的反应函数曲线为 $R^{*}R^{*}$。我们在这里假定这两条曲线都是有负斜率的，并且只相交一次。交点 N 即表示该博弈的 NE（实际上，另一 NE 是自给自足的状况，参见 Dixit，1987）。

正如在囚徒困境中的情况一样，均衡不是帕累托效率的（Pareto-efficient）。达到效率，要求两个国家有同样的相对价格，即：

$$p_2^1/p_1^1=p_2^2/p_1^2$$

或：

$$p(1+t)=p/(1+t^{*})$$

或者干脆：

$$t+t^{*}+tt^{*}=0 \qquad (3.16)$$

满足条件式（3.16）的（t，t^{*}）轨迹是图 3.25 中的 EE 曲线。C 与 C^{*} 之间的点对于两国来说，都要比 NE 更有吸引力；在这种情况下，在这一段曲线上就存在自由贸易解（这一点并不总是如此，参见 Kennan 和 Riezman，1988，可以看到不同的情况）。问题是，如果没有一个外部力量的约束（比方说像世界贸易组织那样的力量）的话，国家间是无法达到自由贸易解的，或者是无法达到 CC^{*} 上的某一点的。

简评 1

在上面的表述中，政府运用从价关税作为策略工具。Horwell（1966）向我们表明，在政府运用具体详尽的关税而不是从价关税时，两国所达成的 NE 与上面的情况有很大的不同，Tower（1975）证明了在配额（quota）中的 NE 又是另一回事。如果两国政府都比较积极，那么传统的等价结果就站不住脚了。在这种情况下，我们遇到的问题就非常类似于在垄断中古诺均衡和伯特兰均衡之间的分歧那样的问题（关于这些问题可参见 Laussel，1991）。不过，上面的讨论作为定性分析还是站得住脚的，不管政府选择何种策略变量。■

无限重复

现在来考虑一下重复对非合作动态博弈的均衡有何影响。正如我们在上面所看到的那样，目前在垄断理论及其他博弈理论的应用当中，诸如威胁或承诺这样的策略性行动使得动态博弈中默许的合作有了很大的可能性。同样的逻辑也可以很容易地运用到关税博弈当中去。

首先来考虑这种情况，两国政府预期要素博弈会无限地重复。每一时期的抉择都依赖于博弈的历史以及记忆中以前的行动。在这样一个超博弈中的策略即是一个针对各期的行动计划，于是根据对手以前的行动而制定不同的计划就是很自然的事情。这样一个无限重复的博弈是否会有一个 SPE？答案是显见的：这便是静态 NE 的重复。然而，还有其他的解，并且是更加“串谋的”。

我们再回到原来的假定上，假定在阶段博弈中只有两个策略：自由贸易（F）和静态 NE（N）。一个国家可能会许诺做一个自由贸易者，只要利益国家并不从有效率的解上背离并且威胁说要永远回到充满关税的纳什均衡上去。由于在观察到对手背离之后返回静态纳什点仍能保持一个 SPE，所以威胁就是可置信的。如果由于“共谋”行为的崩溃而导致的损失与单方面背离所带来的收益相比足够高的话，那么友好的承诺也是可置信的。承诺与威胁的交相作用就会导致自我实施的合作行为。

我们来简略地说明一下在什么样的条件下承诺是可置信的。假定每一国家都最大化她的折现福利总和。令 W^F 为自由贸易情况下一个时期的总福利，W^d 为单方面背离所能得到的一个时期的总福利，W^N 为可以达到静态 NE 时候的总福利。我们来考虑这样的情况，一个国家在思考究竟是应该保持自由贸易状态还是应该为了获得暂时的好处而单方面背离。

如果两国都保持自由贸易状态，在无限水平上的总福利就应该是：$\sum\beta^t W^F$，其中 β 是一个正的折现因子，$0<\beta<1$。如果是无限的水平，那么 β 就可以写为：$\beta=1/(1+r)$：这是在后一阶段所得的一单位收益的现值，当然每阶段的利率是 r。不过，应注意的是，如果我们假定博弈会在某个不确定的时期结束的话，β 就有另一种表述方式了。我们令 q 为博弈在经过某个给定时期之后仍然继续进行的可能性。博弈下一阶段的支付就是 $qW^F/(1+r)$，再下一阶段的支付就是 $q^2W^F/(1+r)^2$，如此等等。于是，如果 β 定义为 $q/(1+r)$，那么它就既能够反映出纯粹利息的因素，也能够反映出博弈有可能结束的因素。接下来的观点就在这两个假定上面展开。

我们根据简单的数学就能得出：

$$\sum\beta^t W^F = W^F/(1-\beta)$$

如果一个国家单方面地破坏承诺，那么它在第一个阶段将获得的福利水平为：$W^d>W^F$，由此可知，W^N 的总和就会趋于无穷大。所以，该国家总的福利将是：

$$W^d+[\beta W^N/(1-\beta)]$$

很明显，该国会保持自由贸易状态，如果：

$$\beta\geqslant[(W^d-W^F)/(W^d-W^N)]$$

或者：

$$(W^d - W^F) \leqslant (W^F - W^N)/r \tag{3.17}$$

其中，r 为折现率；$\beta=1/(1+r)$，意即，如果将来的损失的折现不能够抵消暂时的收益的话，条件（3.17）是成立的，如果从背离所得到的暂时利益是有限的（$W^d<\infty$），如果回归到静态 NE 仍是一个真实的惩罚（$W^N<W^F$），如果 β 足够高（非常接近于 1）。

简评 2

与前面的分析相关的一个问题是超博弈有多个均衡。在上面的表述中我们都把每一时期的选择行动限制为两个：静态 NE 或帕累托效率的结果（自由贸易）。然而，实际上还有许多其他的关税政策。完美的无名氏定理（见 3.3.2 子节和 3.4.3 子节的简评 2）告诉我们，对于一个接近于 1 的折现率来说，在静态纳什点和自由贸易点之间的任一结果都可以成为超博弈的一个 SPE。政府间在博弈前进行串谋以便达成帕累托效率结果的协议并没有解决有多个均衡的问题，因为它表明参与者彼此还可以在背离之后再来进行串谋以避免代价很大的相互惩罚。这种再来进行串谋的可能性严重地破坏了能够支持有效率结果的威胁的可置信性。在众多可能的均衡中采用一个具体的均衡恐怕依赖于参与者间的沟通和行为规则（如简单的拇指规则），或依赖于向某个固定点的集中——在这种情况下，固定点就可能是自由贸易点。在这一领域里，还需要从实验博弈中学习大量的东西（欲知对这一问题更详尽的探讨，可参见本书第八章）。■

简评 3

还有一点值得注意的是，沿着 Abreu（1988）就垄断理论所提出的曲线进行最优惩罚策略的选择，可能会增大接近于自由贸易点的结果出现的可能性。这一观点是，为达到自由贸易，对于给定的折现因子来说，参与者必须对背叛者设计非常严厉的惩罚措施。一般来说，向静态 NE 的回归并不是最严厉的惩罚措施，所以就根本不足以支撑自由贸易。正如 Dixit（1987）所指出的那样，在这儿幸亏还有自给自足这张王牌，这是一个可置信的威胁，因为它也是一个静态博弈的均衡。■

有限重复

和前面的分析有关的另一个问题是关于博弈无限（或不确定）次重复的假定。各国政府或许可以察觉到在将来某个时候它们的关系会终结。当阶段博弈只重复有限次的时候，那么似乎惟一的 SPE 便是静态博弈中 NE 的重复。通过考察每一时期的均衡便能够很容易地得到这一结果，从最后一期开始逐步上溯到前面各期。在最后一轮，除了静态纳什策略之外没有别的可置信的威胁了。然而，在倒数第二轮为惩罚背离而进行威胁是毫无意义的，也是不可置信的。所以在这一阶段，静态 NE 也会出现；以此类推，一直上溯到第一轮。

另外，Axelrod（1984）所做的某些实验也表明，如果参与者采取“以牙还牙”（tit-for-tat）策略，那么从一个非合作有限次重复的博弈中就可以出现一个有效率的结果。每一参与者只需简单地照搬对手在上一阶段的所作所为：他背叛我也背叛，他合作我也合作。Axelrod 考虑到沟通和人际关系等因素，便加强了“以牙还牙”这一行为有意思的特性：这是一种简单、明确而又宽容的策略。虽说它引发了关于正规的博弈理论和人类行为实验研究之间的一些有趣的问题，但这一点在我们上面的情形中并不严重，因为我们有两个静态 NE：一个称为 N 点（代表贸易和关税措施时的均衡）；另一个便是自给自足。在最后一个阶段相互威胁说要自给自足是可置信的。每

一政府都知道，如果自己在倒数第二轮的时候不好好表现的话，那么在最后阶段就面临着他国的报复行为。Benoit 和 Krishna（1985）对这一点的简单的应用就表明，在博弈前面几个阶段中存在着改进合作的可能性。

简评 4

为什么静态的合作可以在博弈进行有限次的重复之后出现？正规的博弈理论以及它在垄断当中各种各样的运用给出了一些其他的原因。尤其是，引入不完备信息就可以带来某种水平的共谋。这一点是 Dixit（1987）首先提出的，他运用克瑞普斯（Kreps）和威尔逊（Wilson）（1982）的模型描述了政府运用贝叶斯策略以图得知其他政府的实质的情况。在最后阶段中静态合作的局面崩溃之前，长期保持自由贸易的局面或许是理性的。■

简评 5

所有这些模型都揭示了各国如何能够正常地保持大规模的贸易水平（自由贸易），而不是保持静态 NE 关税状态。然而，这些模型并不能解释为什么在某些时期会发生向高水平保护措施的回归，也不能解释各国为何使用诸如自愿出口限制（VERs）或有序市场安排（OMAs）之类的措施。Bagwell 和 Staiger（1990）研究了一个在出现贸易量的“反复无常”（volatility）情况下的重复博弈模型。这一贸易战模型，明显是受到 Rotemberg 和 Saloner（1986）关于垄断中的价格战模型的影响，向我们说明了阶段性的“特殊保护”或许应被当做为保持一个更高额的贸易水平所达成的默许的协议之一部分，而不是为保持静态非合作的结果。在一个具有不稳定的贸易波动的重复博弈情形下，贸易量的增长会刺激每一政府从一个共谋的均衡单方面背离。于是，被称为“控制贸易”的有限保护水平就要求减小贸易量增长的影响，从而支持默许的合作。■

简评 6

在重复博弈分析的另一方面的扩展中，Riezman（1991）提出了一个关注不确定性的影响以及对保护主义措施的可观察性的影响的模型。如果保护是不可观察的，那么结果就依赖于用以惩罚那些从合作的协议上最终背叛行为的引致策略。各国可以运用进口引致策略。在默许的协议上作弊可以被人家察觉，人家通过观察本国进口即可，因为国外关税率的提高会导致本国进口的下降（给定对于提供曲线弹性的限制）。于是，如果本国进口降到了事先规定的某个关键水平之下，这就有可能反映出外国政府作弊了。接着便会有一定时期的惩罚（高关税）。Reizman 向我们表明，在这种情况下，某种水平的合作可能会得到支持。然而，各国也可以运用一系列的贸易引致策略，这便是通过观察贸易量的变化以尽力观察出作弊行为。当贸易量已经非常之低的时候，就可能反映出对方的作弊，接踵而来的便是向较高的关税回归。但是，在这种情况下，不会发生默许的合作。之所以如此，是因为向高关税回归也可以是由过高的贸易量所引致（与 Green 和 Porter，1984 年所提出的垄断竞争的情形相反，或者与上面提到的进口引致策略的情形相反，在这里每一参与者的作弊都把观察到的变量向相反的方向移动）。于是，每一国都有作弊的动机，因为从个人主义的观点来看，这样做降低了向高关税回归的可能性。这一结论明确地表明了对于导致合作的机制进行选择的至关重要性。■

对这一途径进行另外的精炼有望在近几年内得出。从长远来看，为解决博弈中有多个均衡这一问题，我们期望着对固定点的出现有一个更好的理解。在我们上面的情况中一个很有趣的问题

是研究了采取保护措施的动机。现实中，关税战很少与贸易量相对应，并且更不可思议的是各国政府居然还有最优关税水平。幸好上面的大多数分析都运用于政府有其他动机的情形，诸如就业或回应游说活动之类都可以是动机。这种策略保护理论与贸易政策的政治性经济相结合，就构成了解决这些问题的一条有趣的途径。当其他参与者，根本上来说是公司，拥有某些市场力量的时候，这一更加“现实”的关税冲突和默许合作的观点就需要对于政府间博弈的运行和结果有一个很好的把握。

附录：基本拓扑学概念——凸性、映射、不动点定理

A.1 基本拓扑学概念

- 向量 $x=(x_1,\cdots,x_i,\cdots x_n)$的模为 $\|x\|=(\sum_i x_i^2)^{\frac{1}{2}}$
- 向量序列 $x_0,x_1,\cdots,x_k$ 记为$\{x_k\}$，如果当 $k\to\infty$时，$\|x_k-x\|\to 0$，我们就说序列 $\{x_k\}$ 趋向于极限 x，写作 $x_k\to x$。
- x 的邻域是指如下形式的集合，$\{y|\ \|y-x\|<\varepsilon\}$，其中 $\varepsilon>0$。
- IR^n 中的子集 X 是开集，如果对于 X 中的每一点，都存在一个以其为中心的领域，并且该邻域包含在 X 之内。
- IR^n 中的子集 X 是闭集，如果所有任意接近于 X 的点都包含在 X 之内。
- IR^n 中的子集 X 是有界集，如果它包含于一个有限半径的邻域之内。
- IR^n 中的子集 X 是紧（密）集，如果它既是闭集也是有界集。

A.2 凸性

- 凸集：IR^n 中的子集 X 是“凸的”，如果对于任何 x_1，$x_2\in X$，都有 $\alpha x_1+(1-\alpha)x_2\in X$，其中 α 为满足 $0<\alpha<1$ 的任意实数。
- 凸壳：集合 Y 的凸壳是 Y 中较小的凸集。
- 凹函数：令 f 为定义在 $X(X\subset IR^n)$上的一个实值函数，称 f 为“凹函数”。如果对于任意 $x_1,x_2\in X$ 以及任意 α，$0<\alpha<1$，下式成立：

$$f(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2)\geqq \alpha f(x_1)+(1-\alpha)f(x_2)$$

如果对于 $x_1\neq x_2$，$0<\alpha<1$，下式成立：

$$f(\alpha x_1+(1-\alpha)x_2)>\alpha f(x_1)+(1-\alpha)f(x_2)$$

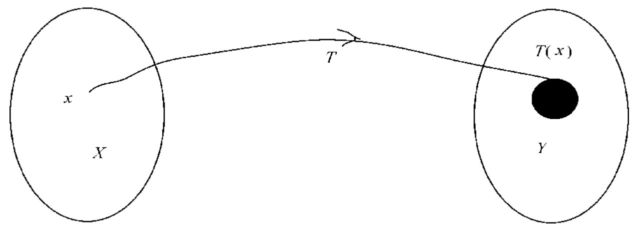
则称函数是“严格凹的”。

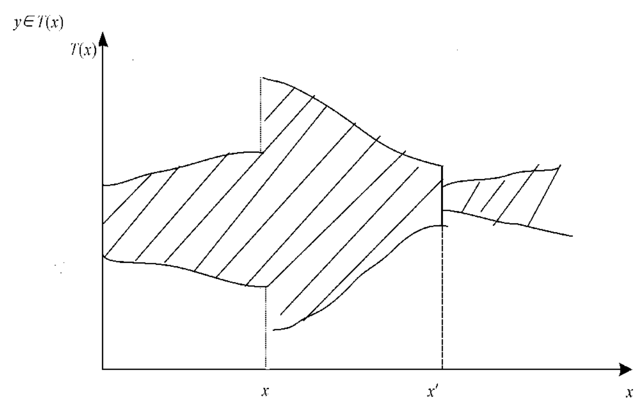
- 凸函数：定义在凸集 $X\subset IR^n$ 上的函数 g 是“凸的”，如果 $-g$ 是凹的。
- 拟凹函数：令 f 为定义在凸集 $X(X\subset IR^n)$上的一个实值函数，则称 f 是拟凹的，如果集合$\{x:x\in X,f(x)\geqq c\}$对于任意实数 c 都是凸的；拟凹性较之凹性要弱一些。

A.3 映射及不动点定理

- 映射（或实值函数，或点—集图）：假设 $X\subset IR^n$ 和 $Y\subset IR^m$ 是两个集合；从 X 到 Y 的一个对应 T 赋予每一点 $x\in X$ 以一个 Y 中的子集 $T(x)$，集 $T(x)$ 称为 x 的像（见图 3A.1）。
- 上半连续：令 T：$X\to Y$ 为从 X 到 Y 的一个映射，且 Y 是紧集。称 T 是“上半连续”的(usc)，如果对于 X 和 Y 中的任意序例$\{x_k\}$和$\{y_k\}$，分别有 $x_k\to x$，$y_k\in T(x_k)$，$y_k\to y\in Y$，则 $y\in T(x)$（见图 3A.2）。在图 3A.2 中，T 在 x' 是上半连续的，但在 x 却不是。

如果映射 T 在每一点 $x \in X$ 都是上半连续的，则称其为“上半连续”。如果一个映射的图像是笛卡尔积 $X \times Y$ 中的一个闭子集，那么它就是处处上半连续的。





映射 $T(x) = arg\ \max\limits_{z \in Z} f(x, z)$ 是上半连续的，如果 f 是连续的且 Z 是紧集。

- 不动点定理（Kakutani）

令 X 是 IR^n 上的一个紧的、凸的子集，令 T：$X \to X$ 为满足下述条件的映射：

—对于所有的 $x \in X$，集合 T（x）是非空的、凸的。

—T 是上半连续的。

那么，存在一个 $x^{*} X$，使得 $x^{*} \in T$（x^{*}）。

参考文献

Abreu, D. (1988) ‘On the theory of infinitely repeated games with discounting’, *Econometrica*, 56: 383—96.

Aumann, R. J. (1974) ‘Subjectivity and correlation in randomized strategies’, *Journal of Mathematical Economics*, 1, 67—96.

Aumann, R. J. (1981) ‘Survey of repeated games’, in *Essays in Game Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern*, (Mannheim, Wien and Zurich: Wissenschaftsverlag, Bibliographisches Institut.).

Aumann, R. J. (1987) ‘Correlated equilibrium as an extension of Bayesian rationality’, *Econometrica*, 55, 1—18.

Aumann, R. J. (1995) ‘Backward induction and common knowledge of rationality’, *Games and Economic Behavior*, 8, 6—19.

Aumann, R. J. and A. Brandenburger (1995) ‘Epistemic conditions for Nash equilibrium’, *Econometrica*, 63, 1161—80.

Axelrod, R. (1984) *The Evolution of Cooperation* (New York: Basic Books).

Bagwell, K. and R. Staiger (1990) 'A theory of managed trade', *American Economic Review*, 80, 779—95.

Balwin, B. and G. Meese (1979) 'Social behavior in pigs studied by means of operant conditioning', *Animal Behavior*, 27, 947—57.

Benoit, J. P. and V. Krishna (1985) 'Finitely repeated games', *Econometrica*, 53, 890—904.

Benoit, J. P. and V. Krishna (1996) 'The folk theorems for repeated games: a synthesis', Working Paper, C. V. Starr Center, New York University and Institute of Economics, University of Copenhagen, February.

Binmore, K. (1987) 'Modeling rational players, Parts I and II', *Economics and Philosophy*, 3, 179—214; 9, 9—55.

Binmore, K. and P. Dasgupta (1986) 'Introduction-game theory: a survey', in K. Binmore and P. Dasgupta (eds), *Economic Organizations and Games* (Oxford: Basil Blackwell).

Brandenburger, A. (1992) 'Knowledge and equilibrium in games', *Journal of Economic Perspectives*, 6, 83—101.

Brandenburger, A. and E. Dekel (1987) 'Rationalizability and correlated equilibrium', *Econometrica*, 55, 1391—402.

Brander, J. and B. Spencer (1985) 'Export subsidies and international market share rivalry', *Journal of International Economics*, 18, 83—91.

Bulow, J., J. Geneakoplos and P. Klemperer (1985) 'Multimarket oligopoly: strategic substitutes and complements', *Journal of Political Economy*, 93, 488—511.

d' Aspremont, C., F. Forges and J. —F. Mertens (1989) 'Stratégies d'entreprises et avantages de la coopération: l'apport de la théorie des jeux', in CORE, *Gestion de l'économie et de l'entreprise* (Brussels: De Boeck) (in French).

Dasgupta, P. and E. Maskin (1986) 'The existence of equilibrium in discontinuous economic games, 1: theory', *Review of Economic Studies*, 53, 1—26.

Dekel, E. and F. Gul (1997) 'Rationality and knowledge in game theory', in D. Kreps and K. F. Wallis (eds), *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications: Seventh World Congress of the Econometrica Society*, 1 (Cambridge: Cambridge University Press).

Dixit, A. (1980) 'The role of investment in entry deterrence', *Economic Journal*, 90, 95—106.

Dixit, A. (1986) 'Comparative statics for oligopoly', *International Economic Review*, 27, 107—22.

Dixit, A (1987) 'Strategic aspects of trade policy', in T. F. Bewley (ed), *Advances in Economic Theory — Fifth World Congress* (Cambridge: Cambridge University Press).

Dockner, E., S. Jorgensen, N. Van Long and G. Sorder (2000) *Differential Games in Economics and Management Science* (Cambridge: Cambridge University Press).

Eaton, J. and G. Grossman (1986) 'Optimal trade and industrial policy under oligopoly', *Quarterly Journal of Economics*, 101, 383—406.

Fershtman, C. and M. I. Kamien (1987) 'Dynamic duopolistic competition with sticky prices', *Econometrica*, 55, 1151—64.

Forges, F. (1986) 'An approach to communication equilibria', *Econometrica*, 54, 65—82.

Forges, F. (1992) 'Repeated games of incomplete information: non-zero sum' in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 1, (Amsterdam: North-Holland).

Friedman, J. W. (1971) 'A non-cooperative equilibrium for supergame', *Review of Economic Studies*, 38, 1—12.

Friedman, J. W. (1990) *Game Theory with Applications to Economics*, 2nd edn (Oxford: Oxford University Press), Chapters 2 and 3.

Friedman, J. W. (1971) 'A non-cooperative equilibrium for supergames', *Review of Economic Studies*, 38, 1—12.

Fudenberg, D. and E. Maskin (1986) 'The folk theorems in repeated games with discounting and with incomplete information', *Econometrica*, 54, 533—54.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1983) 'Capital as commitment: strategic investment to deter mobility', *Journal of Economic Theory*, 31, 227—56.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1984) 'The fat-cat effect, the puppy-dog ploy and the lean and hungry look', *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 74, 361—6.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1991) *Game Theory* (Cambridge, MA: MIT Press), Chapters 4, 5, 13.

Glicksberg, I. L. (1952), 'A further generalization of the Kakutani fixed point theorem with application to NE points', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 38, 170—4.

Green, E. and R. Porter (1984) 'Non-cooperative collusion under imperfect price information', *Econometrica*, 52, 87—100.

Harsanyi, J. (1973) 'Games with randomly disturbed payoffs: a new rationale for mixed strategy equilibrium points', *International Journal of Game Theory*, 2, 1—23.

Harsanyi, J. and R. Selten (1988) *A General Theory of Equilibrium Selection in Games* (Cambridge, MA: MIT Press).

Hart, O. and B. Holmstrom (1987) 'The theory of contracts', in T. Bewley (ed.), *Advances in Economic Theory* (Cambridge: Cambridge University Press), 71—115.

Horwell, J. D. (1966) 'Optimum tariffs and tariff policy', *Review of Economic Studies*, 33, 147—58.

Johansen L. (1982) 'On the status of the Nash type of non-cooperative equilibrium in economic theory', *The Scandinavian Journal of Economics*, 84, 421—42.

Kennan J. and R. Riezman (1988) 'Do big countries win tariff wars?', *International Economic Review*, 29, 81—5.

Kreps, D. (1990a) *Game Theory and Economic Modeling* (Oxford: Clarendon Press).

Kreps, D. (1990b) *A Course in Microeconomic Theory* (London: Harvester Wheatsheaf), Chapter 12.

Kreps. D. and R. Wilson (1982) 'Reputation and imperfect information', *Journal of Economic Theory*, 27, 253—79.

Kreps. D, F. Milgrom J. Roberts and R. Wilson (1982) 'Rational cooperation in the finitely-repeated prisoner's dilemma', *Journal of Economic Theory* 27. 245—52.

Krugman P. R. (1984) 'Import protection as expoft promotion: international competition in the presence of oligopoly and economics of scale', in H. Kierzkowski (ed.), *Monopolistic Competition and International Trade* (Oxford: Oxford University Press).

Kühn, H. W. (1953) 'Extensive games and the problem of information', in H. W. Kühn and A. W. Tücker (eds). *Contribution to the Theory of Games*, 2 (Princeton: Princeton University Press).

Laussel, D. (1991) 'Strategic commercial policy revisited: a supply function equilibrium model', *American Economic Review* 82, 84—99.

Laussel, D. and C. Montet (1994) 'Strategic trade policies', in D. Greenaway and L. A. Winters (eds), *Surveys in International Trade* (Oxford: Blackwell).

Laussel, D. and C. Montet (1995) 'La dynamique des guerres commeciales', *Revue économique*, 46, 911—19 (in French).

Luce, R. D. and H. Raiffa (1957) *Games and Decisions* (New York: John Wiley).

Marks. R. (1992) 'Repeated games and finite automata', in J. Creedy, J Borland and J. Eichberger, *Recent Developments in Game Theory* (Cheltenham: Edward Elgar).

McMillan, J. (1986) *Game Theory in International Economics*, *1*: *Fundamentals of Pure and Applied Economics* (New York: Harwood).

Mertens, J. F. (1987) 'Repeated games', in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Berkeley, 1528—76.

Milgrom, P. (1985) 'Economics with asymmetric information', Yale University, unpublished.

Montet, C. (1991) 'Game theory and strategic behavior', in M. Bleaney, D. Greenaway and I. Stewart (eds), *Companion to Comtemporary Economic Thought* (London: Routledge).

Nash, J. F. (Jr) (1950) 'Equilibrium points in *n*-person games', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36, 48—9.

Nash, J. F. (Jr) (1951) 'Non-cooperative games', *Annals of Mathematics*, 54, 289—93.

Osborne, M. J. and A. Rubinstein (1994) *A Course in Game Theory* (Cambridge, MA: MIT Press), Chapters 8, 9.

Owen, G. (1995) *Game Theory*, 3rd edn (San Diego: Academic Press), Chapters 2, 3, 5.

Pearce, D. (1992) 'Repeated games: cooperation and rationality', in J. J. Laffont (ed.), *Advances in Economic Theory*: *Sixth World Congress*, 1, (Cambridge: Cambridge University Press), Chapter 4.

Rasmusen, E. (1989) *Games and Information*: *An Introduction to Game Theory* (Oxford: Blackwell).

Reynolds, S. (1987) 'Capacity investment, preemption, and commitment in an infinite horizon model', *International Economic Review*, 28, 69—88.

Riezman, R. (1991) 'Dynamic tariffs with asymmetric information', *Journal of International Economics*, 30, 267—84.

Rosenthal, R. H. (1981) 'Games of perfect information, predatory pricing and the chain store paradox', *Journal of Economic Theory*, 25, 92—100.

Rotemberg, J. and G. Saloner (1986) 'A supergame-theoretic model of price wars during booms', *American Economic Review*, 76, 390—407.

Samuelson, L. (1992) 'Subgame perfection' in J. Creedy, J. Borland and J. Eichberger (eds), *Recent Developments in Game Theory* (Cheltenham: Edward Elgar).

Schelling, T. C. (1960) *The Strategy of Conflict* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Selten, R. (1965) 'Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit', *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 121, 301－24, 667－89(in German).

Smith, M. A. M. (1987) 'Strategic investment, multinational corporations, and trade policy', *European Economic Review*, 31, 89－96.

Spence, M. (1977) 'Entry, capacity, investment and oligopolistic pricing', *Bell Journal of Economics*, 6, 163－72.

Sorin, S. (1992) 'Repeated games with complete information', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 1, (Amsterdam: North-Holland), Chapter 4.

Tirole, J. (1988) *The Theory of Industrial Organization*, (Cambridge, MA: MIT Press).

Tower (1975) 'The optimum quota and retaliation', *Review of Economic Studies*, 42, 623－30.

Von Neumann, J. (1928) 'Zur theorie des Gesellschattsspiele', *Mathematische Annalen*, 100, 295－320 (English translation, 'On the theory of game strategy', in A. W. Tücker and R. D. Luce (eds), *Contributions to the Theory of Games*, 4, Princeton: Princeton University Press, 1959).

Wolfstetter, E. (1999) *Topics in Microeconomics, Industrial Organization, Auctions and Incentives* (Cambridge: Cambridge University Press).

第四章

不完美信息或不完备信息的非合作博弈

大多数博弈都有一个 NE，不过，通常它们都有许多均衡。于是，便需要有附加的限制条件以剔除它们的一些均衡：我们须对 NE 的概念进行“精炼”。对完美信息的扩展式表述的博弈，子博弈完美提供了一种强而有力的、似乎是很自然的精炼方法：这一标准删掉了那些不在均衡路径上的不可置信的威胁和许诺所支持的均衡。不幸的是，在不完美信息的博弈中，SPE 的概念很大程度上失去了选择的力量，尤其是在那些没有合适的子博弈的博弈中，其中每个 NE 还是子博弈完美的。因此，我们应该对那些拥有不完美信息的一般博弈定义更强的精炼。

在其他方面，NE 的概念当初是引入到完备信息的博弈中的：假定每一参与者对博弈的结构和其他参与者的理性的全部情况是了解的；每个人都知道他（她）的对手们的准确的偏好以便预期对手的行为和计算自己的最佳应对。然而，这种要求实在是太高了；实际上，有许多经济中冲突的情形，其中某些信息是私有的。那么，问题便是：我们是否能把 NE 的提法一般化到那些更一般、更真实的不完备信息的博弈中去呢？回答是肯定的，虽然须在一些更强的条件下。对那些参与者并不完全了解他们的对手的特征的博弈而言，在通过“海萨尼过程”（Harsanyi procedure）把原始的不完备信息博弈转化为不完美信息博弈之后，“贝叶斯均衡”便拥有 NE 的特性。通过引入一些参与者“类型”及相应地一个在这个可能的类型集上的外生给定的概率分布——假定这种分布是所有参与者的共同知识，对参与者特征的茫然无知便可解析地获得。不幸的是，多样性是贝叶斯均衡的规则，于是我们为了删掉那些不合理的均衡仍需要精炼。这是一个尤为严峻的问题，因为在不完备信息的博弈中子博弈完美毫不适用。

事实上，针对不完美信息博弈提出的精炼方法的种类数是飘忽不定的。然而，我们可以说所有这些精炼方法都代表了我们力图把直觉的思想正规化的努力。反向归纳和正向归纳，以及重复剔除占优，是在两种不同的精炼规范的背景下的两种伟大的“策略稳定性”的原则。一个均衡，不仅要和对手们在将来的理性选择的推断相一致（反向归纳），而且要和对手们在过去的理性选择的推断相一致（正向归纳）。本章将致力于分析这一困难的理论课题，同时，我们将给出定义的主要概念在经济学中的运用。

在 4.1 节我们给出对不完备信息博弈的 NE 提法的一般化，特别是，我们将展示：那样的博弈也可像那些完备但不完美信息的博弈一样进行分析。在 4.2 节，我们将关注具有反向归纳精神

的精炼："完美"和"序贯"。在 4.3 节，我们将处理第二种伟大的精炼逻辑，即正向归纳。最后，在 4.4 节，我们将研究一些这些精炼的经济运用。我们将首先给出在不完美信息重复博弈中完美和序贯的经济应用。这些模型主要说明了在这一框架下"名誉效应"的主导角色。我们的另一重点是 4.3 节作为正向归纳的经济运用的信号（signalling）博弈。

4.1　不完备信息博弈：贝叶斯均衡

NE 的概念扩展到不完备信息中去是由海萨尼首先提出的（1967－1968）。为了完整地理解这一过程的错综复杂的含义，有必要确切地回忆一下关于完备信息博弈的假定，重点地强调一下海萨尼设想的那些关于这一过程的假定。

4.1.1　完备信息博弈的公理性框架

记住：在一个完备信息的博弈中，参与者知道所有那些并未完全被博弈规则排除在外的信息。关于暗含在非合作纳什行为中的理性，有五个主要的假定。

H1　参与者完全了解博弈规则：包括他们选择策略的环境；在他们做决策前各种历史上可能的决策和可用的信息。这种信息是共同知识。

H2　参与者完全了解参与者的特征：他们的偏好及他们的信念。参与者的偏好可通过定义在所有参与者的行动可能性集上的支付函数而观察出。如果有偶然的因素介入，参与者的信念便正式地用分布在"自然状态"（state of nature）集上的客观概率来表示。这些关于"自然状态"的信念是"共同知识"。当然，参与者对其他参与者所选择的策略的信念仍由对博弈的分析来决定。

理性，意味着每个人都把自己放到他人的位置上并力图从他人的角度来检验事物。每个人都做同样的推理。于是，便引起一种交叉预期的现象："如果我认为你认为我认为你认为……"没有一个"先行者"能够停止这种推理，直到最终所有的策略都被认为是合理的。惟一的能够逃出这种无休止的退化的方法是增加辅助条件。通常有三种大家一致默认的附加假定（Binmore and Dasgupta）。

H3　每一理性的参与者都按贝叶斯代理人行动：他（她）通过引入客观概率分配来衡量不确定性，之后他（她）最大化他（她）的期望支付。每一个这种信念都是共同知识。

H4　倘若他（她）知道同样的信息，每一理性的参与者都能复制同样的推理——其他任何参与者所作的推理；于是参与者的信念的差别便可追溯到信息的差别。

H5　参与者的理性是共同知识。

在这五个假定之下，一个完备信息的博弈的合理的解必然是一个 NE，抑或可能是一个相关均衡——如果参与者对于对手们的策略并无独立的信念（事实上，H1 和 H5 是可以放松的：真正必要的只是关于博弈规则和参与者理性的相互知识，参见第三章 3.2.1 节）。

考虑一个双人博弈且假定（x_1，x_2）不是一个 NE。那么，在上述的五个假定下，这个博弈的结果是不会被选择的。如果参与者选择了（x_1，x_2），这便意味着至少有一个策略，不妨令其为 x_1，并不是对另一个策略 x_2 的最佳应对，那么，为什么参与者 1 还会选择 x_1 呢？如果他预期到参与者 2 将选择 x_2 的话，他本来是不会选择 x_1 的。所以，x_1 必定是参与者 1 所预料的针对参与者 2 的最佳应对策略，比方说，针对 $\hat{x}_2$，并且这一信念是共同知识。然而，根据假定，参与

者选择 x_2，这意味着参与者 1 在推理过程中犯了错。接下来，假设 H4 和 H5 也不满足了。所以，这一结果不会入选。

然而，在这一推理过程中，假定 H5 所扮演的角色并不是十分明显的。但是，要是没有 H5，假定 H4 便是毫无目的的。Luce 和 Raiffa（1957）提出了这一问题。事实上，称一个不按纳什非合作原则行动的参与者是“非理性的”是合理的，但称他（她）的对手是非理性的恐怕更为困难一些，因为在这种情况下他们非理性地行动恰是非常理性的。同样的考虑便引出了“可理性化的策略”的提法。

4.1.2 可理性化的策略

这一提法是由 Bernheim（1984）和 Pearce（1984）各自分别提出的。他们要捍卫的观点是：没有一个先验的理由可以说明单单在“理性”和“共同知识”假设的基础上参与者必然会选择纳什策略。他们提出了一个较弱的概念——“可理性化的”策略行为，这一概念建立在一个最小化的假定上：每一参与者在贝叶斯意义上是理性的，这一点是共同知识。在这一限制性更强的公理性框架中，非纳什策略最终会被参与者合理地选择。于是，这就对那种完备信息的非合作博弈的任何合理结果都应是 NE 的观点提出了质疑。

如何才能够证明一个并非 NE 的结果（x_1，x_2）入选呢？参与者 1 选择策略 x_1 是因为他认为参与者 2 会选择 $\hat{x}_2$。这种信念可有一种无限的交叉预期系列来保证：“参与者 1 认为参与者 2 认为参与者 1 会选 $\hat{x}_1$ 且 $\hat{x}_2$ 是针对 $\hat{x}_1$ 的最佳应对；参与者 1 认为参与者 2 认为参与者 1 认为参与者 2 会选 $\hat{x}_2$ 且 $\hat{x}_1$ 对它来说是最佳应对，如此等等。然而——这是最根本的一点——参与者 2 不会选择 $\hat{x}_2$。尤其是，参与者 2 有理由认为参与者 1 认为参与者 2 会选一个非 $\hat{x}_2$ 的策略，而参与者 1 事实上认为参与者 2 会选 $\hat{x}_2$。

这种推理与关于参与者贝叶斯理性的共同知识的假定是完全一致的。每一参与者都不确定他（她）的对手究竟会选什么策略。他（她）只是把客观概率分配到这些可能的策略上，并且通过最大化他（她）的期望支付来决定自己的行动。他（她）行动起来就仿佛是选择了一个针对对手的混合策略而言是最佳应对的策略。但这种信念是如何形成的呢？一般说来，我们假定每一参与者给他（她）的对手的策略所分配的概率是基于他（她）对对手的认识。这里最根本的假定是：参与者知道他（她）的对手是在贝叶斯意义上理性的。

纳什策略要求每一参与者知道其他参与者的均衡行为，而可理性化的策略却并没有假定参与者对彼此行为的信念是正确的。共同预期的至关紧要的假定在这里放松了。预期建立在这样的假定上：博弈的结构和参与者的理性是共同知识。差别在于，并非所有的参与者都须有同样的信念，也无须他们的信念一致。这是个“非均衡”的概念。在这种框架下，理性行为仅仅意味着选择一个针对各种不同的混合策略的最佳应对的混合策略。

此外，就像前面（2.2 节）提到的重复剔除的占优均衡一样，可理性化是从单个参与者的角度来看待一个博弈的。每一个参与者采取行动是建立在根本无须知道对手们的行动的推理上的。重复剔除占优和可理性化事实上是两个密切相关的概念。在某种意义上，后者是当严格占优时对前者的证明。严格的重复剔除占优靠的是这样的公理：一个理性地参与者从来不会选择严格劣策略。可理性化又问了一个补充问题：一个理性地参与者可能选择的全部策略是什么？回答是：他（她）不能选择一个对他（她）的对手的策略的某些信念而言并非最佳应对的策略。由于一个严格劣策略永远也不会是一个最佳应对，那么那些经过重复剔除严格劣策略后存留下来的策略便形

成一个子集——可理性化的策略；在双人博弈中，二者是同一的（参见 Pearce，1984；Tan 和 Werlang，1988 以获得对这一问题的概览）。

在许多并没有严格劣策略的博弈中，所有的策略都是可理性化的。于是，这便意味着这种过程在预见性上更为软弱无力。不过，它也有优点，它强调了纳什行为背后“共同理性预期”假定的限制性，并探索了关于参与者知识的较弱假定的逻辑含义（logical implications）。

简评 1

可理性化策略的概念假定了参与者信念在统计上的独立性。这便是为什么在一般的博弈中（两个以上参与者），一个 IDE（严格占优）并不总是一个可理性化的策略。当然，如果允许其他参与者的信念之间相互关联的话，那便会使更多的策略成为可理性化的。实际上，这样使可理性化弱化了，结果就成了“相互关联的可理性化”（Brandenburger and Dekel，1987），且更加证实了这一概念和重复剔除严格劣策略是一致的（Fudenberg and Tirole，1991）。■

简评 2

把参与者的共同知识限定在他们的“贝叶斯理性”中或许有些过于严格了。很少有这样的情况（在经济学中），即参与者无法从另外一个角度来预测对手的行为。这一观点部分地涉及了我们前面在解释均衡的合理性时所考察的不同情形中所提出来的一个问题（参见第三章 3.1.3 节）。我们特别提到了惯例的角色，我们应当承认在某些情况下，占统治地位的惯例就是共同知识。从一个更为一般的角度来看，这样一条被称为“可理性化”的途径给我们提供了这样的好处：强调了理性化情形的限制；这是一条把博弈的均衡单单建立在参与者的事前推理上的途径。不过我们也应该能想到，这并非是寻找理性化博弈的一个均衡的惟一办法。“进化途径”便是一个替代品。比方说，我们可以认为，一个均衡可以通过一个不断调整的过程——反映了短见的参与者在博弈足够多的重复过程中不断调整自己的行为、不断修正自己的错误的过程来达到，而不是通过参与者之间事先的交叉预期来达到（参见第七章以获得对这一替代途径的认识）。■

据海萨尼的观点，在完备信息的博弈中的公理化的途径上，最根本的假定是 H2，因为博弈规则的不确定性实际上可以表述为支付的不确定性。特别是，他向我们展示了一种如何把一个在策略集上是信息不完备的博弈转化为一个在支付上是信息不完备的方法，即通过适当地扩展参与者的策略空间。于是，这里提到的途径便是寻求一种方法去掉 H2 这个假定。“贝叶斯博弈”这个提法给我们提供了把 NE 继续保持为一个解的概念的便利条件。

4.1.3 贝叶斯博弈和纳什均衡

去掉假定 H2 意味着就参与者的“特征”而言，存在着不确定性。让我们一边来考察一个简单的博弈，一边给出海萨尼所想像出的过程。

【例子】Fudenberg and Tirole，1991a，209－211

一家公司（参与者 1）正在考虑生产一种新的产品，而与此同时另一家公司（参与者 2）却正打算进入市场。参与者 1 知道生产产品的成本，而参与者 2 却在两种成本水平上犹豫不决，一种较高（HC），一种较低（LC）。该博弈的支付如图 4.1 所示。

High-cost（HC）

		2: E	2: N
1	C	0，－1	2，0
	NC	2，1	3，0

Low-cost（LC）

		2: E	2: N
1	C	1.5，－1	3.5，0
	NC	2，1	3，0

图 4.1　不完备信息博弈：策略式表述

参与者 2 的支付相对于参与者 1 的生产成本而言是独立的。但它们是这一成本的间接函数（这一成本参与者 2 不确定），这是因为，它们会因参与者 1 是否决定生产这种新产品而不同，也因为对参与者 1 而言依赖一旦选择生产之后的成本。

图 4.1 描述了一个策略式表述的博弈，其中，参与者 1 有两种策略：生产新产品（C）或不生产（NC）；参与者 2 也有两种策略：进入市场（E）或不进入（N）。

如果生产成本很高，对参与者 1 而言策略 NC 优于策略 C。相反，如果生产成本较低，参与者 1 的选择就有赖于其对参与者 2 的信念：参与者 2 究竟会有多大的可能性选择进入市场？以 p_2 来表示这一可能性，那么对参与者 1 而言，C 会比 NC 更好，如果：

$$1.5p_2 + 3.5(1-p_2) > 2p_2 + 3(1-p_2)$$

或：

$$p_2 < 1/2$$

因此，在这一博弈中，参与者 1 会尽力预期参与者 2 的行为以便选择他（她）自己的策略，然而参与者 2 却无法把参与者 1 的行为仅仅当做是支付的函数来预期。正因为参与者 1 的生产成本给参与者 2 带来了不确定性，所以我们在这里遇到的是一个不完备信息博弈。

海萨尼所设想的解决这一博弈的措施是引入“机会行动”，“机会行动”决定参与者的“类型”即在这里是他（她）的生产成本。在修正了的博弈中参与者 2 关于参与者 1 的特征的不完备信息变成了关于自然的机会行动的不完美信息。图 4.2 表示了改变之后的博弈的扩展式表述，改变了的博弈引入附加参与者——自然 N，又自然来选择参与者的类型（p 为高成本的概率，$1-p$为低成本的概率）。

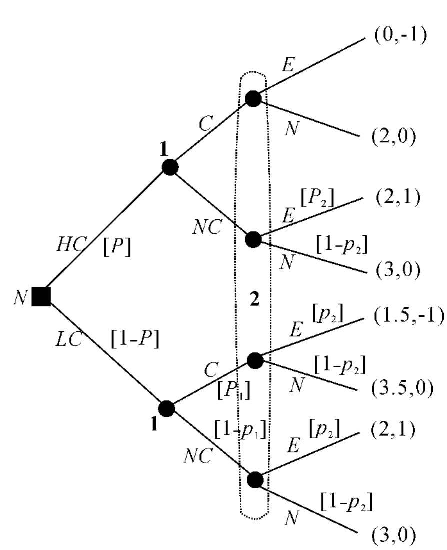


图 4.2　不完备信息博弈：扩展式表述

令 p_1 为成本较低时参与者 1 选择 C 的概率（当成本较高时，他（她）决不会选择劣于 NC 的策略 C）。如果有这样一对（p_1，p_2）使得对于给定的信念 p，当成本较低时，p_1 是针对参与者 2 的选择的最佳应对；p_2 是针对参与者 1 的选择的最佳应对，那么就可以达到一个均衡。

参与者 2 的期望支付在他（她）选择 E 时为：$p+(1-p)[-p_1+(1-p_1)]$；在他（她）选择 N 时为 0。于是参与者 2 的最佳应对为：

选择 E（即 $p_2=1$）当 $p(1)+(1-p)[p_1(-1)+(1-p_1)(1)]>0$ 或 $p_1<\dfrac{1}{2(1-p)}$

选择 N（即 $p_2=0$）当 $p_1>\dfrac{1}{2(1-p)}$

选择 E 或 N 当 $p_1=\dfrac{1}{2(1-p)}$

参与者 1 的最佳应对为：

选择 C（即 $p_1=1$）当 $p_2<1/2$

选择 NC（即 $p_1=0$）当 $p_2>1/2$

选择 C 或 NC 当 $p_2=1/2$

很明显，比方说，$(p_1^*, p_2^*)=(0, 1)$（即参与者 1 选择 NC 且参与者 2 选择 E）是一个均衡，无论 p 的值是多少。在这种情况下，$p_1=0$ 总是和条件 $p_1<\dfrac{1}{2(1-p)}$ 相容的，因为 $0\leqslant p\leqslant 1$，且 $p_2=1$ 保证了 $p_2>1/2$。同样，$(p_1^*, p_2^*)=(1,0)$（即参与者 1 选择 C 且参与者 2 选择 N）也是一个均衡，但仅对 p 取某些值时成立。事实上，在这种情况下，$p_2=0$ 和条件 $p_2<1/2$ 相容，但 $p_1=1$ 仅当 $p\leqslant 1/2$ 时才能保证 $p_1\geqslant\dfrac{1}{2(1-p)}$。在这个例子中，还有一个混合策略均衡：$(p_1^*, p_2^*)=\left(\dfrac{1}{2(1-p)}, \dfrac{1}{2}\right)$。

在前面这个例子中，参与者的“类型”仅是不同的成本。更一般地来说，参与者的“类型”包括所有那些可能影响参与者选择的私人信息。要知道参与者的类型意味着要掌握这一参与者的完整的描绘（偏好及信念）。

假定每一参与者 i 都属于一种可能的类型 $t\in T_i$（为简便起见，假设集合 T_i，$i=1$，…，n 是有限的）是共同知识。每一参与者仅知道他（她）自己的类型 t_i。隐含在对于类型 $t\in T_i$ 的描绘中的信念必须包括在集合 T^{-i} 上的客观概率分布。这些概率表示了和 i 博弈的那些参与者的不确定性。如果这些参与者的类型是相互独立的（这正是经济学中的大多数情况），那么 p_i 便独立于 t_i。

通过引入博弈前的“机会行动”，这一不确定性在博弈中得到了反映。这一自然（或世界的状态）的初始行动选择“类型”变量（t_1，…，t_n），这些“类型”将根据一个事先的概率分布 p（t_1，…，t_n）开始博弈。这概率分布是共同知识。结果便是，每一“类型”决定他（她）对其他参与者“类型”的信念，假定他（她）本人是由自然选择的。

如此继续下去，我们便得到一个策略式表述的贝叶斯博弈。与原始的不完备信息博弈相联系的初始机会行动是这个博弈转化成了一个完备但不完美信息的博弈。在这一博弈中，“参与者”（或经纪人）由“类型”来代表，而不再是真正的参与者。对于给定博弈的每一参与者的每一类型，都有一个“参与者”。一个参与者的类型 t_i［只有他（她）自己知道］决定了他（她）的支付函数 u_i（a_1，…，a_n；t_i），其中 $a_i\in A_i$ 是参与者 i 的行动。注意，为了避免混淆，在扩展式表述的博弈中，选择的对象称为“行动”而非“策略”。有时，参与者的个人信息不仅关系到他

们自己的支付函数，而且还关系到其他参与者的支付函数。为了照顾到这种可能性，参与者 i 的支付函数写成更为一般的形式：u_i（a_1，…，a_n；t_1，…，t_n）。如果某位参与者未能被初始的机会行动选中，那么他（她）的支付便为零。

定义 1（策略式表述的贝叶斯博弈）

一个策略式表述的贝叶斯博弈包括参与者的行动集 A_i，他们的类型集 T_i，他们的信念 P_i 以及他们的支付函数 u_i。我们用 G 来表示这个博弈，$G=\{A_1$，…，A_n；T_1，…，T_n；P_1，…，P_n；u_1，…，$u_n\}$。■

为完成贝叶斯博弈的表述，还需涉及最后一点技术上的问题。回忆一下，我们假定初始的自然根据事先的概率分布 p（t_1，…，t_n）引出了类型，而一旦自然把 t_i 展现给参与者 i，他（她）便能够运用贝叶斯法则计算信念概率 p_i（t^{-i}/t_i）：

$$p_i(t^{-i}/t_i)=\frac{p(t^{-i},t_i)}{p(t_i)}=\frac{p(t^{-i},t_i)}{\sum\limits_{t^{-i}\in T^{-i}} p(t^{-i},t_i)}$$

当然，如果参与者的类型是相互独立的，那么 p_i（t^{-i}）就并不依赖于 t_i，但这时信念仍是从事先的概率分布 p（t_1，…，t_n）得出的。

完成这种对初始博弈的转化之后，我们就可以讨论一种类似于在完备信息博弈中的导向 NE 的观点了。

我们知道，一般说来，在策略式表述的博弈中，一个参与者的策略必须包括他（她）在各种形势下有可能做出的决策。在一个贝叶斯博弈中，参与者 i 的策略便是一个函数 x_i（t_i），这一函数包括所有的 t_i 和 t_i 这种类型从行动集 A_i 中选择的行动，当然，假定他（她）被自然选中的话。于是，策略集便是从类型集和行动集而来的。参与者 i 的纯策略集 X_i 是涵盖集合 T_i 和 A_i 的所有函数。假定当初始行动允许他（她）进行博弈时，类型 $t\in T_i$ 选择则是策略 x_i（t_i）。这一策略告诉了参与者 i 怎样根据他（她）的类型来博弈。不过，要注意的是，与完备信息博弈不同，在贝叶斯博弈中策略集并不在策略式表述中给出。

定义 2（贝叶斯均衡）

在贝叶斯博弈 $G=\{A_1,\cdots,A_n;T_1,\cdots,T_n;P_1,\cdots,P_n;u_1,\cdots,u_n\}$ 中，结果 $(x_1^*,\cdots,x_n^*)$ 是一个 BE，如果没有一个参与者在知道自己的类型 $t\in T_i$ 后愿意改变他（她）的策略 x_i^*，除非某个其他参与者 j 本人偏离了自己的策略 x_j^*。换言之：如果 $x^*=(x_1^*,\cdots,x_i^*,\cdots,X_n^*)$ 对所有的 i 是一个 BE，那么，对所有的 $t_i\in T_i$，x_i 都是下述最优化问题的解：

$$\max_{a_i\in A_i}\sum_{t^i\in T^{-i}} p_i(t^{-i}/t^i)u_i(x_1^*(t_1),\cdots,x_{i-1}^*(t_{i-1}),a_i,x_{i+1}^*(t_{i+1}),\cdots,x_n^*(t_n);t_1,\cdots,t_n)。■$$

该定义表明：一个 BE 只不过是运用于贝叶斯博弈的 NE。海萨尼的功劳在于向我们表明了这一概念在研究不完备信息博弈时经过对原始博弈的一个恰当的转化，还是有用的。

简评 1

应该强调指出的是，在研究这里给出的不完备信息博弈时，H3、H4 和 H5 这些对完备信息

博弈的假定还是存在的。此外，自然（先行者）选择的类型的概率是共同知识。于是，在模型中仍有大量的共同信息。不过需要注意的是，均衡行动当然不是共同知识，否则不对称信息就不起作用了。■

4.1.4　一个经典应用：拍卖

拍卖是 BE 概念运用的一个经典例子之一。

作为贝叶斯博弈的拍卖

拍卖模型是对“瘦市场”的一个有用的描述方式，“瘦市场”中，最根本的特征是市场位置的不对称，这与完全竞争形成鲜明的对比。完全竞争市场是假定买者和卖者都足够多以至于参与者没有任何程度的市场力量，在拍卖模型中只有市场上单方面的竞争。最典型地，我们假定有一个简单的卖主出售一件不可分割的物品，这个卖主面对的是 n 个潜在的买主。买主们则根据一套具体的程序展开竞争，这些程序包括如何从买主那里取得投标，谁将赢得拍卖物，以赢家所出的价是多少。

由于两个原因，拍卖可被视为不完全信息博弈。第一，有一个隐藏类型的问题：卖主并不知道买主对他（她）所拍物品的估价（保留价格）。第二，这些估价被视为是相互独立的且平等分布的，是在某一区间内的共同分布。

拍卖模型代表了一类“委托—代理”问题，委托—代理问题涉及逆向选择。当我们假定每一位参与者都是风险中性者的时候，对它进行分析便非常有趣。更一般地讲，之所以选择拍卖程序是因为卖主被视为是“委托人”而买主被视为是“代理人”。如果我们为卖主考虑更为有利的拍卖程序［意即让卖主从他（她）的垄断地位中最大程度地开发出利益］，我们就面临着“设计博弈”或执行理论。回忆一下，我们曾遇到过这一问题（参见第二章 2.4.2 节），在那里是为了说明 DSE 的运用。

事实证明，在“私人”价值拍卖情况下（即价值只依赖于个人的好恶），运用一种“维克里（Vickrey）拍卖”（拍卖物品卖给出价最高者但以出价第二高的价格成交）可以确保在竞拍者当中获得次高的价值。这是一种“次好”的结果，因为卖者并未从这种情形下得到全部的剩余。

关于“最优拍卖”有大量的文献，“最优拍卖”旨在寻求一种从卖者的角度来看是最好的机制，尤其是在贝叶斯博弈情况下显示原则的帮助下（关于 BE 显示原则的证明归功于 Myerson，1979）（参见 Fudenberg 和 Tirole，1991a，第七章是贝叶斯博弈和机制设计的概览）。

不过，在考虑最优拍卖之前，我们首先想到的问题是搞明白在每种具体的拍卖机制中一个售价是如何决定的，我们下面就在一个简单的模型中解决这一问题。

一个具体的一级密封价格拍卖模型

我们来考虑所谓的“一级价格”密封拍卖。在这种招标程序中，竞标者同时提交他们的投标，并且出价最高者获得拍卖物，支付他（她）所写的价格。

我们集中精力来考虑一个 BE 较容易计算的模型（这一模型是从 Gibbons 那里借用而来的，1992，155—158）。只有两个竞标者（$i=1, 2$），对拍卖物的评价是 v_i。这些评价相互独立且在区间 $[0, 1]$ 上均匀分布。竞标者是风险中性的。此外，我们还提出一个合理的假定，即没有哪个竞标者会出高于他（她）的评价的价格，并且投标非负。所有这些假定都是共同知识。

这一问题可被视为一个策略式表述的贝叶斯博弈 $G=\{A_1, A_2; T_1, T_2; p_1, p_2; u_1, u_2\}$，参与者的行动即是他们的投标 b_i，于是行动集便是：$A_i=[0, v_i]$。参与者的评价 v_i 代表了他（她）的类型：$T_i=[0, 1]$。此外，由于评价是相互独立的，每一参与者都认为另一参与者的评价在 $[0, 1]$ 上均匀分布，而无论他（她）自己的评价是什么。最后，支付函数便是：

$$u_i(b_1, b_2; v_1, v_2)=(v_i-b_i)w_i$$

其中，$w_i=\text{prob}(b_i>b_j)$，即赢的概率。

为了能够计算该博弈的 BE，我们还须定义参与者的策略集。一个策略表明了每种类型所宣布的标：$b_i=b_i(v_i)$。v_i 越高，b_i 高的可能性就越大；这样，我们还假定严格递增的策略。此外，由于类型是连续地分布的，我们假定策略是可微函数。最后，由于模型是对称的，我们只考虑参与者的策略一致时的对称的 BE：这意味着两个评价一样的参与者会递交一样的竞标。

$$b_i(v_i)=b(v_i)\ \text{对}\ i=1, 2 \tag{4.1}$$

在博弈的一个 BE 中，根据定义，参与者 1 的策略 $b(v_1)$ 是对参与者 2 的策略 $b(v_2)$ 的最佳应对，反之亦然。对给定的评价 v_i，参与者的最优策略是下面最优化问题的解：

$$\max_{b_i}(v_i-b_i)w_i \qquad \text{其中}\ w_i=\text{prob}\{b_i>b(v_j)\} \tag{4.2}$$

令 $b^{-1}(b_j)$ 为使竞标者 j 赢得拍卖物的评价，即：

$$b^{-1}(b_j)=v_j\ \text{如果}\ b_j=b(v_j)$$

及：$w_i^{-1}=\text{prob}\{b^{-1}(b_i)>v_i\}$

由于 v_j 在 $[0, 1]$ 上均匀分布，我们有：

$$w_i=w_i^{-1}=b^{-1}(b_i)$$

于是最优化问题式（4.2）就变成了：

$$\max_{b_i}(v_i-b_i)b^{-1}(b_i)$$

这一问题的一阶必要条件是：

$$(v_i-b_i)\frac{db^{-1}(b_i)}{db_i}-b^{-1}(b_i)=0$$

或者等价地，根据式（4.1），有：

$$(v_i-b(v_i))\frac{db^{-1}(b(v_i))}{db_i}-b^{-1}(b(v_i))=0 \tag{4.3}$$

现在，很明显：

$$b^{-1}(b(v_i))=v_i$$

于是：

$$\frac{db^{-1}(b(v_i))}{db_i}=\frac{1}{\dfrac{db(v_i)}{dv_i}}$$

结果：式（4.3）也等价于：

$$(v_i-b(v_i))\frac{1}{\dfrac{db(v_i)}{dv_i}}-v_i=0$$

最后，我们得到：$b(.)$ 必须满足一阶微分方程：

$$\frac{db(v_i)}{dv_i}v_i-b(v_i)=v_i \tag{4.4}$$

由于方程的左边是严格从 $b(v_i)\ v_i$ 派生出来的，方程两边对 v_i 求积分，便得到：

$$b(v_i)v_i = \frac{1}{2}v_i^2 + c$$

其中 c 是积分常量。 (4.5)

为去掉常量 c 还必须加一个限制性条件。这里我们提出的条件便是我们开始时对合理的投标设定的要求：$0 \leqslant b(v_i) \leqslant v_i$，对所有的 v_i。

这一假定表明，特别地，有：$b(0) = 0$

于是：$c = 0$

因此，式（4.5）的解便是 $b(v_i) = v_i/2$。

在这个非常简单的拍卖模型中我们得出了这样的结论：存在一个惟一的 BE，在此均衡处，每一位竞标者递交的标的是他（她）真实估计的一半。这样的结论说明了在这种拍卖模型中利益是什么。竞标者面临着一个交易：标的越高，他（她）越有可能获胜；标的越低，他（她）在获胜时得到的支付越大（预知对拍卖模型的概览，参见 McAfee 和 Mcmillan，1987；Wilson，1992；Klemperer，1999）。

4.2　完美和序贯：精炼 2

回忆一下，有多个均衡意味着有多个变量都和所有参与者的理性行为一致。在这种情形下，当然“把自己放入其他参与者的鞋子中”对预期博弈中将发生什么是无助的。因此，对于具有多个均衡的博弈来说，关于理性的假定还须用其他的选择规范来补充以便能够预料一个博弈的结果。子博弈完美是一个很不错的规范，因为不在均衡处的行为在不完美均衡中是非理性的。但是我们看到了，在这种提法之下，还有一些潜在的困难。事实上，子博弈完美的失败不在于它太严格了，而是因为它仍然让许多结果成为不完美信息博弈的解，并且特别是在不完备信息博弈中，因为在那里根本不存在子博弈。

对于有多个均衡的博弈来说，一种社会合作理论还须运用附加的结构性信息。关于 NE 精炼的大量丰富的文献涉及了这一有争议的话题——“理性主义的”情景而选择一个均衡。

虽然这一问题颇为复杂，我们还是可以采取 Binmore（1992）提出的一种有关精炼理论的简便方法。传统的博弈理论在其中得以发展的理想化框架事实上仅是逻辑学家眼中的“可能世界”。在这种世界中，理性的参与者从不会偏离他们的理性策略。他们的行为决定于他们关于将要发生什么、是否应该偏离均衡的预期；但如果他们是理性的，那么非均衡结果出现的概率就等于零了。但是当不考虑在均衡之外可能发生什么的时候，如何才能提出一些在均衡处发生什么的明智的提法？你可以说在一个博弈理论的世界里，一个具有零概率的事件 E 能够完美地对应于在某个其他可能“邻近”世界里一个具有正概率的事件 E'。在后一个世界中，如果事件 E' 发生，参与者的行为就可被视为是在博弈理论的世界里事件 E 发生时参与者行为的很好的近似，那么这种途径的任何好处就都依赖于这个可能的邻近世界。反之，这种选择也决定了精炼规范的选择。

到现在为止被广泛地开发的邻近世界还是一个充满不确定性或存在有某种非理性的世界。参与者永远无法确定他们的对手的行为，并且他们也永远无法站在一个能让他们完全丢掉某些决定的位置上。

在策略式表述的博弈中，问题来自于：一个参与者在面对对手们在均衡处以零概率选择某些决策的时候，该如何选择他（她）的策略。有必要对那些感觉上不会发生的事件的相对可能性进行讨论。在扩展式表述的博弈中，这一现象表现为另一种形式：目的在于考虑那些在博弈树上永

远不会达到的均衡的结点处参与者的行为。引入这些考虑使各种在策略式表述的博弈或扩展式表述的博弈中的精炼规范得到了保证。

我们已经看到，子博弈完美是对于不完美信息博弈的反向归纳法的一个很自然的概括（也对无限博弈）。"完美"和"序贯"是同一逻辑上的两种精炼：它们扩展了抛弃那些不可置信的威胁和许诺的均衡的可能性。

4.2.1 完 美

如果每个参与人考虑到其他参与人可能犯错误进而导致未预见的结果，那么就会产生一些均衡之外的事件的理性，这里介绍的这一类精炼就是用于讨论参与人对于均衡之外的事件的理性的。

完美颤抖手均衡

这一概念是由 Selten（1975）提出的，他将其简单地称为"完美均衡"。然而，Selten 在此之前已经提出了 SPE 的概念。因此，为了将这两个加以区分，后一个提出的概念通常被称为"完美颤抖手均衡"（PTHE）。我们将通过对图 4.3 中的策略式博弈的学习来介绍这一概念。

		2	
		c_1	c_2
1	r_1	$\underline{\mathbf{1}}$，$\underline{\mathbf{1}}$	$\underline{0}$，0
	r_2	0，$\underline{0}$	$\underline{0}$，$\underline{0}$

图 4.3 PTHE（完美颤抖手均衡）

这一博弈有两个纯策略纳什均衡：(r_1, c_1) 和 (r_2, c_2)。但我们可以认为后一个将被剔除。思路如下：如果参与人 2 选择 c_2，那么参与人 1 选择 r_1 将既无所得也无所失（因为 $0=0$）。如果参与人 2 由于犯错误而选择了 c_1，那么参与人 1 就可以通过选择 r_1 而不是 r_2 而获得更高的支付（$1>0$）。同样地，参与人选择 c_1 而不是 c_2 将只可能得到更多的支付。结果，尽管两个参与人都不反对选择结果 (r_2, c_2)，但他们似乎都有动机偏离：(r_2, c_2) 这一纳什均衡是不稳定的。

在上面的例子中要注意的是，策略 c_2 对于参与人 2 来说是弱劣于策略 c_1 的。对于参与人 1 类似的，策略 r_2 弱劣于策略 r_1。这是一个普遍的结论：一个 PTHE 是一个 NE，并且它对弱劣策略赋予 0 的概率。此外，在一个二人博弈中，一个对弱劣策略赋予 0 概率的纳什均衡是一个 PTHE，但这一结论对于二人以上的博弈不成立。

正式地，对 PTHE 的选择是通过将最初的博弈变换为一个辅助的"扰乱的"（perturbed）博弈来实现的。这一辅助博弈与原博弈有着相同的基本结构，但除此之外还有一个特殊的性质：所有的策略都必须以一个很小的正的概率 $\varepsilon>0$ 被采用。换句话说，在辅助博弈中，参与人只能选择混合策略（例如，对每一个纯策略赋予正的概率）。

定义 3（完美颤抖手均衡）

一个策略向量 x 是一个 PTHE（对于策略式博弈），如果对每一个参与人 i，存在一个完全混合策略序列 $\{x_i^n\}$ 使得：

（a）对于所有 i，$x_i=\lim_{i\to\infty}x_i^n$

（b）x_i 是参与人 i 对其他参与人的策略向量 $(x^{-i})^n$ 的最优反应。■

该定义关键的一点是，其他参与人的策略被假定为是完全混合的，而概率分布是相互独立的（没有相关性错误）。参与人 i 打算采取 x_i 并认为其对手会选择 x^{-i}。然而参与人可能会犯错误，当他们试图采取 x^{-i}时，他们实际选择的是 $(x^{-i})^n$，这一策略使得 i 的对手的所有行动都是可能的，但又是依据他们的计划而最有可能选取的策略（条件 a）。进一步地，该均衡使 i 的选择的策略［如果她（或他）没有犯错误］成为其对手实际选择的策略（条件 b）的最优反应，而并不简单的是其对手打算选择的策略的最佳反应（正如纳什均衡中所假设的）。然而，要注意的是，这样看来“完美”是一个相对较弱的标准：其定义只要求某些扰乱均衡的序列是收敛的，而并不要求所有的序列都收敛。

Selten（1975）证明了这一均衡在所有有限博弈中的存在性，同时他还证明了这一概念的另一个有趣的性质，这在下面的结论中给出。

定理 1（Selten）

每个具有有限纯策略集的策略式博弈至少有一个 PTHE。进一步地，在一个 PTHE 中没有人使用被占优的策略。■

注意，PTHE 的定义意味着在原博弈与扰乱的博弈的解之间存在着特定的联系。原博弈的 PTHE 是扰乱博弈的纳什均衡在 ε 接近 0 时的极限。换句话说，如果对于在对手选择策略时的“颤抖”，即在对手稍稍犯错误时，原博弈的一个纳什均衡的组成策略仍然是最优的，那么这一纳什均衡是一个 PTHE。

简评 1

这里给出的 PTHE 的概念适用于策略式博弈。它并不能立即适用于扩展式博弈。困难来自于，在建立于策略式之上的扩展式博弈中，子博弈完美标准会导致一个不同于策略式的 PTHE 的选择结果。为解决这一困难，Selten 使用了一个称为“代理规范形式”的特殊程序来建立与原博弈相联系的扩展形式。每个信息集属于一个特定的代理人。因而这里信息集的个数与代理人数量一样多。令 h 为某个特定的信息集（例如，一个在这一新的扩展式中的参与人）。h 的支付正好等于原博弈中参与人 i (h) 的支付。我们可以设想某个参与人 i 有不止一个信息集，但在每个信息集她（或他）可以指定一个代理人代理决策。i 的所有代理人与 i 有相同的支付函数，从而按照她（或他）的利益行动。然而，在这一对原博弈调整后的扩展式博弈中，每个代理人都被视为一个不同于其他人的博弈参与人。这样就可以展示，在这里任何“代理规范形式”的 PTHE 都对应着 SPE，但反之不成立。■

简评 2

我们将 PTHE 解释为对参与人在选择各自策略时会犯错误的可能的一种认识。然而，对“颤抖”还可以有另一种解释。这一解概念可以被视为一个每个参与人几乎不能——但不是完全——确定其他人的理性程度的不完全信息博弈的贝叶斯均衡。或者说，对于某些博弈论学者，“颤抖”只是本身不具备重要性的一个计算机器。■

简评 3

必须要强调的是，从整体角度来看，完美均衡这一标准并不必然是好的。它有时会剔除有效率的纳什均衡。考虑图 4.4 中的策略式博弈。

		2		
		c_1	c_2	c_3
1	r_1	$\underline{50}$，0	$\underline{5}$，$\underline{5}$	$\underline{1}$，-1000
	r_2	$\underline{50}$，$\underline{50}$	$\underline{5}$，0	0，-1000

图 4.4　PTHE 及非效率

这一博弈有两个纯策略纳什均衡：(r_1, c_2) 和 (r_2, c_1)。但只有 (r_1, c_2) 是一个 PTHE。注意策略 r_2 弱劣于策略 r_1：只要参与人 2 选择的是 c_1 或 c_2，那么参与人 1 选择 r_1 或 r_2 对其来说是无所谓的，而当参与人 2 选择 c_3 时，她（或他）会选择 r_1 而不是 r_2。由于在 2 试图选择 c_1 时，r_2 不是 1 的最优反应（如果 2 错误地选择 c_3，那么 r_1 是最优反应），均衡 (r_2, c_1) 不是一个 PTHE，尽管这个纳什均衡可以给两个参与人带来更高的支付。■

这一精炼标准还有其他的局限：它不能删除所有直觉上不合理的均衡。困难在于，在导出 PTHE 的扰乱的博弈中，没有有关“颤抖”的任何限制。针对这一缺陷的一个解决办法是使用一个关于特定“颤抖”选择的解概念。特别地，如果对于扰乱的博弈的每一个序列，前面 PTHE 定义中的两个条件都成立，我们可以定义一个“严格的”PTHE。显然，任一严格完美均衡是一个完美均衡。因而这一概念一定是更强了。不幸的是，它又或许太强了，因为它可能不存在（Samuelson，1992，24）。为了解决 PTHE 的这一局限，人们设计了一个替代性的方法。

适当均衡

此处的目的是建立一套理论，在该理论中“颤抖”是很可能或者是极为可信的。对策略型的博弈，这即意味着“适当均衡”的概念（PE）地提出，也就是假设代价高的颤抖比那些代价不怎么昂贵的颤抖发生的可能性要小一些。

考虑如图 4.5 所示的策略型的博弈。

			c_1	c_2	c_3
			2		
1	r_1		**1，1**	0，0	−1，−2
	r_2		0，0	0，0	0，−2
	r_3		−2，−1	−2，0	−2，−2

图 4.5　适当均衡

这个博弈是通过在我们研究 PTHE 时所用的图 4.3 所示的每个博弈上加上一个新的策略上形成的。而且大家应该注意到对每一个参与者来说这个新的策略都是被严格占优的。因此，可以合理地认为这些策略并非是受到通过运用完备性标准得到的博弈结果的影响。如同在博弈的 PTHE 一样，博弈结果（r_1，c_1）被认为在这里也会再次出现。然而事实上，PTHE 集在两种博弈中并不一致。在新的博弈中，博弈结果（r_2，c_2）同样也是一个均衡。如果博弈的参与者同意采取（r_2，c_2），但是如果每个参与者都认为第三个策略的错误比第一个策略的错误更加重要的话，那么对她（或他）而言，最优的选择是选择第二个策略。因此，增加一个严格被占优的策略会改变博弈的解。

为了消除这种由完备性带来的不好的性质，墨尔森（Meyerson，1978）就建议提出一种更严格的“适当性”的标准。支持这种标准的观点是认为，一个参与者尽管对于各种错误并不是免疫的，但是都会努力去避免发生代价最高的错误。因此，我们在产生错误的过程中存在一种合理性。形式上，这种假设是通过与错误相关联的各种概率来实际化。一个代价非常高的错误（通过结果支付衡量），将比那些代价较低的错误被赋予更低的概率。

在前面的例子中，只有（r_1，c_1）是一个 PE。由这种精炼标准的逻辑，参与者并没有认为关于 r_3 和 c_3 的错误比由 r_1 和 c_1 的错误具有更高的概率，根据事实 r_1 和 c_1 分别严格优于 r_3 和 c_3，每个参与者将会尽力去避免发生关于 r_3（或者 c_3）——相比较于 r_1（或者 c_1）——的错误。因此，这种理性行为的结果就是博弈结果（r_2，c_2）比博弈结果（r_1，c_1）实现的可能性更加小一些。因此，根据颤抖的手的判定标准就应该将 NE（r_2，c_2）舍弃。只有均衡（r_1，c_1）没有违背该标准。

可以证明，任何策略形式的有限博弈都有一个 PE（墨尔森，1978）。

简评 4

PTHE 是指博弈中当均衡的策略发生轻微的波动时，仍然能够保持稳定的博弈结果。PE 要求或多或少理性的均衡策略发生波动时，博弈结果仍然能够保持稳定；这是因为这种方式对于更好的策略赋予了更多的权重。两种标准并没有排除这些策略形式博弈所要求对 NE 的精炼，这里的目标只是一直聚焦于最可能或者最可能的“颤抖”：“坚固”的均衡，“一致”的均衡……（参见范丹墨，1991，第二章中关于这些的完整表述）。■

归纳起来，如果我们将某一给定的策略形式的博弈中的纳什均衡的集合记为 NE，将完美颤抖手均衡和适当均衡的集合分别记作 PTHE 和 PE（当然这些集合可能是空集），这些集合之间的关系如下所示：

$\mathrm{PE} \subseteq \mathrm{PTHE} \subseteq \mathrm{NE}$

4.2.2 序 贯

如果一个扩展形式的博弈没有子博弈时会出现这样的困难：即不知道参与者是从博弈树的哪一个节点就开始博弈；所以，他们无法在最后的结点计算他们所做决策的效应。解决这种无法决定的情况要求采用一种理论，根据这种理论每个参与者能够在许多不同的初始结点时能够做出正确的决策。

序贯性是指这样的一种精炼，这种精炼是根据下面的观点建立的：对贝叶斯参与者之间进行的博弈的定义不仅应该依据这些参与者可行的各种行动（如同子博弈完美中一样），而且还应该依据这些参与者的信念。实际上，任何均衡的定义都应该包括两种假设：第一种是关于这些参与者的行为的假设，而第二种假设与这些参与者的信念有关。这种"评估"的逻辑关系反映了博弈参与者之间的各种行动和信念之间的循环关系。

评估均衡：策略和信念

第一种假设引入了策略向量 x（对参与者 i 来说，采取的策略为 x_i）的定义。第二种假设引入了信念系统 μ 的定义，根据该定义对博弈树上的每个信息集 h，都赋予了一个概率测度 μ_h。

当一个参与者达到信息集 h，必须预先决定她（或他）应采取的行动时，她（或他）一般都不知道自己会达到这个集合中的哪个结点。因此，她（或他）会对于每个结点和赋予一定的主观概率，这些就代表了参与者的信念。

因此，组合（x，μ）被称做博弈的"评估"。因此，评估被定义为同时对参与者的策略向量和信念系统进行考虑。

博弈的均衡必须要以评估均衡的形式出现（宾莫 1992，536—537）。在均衡（x^*，μ^*）的定义中，参与者的信念发挥着同策略同样重要的作用。这种方法最主要的优点在于它能够让向我们说明对参与者的各种信念作一些特殊限定的必要性。我们应该放弃认为这些信念是完全随意的想法。子博弈完美的判定标准要求关于策略可信性条件的满足；而且也需要限制参与者去采取"合理"的信念。

对 SPE 进行精炼的判定标准之间的差别主要在于对于参与者之间的信念所做的一些有些严格的假定。其中，最不严格的要求只是施加了两个条件：信念必须要和均衡策略一致以及信念必须能够及时调整，使之能够与以一个正的概率达到均衡的信息集的贝叶斯法则相适应。

每一次当参与者达到信息集时，他必须要对他的先验概率进行修正，因此要采纳吸收了各种新信息的后验概率。因此，在每一个信息集，信念都是由贝叶斯法则和参与者的均衡策略共同决定的。根据克瑞普斯（Kreps）和威尔逊（Wilson）（1982）所提出的建议，我们称对信念所要求的条件为"一致性"，对策略所做的要求为"序贯理性"。然而，为了明确地表述序贯理性条件，我们首先得介绍"连续博弈"的概念，连续博弈是对前面定义的子博弈的概念的一个总结。

定义 4（连续博弈）

连续博弈必须是子博弈，但是连续博弈可以从博弈树的任何信息集出发，而不像子博弈只能从信息集的单结点出发。■

序贯理性要求：对于博弈树上的任何连续博弈，参与者总是计划实施最优策略。更精确一

点，一个参与者在一个特殊的信息集 h 面对决策选择时都假设连续博弈必须与均衡策略向量 x^* 相一致。

定义 5（序贯理性）

如果在每个信息集 h，每个博弈参与者决定采取的行动，都是同时将她自己（或者他自己）在信息集 h 中的信念和其他博弈参与者由 h 出发的连续博弈的策略考虑在内的最佳反应，序贯理性的条件就得到满足了。■

我们必须强调策略和信念之间的关系。各种信念彼此之间必须要一致而且要同各种策略一致，而策略是在信念给定条件下的最优反应。根据这种循环性，我们不能只依据逆向归纳来决定均衡。

一个简单的例子将表明这种方法如何使我们在各种 NE 中挑出一个特殊的均略衡。

【例子】

考虑在前面图 3.17 中所列出的不完美信息的博弈，并将该博弈在下面的图 4.6 中重新列出。我们可以看到这个博弈有两个 NE，其中一个 NE 是（L_1，R_2，R_3），尽管该均衡是来自于一个不可信威胁，但是它可以通过子博弈完美的检验，因为不存在合适的子博弈。

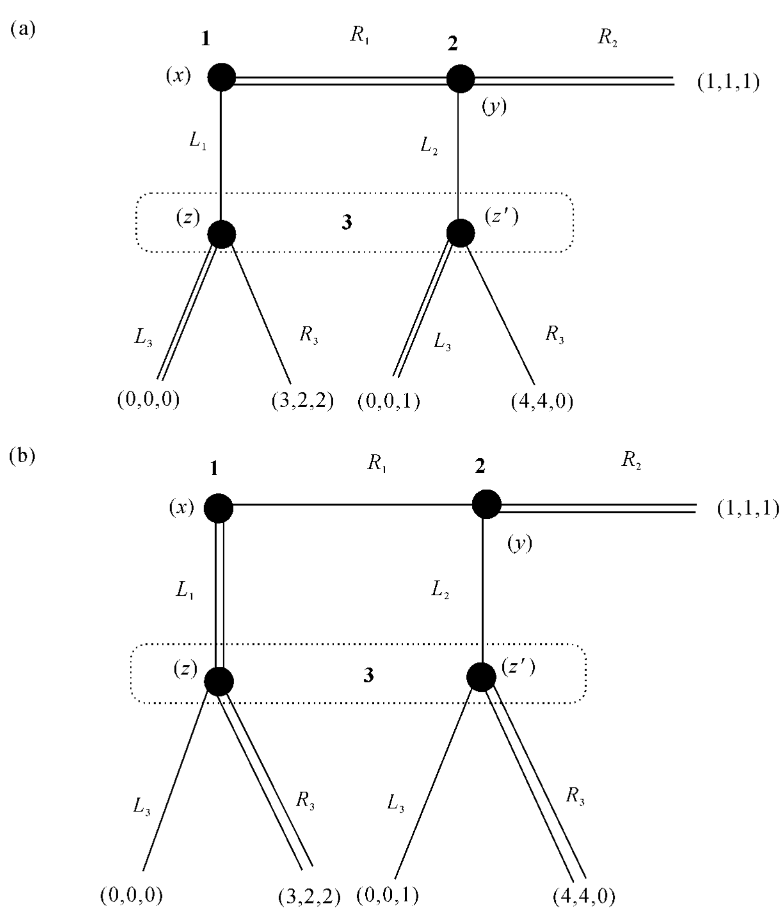


图 4.6　评估均衡

考虑策略向量 $x=(L_1, R_2, R_3)$。问题是决定同该策略相关联的信念系统 μ，使得评估 (x, μ) 满足定义均衡时所要求的两个条件：序贯理性和一致性。

参与者 1 和参与者 2 的信息集都是单结点，因此，很明显的，根据信念博弈树上的结点 (x) 和结点 (y) 的发生的概率都是 1。另外，由 μ 分配给参与者 3 信息集中结点 (z) 和 (z') 的概率必须满足一致性条件。在这里我们采纳对这一假设最不严格的表述：贝叶斯推断的关系。当她做出决策时，参与者 3 知道参与者会选择 L_1 [参见图 4.6（b）]。她可以推断出可以达到结点 (z)，而且根据 μ 参与者 3 的信息集中的结点 (z) 发生的概率是 1 而 (z') 发生的概率是 0。

然而又产生了一个问题。当评估 (x, μ) 确实满足了序贯理性的条件时（参与者 1 和参与者 3 根据给定的信念都选择了最优行动），但是参与者 2 确实没有满足该条件。尽管他不能达到信息集中的均衡，但是应该注意到，如果能够得到均衡，参与者 2 应该选择 L_2 而不是 R_2（因为 $4>1$）。因此，可以得出 (L_1, R_2, R_3) 并不是均衡的组成部分。因此，根据 SPE 的判别标准，不能够排除不可信的均衡，而新的方法能够完成该任务。

现在有必要来证明这种方法能够证实策略向量 $x^*=(R_1, R_2, L_3)$ 是博弈均衡的一个组成部分。根据信念 μ，结点 (x) 和 (y) 发生的概率都是 1。然而，现在根据一致性条件，并没有关于参与者 3 的信息集情况 [参见图 4.6（b）]。在达到均衡时，信息集以非零的概率不能够被达到，因此此时贝叶斯法则不能够应用。现在，再来考虑序贯理性条件。根据该条件在参与者 3 的信息集中，结点 (z) 和 (z') 发生的概率分别是 μ_3 和 $1-\mu_3$。如果在给定信念的条件下，L_3 是参与者 3 的最优选择，则该选择得到的平均收益一定至少和采取 R_3 得到的收益一样多，即下面的不等式一定成立：

$$0 \cdot \mu_3 + 1 \cdot (1-\mu_3) \geqslant 2\mu_3 + 0 \cdot (1-\mu_3)$$

或者：

$$\mu_3 \leqslant \frac{1}{3}$$

因此，只要参与者 3 相信在她（或他）的信息集中她（或他）达到结点 (z) 的概率至多为 1/3 [即到达结点 (z') 的概率至少为 2/3]，那么 (x^*, μ^*) 是博弈的评估均衡。

为了解释为什么参与者 3 相信她（或他）达到结点 (z') 的概率比达到结点 (z) 的概率大，就有必要对参与者信念的合理性加入更强的要求。

完美贝叶斯均衡

在不完美信息的博弈中，永远都不能够运用子博弈完美的判定标准，因为在这种情况中，没有适当子博弈。在这些博弈中，我们将会用“完美贝叶斯均衡”（SPE）的概念来代替 SPE 的概念进行完美性判别。另外，因为在不完全信息的博弈中的 BE 只是对 NE 的概括，PBE 同时也是 BE 的一种精炼。

该概念是直接依据“评估”的原理提出的，但是一致性条件的要求要更严格一些：贝叶斯对信念的修正可以对任何信息集中以 0 概率到达的均衡适用。这种简单的 PBE 的概念是由富登伯格（Fudenberg）和提若尔（Tirole）（1991b）关于“可观测行动的多阶段博弈”提出的（有时候也被称做“几乎完美信息博弈”）。

在这些扩展形的博弈中，有两条性质可以被证实：

- 在每一阶段，每个参与者知道博弈各阶段的历史（也就是说，所有参与者在以前采取的行动）。

• 每一阶段的信息集中都不包括该阶段的任何信息（也就是说，参与者是同时采取行动的）。

例如，一个不完全信息博弈中，参与者的类型是策略不确定性的惟一根源，这种博弈在通过海萨尼提出的步骤转化为不完美信息之前，要与可观测的多步骤博弈结果相一致。

在这种利用这种博弈，来研究很多简单的经济应用，在这些例子中，序贯理性和这种严格一点的一致性条件就已经足以决定 PBE。

总的说来，这种概念依赖于三种基本原则：

1. 根据海萨尼提出的步骤提出了 BE 的概念，可以将不完全信息博弈转化为完全但是不完美信息博弈。

2. 逆向归纳的原则。这是支持 SPE 和 PBE 的基本原则。然而这种原则并不能直接地实施（由于行动和信念之间的循环关系）。序列理性的条件表明了该原则对每个连续博弈都是有效的：在所有的连续博弈中，每个 PBE 必须包括 BE。

3. 在得到了信息后，用于修正信念的贝叶斯法则：由一致性条件得到该法则的。

即时 PBE 具有各种优良性质，但是在排除不可信威胁或承诺均衡时，它并不是总是很有效，因为信念是在没有达到均衡的信息中任意选定。因此，很有必要对于非均衡信念施加更严格一点的约束。

序贯均衡

“序贯均衡”（SE）的概念是克瑞普斯（Kreps）和威尔逊（Wilson）（1982）定义的。该均衡对一致性的要求比 PBE 更加严格。关于均衡时发生概率为零的事件信念的修正所施加的条件要求依赖于下面的原则：不能将参与者在选择他（或她）时发生错误的概率完全排除。结果就是应该对信息集中的所有结点都赋予一个正的概率，因此贝叶斯法则总是适用的。更精确的，关于 NE 的精炼有以下假设：在每一个信息集中，参与者的信念能都使得所有的错误都有一个概率，这些错误在统计上都使独立的（在每个信息集中）错误的概率仅仅依赖于相关的信息集中的可以得到的信息。

因此，SE 的概念将序贯理性条件和一致性条件通过如下所示的方式联系起来：

定义 6（一致性）

一个评价（x^*，μ^*）是一致的，如果：

$$(x^*,\mu^*)=\lim_{n\to+\infty}(x^n,\mu^n)$$

对所有的评价（x，μ）中的有的序列（x^n，μ^n），使得：

• 策略向量 x 定义与参与者的混合策略集合中

• 考虑进策略向量后，由贝叶斯法则对信念系统 μ 的定义并不明确。■

策略 x^* 并不一定是混合策略，但是，如同信念 μ^* 一样，我们认为 x^* 的组成部分是完全混合序列以及与之相关联的信念的极限。

然而，注意到，在不完全信息博弈中对一致性的要求条件中，没有对有自然的第一步行动的错误的概率的要求，这是因为策略中没于对自然的行动的概率分布的表述。

定义 7（序贯均衡）

当策略向量 x^* 和一个信念系统 μ^* 彼此一致而且满足每个信息集中的序贯理性时就称达到了序贯均衡。■

因此，SE 的基础和 PBE 有一些微小的差异。

1. 逆向归纳的原理在这里起着主要的作用，它在对序列理性评估的条件中被反映：在连续博弈中的每一个 SE 都包括一个 NE。

2. 根据得到的信息对信念进行修正的贝叶斯法则，是由评估一致性的条件所得到的。

3. 不同于我们已知的一个关于博弈的理论中没有任何事情是完全确定的世界，现在提出“邻近”世界的观点，这里又对参与者的信念进行了一些附加的约束条件。这种观点，并不是直接表述为一致性的条件，它允许对任何事件都赋予一个正的概率（虽然可能很小）。那么此时，贝叶斯法则能够适用于任何情况之中。

当然，如果面对不完全信息情况，海萨尼的步骤（将原博弈转化为不完美信息博弈）就得加入上面所列的对该概念的一点基础假设。

我们可以归纳出在 SE 中，非均衡的信念必须要同从均衡策略向量的一点偏离（颤抖）相一致。而且因此，我们可以将 SE 表述为在 PBE 的基础上，还满足非均衡信念能够被从均衡策略向量的一点偏离所证实。

注意到，尽管在很多的经济应用中，SE 和 PBE 很相似，或甚至是完全等价的。比如，对于可观测行动的多阶段博弈，两种均衡对序贯理性的要求是一样的，而对一致性的要求是很相似的（尽管 SE 对一致性的要求的约束性要强一点）。在至多两步的不完全信息的博弈，或者至多两种参与者的博弈中，两者的要求是等价的（富登伯格和提若尔，1991b）。

克瑞普斯和威尔逊（1982）已经证明在任何有限博弈中都至少有一个 SE；但是对于无限博弈还没有得到相应的存在性定理。对于 PBE 我们可以得到相同的结论，而且对于相对而言条件要求更不严格的 PBE，我们可以证实在无限博弈中相同的存在性定理也成立。

简评 1

很容易可以看出 SE 和 PTHE 之间密切的关系：两种均衡都使运用相同的原理来对参与者的信念进行限制。完美性和序贯性之间只有一个很小的差别可以用于区别它们。完美性在发生波动的博弈中要求得到信念的最佳回应（对所有完全混合策略的收敛序列）。而序贯性只是要求得到这些信念的极限的最优反应。在有些方面 SE 只是要求过去发生的错误是最优的，而 PTHE 则要求未来可能发生的错误也要是最优的。然而一般来说，两种均衡的区别并不是很大，在经济的实际运用中，两组可能在大多数的博弈中都是一致的。■

简评 2

SE 可以通过排除严格占优策略被独立地证明：如果没有任何信念表明 x_j 是 x_j 的最优反应，那么 x_i 就严格劣于某些混合策略。因此，关于占优的标准，可以推导出 NE、SPE 和 SE 之间的一些非正规的联系。在 NE 中，没有参与者会使用被严格占优的策略。不完全信息的 BE 也具有同样的性质。然而，对于博弈树上非均衡的结点却没有相同的约束条件。子博弈完美将该条件扩展到信息集中非均衡的情况中：在子博弈中，没有参与者会使用被严格占优的策略。然而，当博

弈中没有子博弈的时候，该判定标准就是无效的。序贯性能够将该条件的适用情况扩展得更广：对连续博弈，参与者永远不会使用被严格占优的策略；参与者不会威胁在信息集中非均衡的条件下采取被严格占优的策略。■

归纳起来，如果我们将某一给定的策略形式的博弈中的纳什均衡的集合记为 NE，将子博弈完美均衡，完美贝叶斯均衡，序贯均衡和（代理人一般形式的）完美颤抖手均衡的集合分别记作 SPE，PBE，SE 和 PTHE（当然这些集合可能是空集），这些集合之间的关系如下所示：

PTHE⊆SE⊆PBE⊆SPE⊆NE

我们现在将通过一个简单的例子来说明 SE 的概念如何让我们从 NE 中选出一个特殊的博弈结果。

【例子】

考虑一个三人参与的不完美信息博弈，在图 4.7 中列出了该博弈的策略形式和扩展形式。可以很容易地看到（CEG）和（ADF）是这个博弈的两个 NE［图 4.7（a）］，但是第一个均衡可能会被排除。

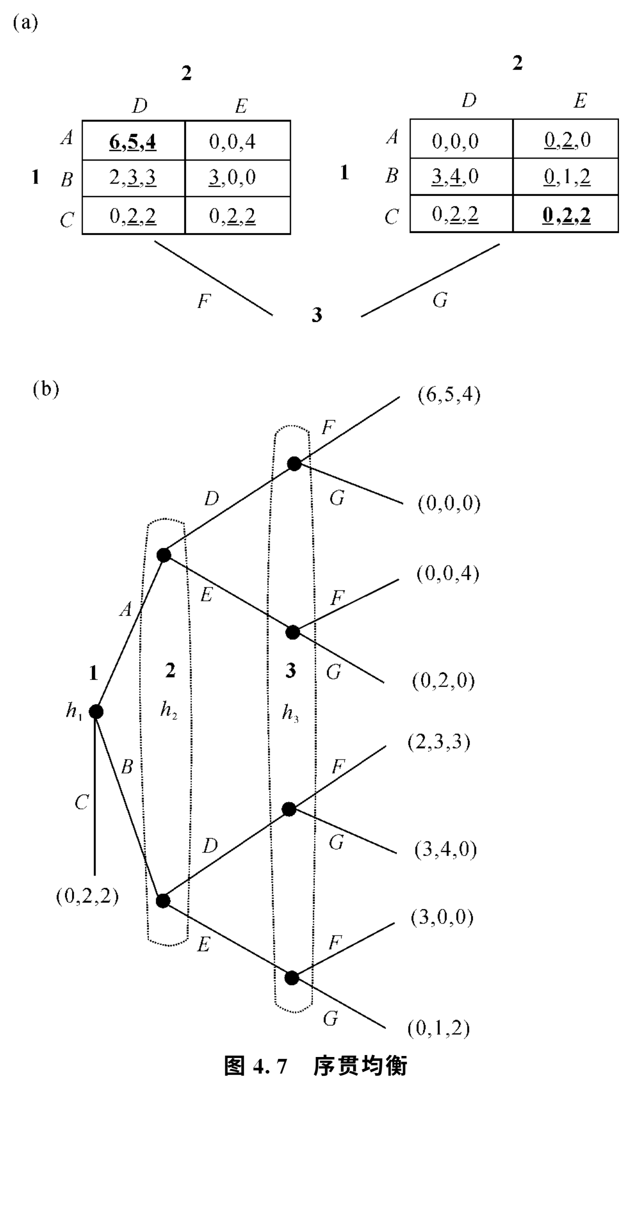


图 4.7　序贯均衡

我们从 h_3（参与者 3 的信息集）出发开始连续博弈［图 4.7（b）］。根据参与者 3 的信念，只有四种可能性：

- 信念 1：1 选择 A，2 选择 D；那么 3 将更偏好 F
- 信念 2：1 选择 A，2 选择 E；那么 3 将更偏好 F
- 信念 3：1 选择 B，2 选择 D；那么 3 将更偏好 F
- 信念 4：1 选择 B，2 选择 E；那么 3 将更偏好 G

接着，我们沿着博弈树逆向开始并考虑是从 h_2（参与者 2 的信息集）出发进行连续博弈。如果预测到参与者 3 的行动，参与者 2 会将博弈归纳为如图 4.8（a）的博弈树中所示。此时很容易看出无论参与者 1 的选择是什么，参与者都会选择 D（因为 D 严格优于 E）。最后，在博弈的第一个结点，预测到参与者 2 和 3 的行动，参与者 1 会将博弈归纳为如图 4.8 中的博弈树所示，很明显，参与者 1 将会选择 A。

因此，在这个博弈（ADF）是一个 SE：在每一个信息集中，每一个参与人的决策都是在同时考虑她（或他）的信念以及随后的博弈中其他参与人策略时的最优反应，并且所有参与人的信

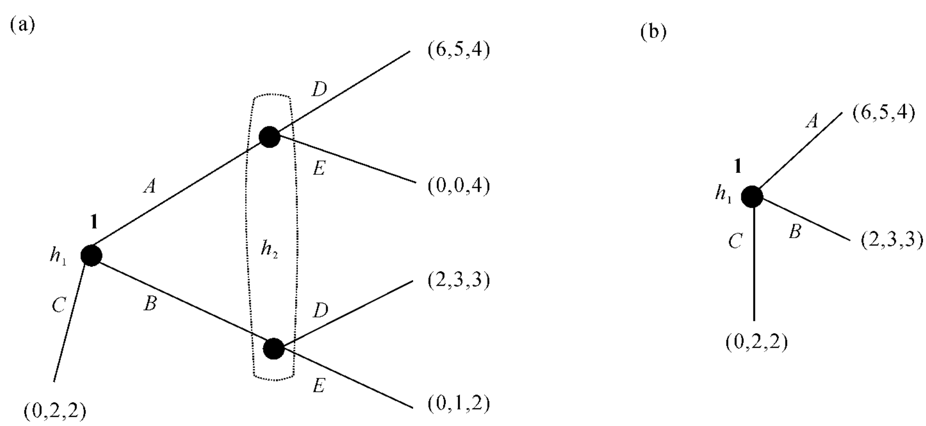


图 4.8　序贯均衡：缩减的博弈树

念都是一致的。

另外，很容易证明它（CEG）不是一个 SE。如果参与人 3 相信参与人 1 会选择 B 而参与人 2 会选择 E，那么对于他（或她）来说，最优的选择是 G（信念 4）。以同样的方式，如果 2 相信 1 选择 A 而 3 选择 G，那么他（或她）的理性选择是 E（如果 2 认为 1 会选择 B，那么无论 3 的选择是什么，D 都严格优于 E，因而只有这一信念与 2 选择 E 的行为相一致）。尽管如此，在这种情况下，参与人 2 与 3 的信念是不可能一致的。

4.3　前向归纳：精炼 3

一些纳什均衡被认为是直觉上不可接受的。通过加入逆向归纳理性的要求，序贯性和完美性可以将基于不可信威胁或承诺之上的均衡剔除。然而在一些博弈，特别是不完全信息博弈中，即使某些均衡是序贯的，它们所产生的行为仍是不合理的。SE 这一概念从根本上说是将信念建立在均衡策略的基础上，并且只对均衡路径之外的信念施加“结构性的”约束。SE 的精炼过程考虑了新的策略性因素。在 20 世纪 80 年代，关于此问题的论述是相当多的（特别的，Mclennan， 1985；Grossman 和 Perry，1986；Kohlberg 和 Mertens，1986；Banks 和 Sobel，1987；Cho 和 Kreps，1987；Cho 和 Sobel，1990）。尽管这些文章每一篇都提出了 SE 的不同的精炼方法，但它们都包含了 Kohlberg 和 Mertens（1986）所称为的“前向归纳”的因素。之所以被称为“前向归纳”是因为该原则是由过去的行为向前推理。

4.3.1 前向归纳与反向归纳

后向归纳意味着一个参与人在某个特定信息集进行决策时将考虑其决定对博弈树中随后要行动的参与者的均衡行为的影响。在有限阶段博弈中，对最后一阶段子博弈的分析先于对倒数第二阶段子博弈的，这样以一个逆向归纳的过程不断进行下去。逆向归纳与前向归纳的区别可以用 Kohlberg 和 Mertens（1986）的论述来概括：“一个子博弈不应当被视为一个独立的博弈，因为它是通过一个很特殊的事前交流——该子博弈的之前的博弈——来进行的。”在任意一个特定的信息集，先决策的那个参与人可以将博弈引向一个不同的方向；这一事实或许又依赖于对将博弈引向该信息集的各种不同的行为的可能性的评价。换句话说，前向归纳考虑到了参与人选择将博弈引向某个特定信息集的行为的动因，并且要求参与人根据过去的博弈结果来推断未来博弈的进程。通过排除不可信的推断，前向归纳可以去除那些在均衡中不会达到的信息集。

【例子】（Brandts 和 Holt，1992，120—121）

考虑图 4.9 中的两阶段进入博弈。在第一阶段，潜在进入者（参与人 1）决定进入（E）或是不进入（S）；如果进入发生，进入者和在位垄断者（参与人 2）在第二阶段同时决定是制定一个高价（p_H）还是制定一个“折扣”价格（p_L）。

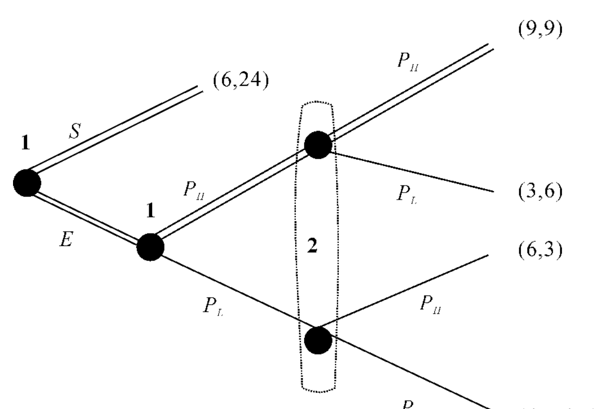


图 4.9 前向归纳

进入后的子博弈有两个纳什均衡：（p_H，p_H）和（p_L，p_L）；这样就产生了两个纯策略序贯均衡。第一个对应着进入（E）和无折扣（p_H，p_H）；而在第二个序贯均衡中，进入者选择不进入以获取正常利润，因为如果他（或她）进入则会导致折扣价格（p_L，p_L）。注意，后一个均衡是序贯的，因为（p_L，p_L）是进入后的子博弈的一个纳什均衡；无进入的结果来自于进入将导致折扣的信念。

在这个例子中，前向归纳要求不能在脱离第一阶段博弈的基础上分析子博弈。在位者根据以前的博弈可以进行下面的推断：他（或她）不应该做出进入者在进入后会打折的预期，因为这样

的话，进入者将不能够得到正常利润。通过选择进入，进入者给在位者传递了这样的信息：如果进入者预期到了次正常利润，他（或她）就不会进入，所以在位者不应认为进入者进入后会制定一个低价。因而这一推理过程意味着无进入的非均衡信念是不合理的。惟一与前向归纳相一致的SE是（E；p_H，p_H）：潜在进入者选择进入，并且所有的厂商都同时制定高价。

上面的例子说明一个均衡要是合理的，它就不应该只与基于参与人未来的理性行为之上的归纳相一致（逆向归纳的原则），而且还要与基于过去的理性行为之上的归纳相一致（前向归纳的原则）。

简评 1

要强调的是，同样的结论也可以通过运用重复剔除的占优均衡来得到。与之相关的策略式博弈由图 4.10 给出。

我们可以看到，对于参与人 1，Ep_L 是被 S 严格占优的，这样，对于参与人 2，p_H 严格优于 p_L。最后，对于参与人 1，Ep_H 被选择而不是 S，从而 IDE 为（E；p_H，p_H）。然而，在更复杂的博弈中，前向归纳与重复剔除的占优不必然有相同的结果，正如下面的例子中将展示的那样。■

		2	
		P_H	P_L
	S	6，24	6，24
1	Ep_H	**9，9**	3，6
	Ep_L	6，3	4.5，4.5

图 4.10 重复剔除的占优

逆向归纳与前向归纳的区别来自于对参与人从其均衡策略偏离的解释。根据逆向归纳法，任何偏离都是一个由于非相关“错误”从而在未来重复出现概率为 0 的非理性行为的结果。这样我们就不能够从目前的偏离推断未来可能的偏离。在“这一”颠倒的时间逻辑基础之上，当前的行动就建立在对未来的预期之上。相反地，根据前向归纳法，从均衡的偏离必须被解释为参与人行为的变化来自于他（或她）试图传达其类型或者其未来行动的有关信息这一动机。的确，前向归纳法最初所暗含的直觉在于，某个参与人对均衡的偏离可以被解释为一种信号。过去的行为被理解为未来行为的信号，即使这些行为也许不会影响之后的博弈的支付。因此，前向归纳原则排除了“非相关颤抖”假设而使参与人的偏离行为具有策略性作用。这一新的均衡精炼要求在博弈的每一个阶段，参与人考虑对手过去的理性策略的所有暗示。一个基于参与人不具备理解这些信号基础之上的均衡被视为不合理的：前向归纳剔除了参与人的不可信暗示。

在某些方面，对于扩展式中的逆向归纳，一个参与人被设想为在每一个信息集就像一个不同的博弈者。相反地，前向归纳关注于在每一阶段，同一参与人不同博弈结果之间的关系；同时，前向归纳的这一特性还解释了为什么策略式博弈通常与前向归纳的研究更为相关。

正如前面的例子中那样，前向归纳与后向归纳的结合使用对于处理不完全信息博弈将是很有效的。然而，这两种精炼方法的逻辑上的差异实在太大以至于人们或许会怀疑它们相互之间是否有一定的一致性。不幸的是，这一关注被证实是成立的。

【例子】（来自 Van Damme，1989 和 Kohlberg，1991，有所调整）

考虑下面的性别战博弈，它有两个纯策略纳什均衡（4，1）和（1，4）以及一个混合策略纳

什均衡（4/5，4/5）。在这一例子中我们假设支付以美元计，并且参与人对货币是风险中性的（图 4.11）。

设想在博弈之前，参与人 1 可以烧掉 2 美元，而且参与人可以看见这一行为。这样，这一博弈可以由图 4.12 的博弈树来展示。

逻辑上似乎成立的是，由于烧掉的钱相当于“沉没成本”，该博弈的均衡应该与原博弈的相同。然而这一结论是错误的：现在，只有（4，1）是合理的均衡。

		2	
		M	B
1	M	**4，1**	0，0
	B	0，0	**1，4**

图 4.11　性别战中的一个变体的偿付矩阵

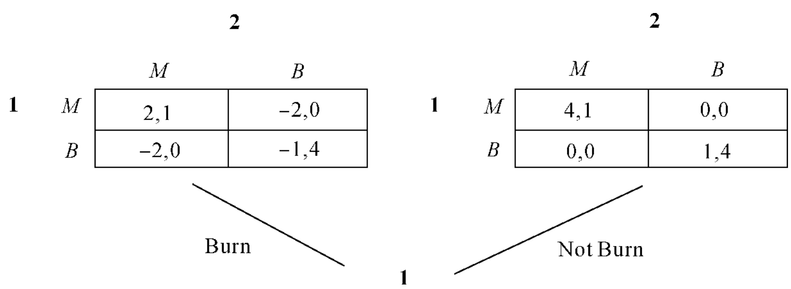


图 4.12　性别战博弈中的前向归纳

如果参与者 1 烧钱，按前向归纳，参与者 2 应该想到参与者 1 将在分支游戏中选择 M，因为如果她有一个计划准备选择 B，她避免烧钱的话将使自己处境更好（B 在烧钱之后被没有烧钱的 B 支配）。因此，参与者 2 应当选择 M，而参与者 1 将相应得到 2 美元的偿付。然而，如果参与者 1 选择不烧钱，那么通过后向归纳，参与者 2 会知道参与者 1 是放弃得到 2 美元偿付的机会。所以，再次通过前向归纳，参与者 1 将在分支游戏中选择 M，因为不烧钱，B 产出将少于 2 美元。最终，参与者 2 应当选择 M，结果是（4，1）。我们得出结论，如果在玩性别之战游戏之前参与者 1 拒绝得到 2 美元的机会，游戏的结果将是最令她满意的。

但是如果两名参与者均拒绝相同的机会呢？图 4.13 提供了这么一种情况。

因为参与者 1 选择烧钱的话，她将得到 2 美元的偿付，而参与者 2 通过前向归纳必须提前推测假如她决定不烧钱的话她将选择 M。然而，基于几乎相同的原因，参与者 2 预示他将选择 B 的意图并且在这种情况下，参与者 1 通过后向归纳必将选择她自己 B。因此，在这一博弈中前向后向的归纳看来要必将导致矛盾。

幸运的是，我们将主张这样的矛盾仅仅只在树形图的远离均衡点的路径上才会发生。为了说明这一路径，让我们在图 4.13 上分析这个困难的本质所在。

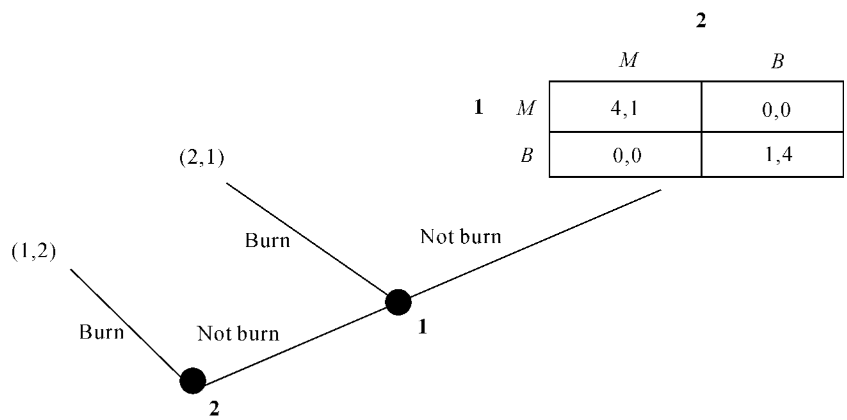


图 4. 13　在性别战博弈中的前向归纳和反向归纳

参与者 2 能作如下推理：如果我选择不烧，那么我的对手将要么选择烧要么选择不烧导致选择 M，知道这以后则可知道第三种可能性（不烧和 B）将被选择烧所占优（2>1）。在各种情况下，若与我选择烧（2>1）相比的话，我将获得较低的偿付。因此，如果参与者 2 选择烧，这符合他的利益。这样就会有结果（1，2），它能被视做一种对参与者 2 的行为中的自我执行规范，但这样的话，我们并不需要参与者 1 游戏策略的精确决定。

当然，我们必须对前向和后向归纳之间的矛盾能总是通过这种方法表示怀疑。科尔伯格和默滕斯（Mertens）（1986）曾经以“稳态”的平衡规范试图回答这个问题。在一般的博弈中展示这个概念并分析其精细的标准之前，我们把话题限制在一类特定的具有一些重要的经济应用的博弈中：信号传递博弈。

4. 3. 2　在信号传递博弈中前向归纳的形式

在不完全信息的情况下，要想在一般的博弈中为前向归纳原则中找到一个合适的形式的确很困难。但如果此博弈变成“信号传递博弈”的结构，困难就变得小多了。

信号传递博弈

在许多经济学的情景中，代理人的信息是不对称的：比如，工人们能比工厂对他们自身的能力有更多的了解，一个工厂知道更多自己的产出成本而不是它的竞争对手的成本，保险购买者对其本人的风险特点要比保险出售者知道得更清楚，等等。然而，这就好像那些拥有私人信息的代理人早于那些缺少信息的代理人做出行动。举个例子：工人会事先接受一些教育培训再把它们运用到工作中，而这一行动是极有力的证明工人能力的信息。或者，如果我们考虑一个职位垄断者和一个潜在的新工作者来到职场，而此市场不知道这个公司的成本结构，那么此职位的定价决策将很大程度上取决于成本。实际上，这两种情形正好对应着两个很有影响力的经济学模型：职场中对劳动力的信号传递模型（斯彭斯，1973）和工业组织的限价模型［米尔格罗（milgrom）和罗伯特，1982］。信号传递博弈允许人们在信息不对称的情况下分析这些模型。博弈论的概念大大地帮助了对这些模型的预测；同时，它们也用来更好地理解存在于严格来说的“信号传递”（像在斯彭斯的教育模型中，1973）和“放映”（像在罗斯查尔德和斯蒂格利茨的保险模型中，1976）之间的差别。

信号传递博弈有一个很简单的结构。通常，仅有两名参与者他们只行动一步。假定参与者 1

对一些特征具有一些私人信息并且先行一步：她（或他）的行动被解释为一种“信号”或一种“信息”（由此它被称做“发出者”S）。接下来，参与者2，他（或她）不知道信息却观察到第一个参与者的行动（由此它被称做“接收者”R），轮到他（或她）时将选择一个行动或“回应”。因此，信号传递博弈是一个具有可观察行动的特殊的贝叶斯扩展博弈。在第一阶段，假设自然选择发出者的“类型”$t \in T$（设为有限的）且具有一定的概率分布p（假设为常识）；她（或他）被告之她（或他）的类型但接收者却没有。在第二阶段，发出者选择一个行动$r \in R$（设为有限的）。参与者的偿付依赖于发出者的类型也依赖于双方的行动：$u_S = u_S(t, m, r), u_R = u_R(t, m, r)$。

注意，这个最后的假设清楚地表明了信号传递博弈与“廉价谈话”博弈或者事先协议博弈的区别。在那些博弈中，参与者的偿付作用是与交换信息独立的。

因此，在信号传递博弈中，发出者的举动—信号可能会揭示她（或他）的类型也可能不会。因为发出者的私人信息能在平衡处显示出来，所以要在平衡点观察发出者的信息m就等同于观察其私人信息t。发出者的策略必须是一一对应的：如果$t \neq t'$，那么$m(t) \neq m(t')$。换句话说，各种类型的发出者选择一个不同的行动。如果m是一一对应的，则平衡被称做“分开的”（或“完全显露的”）。如果m不是一一对应的，即有些类型选择不同的行动而其他是一样的，那么这种平衡被称做“半共享”（或“部分显露的”或“混合的”）。最后，如果m是一个连续函数，且各类型均选择相同的行动，那么此均衡称为“共享”。在后两个情况中，回应者不能从信号里精确地推断出发出者的特征。

信号传递博弈的压力来自于两名参与者的不对称：接收者控制着行动而发出者控制着信息。

简评1

在信号传递博弈中，知道信息的参与者首先行动，并且其行为可能会暴露她（或他）的私人信息。如果她（或他）在不知情的参与者后行动第二步，这种情况相当于一个“放映”博弈。在放映博弈中信念不需要被详细说明。因为不知情的参与者最先行动，她（或他）的信念在看见了这个不知情的参与者的行动后是不相关的。所谓知情的参与者是充分知情的，因此，她（或他）的信念完全不为她（或他）能观察到的东西所影响。放映很像在“信息经济学”中的一个简单的“反响竞选”问题［拉斯马森（Rasmu序贯均衡n），1989］。■

简评2

“廉价谈话”博弈是一组接近于信号传递博弈但是只有不完备信息的博弈，然而前者中的发出者所传递的信息仅是谈话，它是无代价也是无从考证的东西。这样的谈话在不对称信息的所有前后联系中称不上情报的。三种情况是必须的：①不同的发出者的类型对接收者的行动有不同的偏好；②接收者对行动的偏好依赖于发出者的类型（就像在信号传递博弈中一样，理所当然的）；③接收者对行动的偏好不完全是反对发出者的［参见著名的克罗伏特（Crawford）和索贝尔（Sobel），1982，对一个具备三种必要条件的抽象模型的分析］。■

直觉标准：在信号传递博弈中的一个前向归纳形式

这个序贯均衡的特别的细致是由乔（cho）和克瑞普斯（kreps）（1987）引进的。它的最让人熟知的前向归纳形式是在信号传递博弈中。这个“直觉标准”在于把一个特别的均衡点当做一个参与者推理的初始的点，然后反复运用优势以评价在接收者观察到了未平衡时的信息后的信念。这是对一种情形下的优势争论的直接后果，在这种情形中一个被给定的均衡点是参与者的常

识，还有就是游戏规则和参与者的理性也是常识。乔和克瑞普斯选择这个名字是因为它是一个简单的非合作博弈，又在理论上合成了在早先的信息经济学中就有的直觉标准的不同形式。

定义 8（直觉标准）

一个 AE 要满足直觉标准，它应当稳定地趋向于策略的消除，这个策略是产生比均衡点还少的偿付而不论其他参与者可能选择什么。■

换句话说，在直觉标准下，如果有一种类型的知情者不能从脱离平衡点的行动中获益，无论不知情者抱有何种信念，在这种类型下不知情的参与者的信念必须赋值为零概率。

为了给这个标准一个正式的定义，一些附加的符号是必须的。让 σ_S（m/t）为类型是 t 的发出者选择信息 m（她的策略）时的概率，σ_R（r/m）为接收者选择回应 r 如果信息是 m（他的策略）时的概率，μ_R（t/m）是发出者的类型为 t 在她根据接收者（他的信念）选择 m 时的概率。

参与者最好的回应集合定义如下：

$$BR_S(t,\sigma_R) = \arg\max_{m\in M}\sum_{r\in R} u_S(t,m,r)\sigma_r(r/m)$$

$$BR_R(m,\mu_R) = \arg\max_{r\in R}\sum_{t\in T} u_R(t,m,r)\mu_R(t/m)$$

并且：

$$\mu_R(t,m) = \frac{p(t)\sigma_S(m/t)}{\sum_{t\in T} p(t)\sigma_S(m/t)}$$

对于所有的 m 如占优者均是非零的（接收者更新其信念靠运用贝叶斯规则）。

对于类型 t 来说，在一种特定的序贯均衡（σ_S^*，σ_R^*，μ_R^*）下，信息 m 被称做“占优的平衡点”：

$$u_S^*(t) > \max_{r\in BR_R(m,\mu_R)} u_S(t,m,r)$$

那么，直觉标准要求的是：

$$\mu_R^*(t/m)=0$$

如果对类型 t 来说，如果 m 在平衡点（σ_S^*，σ_R^*，μ_R^*）是“占优的平衡点”，而不是对于类型 $t'\in T$。

简评 3

有大量的相关的精致标准，它需要在平衡点之外信念的越来越多的限制。乔和克瑞普斯（1987）提议了一个运用“标准 D_1”更强的测验。信息 m 对类型 t 可以说成是“D_1 占优的平衡点”，如果所有接收者对 m 的反应证明对 t 的背离是正当的，那么则存在某种类型 t'，其严格的兴趣便是分离。那么，标准 D_1 在一个特殊的平衡点（σ_S^*，σ_R^*，μ_R^*）上得到满足，如果对所有的“占优的平衡点 D_1”信息 m 满足方程 μ_R^*（t/m）$=0$。

由班克斯（Banks）和索贝尔（1987）提出的“非凡的标准”，弱于标准 D_1，它需要 μ_R^*（t/m）优先于信念水平证明是一个有利可图的分离（比如非必须是一个零概率）。相反，由格罗兹曼（Grossman）和佩里（Perry）（1986）提出的概念“完美连续均衡”比标准 D_1 更加严格。它需要接收者的回应证明一个由信念支持的分离，在这个信念中重量是考虑的重点（通过贝叶斯规则）。

都基于信号传递模型中的前向归纳的所有这些古典的标准在某种程度上都是不那么令人满意的，它们缺少连续的考虑对分离的参与者的证实。几个新的精致被介绍到文献中为了约束序贯均衡集。这些标准建议一个更加连续的考虑，接着是具有另一个序贯均衡信念支持可验证的信念［见“不可击败的平衡”，梅拉斯（Mailath），奥昆诺－付集瓦拉（Okuno－Fujiwara）和波斯特尔韦特（Postlewaite），1993］。■

需要强调的是直觉标准，像前面已提到的相关的标准，是一种局部稳定的条件，与重申占优不同，那是一种全面的稳定条件，因为后者能在与特定平衡点无关的情况下被用来限制接收者的信念。容易证明对于信号传递博弈中的那些满足直觉标准的任何平衡点同样能通过重申占优检验。

乔和克瑞普斯（1987）已经证明在所有的信号传递博弈中存在最少一个能满足直觉标准的序贯均衡。

我们能在前向归纳的精神下运用著名的克瑞普斯的啤酒—乳蛋饼博弈，来解释这种特别的序贯均衡的精致化。

【例子】啤酒—乳蛋饼博弈（改编自宾摩尔（Binmore），1992，463—464，541—544）

在啤酒—乳蛋饼博弈中，自然作为参与者 1 首先选择自己的类型：他要么是坚强的（T），要么是怯弱的（W），都有一定的概率。接下来参与者 1 要面对的是参与者 2，参与者 2 可以决定是与参与者 1 斗争（F）或者听从（D）他（我们在此假定两名参与者均为男性）。当然，参与者 2 会根据自己的推断来决定自己选择何种类型，当他估计参与者 1 是坚强的，他会选择听从，而如果他相信参与者 1 是怯弱的，他会选择斗争。只有参与者 1 知道自己的本性，但他能通过自己的行为表现出坚强或怯弱来向参与者 2 传递出信号。这些信号是很程式化的；参与者 1 会被假设进入一家酒馆，他要么点啤酒（B），要么点乳蛋饼（Q）。如果他是坚强的，他将喝啤酒，如果他是怯弱的，他将点乳蛋饼吃。然而，参与者 1 不必要非要在啤酒和乳蛋饼中点他真正喜欢的那一种；他能策略性地掩盖自己的口味。比如，一个怯弱的人为了装着像一个坚强的人决定点啤酒。

因此，啤酒—乳蛋饼博弈是一种拥有以下特性的信号传递博弈：有两种类型的参与者 1（发出者），T 和 W，这两种类型出现的概率分别是相应的 P 和 $1-P$。发出者有信息集合（B，Q）由他处置；参与者 2（接收者）有两种可能行动：F 或者 D。

我们假设参与者的偿付以下述方式进行评价。参与者 1 的偿付是 $x+y$ 的总和，在这里，如果他在啤酒和乳蛋饼中点自己真实喜欢的那种 $x=1$，否则 $x=0$，如果他不与参与者 2 打架，$y=2$，反之 $y=0$。参与者 2 的偿付在他与怯弱者打架或听从于坚强者时是 1，否则是 0。图 4.14 描绘了参与者 1 的四种纯策略：

$(Q_T, Q_W), (Q_T, B_W), (B_T, Q_W), (B_T, B_W)$

比如，(Q_T, B_W) 的意义是：如果参与者 1 知道他是 T，他送出信息 Q，如果他知道他是 W，他送出信息 B。

参与者 2 同样有四种纯策略：

$(F_Q, F_B), (F_Q, D_B), (D_Q, F_B), (D_Q, D_B)$

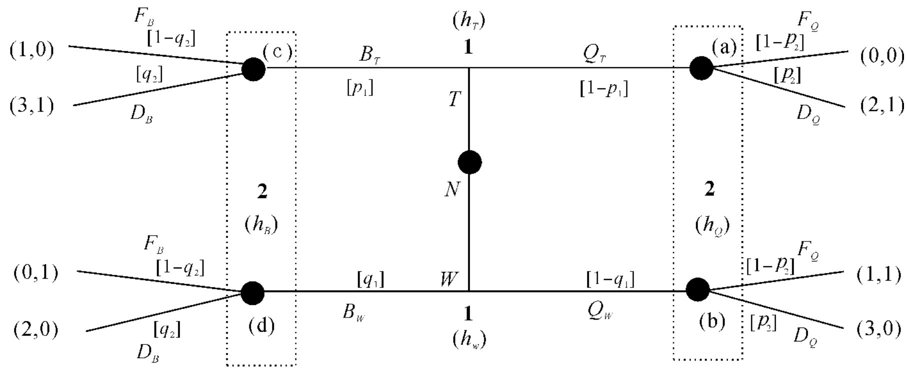


图 4.14　啤酒—乳蛋饼博弈的扩展形式

比如，（F_Q，F_B）的意思是：如果参与者 2 观察到信息 Q，他选择行动 F；如果他观察到信息 B，他仍将选择行动 F。

根据参数 P 的价值（比如参与者 1 被自然选择中的类型的分布概率），在阐明前向原则的时候，这个博弈总是或多或少让人感觉有趣的。

让我们首先简明地考察一下不太有趣的案例，这时博弈有一个独特的混合策略 BE。假设 $P=1/3$，例如，参与者 1 有 1/3 的概率是坚强的，2/3 的概率是怯弱的。对应于这种案例的偿付矩阵描绘在图 4.15 中。预期的偿付计算如下：对第一行和第一列，比如，对于参与者 1，1/3（0）+2/3（1）=2/3。

2

		F_QF_B	F_QD_B	D_QF_B	D_QD_B
	Q_TQ_W	2/3，2/3	2/3，2/3	8/3，1/3	8/3，1/3
1	Q_TB_W	0，2/3	4/3，0	2/3，1	2，1/3
	B_TQ_W	1，2/3	5/3，1	7/3，0	3，1/3
	B_TB_W	1/3，2/3	7/3，1/3	1/3，2/3	7/3，1/3

图 4.15　概率为 $P=1/3$ 的啤酒—乳蛋饼博弈偿付矩阵

容易发现在纯策略中不存在均衡点。然而，纳什定理确信至少有一个混合策略均衡点能被计算出来。我们在扩展形式的博弈中搜寻这样一个平衡点（比如，这里，“混合的”策略是动作的策略）。

我们注明 p_1 和（$1-p_1$）是参与者 1 在他的信息集合 h_T（比如 B_T和 Q_T）中，选择 B 和 Q 时相应的概率。而在他的信息集合 h_W（比如 B_W和 Q_W）中，选择 B 和 Q 时相应的概率是 q_1 和（$1-q_1$）。进一步的，我们同样可以注明，p_2 和（$1-p_2$）是参与者 2 在他的信息集合 $h_Q=\{a，b\}$（比如 D_Q 和 F_Q）中，选择 D 和 F 时相应的概率。而在他的信息集合 $h_B=\{c，d\}$（比如 D_B和 F_B）中，选择 D 和 F 时相应的概率是 q_2 和（$1-q_2$）。

首先考虑参与者 2 的信息集合 h_Q。在这个集合中的概率，节点 a 将如下算出：$\text{prob}(a)=1/3(1-p_1)$和节点 b 如下算出：$\text{prob}(b)=2/3(1-q_1)$。

因此，在集合 h_Q 中，参与者 2 的后部是：

$$\text{prob}(W/Q_T)=\frac{\text{prob}(a)}{\text{prob}(a)+\text{prob}(b)}=\frac{\frac{1}{3}(1-p_1)}{\frac{1}{3}(1-p_1)+\frac{2}{3}(1-q_1)}$$

$$\text{prob}(W/Q_W)=\frac{\text{prob}(b)}{\text{prob}(a)+\text{prob}(b)}=\frac{\frac{2}{3}(1-q_1)}{\frac{1}{3}(1-p_1)+\frac{2}{3}(1-q_1)}$$

如果参与者 2 认为参与者 1 更倾向于坚强的那么他将选择听从，若他觉得参与者 1 更倾向于怯弱的则他将斗争。因此，参与者 2 的最佳反应是：

- 执行 D_Q 如果：$\text{prob}(T/Q_T)>\text{prob}(W/Q_W)$或者：$1-p_1>2(1-q_1)$
- 执行 F_Q 如果：$\text{prob}(T/Q_T)<\text{prob}(W/Q_W)$或者：$1-p_1<2(1-q_1)$
- 执行 D_Q 或 F_Q 如果：$\text{prob}(T/Q_T)=\text{prob}(W/Q_W)$或者：$1-p_1=2(1-q_1)$

相同的推理能在信息集合 h_B 中应用。写出参与者 2 的最佳反应也是不困难的：

- 执行 D_B 如果：$p_1>2q_1$
- 执行 F_B 如果：$p_1<2q_1$
- 执行 D_B 或 F_B 如果：$p_1=2q_1$

最后，如果参与者对选择哪种行动都无所谓，那么只有在这些行动集合中随机的选取是最佳的，参与者 2 在混合策略中的最好反应必须是这样：$1-p_1=2(1-q_1)$或者 $p_1=2q_1$ （或者两者皆是）。

第一种可能性在实际中是不可能的。如果 $1-p_1=2(1-q_1)$，那么 $2q_1=1+p_1>p_1$ 并且参与者 2 在集合 h_B 中选择 F_B。这种情况下，参与者 1 没有任何兴趣在 h_W 中喝啤酒，所以他肯定将吃乳蛋饼（$1-q_1=1$），但这样的话：$1-p_1=2(1-q_1)=2>1$。

所以，惟一的可能性是：$p_1=2q_1$。这个等式表明：$1-p_1=1-2q_1$。所以，$1-p_1<1+(1-2q_1)=2(1-q_1)$。自然的，参与者 2 会在 h_Q 中选择 F_Q。这种情况下，参与者 1 没有任何兴趣在 h_T 中吃乳蛋饼，他肯定将喝啤酒（$p_1=1$），但这样的话：$q_1=1/2$，$p_1=1/2$。这意味着在集合 h_W 中，参与者 1 在 B 和 Q 之间是随机的（他选择 B_W 和 Q_W 都是概率 1/2）。他必须从吃乳蛋饼和喝啤酒中得到相同的偿付。而当他在 h_Q 中得到偿付 1（因为参与者 2 与之斗争）时，在 h_B 这样一条肯定是正确的：$0(1-q_2)+2q_2=1$。所以，$q_2=1/2$ 并且参与者 2 必须在 h_B 中也必须是随机的（他选择 D_B 和 F_B 有相同的概率 1/2）。

最后，特殊的 BE 特征如下：

- 如果参与者 1 是坚强的他一定喝啤酒
- 如果参与者 2 见到参与者 1 吃乳蛋饼他一定选择战斗
- 如果参与者 1 是怯弱的，他将使自己的信息随机化：依他的本性，他吃乳蛋饼的概率是 1/2，但他又希望被误认为是坚强的所以他喝啤酒的概率也是 1/2。参与者 2 是不能猜到他的真实的本性是怎样的，当他观察到参与者 1 在喝啤酒，他使自己的随机化：他与参与者 1 斗争的概率是 1/2，听从于他的概率是 1/2。

简而言之：$(p_1^*,(1-p_1)^*,q_1^*,(1-q_1)^*)=(1,0,1/2,1/2)$和$(p_2^*,(1-p_2)^*,q_2^*,(1-q_2)^*)=(0,1,1/2,1/2)$。

在这个啤酒—乳蛋饼博弈中，在树中的每个信息集合带着正的概率达到平衡并且信号传递问题是简单易懂的。坚强的人通过传出信号“喝啤酒”指明了他的类型。接收者确信这是“正确

的”信号，于是他就会与发出“吃乳蛋饼”信息的人斗争。对于怯弱的人，吃乳蛋饼总是非最佳选择。通过传出一个“错误的信号”（比如“喝啤酒”），他就隐藏了他的真实类型并且给对手的脑海里输入了不确定信息。

如果我们修改参与者 1 被自然选择的类型的概率分布价值（回忆这是一个常识），事情就简单多了。假设有这么一个例子：$P=0.9$，比如参与者 1 是坚强的概率是 0.9，是怯弱的概率是 0.1（$P\geqslant 1/2$ 足够用来修改这个情节）。出现于远离均衡点路径的不可思议的计划的问题使得对这个博弈的分析复杂化了，因为它要求运用序贯均衡作为解决概念（或者精炼贝叶斯均衡，因为这两个概念在无限信号传递模型中是等价的）。这样以后，接收者对发出者送出的信号的理解强烈地影响构成均衡点的那些因素，当然发出者在均衡点是不发出信号的。

在这个博弈中，信念向量是：$\mu=(\mu_T, \mu_W, \mu_Q, \mu_B,)$，分别对应着四种信息集合 h_T，h_W，h_Q 和 h_B。因为参与者 1 知道他的类型（h_T 和 h_W 仅包含一个节点）：$\mu_T^*=\mu_W^*=1$。为了支持一个序贯均衡，概率分布 μ_Q^* 和 μ_B^* 必须满足连续性。

事实上，在这个博弈中，能找到两种序贯均衡。

1. 考虑策略向量 $x^*=(B_T, B_W; F_Q, D_B)$。两种类型的参与者 1 都选择 B 而参与者 2 观察到 Q 将斗争，观察到 B 将不斗争。连续性要求：$\mu_B^*\{c\}=0.9$ 和 $\mu_B^*\{d\}=0.1$，因为信号“喝啤酒”没有传递任何信息。无论她是什么类型，参与者 1 将选择喝啤酒。而且，如果参与者 1 根据 x^* 来采取行动，达到 h_Q 的概率是 0；所以，连续性对于 h_Q 的信念不做限制。然而，为了满足连续性的合理性，$\mu_Q^*\{b\}\geqslant\mu_Q^*\{a\}$ 是必须的；也就是，要到达这么一个特定情节，当参与者 1 是怯弱时，参与者 2 必须赋予概率值至少 1/2。

2. 考虑策略向量 $x^*=(Q_T, Q_W; D_Q, F_B)$。两种类型的参与者 1 都选择 Q 而参与者 2 观察到 B 将斗争，观察到 Q 将不斗争。连续性要求：$\mu_Q^*\{a\}=0.9$ 和 $\mu_Q^*\{b\}=0.1$，因为信号“吃乳蛋饼”没有传递任何有关参与者 1 的信息。另外，连续性没有说明任何有关矢量 μ 应该根据在 h_B 中的节点 c 和 d 来赋予多少值给概率。

然而，连续的合理性还要求：$\mu_B^*\{d\}\geqslant\mu_B^*\{c\}$；也就是参与者 2 在参与者 1 是怯弱时要赋值给概率不得少于 1/2。

注意，这两种序贯均衡都是共享平衡点：两种类型的参与者 1 发出相同的信息，于是参与者 2 不能根据这样的行动推断出发出者的私人信息。

在这两种类型的平衡中，后者看起来没有那么合理。以下的论证是为了证实这种提议依赖于直觉标准。

在第二种共享平衡中，参与者 2 在观察到 B 是不合理的以后便以正的概率相信参与者 1 是怯弱的。当参与者 1 真是怯弱的，无论参与者 2 认为他是何种类型，他都无法从传递出信息 B 中得到好处；他的最优行动总是送出信息 Q（他的平衡偿付最多是 3，偏离则是 2）。实际上，如果参与者 1 打算喝啤酒（比如他执行一个脱离均衡点的行动），这意味着他是坚强的，因为他的兴趣是劝服参与者 2 不要与之争斗（他的偿付将是 3 而不是 2）。

因为斯彭斯（1973）的开创性工作，连续的信号传递博弈（比如有着连续的策略集合的博弈）被经常应用于经济学以研究具有不对称信息的市场的功能。大部分的连续的信号传递博弈满足以下假定：

$H1$　发出者和接收者在子集 IR_+ 中选择他们的行动。

$H2$　对于一个给定的信息，发出者的偿付在接收者的回应中是增加的。例如，在斯彭斯的工作市场信号模型中，工人偏好高工资。

$H3$　在发出者的类型中，信号的边际成本是减少的：这个假设被命名为“信号穿越”条件，

在斯彭斯的模型中，如果一个工人的技能很高，则对他的教育所费成本就少一些。

$H4$　对于给定的信息，接收者在发出者的类型里的最好回应是增加的。在斯彭斯的模型中，工厂越是认为工人的能力强，就越愿意付高工资。

以模型来校验 $H1$—$H4$，对于发出者来说其类型的数量是有限的，可是一般都有一个无限的序贯均衡。一个分裂的利益平衡点结果是在所有的分裂结果中对知情者有效率的结果；在赖利（Riley）（1979）之后，文献上指这一结果为“赖利平衡点”。注明如果发出者类型的集合是一个紧凑的时间间隔（比如有一个类型的无限），相对照的，这种博弈有一个独特的分裂的序贯均衡，它的赖利平衡点在有限模型中是“明显的”相似物。

对于两种类型的情况，直觉标准足够用来管束所有的平衡点（共享的和分裂的）和赖利平衡点。不够的是，当它被用于三种或更多的类型时就不再正确了。

4.3.3　平衡点的稳定集合

对于信号传递博弈，前向归纳的思想被直觉标准很好地应用了。但是，精致标准的定义是与这种类型的博弈的独特结构相关的。想把直觉标准直接应用于其他类型的博弈是不可能的。大量的可供选择的标准在文献中被创立，以使前向归纳思想在更一般的博弈中形式化。以下三个概念似乎抓住了这个原则的一些方面：

- “容许性”（A）：平衡策略将在博弈的策略形式中非占优的
- “重申占优”（ID）：从一个博弈中删除占优的策略不会改变平衡点
- “平衡点占优”（ED）：删除对任何平衡点策略都不是一个最优回应的策略不会改变平衡点

所有这些对一个平衡点的要求基于以下的思想：一个平衡点不应该依赖于占优的策略。第一个标准（A）要求平衡的策略是非占优的。第二个标准（ID）规定某些参与者选择把占优策略从平衡路径上挪走也依然能维持这个平衡点。第三个标准（ED）要求参与者不要相信另一个参与者会想选择一个不能使自己获得一个比平衡策略更高偿付的策略。注明这个最后的条件抓住了直觉标准最好的逻辑，但这种形式能运用于一般的博弈。

不幸的是，看起来并不存在一个独特的标准能使前向归纳原则在所有种类的博弈中公式化。对于信号传递模型，直觉标准（被解释为 ED 的变量）是特别相关的，而在其他类型的博弈中，ID 标准似乎是最恰当的。

科尔伯格和默滕斯（1986）的工作处理了这个长期的问题：找到一个能为一般的博弈证实所有相关问题概念是否可能。抱着这种目的，他们从塞尔顿序贯均衡基本程序的完美个人平衡点的基本问题转到“完美的”平衡点的集合。他们为 NE 和 NE 的集合发展了大量的标准，这都符合这个总的要求，即“策略的稳定”（在他们的词汇里，“完美”变成了“稳定”），特别的是上述提及的标准 A、ID 和 ED。

他们用许多例子加以证明，总体来说，不可能找到一个平衡点策略向量既满足连续性又满足前向归纳。然而我们可以找到平衡点集合，有着相同的平衡点偿付分布，有着相同的平衡路径，其中包括能满足前向归纳原则的平衡点另一些满足后向原则（在接下来的叙述中，我们将通过艾希伯格（Eichberger）1993，即 7.2 节在这一主题上清楚的表述获得极大的灵感）。

我们在一个简单的例子中表明多重均衡能实现同样的支付和同样的均衡途径。考虑图 4.16 的策略形式博弈。

我们分别用$(p,1-p)$和$(q,1-q)$表示混合策略中两种参与者。最好的反应在图 4.17 中用实线划出。

通常 NE 集由好几种策略向量集——称为“分向量”——组成。在这个博弈中，有两种分向量：$E_1=\{(p,q): p=1,q=1\}$和 $E_2=\{(p,q): p=0,0\leqslant q\leqslant 0.5\}$。

均衡途径在任一分向量上是相同的：

- 分向量 E_1 表示支付为（1，1）的单一均衡和均衡途径“c_1 跟随下的 r_1”
- 分向量 E_2 中的所有均衡都产生支付（0，3），并得到均衡途径“r_2”；仅在参与者 2 选择 c_2 时均衡才有所不同

这个例子中，均衡集的特别结构是有限策略集博弈的一种特性：若所有稳定均衡存在于一个分向量中，它们有相同的支付。

		2	
		c_1	c_2
1	r_1	1，−1	−1，1
	r_2	0，4	0，4

图 4.16　一个博弈的支付矩阵

定义 9（均衡的稳定集）

如果一个均衡集是某个单一分向量的子集，并且包括验证逆向归纳原理的均衡和满足前向归纳原理、形式为 A、ID 以及 ED 的均衡，我们称之为“稳定的”。一般而言，这些均衡的特性由同样的均衡向量和途径表现出来。■

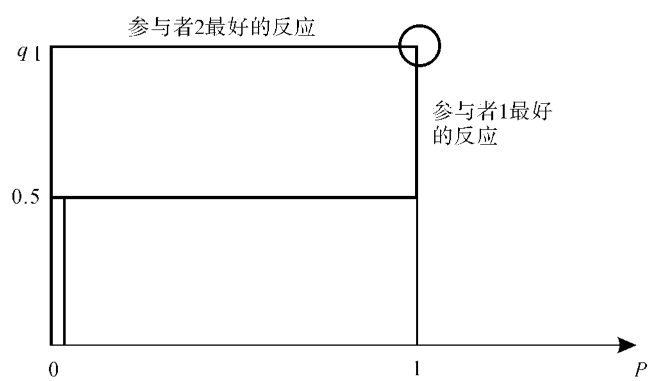


图 4.17　最好的反应

注意，科尔伯格和默滕斯（1986）实际上引入了附加条件。说得具体点，均衡稳定集里的均衡对于他们认为策略上不相关的博弈树的转移来说，必须是恒定的。在这个条件下，他们提出了一个仅就策略形式博弈研究而言的论点。

大致说来，一个策略形式博弈的均衡集的稳定性可定义如下：策略形式博弈存在一个扰动类，而对于这个类中的每一种不确定性，存在一个接近均衡稳定集的均衡。

稳定集中的均衡的一些特性是有趣的，因为它们允许人们确定许多博弈的这种类型的解。

定理 2（默滕斯，1989）

（i）对每个博弈，存在一个稳定均衡集；

（ii）在每个策略形式博弈中，稳定集中的每个均衡是一个 PTHE；

（iii）均衡的稳定集包含任何博弈的借助劣策略剔除得到的稳定均衡集；

（iv）稳定均衡集包含了任何博弈的这样一组均衡：其实现是通过剔除那些对于该集中任何均衡策略而言并非最佳反应的策略；

（v）均衡稳定集包含一个序贯均衡。■

这个定理证明稳定均衡集存在，它们包括那些逆向和前向归纳原理都能验证的均衡。前者由特性(ii)、(iii)和(iv)确定，而特性(v)保证了后者[特性(ii)暗示由于每个 PTHE 是不占优的，A 得以证明]。不过，注意这个结果并不意味着单一均衡总能验证（iii）、（iv）和（v）：可能是因为没有任何均衡既满足逆向归纳，又满足前向归纳。而且，稳定集的惟一性尚未得到证明。

让我们回到上面的例子，阐释这个定理的应用。容易看出在这个博弈中，分向量 E_2 包括的所有均衡是这样的：参与者 2 使用劣策略——$q=1$，优于 $0\leqslant q\leqslant 1/2$。并且由于特性（ii）没有满足，$E_2$ 中的均衡不稳定。不过，由于特性（i），稳定均衡集的存在得以保证，因此 E 一定是稳定集（这里限制为单元素集合）。

4.4 应 用

4.4.1 不完全信息重复博弈：声誉效应

我们在第三章 3.3.2 节中指出过合作能在完全信息无限次重复博弈中出现，还举了一个这种均衡的例子，该例子是建立在两国间关税博弈的可置信威胁和承诺基础上的（3.5.2 节）。另外，对那些阶段博弈有惟一 NE 的有限次重复博弈来说，这个理论结果不成立。有关“声誉效应”的文献证明，在有限次重复博弈中引入一点非完全信息，就使得博弈者间的合作似乎又可能了。

在这个框架内，假定每个博弈者对她（他）的对手的意图持怀疑态度：在博弈刚开始时，参加者是“非理性的”或“疯狂的”这种可能性不大。“理性的”或“正常的”参加者可能认为仿效疯狂的参加者是有利可图的，只要其后的短期损失足以由通过“建立声誉”而获得的长期收益所平衡。这样，这种仿造不对称信息的方法表明了这样的理念：博弈者可能做出貌似疯狂的举动，因为这样的举动刺激对手作出回应，这种回应——按照其真实的偏好——最终使他们获得更好的支付。

我们可以借助下列途径来分析经济生活中经常看到的多样的策略行为：行业组织的掠夺性价格或限制价格［见克瑞普斯（Kreps）和斯彭斯（Spence），1985；罗伯茨（Roberts），1987］或者政府建立的反通胀韧性的声誉［布莱克本（Blackburn），1992］。不对称信息的正规博弈使用 PBE 或序贯均衡的概念。

从克瑞普斯和威尔逊（Wilson）1982 年的著作中引用的一个简单例子阐释了这种模型及其一般性的均衡概念。行业组织经常宣称企业可能发现阻止任何新企业进入其市场是有利的，哪怕是代价昂贵，这是为了建立有关韧性的声誉并阻止未来的潜在进入者。我们首先从著名的“连锁

店悖论(chain-store paradox)”[塞尔顿(序贯均衡论),1978]讲起。

用 I 表示一家在给定数量市场 N 中运作的现有公司。对每个市场,有一个潜在的进入者 E_i,$i=1$,…,N。E_i 必须决定是进入(E)还是观望(O),接着 I 必须要么反应强烈,即对抗(F),要么反应温和,即接纳(A)。E_i 的支付依赖于公司 I 的反应:若 I 合作 $+1$,若消极则 -1,无进入的情况为 0。I 相应的支付是 $+1$、-1 和 $+2$。I 的全部支付为各市场所得支付的和。进入决定是有顺序的,从 $i=N$ 开始,到 $i=1$ 结束(时间依次对应)。

当信息完全时,这个博弈的结果很大程度依赖于市场数量。如果只有惟一的市场,这个博弈可描述为如图 4.18 所示的扩展形式,其中 E_1 和 I 的支付在括号中给出:“连锁店”博弈只是“进入”博弈。结果“E_1 不进入,对抗”是该博弈的 NE。不过,由于 I 所宣称的对抗威胁不可置信,所以它不是子博弈精炼的。一旦 E_1 进入,接纳它符合 I 的利益。

不过,这个例子认为,当存在更多市场时,现有企业会有打击早期进入者以阻止未来进入者的策略意愿。就无限数量市场而言,这是非常正确的。它将阻止任何进入者,而既然任何潜在的进入者知道现有企业将有更多的时间恢复当前损失,那么威胁就是可置信的,进入实际上被阻止了。

另外,对于任何有限的 N,在每一阶段有惟一的包含接纳的 SPE。在最终阶段,进入是不可避免的,图 4.18 所示的单一周期博弈即是如此。所以,E_N 必定进入。E_{N-1} 知道,I 根本无意阻止 E_N 的进入,因此没有意愿在倒数第二轮对抗。E_{N-1} 将进入,依次类推至 E_1。

在完全信息情况下,每一阶段中对抗都是 I 的主导策略,这是公共知识。因此,掠夺性价格阻止进入的例子会显得缺乏理性基础。不过,非完全信息博弈理论的新模型的一个主要收获是表明只要在原有企业和潜在进入者间存在不对称信息,掠夺性行为也许是理性的。企业 I 能令人信服地显示打击每个进入者的可能性(米尔格罗和罗伯茨,1982),或者在某些阶段,对抗也许比合作更适合 I(克瑞普斯和威尔逊,1982)。无论如何,每个潜在的进入者都面临与一家打算对抗或喜欢对抗的企业(即使这是非理性的行为——“一种疯狂的企业”)发生冲突的风险,它会试着从过去的经验中推断这是什么样的博弈。

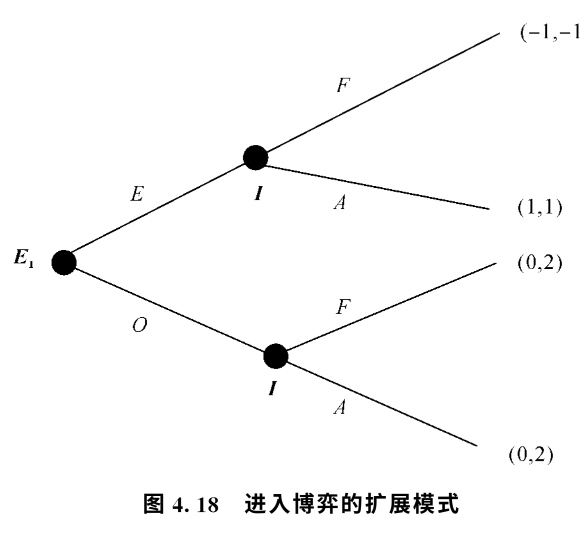


图 4.18　进入博弈的扩展模式

我们可以对克瑞普斯——威尔逊模型的结果作如下描述:对任何给定的(小但正向的)先验概率,即阶段博弈中合作不是应对进入的最好举措,存在这样一个 n^*,若 $N>n^*$,那么正常类型的和疯狂类型的 I 都会打击任何进入市场 n^*,…,N' 的新成员(罗伯茨,1987)。

我们举一个简单的例子来证明这个论断。考虑 $N=2$ 的情况。现有公司可能是坚韧的 I^T，也可能是虚弱的 I^W。关于坚韧的现有公司的先验概率是 P。坚韧的公司会打击任何进入者（概率为 1）；虚弱的公司也许想打击 E_1，概率为 $(1-p)$，但它无意打击 E_2（p 自然是接纳的概率）。

每个时期的支付由图 4.19 的两个矩阵表示，对应于一家坚韧的公司（a）和一家虚弱的公司（b）的情况。

Π_M 是垄断利润。Π_{IF}^T 和 Π_{IF}^W 分别是当现有企业为坚韧的公司和虚弱的公司时，它们进行对抗的利润。Π_{IN} 和 Π_{EN} 分别是在接纳型进入下现有公司的利润和进入者 1 的利润（N 为静态 NE 利润）。我们假定 $\Pi_{IF}^T > \Pi_{IN} > \Pi_{IF}^W$。

(a) Incumbent tough（行：1；列：E）

		E	O
1	F	Π_{IF}^T，Π_{EF}	Π_M，0
	A	Π_{IN}，Π_{EN}	Π_M，0

(b) Incumbent weak（行：1；列：E）

		E	O
1	F	Π_{IF}^W，Π_{EF}	Π_M，0
	A	Π_{IN}，Π_{EN}	Π_M，0

图 4.19　“连锁店”博弈的支付矩阵

假定两个潜在的进入者相同，进入的支付也相同。在对抗的情况下，进入者的支付是负值：

$\Pi_{EF} < 0 < \Pi_{EN}$

关于现有公司进行对抗和潜在进入者进入市场的收益性，有两个假定是必需的：

(i) 无论坚韧还是虚弱，现有公司会偏好与第一个进入者对抗，而在第二阶段维持垄断地位，而不是两个进入者都接纳：

$$\Pi_{IF}^W + \delta\Pi_M > (1+\delta)\Pi_{IN} \tag{4.6}$$

这里 δ 是贴现因素。

(ii) 若用坚韧的现有公司所面对的先验概率来表示，潜在进入者仍会偏好进入：

$$P\Pi_{EF} + (1-P)\Pi_{EN} > 0 \tag{4.7}$$

后一个假定表示如果博弈只是单一阶段的，潜在进入者当然会进入。

该博弈没有纯策略均衡。这个初始结果容易检验。首先假定一家虚弱的现有公司决定对抗。然后当进入者 2（在第二阶段）估算进入的概率时，他没有关于现有公司类型的任何新信息。从假定（4.7）可以看出，潜在进入者实际上会进入。这样，既然对抗没有达到阻止进入的效果，那么在第一阶段这家虚弱的现有公司接纳进入者也许更好。

现在，如果第一阶段虚弱的现有公司偏好接纳，进入者 2 就知道如果出现对抗，表明现有公司是坚韧的。进入者 2 将不会进入。因此，这家虚弱的现有公司应该在第一阶段进行对抗［因为假定（4.6）］。这个博弈不存在纯策略来构成均衡。不过，存在一个混合策略能成为这个博弈的序贯均衡。

我们看看进入者 2 如何根据他的信息集 h 混合行动 E 和 O，以及若现有公司是虚弱的，他将如何选择来混合行动 A 和 F。令 q 为 h 下的进入概率，p 为当现有公司是虚弱的时接纳的概率。在该节点 I 将与 A 和 F 无关，当且仅当：

$$\Pi_{IN} + \delta\Pi_{IN} = q(\Pi_{IF}^W + \delta\Pi_{IN}) + (1-q)(\Pi_{IF}^W + \delta\Pi_M) \tag{4.8}$$

$$q = 1 - \frac{\Pi_{IN} - \Pi_{IF}^W}{\delta(\Pi_M - \Pi_{IN})} \tag{4.9}$$

既然我们在寻求序贯均衡，概率（beliefs）必须是一致的。进入者 2 在观察了第一阶段的对抗后遇到一家虚弱或坚韧的现有公司的概率必须与先验概率和 I 的策略一致。因此，2 将使用混合策略，当且仅当：

$$P^* \Pi_{EF} + (1-P^*)\Pi_{EN} = 0 \tag{4.10}$$

其中：

$$P^* = \frac{P}{P+(1-P)(1-P)}$$

是在观察第一阶段的对抗后遇到坚韧公司的更新过的概率。从式（4.10）可得到：

$$p = 1 + \frac{P\Pi_{EF}}{(1-P)\Pi_{EN}} \tag{4.11}$$

借助式（4.8）和式（4.10）中算出来的概率，在这一节点——即 I 在信息集 h 中是虚弱的——混合策略构成了博弈的序贯均衡。

为了确定我们得到了这样的情形，即潜在进入者的确进入了，需要最后一个条件：

$$[P+(1-P)(1-p)]\Pi_{EF} + (1-P)p\Pi_{EN} \geqslant 0$$

其中 p 在式（4.10）中给出。

在这个克瑞普斯—威尔逊模型的简化版本中，一家虚弱的现有公司进行对抗的概率极大，这样做是为了获得坚韧的声誉。当然，他若考虑更多次数的对抗，自然会增加建立声誉的好处。

4.4.2 信号传递博弈

我们考虑信号传递博弈的两个经济学例子：第一个与资产管理问题有关，第二个与就业市场问题有关。

资产管理信号传递博弈

下面这个博弈研究这样的金融投资合同的性质：共同所有者集团（投资者集合基金）要求专业人士管理他们的基金。一段时期，一组投资的总回报依赖于投资基金经理的能力，这对投资者来说是无法观察的。合同可能包括一些保证书，由基金经理在合同签署前提供。若保证书被接受，经理将获得一笔支付。这里我们假定有两只投资基金，只有一个经理。两只投资基金进行伯特兰（Bertrand）博弈。他们对经理的能力赋予相同的先验概率（低或高）。

在这个博弈中，基金经理是完全信息博弈者。随意选择特定的能力，这样经理有机会通过保证方案 G 传递一个信号，以便展示关于特定能力的信息。这里这些保证书起到纯信号的作用，因为它们不是有同等价值的。

博弈开始时，投资者知道基金经理能力强的概率是 $\pi=1/2$，能力差的概率是（$1-\pi$）$=1/2$。通过一个运用贝叶斯法则的概率函数：μ（θ/G），这些概率在收到信号后会作改动。

该博弈步骤如下：

（i）随意选择基金经理的能力。我们这里只考虑两种类型：低能力 θ_1，获得的总回报 $R(\theta_1)=2$，高能力 θ_2，总回报 $R(\theta_2)=5.5$。

（ii）基金经理知道其能力类型，会选择某一水平保证方案以显示他的能力：例如，$G_1=0$ 或 $G_2=1$。

（iii）投资基金收到信号后，向经理提交合同。

（iv）基金经理接受或拒绝该合同。如果合同被接受，结果是某一水平的总回报和相应的支付。

合同$(G,F(G))$细化了与给定水平保证书 G 相应的支付 $F(G)$。基金经理的支付函数是：

$u_0(G,F(G),\theta)=F(G)-c(G,\theta)$

其中 $c(G,\theta)$ 是提供保证的成本：$c(G,\theta)=8G/R(\theta)$。

由于明白给定水平的保证会影响支付数量，他将相应地选择信号。投资者支付函数是：

$$u_1=(G,F(G),\theta)=\begin{cases} R(\theta)-f(G) & \text{如果经理接受合同} \\ 0 & \text{不接受} \end{cases}$$

假定投资者试图使总回报和经理支付间的差额最大化。

既然投资基金以伯特兰形式竞争，达到均衡时，他们将提供相同的经理支付，等于其投资的总回报：

$F_1^*=R_1^*(\theta_1)$

$F_2^*=R_2^*(\theta_2)$

这个博弈有大量的 PBE。纯策略均衡要么是分离均衡（序贯均衡），要么是混合均衡。

分离均衡

在分离均衡中，不同基金经理以不同水平的保证显示他们的能力。这样投资者们能从传递过来的信号中推断经理们的能力。高水平经理会选择信号 $G_2=1$，而低水平经理则提供保证 $G_1=0$。在均衡点，支付是：

$F_1^*=F_1^*(G_1^*(\theta_1))=R_1^*(\theta_1)=2$

$F_2^*=F_2^*(G_2^*(\theta_2))=R_2^*(\theta_2)=5,5$

一个支持这种分离均衡的概率系统举例如下：

$$\begin{cases} \mu(\theta_2/G)=1 \text{ 如果 } G=G_2^* \\ \mu(\theta_2/G)=0 \text{ 如果 } G\neq G_2^* \end{cases}$$

我们现在必须检验是否满足激励一致性约束，就是说无论如何，低水平经理不为高水平合同所动，而高水平经理对低水平合同不屑一顾。这些约束分别是：

$$F_1-\frac{8G_1}{R(\theta_1)}\geqslant F_2-\frac{8G_2}{R(\theta_1)}$$

$$F_2-\frac{8G_2}{R(\theta_2)}\geqslant F_1-\frac{8G_1}{R(\theta_2)}$$

就低水平经理而言，如果下面条件成立，则满足激励一致性约束：

$$2-0\geqslant 5,5-\frac{8}{2}$$

对高水平经理而言，有：

$$5,5-\frac{8}{5,5}\geqslant 2-0$$

混合均衡

在混合均衡中，两种类型的经理提供相同水平的保证（就是说发出同样的信号）。下面的概率系统能支持这个均衡：

$$\begin{cases} \mu(\theta_2/G)=1/2 \text{ 如果 } G=G^* \\ \mu(\theta_2/G)=0 \text{ 如果 } G\neq G^* \end{cases}$$

在这种情况下，投资者将会提供的支付如下：

$c^{*}=\frac{1}{2}R_1^{*}(\theta_1)+\frac{1}{2}R_2^{*}(\theta_2)=3,75$

详细说明那些永远也达不到均衡的保证水平的概率函数 μ（θ_2/G）是重要的。由于基金经理意识到即使他们提供 G_2 水平的保证，投资者还是会认为经理有 1/2 的可能性能力差，因此他们有很明确的意愿不提供任何保证（即 $G_1=0$）。

PBE 的概念（这里与序贯均衡相当）不限制投资者关于永远不会出现的保证选择的信念。乔和克瑞普斯提出的“感性评判标准”允许我们抵制这些信念。对 G 所有的均衡外选择而言，这种类型经理的概率为零：由于选择相应于理论均衡下的所得的 G 水平，他会失败。所有的混合均衡都能被这个标准摒弃。在分离均衡中，人们会选择最有效的结果。

就业市场信号传递博弈

下面的博弈是斯彭斯 1973 年提出的就业市场信号传递模型的一个变种［本节的这一部分以唐泽（Donze）的研究为基础，1995，68—63］。

参与者有三种：两家公司和一名工人。工人能力可能强，也可能差。为简单起见，我们着眼于仅有两种类型工人的情况：高生产率 θ_H 的工人和低生产率 θ_L 的工人（$\theta_H>\theta_L>0$）。我们令 p 为 θ 等于 θ_H 的概率：

$p=\text{prob}(\theta=\theta_H)\in(0,1)$

该博弈有四个阶段：

（i）第一阶段，是随机地判断工人类型；

（ii）第二阶段，工人认识到他的类型并相应的选择其受教育水平：$e\geqslant 0$；

（iii）第三阶段，两家公司同时根据观察到的教育水平（而非工人的类型）提出能够支付的薪水 w；

（iv）第四阶段，工人接受了两家公司中能提供更高薪水的那家，听天由命；我们设 w 为工人接受的薪水。

为了说明白这个例子，我们需要定义参与者的成本和效用函数。每个公司的目标是最大化“利润函数”：θ_e-w。不过，跟随斯彭斯（1973），我们假定企业间竞争会使预期利润降低至零。一条将这个假设融入模型的途径是，在第三阶段去掉两家公司，以一家公司代之，称为“这家公司”，其支付是：

$\Pi(\theta,e,w)=-(\theta e-w)^2$

即当工人的预期能力是 θ_H，这家公司的计划薪水是 $\theta_H e$。

另一方面，能力是 θ 的工人支付是：

$u(\theta,e,w)=w-e^2/2\theta$

就是说，我们假定为了获得 e 单位的教育，效用为 θ 的工人需要成本 $e^2/2\theta$。

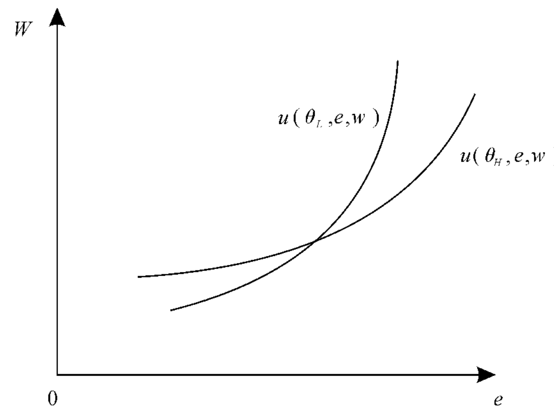


图 4.20　单一交叉点情形

这个支付函数验证了“单一交叉点”情形：高的是送信人类型，低的则是送一条信息的边际成本。图 4.20 说明了这一特性，其中画出了高能力工人和低能力工人的不相关曲线。

这里，单一交叉点特性表明，高能力工人获得教育的边际成本低于低能力工人。相同的，对所有教育水平 e 和 e'，有 $e>e'$，对所有薪水 w 和 w'：

$$u(\theta_L, e, w) \geqslant u(\theta_L, e', w') \Rightarrow u(\theta_H, e, w) > u(\theta_H, e', w') \quad (4.12)$$

θ_H 的工人比 θ_L 的工人更倾向于表达高水平信息。

如果信息是完全的，就是说如果公司知道工人类型，将提供薪水 θe [最大化 Π（θ，e，w)]。在这种情况下，工人会选择一定教育水平以最大化 u（θ，e，w）。这样验证下面的结果就容易了。

命题 1

如果信息是完全的，θ_H 类型的工人会选择教育水平 θ_H^2，而 θ_L 类型的工人会选择教育水平 θ_L^2。■

更有趣的（也是更现实的）是不完全信息的情况。公司有一个概率函数 μ（θ/e）$\in[0, 1]$，这定义了公司在见到工人选择教育水平 e 后遇到 θ 类型工人的概率。

我们关心的是找到这个非完全信息的特殊博弈的一个均衡。我们将使用序贯均衡概念和它的精炼性。

序贯均衡

这个博弈的序贯均衡是满足如下条件的一组策略（e，w）和概率函数 μ（e）：

（i）工人的策略在她（或他）的类型和公司策略给定的情况下是最佳的；

（ii）给定工人的策略和概率函数 μ（θ/e），公司的策略使其支付函数最大化；

（iii）随时求助于贝叶斯法则，可从工人的策略中得到概率函数 μ（θ/e）。

从条件（ii）可知道这一定是真实的：企业提供的薪水是对关于工人生产率的信念的最好反应，这种信念是以对 e 和函数 μ（θ/e）的观察为基础的。概率函数有一个支持集 $\{\theta_L, \theta_H\}$，因此企业愿意提供的薪水不会低于向教育水平为 e 的 θ_L 类型的工人所建议的。这样在任何序贯均衡中，任何类型工人能得到的支付（基于效用）至少等于当企业认为它面对的是 θ_L 类型工人时

她（或他）能获得的最大支付。

引理 1

在任何序贯均衡中，θ 类型工人将获得高于（或等于）$u_L(\theta)\equiv \max_e u(\theta, e, \theta_L e)=\theta_L^2\theta/2$ 的支付。■

两种不同的序贯均衡可能在这个博弈中出现：分离均衡（其中不同类型的工人会选择不同的教育水平）和混合均衡（其中两种工人将选择同样的教育水平）。

在一个分离均衡中，两种类型的工人得到不同的教育水平 e^s（θ_H）和 e^s（θ_L）。那么这家公司在观察 e^s 后，能推断出他们的类型。从引理 1 中，我们知道 θ_L 类型工人的支付必须大于 u_L（θ_L）。然而，既然选择了 $e^s(\theta_L)$，这个工人的所得无法多于 u_L（θ_L），公司就能推断出她的（或他的）能力低。对 θ_L 类型工人来说，效用$(u(\theta_L, e, \theta_L e))$只在选择 $e^s(\theta_L)=\theta_L^2$ 时最大化。高能力工人必须选择足够高的教育水平，以至于 θ_L 类型的工人不会认为作出同样选择是值得的。正式的表达为：

$e^s(\theta_H)\in S^L\equiv\{e/u(\theta_L, e, \theta_H e)\leqslant u(\theta_L, e^s(\theta_L), \theta_L e^s(\theta_L))\}$

此外，θ_H 类型工人的支付必须大于 $u_L(\theta_H)$，这是当他处于企业对其认识最不利的境地时所能获得的最大支付。正式的表达为：

$e^s(\theta_H)\in S^H\equiv\{e/u(\theta_H, e, \theta_H e)\geqslant u_L(\theta_H)\}$

这样就有：

$S\equiv S^L\cap S^H=[\theta_H\theta_L+\theta_L\sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2}, \theta_H^2+\theta_H\sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2}]\neq\phi$

下面的命题总结了以上结果。

命题 2

对任何 $p\in$［0，1］，存在分离均衡，在均衡点，θ_L 类型的工人选择教育水平$e^s(\theta_L)=\theta_L^2$，θ_H 类型的工人选择教育水平 $e^s(\theta_H)\in S$。■

例如，下面悲观的看法能维持这样的分离均衡：

$\mu(\theta_H/e)=1$ 如果 $e=e^s(\theta_H)$或 $\mu(\theta_H/e)=0$

图 4.21 表示前面定义的分离均衡集。低能力工人选择 e^s（θ_L），高能力工人选择集合 S 中的某一教育水平。

注意，我们假定最低教育水平 e_R 高于在完全信息情况下使 u_L（θ_H）最大化的水平。

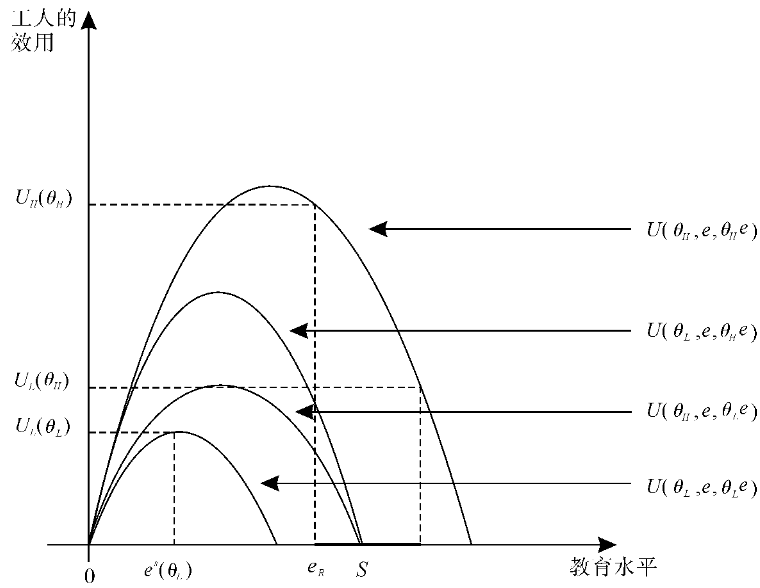


图 4.21　分离均衡

假定

$\theta_H^2 < e_R \equiv \theta_H\theta_L + \theta_L\sqrt{\theta_H^2 - \theta_L^2}$ ■

设立该假定只是为了使信号传递模型更有趣：高能力工人选择惟一有效的教育水平以区别于低能力工人。

S **中的最低教育水平记为** e_R**，因为它是一个赖利均衡**（Riley，1979）。**前面我们看见在这一博弈中，赖利均衡是惟一通过感性评判标准的序贯均衡。我们将在下面检验这个结果。但在这之前，我们讨论一下混合均衡。**

混合均衡

在混合均衡中，两种类型的工人选择同等教育水平：$e^*(\theta_L) = e^*(\theta_H) = e^*$。**在那种情况下，公司面对高水平工人和低水平工人的概率分别等于先验概率** p **和**（$1-p$）。**工人的预期生产率如下：**

$E(\theta) \equiv p\theta_H + (1-p)\theta_L$

提供的薪水是：

$w^*(e^*) = E(\theta)e^*$

我们从引理 1 **知道，两种类型的工人获得的支付，都必须比公司推测它面对的是低能力工人时他们所获的支付更高。正式的表达是，这一前提条件表示** e^* **必须包含于集合** $P^L(p)$**和**$P^H(p)$**，定义如下：**

$e^* \in P^L(p) \equiv \{e: u(\theta_L, e, E(\theta)e) \geqslant u_L(\theta_L)\}$

和

$e^* \in P^H(p) \equiv \{e: u(\theta_H, e, E(\theta)e) \geqslant u_L(\theta_H)\}$

我们把 $P^*(p) = P^L(p) \cap P^H(p)$**称为混合均衡的集合（可以是空集）。这可以被证明，只要**

p 大于：

$$p^*=\frac{(\theta_H+\theta_L)\sqrt{\theta_H\theta_L-2\theta_H\theta_L)}}{2(\theta_H-\theta_L)\theta_H}\in[0,1]$$

集合 $P^*(p)$非空集，等于：

$$P^*(p)=[\theta_H E(\theta)-\theta_H\ \sqrt{E(\theta)^2-\theta_L^2},\theta_L E(\theta)+\theta_L\ \sqrt{E(\theta)^2-\theta_L^2}]$$

因此可能存在这样的混合均衡，其中两种类型工人选择同样教育水平 e^*。举例来说，如果 $e=e^*$，概率 $\mu(\theta_H/e)=p$，如果 $e\neq e^*$，$\mu(\theta_H/e)=0$，这一概率能维持这样一个混合均衡。

均衡精炼

序贯均衡的多样性使得读者担心这种模型的预测能力。不过，摒弃其中很多类型是合理的，在一些情况下，除了建立在不可能非均衡信念基础上的均衡中的某一个，其他的都可以摒弃。如我们前面所见，人们研究了各种评判标准以选择合理的均衡。

这里，我们首先应用一个简单的弱优势的测验。我们可以说若下面条件成立，教育水平 e 对 θ 水平工人来说是弱优势的：

$u(\theta,e,\theta_H e)\leqslant\max_{e'}u(\theta,e',\theta_L e')\equiv u_L(\theta)$

换句话说，如果教育水平 e 能给予他低于在公司对其认识最不利情况下所能获得的最佳支付的支付，则 e 是弱优势的。

如果 μ（θ_H/e）$=0$（分别的，μ（θ_H/e）$=1$），序贯均衡（e^*，w^*，μ^*）对任何对 θ_H（分别的，θ_L）型工人弱优势的教育水平 e 是不占优的，但对 θ_L（分别的，θ_H）型工人是占优的。

弱优势标准在劳动力市场信号传递的序贯均衡上的应用导致了均衡集的重要简化。具体而言，几乎仅有一个分离均衡符合该标准。不过，有好几种混合均衡可能抵制这种标准。

我们先检验分离均衡。可以证明下面的结果。

引理 2

在任何不占优的序贯均衡中，θ_H 类型工人的均衡支付必须高于或等于 u_H（θ_H），u_H（θ_H）必须满足等于 $u(\theta_H，e_R,\theta_H e_R)$以及大于 $u_L(\theta_L)$。■

证明：$D_H\equiv\{e:u(\theta_H,e,\theta_H e)\leqslant u_L(\theta_H)\}$是 θ_H 类型工人的弱优势教育水平集。$D_L\equiv\{e:u(\theta_L,e,\theta_H e)\leqslant u_L(\theta_L)\}$是 θ_L 类型工人的弱优势教育水平集。不占优均衡由必须满足下面条件的概率所维持：$\mu(\theta_H/e)=1$ 如果 $e\notin D^H$ 但 $e\in D^L$，且 $\mu(\theta_H/e)=0$ 如果 $e\in D^H$ 但 $e\notin D^L$。一些计算导出 $\mu(\theta_H/e)=1$ 如果 $e\in S$ 且 $\mu(\theta_H/e)=0$ 如果 $e\in S'[\theta_H\theta_L-\theta_L\ \sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2},\theta_H^2-\theta_H\ \sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2}]$。在每个不占优均衡中，$\theta_H$ 类型工人必须至少获得 $u_H(\theta_H)=\max_{e\in S}u(\theta_H,e,\theta_H e)$。由于 $u(\theta_H,e,\theta_H e)$依 S 中的 e 而单调递减，加之 $e_R<\theta_H^2+\theta_H\ \sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2}$，我们得到：

$u_H(\theta_H)=u(\theta_H,e_R,\theta_H e_R)>u(\theta_H,\theta_H^2+\theta_H\ \sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2}$，

$\theta_H(\theta_H^2+\theta_H\ \sqrt{\theta_H^2-\theta_L^2})=u_L(\theta_H)$。■

从这个结果容易推出：

命题 3

对任何 $P\in$［0，1］，惟一的不占优分离序贯均衡是赖利均衡。■

证明：根据前面的结果，θ_H 类型的工人至少获得一份等于 u_H（θ_H）的支付。那么，惟一的不占优分离均衡是 $e^s(\theta_L)=\theta_L^2$ 和 $e^s(\theta_H)=e_R$。该均衡由下面的可接纳信念维持：若 $e\in S,\mu(\theta_H/e)=1$，若 $e\in S'$，$\mu(\theta_H/e)=0$，其他 S 情况 $\mu(\theta_H/e)=0$。

到现在为止，一切顺利，不过就混合均衡而言，结果不是那么有趣。我们令 $P^{**}(p)\equiv\{e\in P^*(p):u(\theta_H,e,E(\theta)e)\geqslant u_L(\theta_H)\}$，即不占优混合均衡集（当然该集可能为空）。

命题 4

令 $p^{**}=\arg\min_p\{\max_e u(\theta_H,e,E(\theta)e)\geqslant u_H(\theta_H)\}$，则有 $p^*<p^{**}<1$，对任何 $p\in[p^{**},1]$，$p^{**}(p)\neq\phi$。■

命题 4 表示当公司的信念足够有利时，不占优混合均衡集非空集。

证明：令 $Q^{**}(p)\equiv\{e:u(\theta_H,e,E(\theta)e)\geqslant u_H(\theta_H)\}$为允许 θ_H 类型工人在公司有概率μ（$\theta_H/e)=p$ 时所获支付高于 u_H（θ_H）的教育水平集。我们可以证明 $P^{**}(p)=Q^{**}(p)$。对任何不占优混合均衡我们必定有：$e^*\in P^L(p),e^*\in p^H(p)$和 $Q^{**}(p)\in P^H(p)$。从引理 2 我们知道$u^H(\theta_H)>u^L(\theta_H)$，这包含 $Q^{**}(p)\in P^H(p)$。现在我们可以检验 $Q^{**}(p)\in P^L(p)$。假定反之也正确：$Q^{**}(p)$中存在教育水平 e^*，不属于 $P^L(p)$。通过定义赖利均衡，$u(\theta_L,e_R,\theta_He_R)=u_L(\theta_L)$。既然假定 e^* p^2（p），我们可以写作：

$u(\theta_L,e_R,\theta_He_R)>u(\theta_L,e^*,E(\theta)e^*)$

由于 $e_R>e^*$，根据单一交叉点特性我们得到：

$u(\theta_H,e_R,\theta_He_R)=u_H(\theta_H)>u(\theta_H,e^*,E(\theta)e^*)$

不过，$e^*\in Q^{**}(p)$，这与前面的不等式相矛盾。这样，很明显 $e^*\in Q^{**}(p)$包含着 $e^*\in P^L(p)\cap P^H(p)$，因此 $P^{**}(p)=Q^{**}(p)$。

现在我们不得不证明当 p 足够高时，Q^{**}（p）是否非空。由于 P^{**} 是这样的：$p^{**}\arg\min_p\{\max_e u(\theta_H,e,E(\theta)e)\geqslant u_H(\theta_H)\}$，显然 $p^*<p^{**}$。从假定 1 我们知道：$u(\theta_H,\theta_H^2,\theta_H\theta_H^2)>u(\theta_H,e_R,\theta_He_R)\equiv u_H(\theta_H)$，因此我们有 $P^*<P^{**}<1$。

最后，能维持不占优混合均衡的概率是什么？P^{**}（p）中的每个混合均衡 e^* 得以维持的信念是：$\mu(\theta_H/e)=p$ 如果 $e=e^*$，$\mu(\theta_H/e)=1$ 如果 $e\in S,\mu(\theta_H/e)=0$ 如果 $e\in S'$和 $\mu(\theta_H/e)=0$ 在其余情况下。

感性评判标准

由乔和克瑞普斯在 1987 年提出的感性评判标准显得特别有趣，因为在这种有两种类型完全信息参与者的模型中，仅能选择一个均衡（见上面 4.3.2 节，定义 8）。对于给定均衡(e^*,w^*,μ^*)，教育水平 e 对于θ 类型工人在 $u^*(\theta,e^*,\theta e^*)\geqslant u(\theta,e,\theta_H e)$的条件下是均衡占优的。因此，当下面条件成立时一个序贯均衡(e^*,w^*,μ^*)将通过感性评判标准的检验：对所有教育水平 e，$\mu(\theta_H/e)=1$（或 $\mu(\theta_H/e)=0$），对 θ_L 类型工人（或 θ_H）而不是 θ_H 类型工人（或 θ_L）均衡占优。在这个模型中，可证明：

命题 5

对所有 $p\in[0,1]$，惟一没有违反感性评判标准的序贯均衡是赖利均衡。■

证明：首先看分离均衡的情况，我们可轻松地证明除了赖利均衡，其他任何均衡都不能通过感性评判检验。这里的证明用了与前面弱优势证明相同类型的论据。混合均衡的情形有些棘手。两种情形必须区别开。

首先假定 $p<p^{**}$。在任何混合均衡中，θ_H 类型工人确定获得严格低于 u_H（θ_H）的支付。均衡外教育水平 e_R 对低能力工人是均衡占优的，但对高能力工人则不是。这样公司应该将教育水平 e_R 加于 θ_H 类型工人并提供数额为 $\theta_H e_R$ 的薪水，这的确动摇了混合均衡。

现在假定 $p\geqslant p^{**}$，并考虑一个其中两种类型工人选择教育水平 e^* 的混合均衡。对 $\bar{e}$ 定义如下：$\bar{e}=\max_e H$，其中 $H\equiv\{e:u(\theta_L,e,\theta_H e)\geqslant u^*(\theta_L)\equiv u(\theta_L,e^*,E(\theta)e^*)\}$。注意，由于 $u(\theta_L,e^*,\theta_H e^*)>u(\theta_L,e^*,E(\theta)e^*)\equiv u^*(\theta_L)$，集合 H 非空，还容易看出集合 H 有最高的边界。存在一个关于 $\bar{e}$ 定义的最大化问题的解，$\bar{e}$ 必须是：$u(\theta_L,\bar{e},\theta_H\bar{e})=u(\theta_L,e^*,E(\theta)e^*)$。由于 $\bar{e}>e^*$（见 $u(\theta_L,e^*,\theta_H e^*)>u^*(\theta_L)$），并借助单一交叉点特性，我们得到：$u(\theta_H,\bar{e},\theta_H\bar{e})=u(\theta_H,e^*,E(\theta)e^*)=u^*(\theta_L)$。这样对 θ_L 类型工人，教育水平就是均衡占优的，但对 θ_H 类型工人不是。公司应该根据提供数额为 θ_H 的薪水，这动摇了混合均衡。

参考文献

Banks, J. and J. Sobel (1987) 'Equilibrium selection in signaling games', *Econometrica*, 55, 647—62.

Bernheim, B. D. (1984) 'Rationalizable strategic behavior', *Econometrica*, 52, 1007—28.

Binmore, K. (1992) *Fun and Games* (Lexington, MA: D. C. Heath), Chapter 11.

Binmore, K. and P. Dasgupta (1986) 'Introduction-game theory: a survey', in K. Binmore and P. Dasgupta (eds), *Economic Organizations and Games* (Oxford: Basic Blackwell).

Blackburn, K. (1992) 'Credibility and time consistency in monetary policy' in K. Dowd and M. K. Lexis (eds), *Current Issues in Financial and Monetary Economics* (London: Macmillan).

Brandenburger, A. and E. Dekel (1987) 'Rationalizability and correlated equilibrium', *Econometrica*, 55, 139—1402.

Brandts, J. and C. Holt (1992) 'An experimental test of equilibrium dominance in signaling games', *American Economic Review*, 82, 1350—65.

Cho, I. K. (1987) 'A refinement of sequential equilibrium', *Econometrica*, 55, 1367—89.

Cho, I. K. and D. Kreps (1987) 'Signaling games and stable equilibria', *Quarterly Journal of Economics*, 102, 179—221.

Cho, I. K. and J. Sobel (1990) 'Strategic stability and uniqueness in signalling games', *Journal of Economic Theory*, 50, 381—413.

Crawford, V. and J. Sobel (1982) 'Strategic information transmission', *Econometrica*, 50, 1431—51.

Donze, J. (1995) *Raffinements dans les jeux bayesiens dynamiques*, PhD, University of Toulouse (in French).

Eichberger, J. (1993) *Game Theory for Economists* (New York: Academic Press), Chapters 5, 6, 7.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1991a) *Game Theory* (Cambridge, MA: MIT Press), chapters 9, 11.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1991b) 'Perfect Bayesian equilibrium and sequential equilibrium', *Journal of Economic Theory*, 53, 236—60.

Gibbons R. (1992) *A Primer in Game Theory* (Hemel Hempstead: Harvester-Wheatsheaf), Chapters 3, 4.

Grossman, S. J. and M. Perry (1986) 'Perfect Sequential Equilibrium', *Journal of Economic Theory*, 39, 97—119.

Harsanyi J. C. (1967—8) 'Games with incomplete information played by "Baysian" players, Parts I, II and III', *Management Science*, 14, 159—82, 320—34, 486—502.

Hillas, J. and E. Kohlberg (2002) 'Foundations of strategic equilibrium', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory and Applications*, 3 (New York: Elsevier).

Klemperer P. (1999) 'Auction theory: a guide to the literature', *Journal of Economic Surveys*, 13, 227—86.

Kohlberg, E. (1991) 'Refinement of Nash Equilibrium: the main ideas', in A. Ichiishi and Y. Tauman (eds), *Game Theory and Applications* (New York: Academic Press), 3—45.

Kohlberg, E. and J—F. Mertens (1986) 'On the strategic stability of equilibria', *Ecochometrica*, 54, 1003—37.

Kreps, D. (1990) *A Course in Microeconomic History* (London: Harvester Wheatsheaf), Chapter 12.

Kreps, D. and M. Spence (1985) 'Modelling the role of history in industrial organization and competition', in G. Feiwel (ed.), *Issues in Contemporary Microeconomics and Welfare* (London: Macmillan).

Kreps, D. and R. Wilson (1982) 'Sequentialequilibrium', *Econometrica*, 50, 863—84.

Luce, R. D. and H. Raiffa (1957) *Games and Decisions* (New York: John Wiley).

McAfee P., and J. McMillan (1987) 'Auctions and bidding', *Journal of Economic Literature*, 25, 699—738.

McLennan, A. (1985) 'Justifiable beliefs in sequential equilibrium', *Econometrica*, 53, 889—904.

Mailath, G. (1993) 'Signaling games', in J. Creedy, J. Borland and J. Eichberger, *Recent Developments in Game Theory* (Cheltenham: Edward Elgar).

Mailath, G., J. Okuno—Fujuwara and A. Postlewaite (1993) 'Belief based refinements in signaling games', *Journal of Economic Theory*, 60, 241—76.

Mertens J. —F. (1989) 'Stable equilibria — a reformulation, I. Definition and basic properties', *Mathematics of Operations Research*, 14, 575—624.

Mertens J. —F. and S. Zamir (1985) 'Formulation of Bayesian analysis for games with incomplete information', *Industrial Journal of Game Theory*, 14, 1—29.

Milgrom, P. and J. Roberts (1982) 'Predation, reputation and entry deterrence', *Journal of Economic Theory* 27, 280—312.

Milgrom, P. and J. Roberts (1986) 'Price and advertising signals of product qualitiy', *Journal of Political Economy*, 94, 796—821.

Myerson, R. (1978) 'Refinements of the Nash equilibrium concept', *International Journal of Game Theory* 7, 73—80.

Myerson, R. (1979) 'Incentive compatibility and the bargaining problem', *Econometrica*, 51, 1767—91.

Myerson, R. (1991) *Game Theory—Analysis of Conflict* (Cambridge, MA: Harvard University Press), Chapters 4, 5.

Pearce, D. (1984) 'Rationalizable strategic behavior and the problem of perfection', *Econometrica*, 52, 1029—50.

Rasmusen, E. (1989) *Games and Information: An Introduction to Game Theory* (Oxford: Blackwell).

Riley, J. (1979) 'Informational equilibrium', *Econometrica*, 47, 331—59.

Roberts, J. (1987) 'Battles for market shares: incomplete information, aggressive strategic pricing, and competitive dynamics', in T. F. Bewley (ed.), *Advances in Economic Theory—Fifth World Congress* (Cambridge: Cambridge University Press).

Rothschild, M. and J. E. Stiglitz (1976) 'Equilibrium in competitive insurance markets', *Quarterly Journal of Economics*, 80, 629—49.

Samuelson, L. (1992) 'Subgame perfection', in J. Greedy, J. Borland and J. Eichlierger (eds), *Recent Developments in Game Theory* (Cheltenham: Edward Elgar).

selten R. (1978) 'The chain—store paradox', *Theory and Decision*, 9, 127—59.

selten, R. (1975) 'Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games', *International Journal of Game Theory*, 4, 25—55.

Spence, M. (1973) 'Job market signalling', *Quarterly Journal of Economics*, 87, 355—74.

Tan, T. C. C. and S. R. C. Werlang(1988), 'The Bayesian Foundation of solution concept of games', *Journal of Economic Theory*, 45, 370—91.

Van Damme, E. (1983) *Refinement of the Nash Equilibrium Concept* (Berlin: Springer-Verlag).

Van Damme, E. (1989) 'Stable equilibria and forward induction', *Journal of Economic Theory*, 48, 476—96.

Van Damme, E. (1991) *Stability and Perfection of Nash Equilibria* (Berlin: Springer-Verlag)(1st edn, 1987).

Van Damme, E. (1992) 'Refinements of Nash Equilibrium', in J. —J. Laffont (ed.), *Advances in Economic Theory: Sixth world Congress* (Cambridge: Cambridge University Press), 32—75.

Van Damme, E. (2002) 'Strategic equilibrium', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory and Applications*, 3 (New York. Elsevier).

Wilson, R. (1992), 'Strategic analysis of auctions' in Aumann, R. and S. Hart, editors, *Handbook of Game Theory*, Vol. I(New York: Elsevier Science).

Wolfstetter, E. (1999) *Topics in Microeconomics, Industrial Organization, Auctions and Incentives* (Cambridge: Cambridge University Press).

第五章

讨价还价：从非合作博弈到合作博弈

合作的概念在 GT 理论中占有核心的位置，然而它却是个颇为复杂的概念。在前面的几章里我们已经向大家展示了一些在非合作博弈中用来促进某些共谋和间接合作的机制或设施。参与者之间真正意义上的合作意味着正式的安排，以及旨在达到共同目标的共同行动。在理论上，表明参与者之间的共同利益的最自然而然的途径莫过于引入某种“社会福利函数”。然而这样一来，便导致了 GT 当中一个主要基础的抛弃，即与个人决策的基本的联系。

为避免这一困难，纳什（1951）在一开始就建议用那些在非合作博弈中决定均衡的分析工具来研究参与者之间的合作。合作便成为明确的共谋过程的结果，在讨价还价阶段每一参与者都被假定为选择他（她）的合作的策略，就像在其他任何非合作博弈所描述的情形中一样。记住，这种非合作博弈，即在其中任何参与者之间在博弈前的共谋和交流都是不被允许的博弈，被纳什称之为“斗争”。于是，在这种斗争中寻求一种参与者之间的协定便可用扩展式表述的博弈或策略式表述的博弈中的经典方法来完成，且那些最有可能出现的结果由博弈的均衡集给出。讨价还价的这种“策略式的”方法在 5.1 节给出。

不幸的是，在许多情况下，讨价还价的这种“策略式的”方法，通过对当参与者们共谋时他们的所有行动的详尽地分析却导致了某种不确定性：有太多的均衡。有意思的是，在一些重要的博弈类型中，你运用均衡精炼的事前的分析便可发现，只有一个均衡是子博弈完美的（在完备信息博弈中）或是序贯的（在不完备信息博弈中）。

另一排除困难的途径是引入某些合意的正式的特性，它允许在不同的结果间作比较，于是这便是一种“公理化的”途径。于是博弈便正式地采取一种合作的形式。这种讨价还价的公理化途径也是由纳什引入的（1950b）（1953），纳什同时还意识到这两种途径间的紧张关系：在策略式途径中，共谋的结果有赖于讨价还价过程的操作规范，而在公理化途径中有赖于公里的可接受性。于是，他便建议两种观点之间的调和，这就是我们今天所谓的“纳什程序”（Nash programme）：任何指定一个具体结果的公理化模型都应与策略式的讨价还价模型相联系，其中策略式的讨价还价模型中的均衡应与公理化模型中的结果相对应；换言之，我们须建立非合作的讨价还价博弈以检验那些公理。5.2 节便讨论这一话题：先是讨价还价的公理化途径，之后是纳什程序。最后，5.3 节致力于策略式途径和公理化途径的一些经济应用。

5.1 讨价还价的策略式博弈

近来所有的非合作讨价还价模型都是来自于一种特殊的“制度框架”，博弈就是在这种框架里展开的。我们所谓的“制度框架”是一种参与者行动的结构。他们是否会同时表明自己的意图（offers）？他们是否会改变它们的行动？当一个参与者行动时，他（她）是否只能对其他参与者的建议说“是”或“不”，或者，他（她）也能依次地表示其他的意图？这种博弈中的策略是这样一种规则：它规定了参与者在每一时点上应表示何种意图（或回应），且是一个关于到这一时点为止所有历史上的意图与回应的函数。

非合作途径的基本思想是，在这种制度框架确定之后寻求博弈的一个均衡。运用在第三章和第四章中的所学，我们首先感兴趣的是寻找 NE。然而，由于博弈拥有动态结构——即一系列行动，那我们首先就对精炼 NE 感兴趣。很明显，对参与者有用的信息的本质，是一个至关重要的方面。所以，就有必要区分完备信息的状态和不完备信息的状态。我们首先来研究较简单的完备信息的博弈。

5.1.1 完备信息简单双人讨价还价博弈中的不确定性或极端纳什均衡

许多简单的讨价还价模型都无法使我们摆脱艾奇沃斯契约曲线所标明的那种不确定性（indeterminacy）。在两个同时选择结果（在整个 NE 集中）的参与者之间分一块蛋糕，或者分任何有价值的东西，比方说，分一笔钱——最典型的是 1 美元，他们之间是没有任何有关选择的线索的。

导致不确定性的瓜分博弈：“瓜分美元”

让我们首先通过研究一个非常简单的博弈来检验这个颇为糟糕的情形。两个人面临着这样的问题：他们必须在他们之间分一笔钱，比方说，1 美元。他们分别同时提出自己要求的份额 x_1 和 x_2。如果 $x_1+x_2\leqslant 1$，他们得到各自的钱；可要是 $x_1+x_2>1$ 的话，他们就什么也得不到。

我们假定他们只关心自己能得到多少钱。根据这个假定，我们实际上排除了这种情况：即有一位参与者宁愿自己什么也得不到（另一位也是这样），也不愿自己得到很少的一份钱而把多的那一份留给对方。为了使问题简化，我们在这里假定效用和钱的数量是等同的。

在这种情况下，我们可以证明有无穷多的 NE。事实上，在这一讨价还价博弈中，对美元的任何一种分配都是一个 NE。考虑这种情况：参与者 1 提出要 $x_1=0.7$，不能少；参与者 2 提出要 $x_2=0.3$，也不能少。很明显，参与者 2 的提议是相对于参与者 1 的最佳应对。然而，对于策略 $x_1=0.4$ 和 $x_2=0.6$ 来说这一结论同样成立。在这一博弈中有太多的均衡了，而且不幸的是，我们对这种解过剩的局面没有任何的解决办法。

略微有些不同的讨价还价的协议（protocols）又会导致同样的不确定性。你可以轻而易举地证明在下面的博弈中也是这样的情况：

（1）参与者 1 和参与者 2 同时选择自己想要的份额，如果这一提议的份额彼此相容的话，他们就依此提议分钱；如果这一提议不可行的话，他们就再次同时提议，如此下去，最多到第五次时为止，之后如果他们所提的份额之和还是大于 1 的话，他们便什么都得不到。

（2）先由参与者 1 提议，参与者 2 表示“同意”或“不同意”，如果同意，博弈便结束；如

果不同意，他就反过来提议。同样，参与者 1 也可以同意或不同意，如此下去到第十次为止。之后，如果参与者之间没有达成任何协议，他们就进行最后一次同时行动，并且如果他们的要求过高，他们还是什么都得不到。

我们还能给出前面提到的这种讨价还价博弈的其他变化形式。然而在所有这种同时提议的情况中，或者在没有等待成本且最后的提议是同时做出的情况中，正如上面的第（2）种那样，会有许多的 NE，并且在其中无法选出一个来。更一般地，在这种类型的博弈中，所有的分蛋糕（美元等）的分法都是 NE，且都是可行的（即不会超出给定的量）、有效率的（即对于给定的对方的份额，自己所获得的是最大的份额）和个人理性的［即这些 NE 给每一参与者的至少和其他（或她）所能获得的一样多］。

简评 1

正如我们将在第八章看到的一样，实验室中的实验实际上表明了频繁出现的“焦点均衡”（focal equilibrium），即诸如等量份额或其他一些有吸引力的结果之类（根据各种不同的吸引标准：公平，传统……）（参见第三章 3.1.3 节对这一提法的介绍）。■

极端的均衡：最后通牒博弈

前面的博弈向我们展示了契约曲线讨论中的著名的不确定性。其他一些简单的讨价还价博弈却导致了惟一的但却是非常极端的均衡：典型的例子是“最后通牒博弈”。参与者 1 提出一种瓜分美元的提议，x 为他（她）自己所得，剩下的（$1-x$）留给参与者 2。然后，参与者 2 要么接受这一提议要么拒绝，博弈便结束了。如果后者接受提议，他们的支付是（x，$1-x$）。如果后者不接受，他们就都什么也得不到。这种“要么接受要么放弃”的讨价还价博弈事实上非常简单，然而在现实中却非常普遍，因为它描述的恰恰就是我们每天都遇到的情况——我们在大部分商店里遇到的固定的“明码标价”。

这一博弈的博弈树很容易画出，如图 5.1 所示。

正如我们上面所提到的，假定每一参与者只关心钱。此外，我们可以允许这种情况：当参与者 2 在“同意”和“不同意”之间无差异的时候，即当他无论同意不同意都获得零支付的时候，参与者 2 接受参与者 1 的提议。如果你觉得这一假定看起来很奇怪，那我们很容易地把它转化为：参与者 2 接受任何接近于零但不是零的数量 ε（这里惟一需要的假定就是支付可以无限的少）。

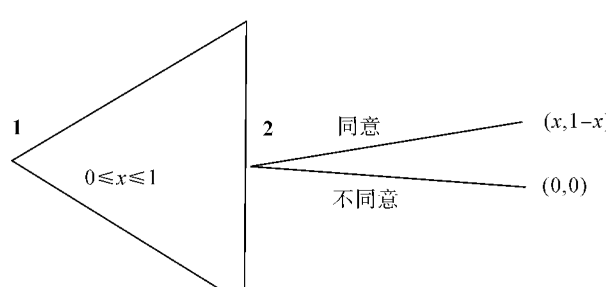


图 5.1　扩展式表述的最后通牒博弈

现在我们来看这一博弈的 NE。比方说，下面的策略组合便是 NE：

（a）参与者 1 首先提议自己要的份额是零。

（b）参与者 2 对任何留给自己少于 1 美元的提议都选择“不同意”，且只有当 1 美元全部归自己时选择“同意”。

事实上，每一策略都是对另一策略的最佳应对。这一点对参与者 2 来说是非常明显的。参与者 1 所处的位置略微重要一些。然而参与者 1 一旦意识到参与者 2 会对任何少于 1 美元的提议表示不同意的话，那么他（她）确实没有更好的办法，因为任何其他的策略都会带来零支付。于是，在博弈一开始就提出要领就是对参与者 2 策略的最佳应对。

不过，有一点是十分清楚的，对于这 1 美元的任何瓜分方法都可以是一个 NE。如果参与者 2 运用这样的策略：仅当参与者 1 要求 x 或更少时选择“同意”；参与者 1 运用这样的策略：要求 x，那么每一策略都是对另一策略的最佳应对，最后的 NE 便是（x，$1-x$）。

这样的 NE 的多重性似乎是对前面提到的讨价还价博弈的不确定性的重复。然而，如果我们仅考虑那些在子博弈中导致 NE 的策略，我们就能大量地缩减均衡的数目。实际上，在这一博弈中只有一个 SPE。如果参与者 2 运用上面所提到的策略，那他（她）在子博弈中针对参与者 1 要求的 $x+\varepsilon$ 如此反应就不是最佳的应对。参与者 2 选择“同意”而得到（$1-x-\varepsilon$）要比选择“不同意”而得到 0 好得多。

反向归纳法表明，这一博弈中的 SPE 是：

（a） 参与者 1 要求得到 1（可能 ε 较小）。

（b） 参与者 2 同意。

支付便是（1，0）。没有什么办法能避免这一极端的结果，在这种制度框架下参与者 1 拥有很强的先动优势。你或许觉得在这里还是存在根本的不确定性，因为没有什么自然的力量赋予参与者 1 先动的特权。然而，在这种“要么接受要么放弃”的讨价还价博弈发生的“真实制度框架”里，传统或习惯给了某位参与者首先行动的特权（正像商店主写价格标签的情况）。

简评 2

如果所瓜分的美元并非是能够无限分割的，那么就可以有不止一个 SPE。比方说，假定 10 美分是最小的分割单位（见图 5.2 所示的博弈树）。

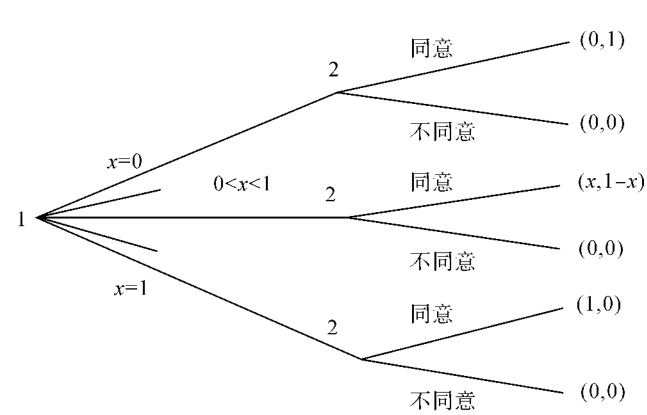


图 5.2　扩展式表述的离散选择变量的最后通牒博弈

只要留给参与者 2 的份额是一个正值，他（她）就会表示同意。如果留给他（她）的份额是 0，他（她）可能同意也可能不同意，因为不管怎样他（她）只能得到 0。如果留给参与者 2 的份额是 0 的话，他（她）会表示不同意，那么参与者 1 就只好提出要求得到 90 美分。于是便有

两个 SPE：一个是参与者 1 提出要 90 美分，参与者 2 表示同意；另一个是参与者 1 要求得到 100 美分（全部），参与者 2 表示同意。当然，这种瓜分还可以按更小的分割单位来进行，那么两个均衡结果就会收敛。比方说，如果他们以 1 美分为最小的分割单位，那么两个均衡便是 99 美分和 100 美分，如果允许更小的分割单位，这种靠拢便会继续下去。■

讨价还价问题的非合作途径是由罗宾斯坦恩（Rubinstein）（1982）改进的，他建立了一个模型，在这个模型里，结果既不是不确定的也不是极端的解（比方说，先动者的极端优势）。这种结果是非常有意思的，因为它阐明了许多相关问题，尤其是它与"纳什讨价还价解"（与公理化的途径相一致的概念，在本章的 5.2 节我们将要对此进行研究）的关系。这种结果也显示了某些结果的理性，如分蛋糕或分一笔钱的时候"平分"——"平分"是我们在许多可控的实验中经常看到的结果（虽然如此，我们观察到的结果并非总是和我们预料到的理性的解相一致，我们将在第八章看到这一点）。

我们再来考虑瓜分 1 美元的问题，不过这次讨价还价是这样进行的：参与者 1 和参与者 2 轮流提议，并且他们都知道自己和对方都急于得到钱。

5.1.2 罗宾斯坦恩模型：在有限范围和无限范围讨价还价博弈中的轮流提议

有限范围博弈

我们首先把博弈过程限制在有限的数量的"时期"里，比方说两个时期。参与者 1 首先提议：自己要求得到 x_1，留给参与者 2 $x_2 =（1-x_1）$。之后参与者 2 决定是否同意这一提议。如果参与者 2 同意，博弈便结束；如果不同意，便轮到参与者 2 来提议。如果参与者 2 不同意参与者 1 的提议并且做出自己的提议，那么就轮到参与者 1 来决定是否同意参与者 2 的提议。如果参与者 1 不同意，那么博弈便结束，两人都得到 0 支付。如果参与者 1 同意，他们得到的支付就是按照参与者 2 的提议。两个参与者都迫不及待地得到钱，于是便有尽快结束博弈的动机。正式地阐述他们这种迫不及待，便是对将来的支付打折扣。

我们这里把时期定义为每次的提议。每时期支付的折扣因子由 δ 来表示，$0\leqslant\delta\leqslant1$。当然，很有可能两位参与者迫不及待的程度是不一样的。在后一种情况下（第 2 个时期，译者注），就有两个折扣因子 δ_1 和 δ_2，每人一个。δ 的重要性是很明显的。也许有人注意到 δ 是和 $1/1+a$ 相一致的，其中 a 是折扣率；或者，更一般地，$\delta = e^{-rt}$，其中 r 被称为即时折扣率，t 表示时期（若 a 的值很小，$r \approx a$）。

于是，在第 2 个时期里，参与者 2 提出提议，y_2 是他自己要求得到的，留给参与者 1 的是 $(1 - y_2)$，这样的分配对应与下述支付值：参与者 2 得到 δy_2，参与者 1 得到 $\delta(1 - y_2)$。

博弈树如图 5.3 所示。

还是有很多 NE。运用反向归纳法可以看到只有一个 SPE：$(1-\delta, \delta)$。在一开始的时候，参与者 1 知道如果他（她）提议留给参与者 2 的份额 x_2 小于 δ，那么参与者 2 就会表示不同意，并在其后第 2 轮的提议中要求 $y_2 = 1$ 以获得支付 δ。所以一开始的时候，参与者 1 最好提议 $(1-\delta,\delta)$，这也就是惟一的 SPE。在这个博弈中增加时期的数量也不会改变只有一个 SPE 这一基本的结论，这一结果是建立在 δ 的值上的。

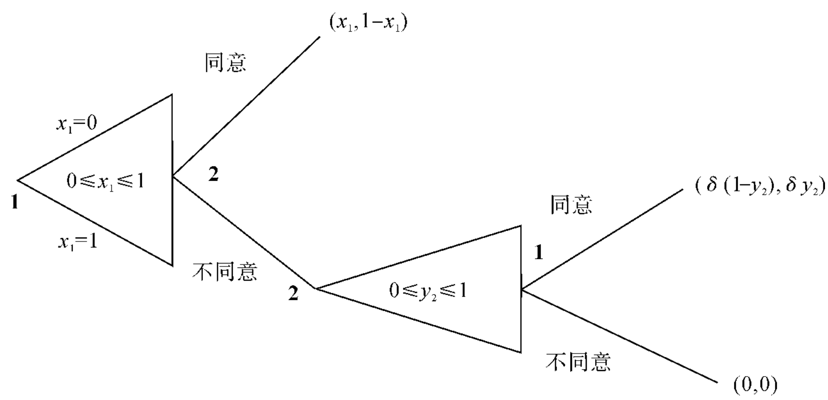


图 5.3　扩展式表述的轮流提议模型（有限范围）

简评 1

在一个讨价还价的序贯模型里，参与者对时间的态度是至关重要的。这些态度被概括为一系列的公理，这些公理是“时间”偏好函数所必须满足的。

讨价还价过程中的时间由一系列对应于自然数集 $T=\{1, 2, 3\cdots\}$ **的时期来描述。如果参与者在时期** t **达成协议，那么协议便以** (x, t) **来表示，其中** $x\in[0, 1]=X$。**永远达不成协议用** D **来表示。参与者** i **的偏好以一个在可能的结果集** Y **上的二元关系** R（**分别由** P **和** I **来表示严格偏好和无差异）来表示。它们满足下面的公理：**

$A1$　**讨价还价的物品是合意的：如果** $x>y$，**那么：**$(x, t)\ P\ (y, t)$

$A2$　**时间是有价值的：对所有** $x>0$ **和** $t_1<t_2$：$(x, t_1)\ P\ (x, t_2)$

$A3$　**连续性：**R **的图像在拓扑乘积** $Y\otimes Y$ **中是闭的**

$A4$　**稳定性：**$(y, t+1)\ P\ (x, t)$ **当且仅当** $(y, I)\ P\ (x, 0)$

$A5$　**递增的延误补偿：如果** $(x+\varepsilon(x), I)\ I\ (x, 0)$，**那么** $\varepsilon(x)$ **便是对** x **的增函数**

$A6$　**现值的存在性：对所有的** $x\in X$，**存在** $v(x)\in X$ **使** $(x, 0)\ I\ (v(x), 0)$

上面的假定 1—4 **保证了对任意** δ **来说，效用函数** $u(x)\delta^n$ **的存在性**（Fishburn **和** Rubinstein，1982）。**它们足以证明下面的罗宾斯坦恩定理中提到的存在性。定理中的惟一性还需要假定** 5 **和假定** 6。■

无限范围博弈

把前面的博弈扩展到无限范围是很有意思的。罗宾斯坦恩（也可参见 Shaked **和** Sutton，1984，**以及** Binmore，1986，**以了解不同的表述和证明）向我们展示了即便是在无限范围时，该博弈仍只有惟一的** SPE。

定理 1（罗宾斯坦恩）

轮流提议的无限范围讨价还价博弈有惟一的 SPE。■

无限范围模型对于新的关于“纳什程序”——即公理化途径和非合作途径间的关系的探讨来说更为有趣。我们在这里先集中精力探讨第一个问题（有惟一的 SPE，**译者注），而把这一模型和“纳什讨价还价解”的关系放到本章** 5.2.3 **节去探讨。**

均衡的决定及罗宾斯坦恩结论的证明

我们还来考虑两位参与者就瓜分一笔固定数目的钱而进行的讨价还价。我们是想研究博弈的非合作均衡。罗宾斯坦恩定理说该博弈有惟一的 SPE。我们将用 Shaked 和 Sutton（1984）提供的验证来证明这一结论。从参与者 1 开始的博弈是 G_1，从参与者 2 开始的博弈是 G_2。和前面一样，这两个博弈除了开始的人不同之外是完全相似的。原则上来说，用反向归纳法来求解这一无限范围博弈是非常困难的。不过这里我们可以利用博弈结构的稳定性（stationarity）。

假设有若干个 SPE 结果。令 H_1 为参与者 1 的最高支付，L_1 为最低支付。类似地，令 H_2 和 L_2 为相应地在博弈 G_2 中的值。为了证明罗宾斯坦恩定理，我们必须有：$H_1=L_1$ 和 $H_2=L_2$。

首先注意到，博弈 G_1 中的任何 SPE 都会由参与者 1 在第一轮（时期 0）提出且马上就被参与者 2 所接受。其次注意到对我们的参与者而言，最高支付和最低支付有很强的相互影响。其实，在时期 0，即博弈 G_1 开始的时候，如果参与者 1 的提议留给参与者 2 的份额不足 $\delta_2 L_2$，参与者 2 就会表示不同意并且一定能够在博弈 G_2 中得到他（她）的最低支付，即 L_2 的现值或 $\delta_2 L_2$。所以，博弈 G_1 中的任何 SPE 都能够给参与者 2 至少 $\delta_2 L_2$ 的支付，给参与者 1 至多（$1-\delta_2 L_2$）的支付。也就是：

$$H_1\leqslant 1-\delta_2 L_2 \tag{5.1}$$

之后我们便可以利用在博弈 G_2 中参与者 2 的最大的子博弈完美结果，来推断在博弈 G_1 中参与者 1 的最小结果。如果参与者 1 在开始博弈 G_1 时提出留给参与者 2 的支付要比参与者 2 在博弈 G_2 中的最大支付还要多，那么参与者 2 就会毫不犹豫地表示同意。正规地讲，参与者 2 会毫不犹豫地接受参与者 1 提出留给他（她）的任何大于 H_2 的折现值（即 $\delta_2 H_2$）的支付。参与者 1 这样的提议不可能是他（她）的子博弈完美的结果。少留给参与者 2 一些，他（她）自己的境况就会更好，且参与者 2 还是表示同意的。所以，参与者 1 的最小的子博弈完美结果，即 L_1，是不能低于 $1-\delta_2 H_2$ 的。也就是：

$$L_1\geqslant 1-\delta_2 H_2 \tag{5.2}$$

很明显，如果我们运用同样的方法考察由参与者 2 开始的博弈，便会得到类似的不等式：

$$H_2\leqslant 1-\delta_1 L_1 \tag{5.3}$$

$$L_2\geqslant 1-\delta_1 H_1 \tag{5.4}$$

把式（5.4）代入式（5.1）便得到：

$$H_1\leqslant 1-\delta_2 L_2\leqslant 1-\delta_2(1-\delta_1 H_1)$$

整理后，即：

$$H_1\leqslant\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2} \tag{5.5}$$

同理，由式（5.2）和式（5.3）可得到：

$$L_1\geqslant 1-\delta_2 H_2\geqslant 1-\delta_2(1-\delta_1 L_1)$$

整理后，即：

$$L_1\geqslant\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2} \tag{5.6}$$

由式（5.5）和式（5.6）可得：

$$H_1\leqslant\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}\leqslant L_1 \tag{5.7}$$

然而，根据定义，我们知道最低的结果 L_1 不能比最高的结果 H_1 大，即：

$$L_1\leqslant H_1 \tag{5.8}$$

由式（5.7）和式（5.8）可得：

$$L_1 = H_1 = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2} \tag{5.9}$$

$$L_2 = H_2 = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2} \tag{5.10}$$

所以，博弈只有惟一的 SPE。

我们必须强调的是，这一结果是立即达到的（在第一轮的谈判中）。两位参与者实际上的所得取决于谁来开始博弈。如果是参与者 1 来开始博弈，他（她）将得到：

$$\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$$

参与者 2 得到：

$$\frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}$$

我们还会注意到，如果两位参与者迫不及待的程度相同，那他们的折扣率就是一样的，我们不妨令其为 δ，那么参与者 1 所得的份额就是：

$$x_1 = \frac{1}{1+\delta}$$

参与者 2 得到：

$$x_2 = \frac{\delta}{1+\delta}$$

评论与说明

在这个例子当中，很明显，如果迫不及待的程度非常之强烈，即很高的折扣率 r，或接近于 0 的折扣因子 δ，就会给参与者 1 带来较大的份额。比方说，如果折扣率是 5000%，那么 $\delta=0.0196$，从而 $x_1=0.98$。这一结果背后的直觉认识很明白：迫不及待的程度非常高时，博弈便瓦解为一种一个时期的（one-period）最后通牒博弈，出现强大的先动者优势也就不足为奇了。

如果参与者们并非迫不及待，那么 δ 便接近于 1，且参与者 1 所得的份额接近于 1/2。这里直觉的认识是：折扣率 r 较低，参与者 2 便有动机拒绝接受参与者 1 所提出的任何不平等的提议。因为参与者 1 将从拖延当中承受更多的损失。注意，折扣率一定不会是 0，否则便会导致博弈的连续不绝的 SPE（a continuum of SPE）。为消除不确定性（indeterminacy）我们必须保证参与者有动机较早地达成协议。

能够消除上面提到的先动者优势的另一情形是，在提议和反提议（counteroffer）之间没有时间间隔（time interval）。两时期之间的时间间隔以 Δ 来表示，折扣因子便可写成 δ^{Δ}。于是当 $\Delta\to 0$时，参与者 1 的均衡份额便是：

$$x_1 = \lim_{\Delta\to 0}\frac{1-\delta_2^{\Delta}}{1-\delta_1^{\Delta}\delta_2^{\Delta}} = \frac{\ln\delta_2}{\ln\delta_1+\ln\delta_2} = \frac{r_2}{r_1+r_2}$$

当折扣因子相等时，极限的结果便是 $x_1=x_2=1/2$。在这种情况下，博弈的解只依赖于时间偏好，而与谁先行动无关。

当参与者的折扣率不相等时，他们的折扣率的相对大小就会影响博弈的结果。如果参与者 1 比参与者 2 更加迫不及待，即如果 $\delta_1<\delta_2$，那么从式（5.9）和式（5.10）便可得到：$x_2>x_1$，意即参与者 2 所得的份额要大于参与者 1 所得的份额。这一结果反映了讨价还价的一个很直观的思想："讨价还价能力"（bargaining power）部分地来自于等待的能力和意愿。

类似的谈判准则的变动会给均衡结果带来相应的变化。比方说，我们可以设想参与者们有不

同的反应速度（speeds of response），我们现在不再像到目前为止的那样假定每次提议的间隔是一成不变地等于 1。如果参与者 2 用以反应的时间较长，那么很明显地，不同意给他（她）带来的成本要大于参与者 1。逻辑上讲，这等价于参与者 2 的一个较高的折扣率 r_2，给参与者 1 带来了讨价还价力量上的优势。这并不是让人感到多么惊讶的事，然而它确实引发了关于谈判准则的轻微变动就导致博弈结果的巨大变动的讨论。

考察前面由克瑞普斯（Kreps）（1990）提出的例子。我们先从一个时间间隔是常量且等于 1，且折扣率也是相同的——不妨令其为 10%的状态出发。瓜分的美元将以前面的结果分配：$x_1=\frac{1}{1+\delta}, x_2=\frac{\delta}{1+\delta}$。

这一结果给出的便是：参与者 1 得到的份额略大于 50 美分（52.50 美分），参与者 2 得到的份额略小于 50 美分。现在，假定每一参与者都能对另一参与者的提议立刻表示同意，只不过参与者 1 做出回应需要 2 秒钟，而参与者 2 做出回应需要 6 秒钟。那么均衡的结果便是：$x_1=0.75$，$x_2=0.25$。这一变化给人的印象是深刻的。

类似地，另一谈判规则的轻微变化可以使结果向其他的方向转变。现在假定，任何回答，即不管是积极的反提议还是消极的反提议，所占用的参与者的时间都是不同的。比方说，还是参与者 1 做出回答需 2 秒钟，参与者 2 做出回答需 6 秒钟。但是，与刚才的情形不同的是，如果参与者 2 表示不同意，那么他（她）就不必再等 6 秒钟。于是，或许有些令人感到意外，博弈的结果变成对参与者 2 有利了，参与者 2 得到 $x_2=0.75$ 而参与者 1 现在只能得到 $x_1=0.25$。这里的原因在于，既然表示同意或提出其他提议占用同样的时间间隔，那么和刚才的情况相比，这里的等待成本就变成相反的了。参与者 2 在做出回答之前所花费的时间不再必须是 6 秒钟，但参与者 1 做出回答必须花费 2 秒钟。很明显，参与者 1 在这里的等待成本更高一些。

对这些结果的一个颇为有趣的解释来自于克瑞普斯（1990b，565）：“在罗宾斯坦恩模型和其他变形的模型中，讨价还价能力大小的关键在于把等待的责任推给对方承担的能力的大小。”在罗宾斯坦恩模型中，当一位参与者提出一个提议的时候，另一位参与者便有回避从而等待的任务（task），他（她）知道等待可能会带来较好的结果，但等待的代价也是昂贵的。这就是为什么当一位参与者的等待成本稍微升高一点的时候，均衡结果便会大大地有利于另一参与者。

这一解释引发了另一有趣的问题。这些结果是否严格地依赖于罗宾斯坦恩提出的轮流提议的结构？回答是否定的。同样的结果在任何“每一参与者都有能力把等待的责任完全推给对方”的博弈中都会出现。

5.1.3　“外部选项”（outside option）博弈

第一个例子

我们现在来考察一个非常类似于前面所述的罗宾斯坦恩最简单模型的例子。只不过这次我们假定参与者 2 有一个“外部选项”：价值相当于蛋糕的 x_2^0 份额。在我们前面研究的博弈中，参与者 2 对参与者 1 的提议只能说“同意”或者“不同意”，但现在他（她）可以说“我不干了”。这一博弈可用图 5.4 的博弈树来表示。

可以看出惟一的 SPE 是：

$x_1=\min(1/1+\delta, 1-x_2^0)$；$x_2=\max(\delta/1+\delta, x_2^0)$

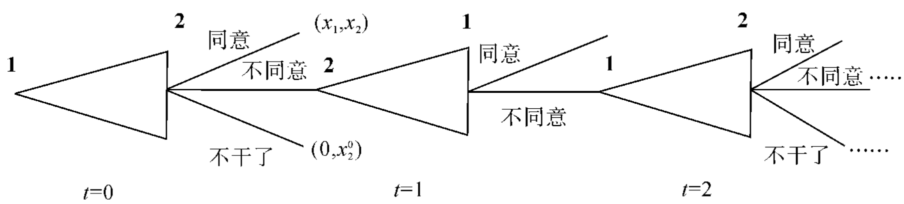


图 5.4　外部选项博弈树：第一种情况

证明：首先假设参与者 2 的选项（外部选项，译者注）大于它在没有外部选项的讨价还价博弈中的所得：$x_2^0>\delta/1+\delta$。参与者 1 知道如果在博弈开始的时候留给参与者 2 的份额比 x_2^0 还要少的话，参与者 2 就会表示不干了（原文是不同意，say “no”，但根据上下文以来判断应是不干了，译者注）并得到有保障的份额 x_2^0。很明显，参与者 1 的最佳选择是立即提议 $x_1=1-x_2^0$ 和 $x_2=x_2^0$。$x_2^0<\delta/1+\delta$ 的情况也是容易考察的，在这种情况下，外部选项的存在不影响最终的结果。■

刚才的例子其实是有外部选项影响的一般模型的一个特例。一个很有趣的方面是研究博弈的外部威胁的可置信度。很小的威胁是不可置信的，所以也并不对博弈的结果造成影响（我们在下一节有关和“纳什讨价还价解”的关系中将进一步对这一问题进行评述，因为它和“现状”位置——外部选项是否改变现行状态从而影响结果有关）。

其他的例子

现在我们来研究 Sutton（1986）提出的博弈。还是瓜分美元（或任何大小为 1 的蛋糕）的问题。参与者有共同的折扣因子 $\delta<1$。和前面的博弈中一样，时期 $t=0$ 时，参与者 2 对参与者 1 提出的任何提议表示“同意”或“不同意”。如果他（她）表示同意，博弈便结束。但如果他（她）表示“不同意”，一个随机事件就以概率 p 发生。如果这一随机事件发生，参与者可以选择退出博弈（不干了）。这样的话，他（她）将得到蛋糕的 x_2^0 份额，同时参与者 1 得到 x_1^0 的份额。但如果随机事件并不发生，参与者 2 就没有选择退出（不干了）的机会了。于是博弈便继续进行，参与者 2 提出反提议。这回轮到参与者 1 表示“同意”或“不同意”了。如果他（她）表示“同意”，博弈便结束。如果他（她）表示“不同意”，又会有一个随机事件以概率 p 发生，这种情况下参与者 1 可以选择退出（不干了）并得到打了折扣的支付 δx_1^0，同时参与者 2 得到打了折扣的支付 δx_2^0。如此等等，如图 5.5 所示。

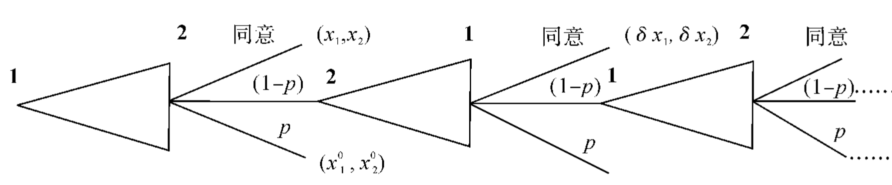


图 5.5　外部选项博弈树：第二种情况

当然，如果博弈确实能够进行，那么参与者们必须在博弈中能使自己的所得有所增进。这一点排出了外部选项之和大于 1 的可能性。这不仅对于 $x_1^0+x_2^0$ 来说是如此，而且对于如果两位参与者单单等待他们的外部选项出现时所能达到的安全水平之和来说也是如此，即：

$\pi_1^0+\pi_2^0<1$

其中，$\pi_1^0=p\,x_1^0+p(1-p)\,\delta x_1^0+\cdots=p\,x_1^0/[1-(1-p)\,\delta]$，类似地：

$\pi_2^0=px_2^0/[1-(1-p)\,\delta]$。

这一博弈可用上面考察过的方法来解决。对于瓜分一笔固定数量的钱（或蛋糕），有惟一的SPE。当外部选项和参与者在谈判中所能获得的份额相比较小时，均衡结果便和罗宾斯坦恩模型中的结果一样，即：

$x_1=\dfrac{1}{1+\delta}$和$x_2=\dfrac{\delta}{1+\delta}$，当：$x_1^0$，$x_2^0\leqslant\dfrac{\delta}{1+\delta}$

与之相反的情况是两位参与者都想在外部选项可选时选择它。于是均衡结果便是：

参与者1得到：$x_1=\dfrac{1-p\,x_2^0-(1-p)\,\delta+p(1-p)\,\delta x_1^0}{1-(1-p)^2\delta^2}$

参与者2得到：$(1-x_1)$。

证明：运用Shaked和Sutton的证明很容易得到这一结果。令M为参与者1的支付上限，如果轮到参与者2提议时，他（她）希望参与者1接受他（她）的提议的话，那他（她）所提的留给参与者1的最小值就是参与者1期望支付的最大值，即：

$p\,x_1^0+\delta(1-p)\,M$

于是在时期$t=1$时参与者2所能得到的最大值便是：

$[1-p\,x_1^0-\delta(1-p)\,M]$

在时期$t=0$时参与者1考虑他（她）的第一次提议，他（她）知道只有当自己提议留给参与者2的支付是参与者2的期望支付时，对方才会接受，即：

$p\,x_2^0+\delta(1-p)\,[1-p\,x_1^0-\delta(1-p)\,M]$

最后，参与者1的最大支付是：

$M=1-p\,x_2^0-\delta(1-p)\,[1-p\,x_1^0-\delta(1-p)\,M]$

我们得到：

$M=x_1=\dfrac{1-p\,x_2^0-(1-p)\,\delta+p(1-p)\,\delta x_1^0}{1-(1-p)^2\delta^2}$

当然，相应于一位参与者的外部选项比另一位的外部选项要好的情形，还有两种中间情况（参见练习5.4）。■

上述结果的“极限状态”能给我们有趣的见识。假定（像5.1.2节中那样）提议和反提议彼此跟得很紧。提议间的时间间隔是Δ，折扣因子是δ^{Δ}。最后，用（$1—e^{\lambda\Delta}$）来代替概率p，以便使得每次当外部选项出现从而打断讨价还价的时候能够保持概率的一致性。在极限当中，$\Delta\to 0$，均衡结果变为：

$x_1=\dfrac{1}{2}$，当：x_1^0，$x_2^0\leqslant\dfrac{1}{2}$

当参与者愿意选择外部选项时（前提是当外部选项可选）：

$(1-\omega)\dfrac{1}{2}+\omega[x_1^0+\dfrac{1}{2}(1-x_1^0-x_2^0)]$

其中，$\omega=1/(1-\ln\delta/\lambda\ln\lambda)$。同样，这里也有两种中间情况。

注意，最终的结果不仅依赖于外部选项与继续讨价还价过程所能得到的之间的相对重要性，还依赖于外部选项可选择的概率与折扣因子（即ω所代表的因素）之间的相对重要性。如果ω

趋于 0，参与者 1 将得到 1/2，和在罗宾斯坦恩模型中一样。反过来，如果外部选项可选择的概率非常高，也即如果 ω 趋于 1，那么这笔钱就会按照“打破差异”原则来分配。每一参与者所得的份额就是外部选项的金额再加上 1（瓜分的总数）与外部选择价值之和之间差值的一半。

前面我们讨论的这种体制有助于理解什么时候某些外部选择是充当空头威胁的角色，以及它们怎样充当这种角色。如果我们考虑另外一个博弈，对这一点就会更加肯定。这一博弈与前面的博弈非常类似，只不过这次如果随机事件发生，参与者就只能自动地接受他们的外部选择。对于外部选择的所有可能的值，公式$(1-\omega)1/2+\omega[x_1^0+1/2(1-x_1^0-x_2^0)]$都是适用的。如果 $\omega\to1$，我们便得到“打破差异”原则：

$$x_1=x_1^0+1/2(1-x_1^0-x_2^0)$$

这一结果表明威胁的可置信与否是十分重要的。如果（外部选项，译者注）是自愿选择的，那么价值较低的外部选项对结果就没有影响。然而在这第二个博弈当中，外部选项是外来强加的，那么即使是很小的威胁也是可信的。

当我们讨论非合作途径和公理化途径的联系时，所有这些结论都是非常重要的。

简评 1

讨价还价过程中一个关键的问题是参与者的个数。不幸的是罗宾斯坦恩模型并没有扩展到那些参与者多于 2 人的情况。如果有三个或三个以上的参与者，就会出现多个 SPE。所以罗宾斯坦恩的结论就只适用于双边博弈。■

5.1.4 不完备信息讨价还价的非合作理论*

到目前为止，我们都假设参与者了解博弈的方方面面。这种完备信息的博弈暗示了参与者之间能够立刻达成协议。然而，众所周知，在现实的讨价还价实践中，协议的达成常常是一拖再拖。明确地引入不完备信息有助于我们理解这种一拖再拖的现象，也有助于我们理解为什么尽管交易存在明显的利益却无法达成协议的现象。

参与者通常都缺乏信息，所以他们不得不花时间来获得它们——至少是获得部分信息。一种所谓的发信号（signaling）理论或许能够解释协议的拖延现象。一位参与者可能想发出这样的信号：通过提出一个较弱的参与者不会接受的提议来表明他（她）的相对强大。在达成协议之前等待就是发信号策略的一种。可以根据这些行动来解释不合作的发生及其时间。

在讨价还价模型中引入不完备信息有多种途径。于是均衡的概念便是 PBE 及 PBE 的精炼。在大多数情况下，会有大量的 PBE，这实际上并不是什么令人感到惊奇的（参见第四章 4.2.2 节）。通过运用各种各样的精炼规范，可以选出一些特殊的均衡。不过，这种均衡的选择与其说像是一些被普遍接受的结论，不如说是像一系列的例子。

我们在此考虑一个两时期的讨价还价模型（参见 Fudenberg 和 Tirole，1983）。一个卖者和一个买者（风险中性）就一件不可分割的商品进行讨价还价。卖者（此后称其为“她”）的机会成本是 c，这也是她对该商品的评价，这些双方都很清楚。为了使问题简化，我们将假定 $c=0$。然而，买者（此后称其为“他”）可能对商品有一个低的评价$\underline{v}$ 和一个高的评价 $\bar{v}$ 且这一信息是卖者所不知道的。

在时期 $t=0$，卖者要价 p_0。买者表示“同意”或者“不同意”，如果他表示“不同意”，那么第二轮 $t=1$ 时期就还有一次尝试机会（trial），之后不管怎样，博弈都结束。（注意，这一模型也可理解为一种耐用物品垄断，面临的是连续的无限小的消费者。）如果在第一轮即 $t=0$ 时期

就达成了协议，那么卖者和买者获得的支付分别为 p_0 和（$v-p_0$），其中 $v=\{\underline{v},\bar{v}\}$。假定共同的折扣因子是 $\delta_s=\delta_b=\delta$，那么当协议在第二轮即 $t=1$ 时期达成时，卖者和买者获得的支付分别为 δp_1 和 δ（$v-p_1$）。如果协议没有达成，那么卖者和买者获得的支付便都为 0。

我们来寻找博弈中的 PBE。卖者对买者的类型有先验概率，我们令 $\bar{\Pi}$ 和 $\underline{\Pi}$ 为第一轮即 $t=0$ 时期的概率，卖者和买者分别有一个高的评价和低的评价。在观察到买者对第一轮要价的反应之后，卖者就可以根据贝叶斯法则修正她的概率。令 $\bar{\mu}$（p_0）为卖者在第一轮观察到买者拒绝 p_0 之后的信念（即 $v=\bar{v}$）：

$\underline{\mu}(p_0)=1-\bar{\mu}(p_0)$

如果博弈进行到第二轮，那么卖者的最优定价应是多少？首先注意到，有两个最优的纯策略：$p_1=\underline{v}$ 和 $p_1=\bar{v}$。任何低于 $\underline{v}$ 的价格都会被买者所接受，当然，$p_1=\underline{v}$ 也会被他接受，这样的话对卖者要好一些（与低于 $\underline{v}$ 相比，译者注）。价格高于 $\bar{v}$，便没有人愿意买。价格在 $\underline{v}$ 和 $\bar{v}$ 之间，只有评价较高的买者会买，不过，他在 $p_1=\bar{v}$ 的时候也会买。混合策略也是可行的：那便是在 $\underline{v}$ 和 $\bar{v}$ 之间的随机量。如果卖者要价 $p_1=\underline{v}$，那么她的期望支付（第二次要价）便一定是 $\underline{v}$；如果卖者要价 $p_1=\bar{v}$，那么她的期望支付（第二次要价）便是：$\bar{\mu}$（p_0）$\bar{v}$。在第二阶段的最优定价策略便是：

$p_1^*=\underline{v}$ 如果 $\bar{\mu}\bar{v}<\underline{v}$

$p_1^*=\bar{v}$ 如果 $\bar{\mu}\bar{v}>\underline{v}$

$p_1^*=\underline{v}$ 和 $\bar{v}$ 之间的任一随机量如果 $\bar{\mu}\bar{v}=\underline{v}$

买者的最优策略是很明显的。注意，（买者当中）评价较低的类型是得不到剩余的，而评价较高的买者在卖者认为他的评价是 $\underline{v}$ 时能够得到剩余。

我们现在来看博弈的第一阶段。卖者要价 $p_0\in[\underline{v},\bar{v}]$。买者会如何反应？如果 $p_0=\underline{v}$，那么两种类型（即评价高者和评价低者，译者注）都同意买，因为他们没法指望更好的价钱了。如果 $p_0>\underline{v}$，评价低的买者拒绝，因为这对他来说意味着负的剩余。评价较高的买者的行为非常有意思。如果拒绝 p_0 将导致卖者把概率修正为 $\bar{\mu}$（p_0），且 $\bar{\mu}$（p_0）$\bar{v}>\underline{v}$，那么在第二轮卖者就会要价 $p_1=\bar{v}$。那样的话，买者就得不到任何正的剩余。在这种情况下，他在第一轮就买下这个商品对他来说更好一些。

很明显，这种情形导致了自相矛盾，因为评价低的买者总是拒绝 $p_0>\underline{v}$ 的要价，且运用贝叶斯法则得到的是 $\bar{\mu}$（p_0）$=0$（这里假定 $\bar{\mu}$（p_0）$\bar{v}>\underline{v}$）。现在如果 $\bar{\mu}$（p_0）$\bar{v}<\underline{v}$，卖者在第二轮就会要价 $p_1=\underline{v}$。评价较高的买者如果在第一轮就表示同意，就得到支付（$\bar{v}-p_0$）；如果他等到第二轮再表示同意，他就得到支付 δ（$\bar{v}-\underline{v}$）。很明显，如果（$\bar{v}-p_0$）$>\delta$（$\bar{v}-\underline{v}$），他就会在第一轮立刻表示同意。

令 $\tilde{v}$ 为评价较高的买者在时期 0 所愿意出的最高价（他知道 p_1 将是 $\underline{v}$）。卖者在第一轮将愿意出售，如果 $p_0\leqslant\tilde{v}\equiv$（$1-\delta$）$\bar{v}+\delta\underline{v}$。如果 $p_0>\tilde{v}$，那么评价较高的买者的最优策略是拒绝这种价格并选择等待。运用贝叶斯法则得到：$\bar{\mu}$（p_0）$=\bar{\Pi}$。

可以分出两种情况：$\bar{\Pi}\bar{v}<\underline{v}$ 或 $\bar{\Pi}\bar{v}>\underline{v}$。

第一种情况：$\bar{\Pi}\bar{v}<\underline{v}$

在这种情况下，对于任何 $p_0>\underline{v}$，卖者在第二轮都必须要价 $p_1=\underline{v}$，因为 $\bar{\mu}$（p_0）$\bar{v}\leqslant\bar{\Pi}\bar{v}<\underline{v}$。在第一轮，卖者可以要价 $p_0=\underline{v}$ 或 $p_0=\tilde{v}$。后一个策略可以使得总支付为 $\bar{\Pi}\tilde{v}+\delta\underline{\Pi}\underline{v}$，前者将给出支付 $\underline{v}$。当然，如果 $\underline{v}>\bar{\Pi}\tilde{v}+\underline{\Pi}\underline{v}$，卖者就会提出 $p_0=\underline{v}$ 并且买者也会马上表示同意——无论它是什么类型。$\bar{\Pi}\bar{v}<\underline{v}$ 的假定排除了 $\underline{v}<\bar{\Pi}\tilde{v}+\delta\underline{\Pi}\underline{v}$ 的情况［因为 $\bar{\Pi}\tilde{v}+\delta\underline{\Pi}\underline{v}=\bar{\Pi}\bar{v}+\delta$（$\underline{v}-\bar{\Pi}\bar{v}$）$<\underline{v}$。］

第二种情况：$\bar{\Pi}\bar{v}>\underline{v}$

这时，如果 $p_0=\underline{v}$，买者就会在第一轮买下这一商品——无论它是什么类型。卖者的支付是 $\underline{v}$。如果 $p_0\in[\underline{v},\tilde{v}]$，类型为 $\underline{v}$ 的买者就会在第一轮拒绝购买。但是如果 $p_0\leqslant\tilde{v}$ 的话，一个评价较高的买者就会在第一轮购买，因为要是等到第二轮的话对他来说是不划算的。于是卖者的最佳选择便是 $p_0=\tilde{v}$以及 $p_1=\underline{v}$，这给其带来总支付：$\bar{\Pi}\tilde{v}+\delta\underline{\Pi}\underline{v}$。最后一种可能性是：$\tilde{v}<p_0<\bar{v}$。于是两位参与者都只好采取随机化的策略。对于 $\bar{v}$－类型的买者来说，总是拒绝 p_0 并不是一个均衡策略。于是修正后的概率便是：$\bar{\mu}$（p_0）$=\bar{\Pi}$。在买者拒绝的时候，卖者并不能获得任何信息。由于我们在这儿考虑的是 $\bar{\Pi}\bar{v}>\underline{v}$ 的情况，所以卖者便会要价 $p_1=\bar{v}$，很明显，评价较高的买者立即表示同意会比较好。

一个评价较高的买者在第一轮就以概率 1 表示同意这项交易这种做法也不是一个均衡（正如我们上面提到过的那样）。在这种情况下，对于买者来说，混合策略并不是惟一的均衡策略。当且仅当修正概率 $\bar{\mu}$（p_0）是这样时——卖者在要价 $\underline{v}$ 和 $\bar{v}$ 之间无差异，或者 $\bar{\mu}(p_0)\bar{v}=\underline{v}$，这一策略才和卖者的信念以及行为一致。我们把 β（p_0）称为评价较高的买者接受要价 p_0时的概率。由贝叶斯法则得到：

$$\bar{\mu}(p_0)=\frac{\bar{\Pi}[1-\beta(p_0)]}{\bar{\Pi}[1-\beta(p_0)]+\underline{\Pi}}$$我们必定有：

$$\frac{\bar{\Pi}[1-\beta(p_0)]}{\bar{\Pi}[1-\beta(p_0)]+\underline{\Pi}}\bar{v}=\underline{v},$$

上式定义了 β（p_0）的一个惟一的值：

$$\beta(p_0)=\frac{\bar{v}-\underline{v}/\bar{\Pi}}{\bar{v}-\underline{v}}$$

由于卖者在第二阶段可以在 $\underline{v}$ 和 $\bar{v}$ 之间随机地选择，那么就有必要知道均衡混合策略。评价较高的买者在购买与等待之间是无差异的，仅当下式成立时：

$$(\bar{v}-p_0)=\delta\gamma(p_0)(\bar{v}-\underline{v})$$

其中 γ（p_0）是卖者在第二轮中要价 $\underline{v}$ 的概率。概率 γ（p_0）的定义也是惟一的。所以当 $\bar{\Pi}\bar{v}>\underline{v}$的时候，有惟一的 PBE。

有赖于参数值的不同，该均衡会以下面三种方式之一表示：

（a）卖者选择 $p_0=\underline{v}$，买者立即表示同意，不论他的类型是什么。

（b）卖者提出 $p_0=\tilde{v}$，评价较高的买者会接受这一要价；之后卖者提出 $p_1=\underline{v}$，这总是会被接受的。

（c）卖者提出 $p_0=\bar{v}$，$\bar{v}$－类型的买者会以某个概率接受这一提议；之后卖者提出 $p_1=\bar{v}$，这

总会被 $\bar{v}$－类型的买者接受［容易证明当各种参数使这种情况变得更为有利并且 $p_0=\bar{v}$的时候，卖者要价 $p_1=\underline{v}$ 的概率 γ（p_0）便等于零］。

在前面的例子中，都只有一个 PBE，并且均衡策略与所谓的 Coasian 动态相一致：随着时间的流逝而变得越来越悲观的卖者在不同的阶段（时期）要价越来越低。问题在于，在更为复杂的讨价还价情形中，存在有许多的 PBE。当卖者和买者都有两种潜在的类型（双方面的不完备信息）时，有多个均衡的情况尤为令人感到烦忧（参见 Fudenberg 和 Tirole，1983）。在罗宾斯坦恩（Rubinstein）讨价还价模型中的不完备信息也导致了有多个 PBE。于是我们可以运用各种各样的选择标准（参见第四章 4.3 节），但是不幸的是，到目前为止所发现的解法都依赖于极其特殊的假定，并且不是令人百分之百地满意。

5.2　讨价还价的公理化模型及纳什程序

当非合作途径致力于寻求定义在某些“制度框架”（institutional frameworks）中的博弈的均衡的时候，公理化途径却在努力寻求某些能在更加广泛的“制度安排”中运用的一般的特征。

在两篇著名的文章中，纳什（1950b、1953）提出了一系列能够被讨价还价解证实的公理。之后他向我们表明，在某些很特别的条件下，只有一个结果能够证实这些公理。这一结果今天被称为“纳什讨价还价解”（Nash bargaining solution）（NBS）。

这一公理化的途径可在许多经济条件下运用。但是，需要澄清的是，它并非宣称要描述串谋过程真实的方面。它所宣称的目的只是，当它满足这些公理所表明的合理的特性时，为寻求一个合意的解而尽一份力。还有其他公理化的解：特别是 Raffia-Kalaï-Smorodinsky 解和平等主义解。

不过，我们将会看到，这种 NBS 特别有趣的一个特性便是，在某些情况下，它看起来似乎很像罗宾斯坦恩模型非合作模型中的极端的解。

5.2.1　纳什讨价还价解

讨价还价问题的描述

在纳什看来，一个讨价还价问题是定义在两方面之上的：一方面是用效用表示的可行性的支付集合，另一方面是当协议无法达成时参与者所能获得的特殊的支付。正式地讲，一个讨价还价问题是用一对变量（X，d）来描述的，其中 $X\subset IR^2$，是可行性支付对的集合（能够被讨价还价的双方共同达到的），d 是 X 中的一点，代表当参与者无法达成协议时的现状（即“无法达成协议”点、“威胁”点或“僵局”点）。值得注意的是，这一表述没有用到任何关于可能达成的协议的客体或本质的信息，而只是用到了以效用表述的结果。如果我们假定参与者根本上是对以效用表示的讨价还价过程的结果感兴趣的，相应地，如果我们假定“福利主义”（welfarism），那么，这样做（指不用关于可能达成的协议的客体或本质的信息这一行为，译者注）就不会导致根本信息的丢失。

关于可行性集合有一些经典的技术性假定：X 是 IR^2 空间上的一个凸的、密集的、完全的子集。这样假定的结果，一个讨价还价问题看起来就一定是像图 5.6 所示的图像。

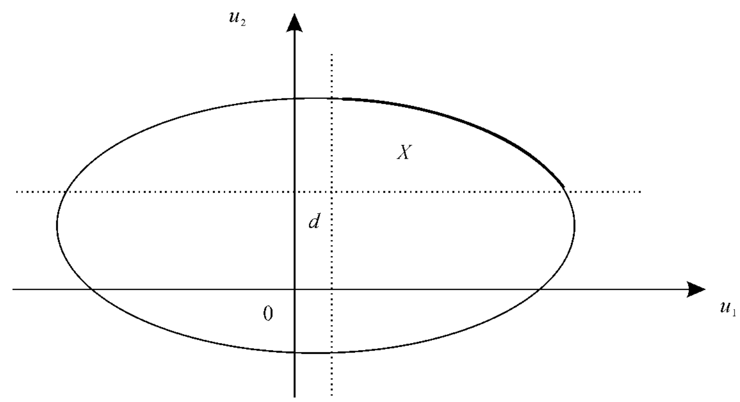


图 5.6　一个讨价还价问题（X，d）

纳什公理

一个讨价还价解被定义为一种公理化的方法，这一方法赋予每一讨价还价问题惟一的结果：一个参与者们达成协议的支付对。

定义 1

令 B 为讨价还价问题集合。一个讨价还价解是一个把每一讨价还价问题（X，d）$\in B$ 和一个特殊的结果（u_1^*，u_2^*）$=f$（X，d）联系起来的函数 f：$B \to IR^2$。■

根据这一定义，我们能够很容易地理解，不同的公理体系会导致不同的讨价还价解。

我们来看下面的公理。

A_1 ——个人理性：

$f(X,d) \geqslant d$，对所有$(X,d) \in B$

A_2 ——弱帕累托效率：

$(u_1, u_2) > (u_1^*, u_2^*) = f(X,d)$意味着$(u_1, u_2) \notin X$

A_3 ——不变性（关于效用）：

如果$(X,d) \in B$ 和$(Y,d') \in B$ 有：$(v_1, v_2) = (a_1 u_1 + b_1, a_2 u_2 + b_2)$，对所有的$(u_1, u_2) \in X$ 和$(v_1, v_2) \in Y$，且对所有的 a_1，$a_2 \in IR_+^2$ 和 $b \in IR$ 都成立，那么：$(v_1^*, v_2^*) = f(Y,d') = (a_1 u_1^* + b_1, a_2 u_2^* + b_2)$

A_4 ——不相关选择的独立性：

对任何凸的、密集的集合 Y，$Y \subseteq X$：$f(Y,d) = f(X,d)$

A_5 ——对称（symmetry）：

如果（X，d）有：$d_1 = d_2$，$(u_1, u_2) \in X$ 意味着$(u_2, u_1) \in X$

那么，$(u_1^*, u_2^*) = f(X,d)$满足 $u_1^* = u_2^*$

公理 A_1 是说，对于每一参与者而言，如果他（她）是理性的，那么他（她）会接受一个串谋的结果，仅当这一结果给他（她）带来的效用至少和不达成协议时带来的效用一样多。因此这一公理意味着 $u_1^* \geqslant d_1$ 和 $u_2^* \geqslant d_2$。公理 A_2 是说串谋的结果必须是从所有参与者整体的角度来看是理性的。这一集体理性是用弱帕累托效率来评价的。参与者们不会在 X 上达成一对支付协议，

如果对他们每个人来说有更好的结果。这两个公理，在可行性支付对集合里定义了所有个人理性的、有效率的支付子集，这些支付子集有时也被称为“讨价还价集”（图 5.6 中 X 边界上用粗线描述的部分）。

公理 A_3 是说达成协议的支付对于效用的数值来说是不变恒定的。对任一参与者（或对他们双方）的效用衡量尺度做任何线性变换，都必定导致相应的以效用表示的结果的转变，也就意味着，协议还是在同样大小的支付上达成。纳什讨价还价解的这一特性意味着参与者之间效用的对比是相互独立的。所以这一公理也可理解为一种只关注那些讨价还价的纯粹的方面，而明确地把伦理道德（ethical）问题丢在一边的方法。

公理 A_4 被纳什称为“不相关选择的独立性”。它告诉我们，去掉那些不会在讨价还价过程中被选择为解的可行性效用对，一定不会改变最后的结果。为避免和阿罗（Arrow，1963）在社会选择理论中的同名定理相混淆，公理 A_4 有时也被称为“收缩一致性”。图 5.7 所示的简单的图像或许有助于我们理解这一公理。

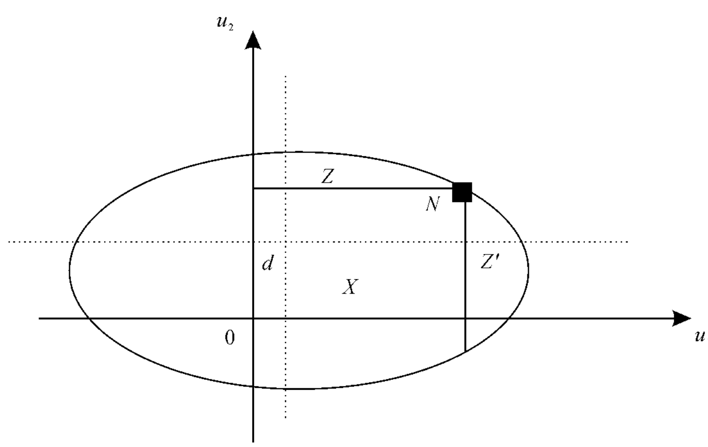


图 5.7　不相关选择的独立性

如果像 N 这样的点是 NBS，可行性效用集是 X，那么它必然也是从可行性集中去掉区域 Z 和 Z' 后余下的集 Y 的解。这一公理使我们能够考察许多在本质上是相同的讨价还价问题；特别地，所有 X 有线性边界的讨价还价问题在这个意义上就是相同的。

公理 A_5 引入了对称的因素。它是说两个参与者的地位是完全对称的，意即博弈的解并非依赖于哪个参与者被称为 1、哪个参与者被称为 2 的这种精确的身份定位。

纳什乘积：规范的和一般化的纳什解

纳什（1953）向我们展示了满足上述公理 $A_1 \sim A_5$ 的惟一的讨价还价解，它也被称为“规范的”（regular）解，这就是：

$(u_1^*, u_2^*) = f(X, d) = \arg\max(u_1 - d_1)(u_2 - d_2)$

该表达式中的乘积被称为“纳什乘积”。

事实上，可以看出，这一结果的证明只需要公理 A_1、公理 A_3、公理 A_4 和公理 A_5，因为公理 A_2 只不过是前三个公理（公理 A_1、公理 A_3、公理 A_4，译者注）的推论（Roth，1979）。

我们应当注意的是，规范的 NBS 也是符合更为严格的帕累托效率的公理的：

A_2'——帕累托效率

如果$(u_1, u_2) \geqslant (u_1^*, u_2^*) = f(X, d)$且$(u_1, u_2) \neq (u_1^*, u_2^*)$，

那么 $(u_1,\ u_2) \notin X$

如果我们把公理 A_5 去掉而重新限定公理集，那么就可以证明一个更为一般的结论（Roth，1979）。

定理 2（纳什，Roth）

如果讨价还价解满足公理 A_1—A_4，那么便存在如下的惟一结果：

$(u_1^*, u_2^*) = f(X, d) = \arg\max (u_1 - d_1)^{\alpha}(u_2 - d_2)^{\beta}$

其中，$\alpha > 0, \beta > 0$ 且 $\alpha + \beta = 1$

如果讨价还价解也满足公理 A5，那么：$\alpha = \beta = 1/2$。■

现在的乘积是“一般化了的”纳什乘积。该定理描述了“一般化的”（或非对称的）NBS。参数 α 和参数 β 可被视为参与者讨价还价的力量。参与者讨价还价的力量越大，我们运用一般化的 NBS 时他（她）所得的份额也就越大。纳什只考虑了两位参与者有同等的讨价还价力的情况。

简评 1

与规范的解相反，一般化的纳什解并不满足公理 $A2'$ 的一致性特性。事实上公理 A_2（弱帕累托效率）、公理 A_3（不变性）和公理 A_4（不相关选择的独立性）不再与公理 A_1（个人理性）相一致。不过，通过运用词典排序来对解进行精炼，帕累托效率的特性还是能够恢复的（参见 Peters，1992，17—25）。■

这一定理表明，讨价还价问题的解可通过求解一个最优化问题来找出。一种图像表述说明了 NBS 的特性。在图像上，NBS 对应的是讨价还价集与式$(u_1 - d_1)^{\alpha}(u_2 - d_2)^{\beta} = c$ 所代表的双曲线的切点（见图 5.8）。

在图 5.8 中定义 $(u_1^*,\ u_2^*) = f(X,\ d)$ 为点 N。在该图像中，N 是 X 的边界点，且过点 R、N 和 T 的直线是 X 在 N 点处的支撑线（supporting line）（我们已经假定 X 是凸的）。于是，点 N 和支撑曲线便是：

$N = \alpha R + \beta T$

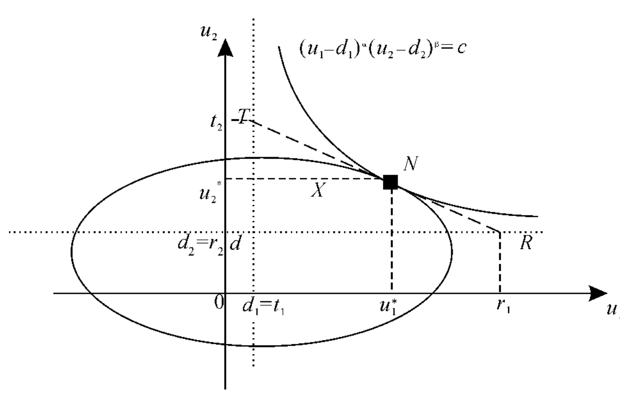


图 5.8 一般化的纳什讨价还价解

证明：（Binmore，1992，189—190）**假定可微，曲线** g（u_1，u_2）$=c$ **在** N **点的切线方程便是**：

$$g'_{u_1}(N)(u_1-u_1^*)+g'_{u_2}(N)(u_2-u_2^*)=0$$

由于 $g(u_1^*,u_2^*)=(u_1^*-d_1^*)^{\alpha}(u_2^*-d_2)^{\beta}$，**这一方程便可写为**：

$$\alpha\frac{u_1-u_1^*}{u_1^*-d_1}+\beta\frac{u_2-u_2^*}{u_2^*-d_2}=0$$

由于 $d=(d_1,d_2)=(t_1,r_2)$，**这一等式便可写为**：

$$\alpha\frac{u_1-u_1^*}{u_1^*-t_1}+\beta\frac{u_2-u_2^*}{u_2^*-r_2}=0$$

点 R **和点** T **在切线上意味着分别有**：

$$\alpha\frac{r_1-u_1^*}{u_1^*-t_1}-\beta=0,-\alpha+\beta\frac{t_2-u_2^*}{u_2^*-r_2}=0$$

如果解这一对以 u_1^* **和** u_2^* **为未知数的方程，我们便得到**：

$$u_1^*=\alpha r_1+\beta t_1,u_2^*=\alpha r_2+\beta t_2$$

即：$N=\alpha R+\beta T$。■

【例子】“打破差异”法则

NBS **也可用“讨价还价集”来描述特征（即集合** X **的帕累托边界）。这一边界是凹函数（由于** X **是凸集）**h **的图像。在** NBS **处，函数**（u_1-d_1）（u_2-d_2）**的图像与函数** h **的图像相切。从这一相切的特征出发，便得到如下的命题（再次假定** h **是可微的）。**

命题 1（Muthoo，1999）

NBS **解是下述方程组惟一的解**：$-h'(u_1)=\dfrac{u_2-d_2}{u_1-d_1}$**和**：$u_2=h(u_1)$。■

证明：从上面的命题出发，我们便可推出所谓的“打破差异”规则，这一规则可在某些 X **集合的帕累托边界为线性函数** $h(u_1)=s-u_1$（**其中** $s>0$，**此时** $-h'$（u_1）$=1$）**中得到应用。因此**：

$$u_1^*=u_2^*-d_2+d_1\ \text{且}\ u_2^*=s-u_1^*$$

最后：

$$u_1^*=d_1+\frac{1}{2}(s-d_1-d_2)\text{且}\ u_2^*=d_2+\frac{1}{2}(s-d_1-d_2)。■$$

这样讨价还价的结果便等价于这样一种协议给参与者带来的结果：给每位参与者 status quo **的效用水平再加上剩余效用**（$s-d_1-d_2$）**的一半（平分）。同样的推理适用于一般化的** NBS，**即**：

$$-h'(u_1)=\frac{\alpha(u_2-d_2)}{\beta(u_1-d_1)}\text{和}\ u_2=h(u_1)$$

其中 α **和** β **分别是一般化的** NBS **中参与者讨价还价的力量。**

可变威胁博弈

我们现在来考虑这样一种情况，有约束力的协议是可能达到的，但是如果协议不能达成，每

一参与者都有广阔的决策范围，而每一参与者的这种决策会对双方都造成影响。这一类型的博弈也是由纳什开始研究的（1953），他证明了他的讨价还价解经过修改还是合理的。这一途径的创新在于把仲裁和非合作博弈联合了起来。

假定每一参与者都有策略集 X_i（密集的、凸的），如果协议无法达成，那么每一参与者的支付函数是 d_i（x_1，x_2）。于是博弈（X_1，X_2，d_1，d_2）便是一个"默认"博弈，即参与者达不成协议也要继续博弈。我们还假定存在一个集合 $X \subset IR^2$ 包括所有参与者在达成有约束力的协议时所能获得的支付（当然，X 包括所有那些在默认博弈中能够获得的支付）。

定义 2（可变威胁双人合作博弈）

博弈（X_1，X_2，d_1，d_2；X）是一个可变威胁双人博弈，其中（X_1，X_2，d_1，d_2）是一个协议无法达成时的双人非合作博弈，X 是合作的可获得的支付集合（密集的、凸的）。我们有：$\{d(x) \in IR^2：x_1 \in X_1, x_2 \in X_2\}$。■

纳什仲裁博弈在于让参与者们同时选择默认博弈的策略，$x_i^T \in X_i$ 用以决定威胁点 d（x^T）。博弈仲裁的结果即是［X，d（x^T）］的 NBS。在这种情形下，参与者并非是为了自身而对支付 d_i（x^T）感兴趣，但他们关心的是它对最终结果（在于他们选择什么样的 x_i^T）的影响。X 的帕累托边界上的任何一点都可以是一个仲裁的结果。借助于图像的帮助，可以看到帕累托边界上的点和 X 中的那些可以作为威胁点之间的关系；进一步观察那些严格竞争的非合作博弈——它们的结果是合作的解，我们便可以证明下面的结果（参见 Friedman，1989，178－179 或 Owen，1995，198－200）。

定理 3（纳什，1953）

令$(X_1, X_2, d_1, d_2；X)$为一个双人可变威胁博弈。如果 u^* 是博弈的 NBS 且 d^T 是最优的威胁策略变量，那么：

$$\frac{u_2^* - d_2(x_1^T, x_2)}{u_1^* - d_1(x_1^T, x_2)} \geqslant \frac{u_2^* - d_2(x^T)}{u_1^* - d_1(x^T)} \geqslant \frac{u_2^* - d_2(x_1, x_2^T)}{u_1^* - d_1(x_1, x_2^T)}$$

此外，所有的合作纳什可变威胁解也拥有同样的支付。■

现在，除了那种支付函数是 $d^*(x)$并满足通常的凹性条件的严格的竞争博弈之外，纳什合作解的存在算是有了保证。

纳什解与风险厌恶：再论"瓜分美元"

让我们再来看一看在两个参与者之间瓜分一笔固定数目的钱（实际上可以是任何东西，如蛋糕等，随便你想）的问题，我们还是假设钱的数目是 1 美元。双方得失攸关的集合是任何两个金钱数目 x_1 和 x_2 的组合：$x_1 + x_2 \leqslant 1$。x_i 空间中的这样支付对的边界是：$x_1 + x_2 = 1$。然而，应该记住的是，在讨价还价问题中，我们感兴趣的是以效用表示的份额，于是参与者们便有 $VN—M$（冯·诺伊曼—罗宾斯坦恩，译者注）效用函数。我们知道，问题的解取决于参与者讨价还价的力量，而这讨价还价的力量是外生给定的。但 NBS 的另一面可通过这个例子看到：问题的解也取决于两个参与者风险规避的相对程度。即便在串谋当中没有具体的风险因素，这一点也依然

成立。

为证明这一点，我们假定两位参与者讨价还价的力量是相等的：

$$\alpha=\beta=\frac{1}{2}$$

考虑如下的 $VN—M$ 效用函数：

$$u_1(x_1)=x_1 \text{ 和 } u_2(x_2)=x_2^{\frac{1}{4}}$$

选择这样的效用函数意味着参与者 1 是风险中性的而参与者 2 是风险规避的（凹的 $VN—M$ 效用函数）。

NBS(u_1^*，u_2^*)便是：

$$\begin{cases}\max(x_1)^{\frac{1}{2}}(x_2^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}}\\ x_1+x_2=1\end{cases}$$

解这一问题，得：

$$x_1^*=\frac{4}{5} \text{和 } x_2^*=\frac{1}{5}$$

所以，即便参与者有相同的讨价还价力量（$\alpha=\beta=\frac{1}{2}$），对这一美元的瓜分也不是平等的。风险规避的参与者得到的份额较风险中性的参与者低。

NBS 的这一性质反映了参与者在面对串谋失败的风险上不同的态度。担心无法达成协议使风险规避的参与者处于一个较为不利的位置。由于在这种博弈中信息是完备的，这种担心就无法瞒过风险中性的参与者，而后者恰能利用这种情形。

简评 2

纳什（1950b）是首先运用公理化方法得出经济应用中的博弈的解的人。尽管社会选择理论中著名的“阿罗不可能性定理”（阿罗，1963 年、1951 年第一版）的发表日期表明这两部著作实质上是同时完成的（指纳什和阿罗的著作，译者注），但纳什和阿罗谁都没有提到对方的研究结果。得益于这种公理化方法，阿罗和纳什深邃的洞察力改变了社会选择问题和讨价还价问题的中心（focus）：一方面，从单个的社会到“社会福利函数”——能给所有的社会一个答案；另一方面，从单个的讨价还价问题到“解”——能给出所有讨价还价问题的解。到了今天，公理化方法大大地拓展了：一般均衡理论，社会选择理论，福利经济学，有关正义的理论，决策理论以及合作博弈理论等，这些是公理化方法得到普遍运用的主要领域。公理化方法把一系列公理化作一个标准的框架。

公理化的讨价还价理论和上述的一些领域有所关联，尤其是社会选择理论和福利经济学。

一个社会福利函数 F（或者，用阿罗的话来讲，叫做一个社会选择法则）是定义在一个非常抽象的效用向量的空间上的。用 U 来表示所有的效用向量 $u=(u_1,\cdots,u_n)$，用 X 来表示可变的社会状态集合。那么 F 便是从 U 的一个子集 $V\subset U$ 到所有在 X 上的顺序集合的映射。相比而言，在福利经济学中，一个 Bergson-Samuelson 社会福利函数 W 是定义在一个更为具体的 Euclidian 空间上的。W 把任一效用数字向量（u_1，…，u_n）$\in IR^n$ 和一个真实的数字相联系。“功利主义”（utilitarianism）（最大化个人效用）和“平等主义”（egalitarianism）（通过最大化词典排序后个人效用最差的人的效用来试图平均个体的效用）代表了两种最为流行的社会福利函数，当然前提是个人之间的效用可以相互比较（参见 Moulin，1988 和 Mongin and d’Aspremont，1998）。

一个讨价还价解 f 是比社会福利函数 W 更为复杂的公共选择法则，但不像社会福利函数 F 那么具有一般性，这是因为 f 是从所有目标的集合（S，d）到 $S\subset IR^n$ 的绘图（mapping）（即 S 中的点）。

在讨价还价理论中，目标是考察全部效用向量的可行性集合而从中选择出最好的。于是，我们无法脱离大背景（意即，可行性效用向量的实际集合）而单独地比较两个效用向量，这正像社会福利函数中的情况一样。此外，一个讨价还价解还包含一个另外的“原始点”——无法达成协议的点——我们可以称其为效用向量的帕累托非效率（Pareto-inferior）点。

另一方面，一个讨价还价解与一个社会福利函数相比更不具有一般性。在社会选择框架中，“原始点”是个体效用和社会状态；在这样的假定下可以证明，分析可以被严格地限定在效用可能性当中。相比之下，在讨价还价框架下，“原始点”直接就是效用可能性集合 X。分析当中并不包含对参与者实际效用的考虑，也不包含对所分配的目标的考虑。

最后，除去定义范围的不同，f 和 F 还有一点很重要的不同：社会福利函数导出一种分配的排序，而一个讨价还价解总是选择最好的结果。

当然，这些社会福利功能（诸如讨价还价解和社会福利函数）的提法还是有一个共同的性质：它们都是“福利主义者”（welfarist）。它们都从系统上排除了问题的任何不以效用表示的方面。罗尔斯的觉醒（Rawls，1971）中的一些有关正义的理论从这一似乎有些严格的框架中解脱了出来（参见“后福利主义者”的途径，Fleubaey，1995；Kolm，1996；Roemer，1996）。■

简评 3

在有关公理化的讨价还价博弈的文献中，给出了大量有关 NBS 的可供选择的公理化特性（参见，Peters，1992；Thmomson，1994 或 Young，1994）。然而，Roberts（1980）在一个有关社会选择的框架中证明了一个有趣的结果：“纳什乘积”（Nash product）可被视为是一个社会福利函数。在这个意义上，这一结论看来要比纳什定理完备得多：亦即纳什只是假定了福利主义，Roberts 证明了福利主义可以从原始的假设中推导出来。■

简评 4

最开始的时候，纳什公理旨在拥有“实证的”内容：目的是预测当允许有约束力的协议存在时理性的讨价还价者们会达成一个什么样的协议结果。公理化的讨价还价模型通常被称做“标准的”途径，以和那些表现出更为“积极”的途径的策略式讨价还价博弈相对应。事实上，正如 Roemer 所指出的那样，“当经济学家使用‘标准的’这个词的时候，通常会有些模棱两可：它可以理解为伦理上委托统治意义上的‘应该如此’，也可以理解为纯粹理性意义上的‘应该如此’”（Roemer，1986，52）。根据传统的观点，公理化的讨价还价模型只能在第二种意义上被称为“标准的”。

然而，近年来也有一些博弈论专家们采用 Luce 和 Raiffa（1957）所提出的观点来给这些公理赋予明确的伦理上的内容；结果便存在另一种关于公理化的讨价还价博弈是“标准的”途径的解释方法，这便是上面提到的第一种意义上的“标准”。在这里，公理必定反映了某些特殊的公正和平等的观点，于是公理化的讨价还价博弈也可被视为是关于正义的分配的一种特殊的理论。■

如果我们保留传统的观点，那么对于讨价还价博弈中的公理的检验可以有两个办法：要么我

们直接讨论这些公理对于讨价还价的特征描述的精确性；要么我们运用“纳什程序”。在探索这最后一种途径之前，我们先给出其他一些讨价还价问题的公理化的解。

5.2.2　其他公理化的讨价还价解

Raiffa-Kalai-Smorodinsky 解

在纳什提出的公理当中，公理 A_4（不相关选择的独立性）自然是争议最多的。关于内省或实验传达了这样的思想，增加参与者的机会，这将改变以前可利用效用集的偏好结构。一些批评催生了试图在 NBS 精神下公式化公理解，但是伴随着对公理 A_4 的现实性修改。

特别地，Kalai 和 Smorodinsky 接受了 Raiffa 的建议，已经提出了一个基于弱公理 A4 的解，他们称之为“个人单调性”。这个公理要求，如果可利用效用集倾向于一个特殊的参与者的利益，讨价还价解已经增加了这个参与者的效用。由 Raiffa－Kalai－Smorodinsky（RKS）解提出的基本思想是每个参与者愿意得到他（她）所期望的最大收益，当另一个参与者是理性的［也就是说他（她）或从不在他（她）的“威胁点”水平之下达成支付协议］。但是，导致的结果是不可获得的，这叫做“理想点”。解包括选择的可获得的支付对，诸如每个参与者在威胁点之上的效用所得是他（或她）在“理想点”（或乌托邦点）最大效用水平上的一个百分比。

正式地讲，理性点 a（X，d）如下

$a_i(X,d)=\max\{u_i:u\in X,u\geqslant d\}$

并且我们可以写出新的公理如下：

A_4' 个人单调性：

（X，d）和（Y，d）是两个讨价还价问题在 B 中 并且 $X\subset Y$。如果 $a_1(X,d)=a_1(Y,d)$，那么，$u_2^*\geqslant v_2^*$，其中 $(u_1^*,u_2^*)=f(X,d)$ 并且 $(v_1^*,v_2^*)=f(Y,d)$。相似的，如果 $a_2(X,d)=a_2(Y,d)$，那么，$u_1^*\geqslant v_1^*$。

那么，在图形上关于讨价还价问题（X，d）的 RKS 解是讨价还价集上的点与穿过威胁点 d 和理想点 a（X，d）的直线的交点（参见图 5.9，其中也给出了规则 NBS）。

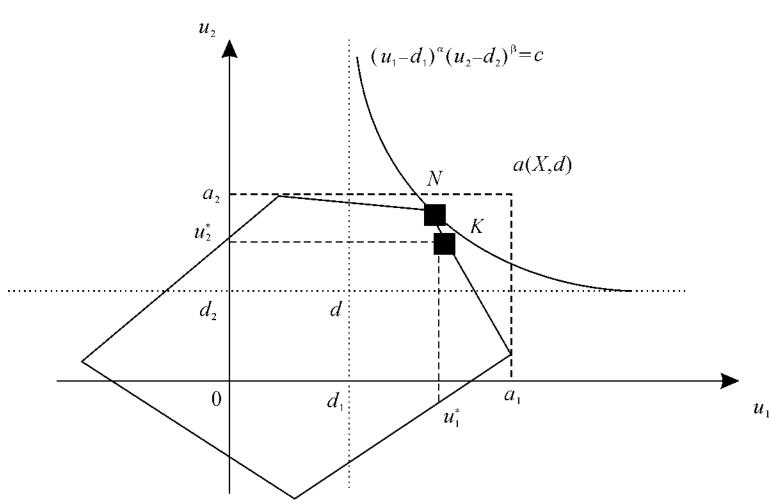


图 5.9　The Raiffa-Kalai-Smorodinsky 解

我们从图 5.9 很容易看到如下条件被证实：

$$\frac{u_2^*-d_2}{u_1^*-d_1}=\frac{u_2-d_2}{u_2-d_1}=\frac{a_2-d_2}{a_1-d_1}$$

每个参与者在威胁点之上的效用所得是他（或她）在“理想点”最大效用水平上的一个百分比。其中百分比的因子对两个参与者都一样并且它的值是最大的，其约束条件是支付对属于讨价还价集。记（u_1^*，u_2^*）$=f^{Ks}$（X，d）结果满足这个条件。

定理 4（Kalai－Smorodinsky）

如果 f（X，d）满足 A_2（帕累托效率），A_3（无差异性），A_5（对称性），A_4^1（个人单调性），那么 $f=f^{KS}$（X，d）。■

平等主义者解

这个讨价还价解可被看做代表性的在独立性公理（由 NBS 验证）和单调性公理（由 NBS 解验证）之间的协调。这是基于比个人单调性更强的特征，党效用集增大时没有参与者遭到损失：

A_4^n强单调性：

对于讨价还价问题（X，d）和（Y，d）在 B 中 并且 $X\subset Y$：f（Y,d）$\geqslant f$（X,d）。

一般来说，强单调性与帕累托效率并不一致。RKS 解要求帕累托效率并假设较弱的个人单调性。新的讨价还价解仅仅要求比较弱的帕累托效率。但是，对于一般化的 NBS 来说，通过使用一些字典修编辑技巧来精炼这些解，能够重新得到帕累托效率（参见 Peters，1992，84－87）。

更进一步，这个解相对于以前的讨价还价解有两个显著的差异：它并不涉及公理 A_3（无差异性），但是，他期望效用信息在参与者之间完全相互比较。

平等主义者解最初由 Kalai 作为一个更一般化的“百分比”解的一个特例提出。其思想是对于不同意点，每个参与者平均分配所得。

如果参与者在讨价还价集上采取如下的分配点，讨价还价解（u_1^*，u_2^*）$=f(X,d)$ 是平等主义者：

$$u_1^*-d_1=u_2^*-d_2$$

平等主义者解存在几个特征。特别的，如下的结果可被证明。

定理 5（Kalai）

对于任何讨价还价解（X，d）其中 $d=0$，惟一的解满足 A_2（弱帕累托效率），A_5（无差异性），A_4''（个人单调性）是平等主义者解。■

简评 1

与 NBS 相比，RKS 解和平等主义者解能够作为一个分布正义标准来解释。Barry（1989）区分了政治哲学中的两类关于正义的观点：“正义是相互利用”和“正义是不偏不倚”。根据第一类传统（霍布斯，休谟），“正义是在一定背景下所追求的简单理性程序，其背景是其他人的合作是我们人类获得所需的条件”Barry（1989，6）。与之相反，根据第二类传统（亚里士多德、康德、卢梭、洛克）“事件的正义状态是人们不仅仅在他们不能够理性的期望接受更多，而且在一种更强的意义上他们不能够理性的要求更多”Barry（1989，8）。如果我们想揭示第一个“理性”意味着什么，我们需要一个关于讨价还价的理论；并且第二个“理性”需要一个关于公平的

理论。

第二类传统的当代主要代表是罗尔斯的理论（罗尔斯，1971）。我们已经看到（在 5.2.1 节的简评 4 中）NBS 可以清楚地被界定为一种关于正义的标准。的确，这是惟一的能够使以上两种关于正义的理论相一致的讨价还价解。纳什计划可以以这种方式被解释。另一方面，RKS 解可以被看做一种对分布正义的实现，但是这仅从正义是相互利用这一单一观点出发（参见 Gauthier，1986）；并且平等主义者解可以被解释为一种正义分布原则，仅从正义是不偏不倚的单一观点出发。■

5.2.3　纳什计划：策略和公理方法的关系

我们已经指出了合作博弈和非合作博弈的差异。讨价还价博弈的公理理论看起来更像具有合作倾向的模型。但是，纳什并不认为这两种方法是相互竞争的。他甚至想像两种研究方法的互补特征能够用来验证公理解的合理性。著名的所谓的“纳什计划”可以描述如下：从公理解开始有一些合理的特征，是否存在一种可能性，即设计一个特殊的讨价还价程序来自然地使“理性”的谈判者达到公理所描述的结果？

这个模型的思想是存在各种各样的策略供参与者选择，参与者在一个讨价还价博弈中以策略的方式进行谈判，这个讨价还价博弈的规则详细而明确的予以设定。如果这类讨价还价博弈的均衡结果在广阔的范围内充分的满足纳什公理，那么纳什讨价还价理论将被证明；否则，它将被抛弃。

幸运的是，非合作方法在许多有趣的情形中导致了纳什讨价还价结果。特别的，这种结果可在鲁宾斯坦（Rubinstein）的框架中获得。有几种不同的方法来验证这个重要的结果。我们将在此介绍他们中的几个（为了展示其他几个均衡与 NBS 有关的非合作讨价还价博弈，可以参见 Binmore，Rubinstein，和 Wolinski，1986；Binmore，和 Dasgupta，1987；Rubinstein，Safra 和 Thomson，1992）。

纳什需求博弈

根据历史，这是纳什自己使用的第一模型来实施所谓的纳什计划（纳什，1953）。因为它太长了而不能在此给出整个模型，但是其结果的直觉遵循如下的内容。

考虑一个非合作讨价还价博弈，其中两个参与者同时宣称分别需求 x 和 y。如果总和小于或等于 1，他们得到他们所需求的数量；否则，他们所得为零。

正如我们已经在 5.1.1 节所注意到的一样，这个博弈有很多纳什均衡。事实上任何支付对 $x+y=1$ 都是纳什均衡。纳什建议了一个“平滑”装置允许对均衡的数量进行限制。他介绍了一个函数 $h(x+y)$ 在集合 $\{(x, y): x+y\leqslant 1\}$ 上等于 1；并且在其他集合上迅速趋于零。

可能的结果以如下的方式被修改。当参与者需求 x 和 y 时，参与者 1 以概率 $h(x+y)$ 得到 x，并且否则得到一个数量 s_1。相似的，参与者 2 以概率 $h(x+y)$ 得到 y，并且否则得到一个数量 s_2。

通过考虑对函数族 $h(.)$ 的合适定义，在集合 $\{(x, y): x+y\leqslant 1\}$ 外，该函数越来越快的趋向零。这能够显示任何这类的纳什均衡将在极限处于 NBS 相一致（细节参见 Binmore，1984）。

这些结果背后的直觉可在如下观察到：给定参与者 2 的任何需求，参与者 1 将提高她的需求直到这一点，即它从增加的份额中取得的边际效用等于协议失败的概率 $(1-h)$ 的增加。

参与者 i 的支付如下：

$$hu_i(x)+(1-h)u_i(s_i)$$

最大化支付得到：

$$\frac{dh}{dx}[u_i(x)-u_i(s_i)]+hu_i'=0$$

这个方程意味着：

$$x^*=\arg\max[u_1(x)-u_1(s_2)][u_2(1-x)-u_2(s_2)]$$

这也就是 NBS。

序贯博弈收敛于纳什讨价还价解（无耐心）

在 5.1.2 节中我们注意到当时间在两个时期极限 $\Delta\to 0$ 被推迟，鲁宾斯坦（Rubinstein）讨价还价解如下：

$$x_1=\frac{r_2}{r_1+r_2},\ x_2=\frac{r_1}{r_1+r_2}$$

其中 r_i 是参与者 I 的即时折现率。这也是对货币单位讨价还价的 NBS 解，当 h（u_1）$=1-u_1$，或者当基点 $d=$（0，0），或者当讨价还价权重分别如下：

$$\alpha=\frac{r_2}{r_1+r_2} \text{和 } \beta=\frac{r_1}{r_1+r_2}$$

这是对此结果的一个直接解释。我们注意到在鲁宾斯坦模型中的先动优势使得结果与验证了对称公理的 NBS 很不同。甚至在一般化的 NBS 中可能涉及了太多的对称性来适合鲁宾斯坦框架。但是当两个时期的时间延迟趋于零时，非合作讨价还价并没有显示任何更长的强先动优势，并且在博弈双方是对称的情况下，他们的讨价还价能力明显的与折现因子相联系。

最后，在 5.1.3 节，我们也注意到具有外部期权的鲁宾斯坦模型产生了“各让一步”的规则，正如 NBS 一样，当谈判存在严重的崩溃风险时（例如，外部施加的风险）。

鲁宾斯坦非合作模型和 NBS 的联系也能帮助我们理解基点在纳什讨价还价理论中的作用。假设两个参与者具有线性效用函数对 1 美元进行讨价还价。设想在不同意参与者 1 得到一个数目 x_0 的情况下，也即他的外部期权，同时在同样情况下参与者 2 什么也得不到。直接应用 NBS 得到对剩余的平均份额，也就是：

$$u_1^*=x_0+\frac{1}{2}\quad(1-x_0)\quad u_2^*=\frac{1}{2}(1-x_0)$$

现在，当一个参与者使用鲁宾斯坦模型并且寻找博弈的 SPE 时，考虑到参与者 1 的外部期权，这看起来仅当 $x_0>1/2$ 时 NBS 是有效的。当参与者 1 对他的外部期权施加的威胁是空的时，或者 $x_0<1/2$ 时，参与者得到如下解：

$$u_1=u_2=\frac{1}{2}$$

这个简单的例子看起来并没有给出充分的信息，但是在其他多个 NBS 效用的例子中基点的作用有时是相当明显的。

简评 1

根据海萨尼（Harsanyi，1977，149—153）的观点，讨价还价过程的思想中参与者能够使用替代提议回到 Zeuthen（1930）。海萨尼（Harsanyi）展示了 Zeuthen 过程的均衡是 NBS。但是 NBS 论证的弱点是由 Zeuthen 使用的退化规则。■

5.3　应　用

5.3.1　双边垄断

一个典型的在现实生活中存在的例子是在惟一的卖者和惟一的买者之间的关于价格的谈判。在这个双边垄断的情形中两个参与者到知道他们对市场价格的影响，并试图利用之。其中惟一的阻碍因素是另一个参与者的力量。

让我们考虑一个例子，生产者 A 向惟一的买者 B 出售物品，然后企业 B 再出售物品，最终转移到最后的买者（消费者）。企业 A 可被看做生产者而企业 B 可被看做产品的分销者。我们从现代产业组织中的垂直关系理论的研究中知道，与垂直结构相关的各种问题可能阻止企业最大化他们的联合利润［例如，梯诺（Tirole），1988，第四章，169］。但是也存在几种方法使两个企业最大化他们的联合利润，例如他们得到的利润和把两个企业看做单一整体企业所得到的利润一样（这样做的方法以由梯诺做了广泛的描述）。

现在设想我们的两个企业 A 和 B 已经使用了这些方法得到了最大的联合利润。然后我们可以考虑在两个参与者之间分配这些利润的问题。这个问题和分配给定大小的蛋糕以及分配一美元问题相似。

企业 A 和企业 B 的利润函数分别如下：

$\Pi_A=(w-C_A)x$

$\Pi_B=(p-w-C_B)x$

其中 C_A是企业 A 产品的边际（固定）成本；C_B是分销的边际（固定）成本；w 是企业 A 向分销者出售产品所要求的价格。市场需求由代表性需求函数来表示：$x=24-p$ 。联合利润最大化由以下行为取得：

$\Pi_T=\Pi_A+\Pi_B=(p-C_A-C_B)(24-p)$

为简单化的目的，我们假设平均成本是固定的（并且等于边际成本）：$C_A=3$ 和 $C_B=1$。那么一体化结构的联合最大化利润是：

$d\Pi/dp=0=-2p+28$

所以，$p=14$，$x=10$。现在通过选择价格 w 就总利润 $\Pi_T=100$ 进行讨价还价。我们已经假设两个企业有相同的讨价还价权重：$\alpha=\beta=1/2$。从图形上看，问题是在图 5.10 上找到最优点的轨迹线段 MN。

点 M 代表所有最大化利润全归企业 B。读者可以看到这通过固定价格 $w=3$ 来获得。另一方面，固定价格 $w=13$ 使企业 A 得到整个利润，由图 5.10 的 N 点给出。

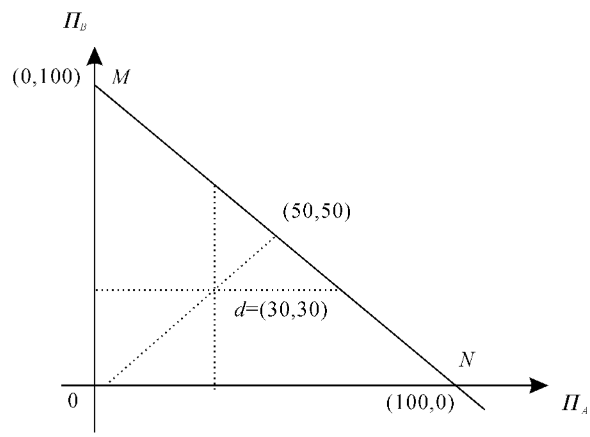


图 5.10　NBS 的双边垄断

设想两个企业没有其他的选择可利用，他们之间只得进行交易。另一方面，基点是图 5.10 中的原点 0，其中的利润都是零。在这种情况下的解是平分总利润。

现在如果企业拥有外部期权，威胁点将不再是最初的了。例如，如果企业 A 能够在任何情况下以价格 $w=6$ 出售，同时如果企业 B 通过以价格 $w=10$ 购买他将确保得到利润为 30，那么威胁点将是图 5.10 中的 d。最优解是：$\Pi_A=1/2\times70+1/2\times30=50$；$\Pi_B=1/2\times70+1/2\times30=50$。再一次，这个解平分总利润和两个企业各自所能获得利润之间的差额。每个企业在此能够确保获得利润为 30。差额是 100－（30＋30）＝40。平分这个差额使他们确保得到的 30 再加上 20，最终结果是 50。

在这种情况下，纳什讨价还价展示了外部期权的直觉特征。在前面的例子中外部期权维持了相等的结果。但是如果其中之一的企业获得了更多的优势，例如企业 A，如果企业 A 能够得到价格 $w=9$ 当企业 B 仅有外部期权 $w=11$ 可利用时，会发生什么结果呢？读者可以验证结果将移向 $\Pi_A=70$；$\Pi_B=30$。当然，任何外部讨价还价能力 α 和 β 的改变将使结果在预期的方向改变。

5.3.2　企业和工会关于工资和就业的讨价还价

考虑到一家企业关于工资和就业进行讨价还价，其中因为某一具体原因工资可以设立在竞争水平 w_0 之上，其中 w_0 是任何工人在企业外都能得到的工资水平，在不存在工会的情况下（对这个模型一般化和更详细的说明可参见 McDonald 和 Solow，1987；Malcomson，1987）。现在如果 w 是企业的工资率并且 n 是被雇用的人数，企业的利润函数可由 $\Pi(w, n)$ 来代表，并且工会的效用函数由 $U(w, n)$ 来代表，如果我们假设工会同时关心工资和就业人数。

一个双方都同意的工资（w^*，n^*）必须满足以下的三个约束条件：

$$w^*\geqslant w_0$$

$$\Pi(w,n)=R(n)-wn\geqslant0$$

$$n\leqslant L$$

其中 $R(n)$ 是企业的收益当雇用工人数量为 n 时，L 是工会的大小。如果参与者不能够达成一个协议，企业将关闭并且所有的工会成员（L）将在别处得到一个工资（或是失业补助）w_0。我们此处假设工会的效用函数是线性的并且与其会员的得到的总收入有关：

$U(w,n)=w\cdot n+(L-n)\ w_0$

当参与者不能够达成一个协议时，基点等于 $\Pi=0$ ［因为 R（0）＝0］对于企业来说和 $U_0=W_0\times L$ 对于工会来说：$d=$（w_0L，0）。

在这个例子中，可利用的效用基的帕累托边界可由以下的最优化问题得到：

$$\begin{cases}\max\limits_{(w,n)} \Pi(w,n)\\ s.t.\ \ u(w,n)\geqslant w_0 L\end{cases}$$

这个问题的解是惟一的并且得到一个最优雇用水平 n^*，诸如 R'（n^*）＝ w_0。帕累托边界由如下的函数获得：

$h(u)=s-u(.)$

其中：

$s=R(n^*)+(L-n^*)w_0$

我们应用这种各让一步的规则并验证 NBS 如下：

$$\Pi^*(w,n)=\frac{1}{2}(s-w_0L)$$

并且：

$$u^*(w,n)=w_0L+\frac{1}{2}(s-w_0L)=\frac{1}{2}(s+w_0L)$$

NBS 给出了雇用水平 $n=n^*$ 并且工资 w^* 由以下方程得到：

$\Pi^*=R(n^*)-w^*n^*$

所以：

$$w^*=\frac{1}{2}[w_0+\frac{R(n^*)}{n^*}]$$

工资率等于平均的竞争性工资 w_0（等于企业的边际收益）和平均收益。

参考文献

Arrow, K.（1963）*Social Choice and Individual Values*, 2nd edn（New York：Wiley（1st ed；1951）.

Barry, B.（1989）*Theories of Justice*, 1（Berkeley：University of California Press）.

Binmore, K.（1987），'Perfect equilibria in bargaining models', in K. Binmore and P. Dasgupta（eds），*The Economics of Bargaining*（Oxford：Blackwell）77－105.

Binmore, K.（1992）*Fun and Games*（Lexington, MA：D. C. Heath），Chapter 5.

Binmore, K. G. and P. Dasgupta（eds）（1987）*The Economics of Bargaining*（Oxford：Blackwell）.

Binmore, K, M. J. Osborne and A. Rubinstein（1992）'Non cooperative models of bargaining', in R. J. Aumann and S. Hart（eds），*Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 1（Amsterdam：North－Holland），Chapter 7.

Binmore, K., A. Rubinstein and A. Wolinsky（1986）'The Nash bargaining solution in economic modelling', *Rand Journal of Economics*, 17, 176－88.

Buchanan, J. and G. Tullock（1962）*The Calculus of Consent*（Ann Arbor：University of Michigan Press）.

Fishburn, P. C. and A. Rubinstein（1982）'Time Preference', *International Economic Re-*

view, 23, 677—94.

Fleurbaey, M. (1995) 'Three solutions for the compensation problem', *Journal of Economic Theory*, 65, 505—21.

Friedman, J. (1989) *Game Theory with Applications to Economics* (Oxford: Oxford University Press), Chapter 5.

Fudenberg, D. and J. Tirole (1983) 'Sequential bargaining with incomplete information', *Review of Economic Studies*, 50, 221—47.

Gauthier, D. (1986) *Moral by Agreements* (Oxford: Oxford University Press).

Harsanyi, J. (1977) *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations* (Cambridge: Cambridge University Press).

Hart, S. and A. Mas—Colell (1992) 'A model of *n*-person non-cooperative bargaining', *Economic Theory Discussion Paper*, 7, Harvard Institute of Economic Research.

Kalai, E. (1977) 'The bargaining game', *Econometrica*, 18, 155—62.

Kalai, E. and M. Smorodinsky (1975) 'other solutions to Nash's bargaining problem', *Econometrica*, 43, 513—18.

Kolm, S. C. (1996) *Modern Theories of Justice* (Cambridge, MA: MIT Press).

Kreps, D. (1990) *A Course in Microeconomic Theory* (London: Harvester Wheatsheaf, Chapter 15).

Luce, R. D. and H. Raiffa (1957) *Games and Decisions* (New York: John Wiley).

Malcomson, P. (1987) 'Trade union labour contracts', *European Economic Review*, 31.

McDonald I. M. and R. M. Solow (1987), Wage bargaining and employment, *American Economic Review*, 75.

Mongin, P. and C. d, Aspremont (1998) 'Utility theory and ethics', in S. Barbera, P. J. Hammond and C. Seidle (eds), *Handbook of Utility theory*, 1: *Principles* (Boston: Kluwer Academic Publishers).

Moulin H. (1988) *Axioms of Cooperative Decision Making* (Cambridge: Cambridge University Press).

Muthoo, A. (1999) *Bargaining Theory with Applications* (Cambridge: Cambridge University Press).

Nash, J. F. (Jr.) (1950a) 'Equilibrium points in *n*-person games', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 36, 48—9.

Nash, J. F. (Jr.) (1950b) 'The bargaining game', *Econometrica*, 18, 155—62.

Nash, J. F. (Jr.) (1951) 'Non-cooperative games', *Annals of Mathematics*, 57, 289—93.

Nash, J. F. (Jr.) (1953) 'Two-person cooperative games', *Econometrica*, 21, 128—40.

Osborne, M. J. and A. Rubinstein (1990) *Bargaining and Markets* (San Diego: Academic Press).

Osborne, M. J. and A. Rubinstein (1994) *A Course in Game Theory* (Cambridge. MA: MIT Press), Chapters 7, 15.

Owen, G. (1995) *Game Theory*, 3rd edn (San Diego: Academic Press), Chapter 9.

Peters, H. J. M. (1992) *Axiomatic Bargaining Game Theory* (Boston: Kluwer Academic Publishers).

Rawls, J. (1971) *A Theory of Justice* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Roberts, K. (1980) 'Interpersonal comparability and social choice theory', *Review of Economic Studies*, 47, 409—20.

Roemer, J. E. (1996) *Theories of Distributive Justice* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Roth, A. (1979) *Axiomatic Models of Bargaining* (Berlin: Springer—Verlag).

Roth, A. (ed.) (1988) *The Shapley Value; Essays in Honour of Lloyd Shapley* (Cambridge: Cambridge University Press).

Rubinstein, A. (1982) 'Perfect equilibrium in a bargaining model', *Econometrica*, 50, 97—109.

Rubinstein A., Z. Safra and W. Thomson (1992) 'On the interpretation of the Nash bargaining solution', *Econometrica*, 60, 1171—86.

Sen, A. (1970) *Collective Choice and Social Welfare* (London: Oliver & Boyd).

Shaked, A. and J. Sutton (1984) 'Involuntary unemployment as a perfect equilibrium in a bargaining model', *Econometrica*, 52, 1351—64.

Sobel, J. and I. Takahashi (1983) 'A multi-stage model of bargaining', *Review of Economic Studies*, 50, 411—26.

Sutton, J. (1986) 'Non-cooperative bargaining theory: an introduction', *Review of Economic Studies*, 53, 709—24.

Thomson, W. (1994) 'Cooperative models of bargaining', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 2 (Amsterdam: North—Holland), Chapters 35.

Thomson, W. and T. Lensberg (1989) *Axiomatic Theory of Bargaining with a Variable Number of Agents* (Cambridge: Cambridge University Press).

Tirole, J. (1988) *The Theory of Industrial Organization* (Cambridge, MA: MIT Press).

Young H. P. (1994) *Equity in Theory and Practice*, (Princeton: Princeton University Press).

Zeuthen, F. (1930) *Problems of Monopoly and Economic Welfare* (London: Routledge).

第六章

联盟：合作与非合作博弈

在博弈论中，对联盟的研究是最难解决的一个问题。其中，至少有三个重要的影响因素：首先，古典的联盟博弈同时处理如下问题：联盟形成的过程，参与者进出联盟时联盟的稳定性，以支付形式描述参与联盟时参与者对合作产生的剩余的分配份额。其次，虽然合作博弈提供了研究联盟的古典框架，但是博弈理论家对此问题分析所采用的非合作博弈框架已经对这种古典的占优观点提出了挑战。第三，许多形式化的工作在方法论上鲜有创建，使得合作博弈中解概念的实证/规范（在伦理意义上）的双重潜在解释愈加显得模糊。在 6.1 节中，我们试图对此加以拆分。接下来，提出在研究合作博弈中的两种常用方法：占优方法，采用核及相关的解概念（稳定集、讨价还价集、内核、核仁），在 6.2 节中加以介绍。估值方法，包括夏普里值及其扩展，在 6.3 节中进行介绍。6.4 节，涉及更新的主题：在合作博弈与非合作博弈的混合框架下对联盟形成及内生的联盟结构的分析。最后，在 6.5 节，研究联盟博弈在经济学中的应用。这些应用阐明了对经典的解概念（如夏普里值）及最近的内生的联盟形成模型予以关注的理由。

6.1　联盟博弈简介

6.1.1　合作博弈的一般性质

完美的讨价还价博弈的局限

在第五章中，我们仅仅分析了两人博弈中易观察到的讨价还价与合作。初看起来，似乎很容易将讨价还价问题及著名的纳什讨价还价策略（NBS）推广到两人以上的博弈中。但是，这种完美的讨价还价方法忽视了在联盟中与某些参与者合作的可能性，因而不能应用在更大的范围内（但是，可以参见海萨尼，1977，第十章至第十三章）。对联盟形式下的博弈所做的细致分析要超出 n 人的讨价还价问题。

令 $N=\{1, \cdots, n\}$ 为参与者集合，X 为参与者一起工作时的可行的支付集，令 $(d_1, \cdots, d_n)$ 为达不成协议时的支付分配，当参与者不合作时，他们可以期望得到这一支付。继而，对所有的 i，$[X, (d_1, \cdots, d_n)]$ 可以用 n 人讨价还价模型加以说明。这一模型的纳什讨价还价策略（NBS）可以定义为如下的单一结果：

$(u_1^*, \cdots, u_n^*)=\arg\max\limits_{x_i}\prod\limits_{i\in N}(u_i-d_i)$，对所有的 $x\in X$ 和 $u_i\geqslant d_i$，对所有的 i

易证，这一解可以从一般的纳什定理得出。但是，这种 n 人的纳什讨价还价策略（NBS）完全忽视了在参与者子集中进行合作的可能性。研究合作博弈的方法必须提供一种关于"中间的"联盟的理论，例如，包括至少二人，至多 $(n-1)$ 人的联盟。

为对联盟博弈的问题进行介绍，我们考虑如下两个例子（梅叶森，1991，418）

【例子】博弈 A

这一博弈最初是以策略形式给出的。参与者集合是 $N=\{1, 2, 3\}$ 并且每个参与者 i 的策略集为：

$X_i=\{(x_1, x_2, x_3)\in IR^3: x_1+x_2+x_3\leqslant 300$ 和 $x_j\geqslant 0$，对所有的 $j\}$

在博弈 A 中，除非所有人提供同样的分配，三个参与者的所得都是 0，当他们提供的分配相同时，则按这一分配方案进行分配。即：

$$u_i(y_1, y_2, y_3)=\begin{cases} x_i & \text{若 } y_1=y_2=y_3=(x_1, x_2, x_3) \\ 0 & \text{若 } y_j\neq y_k \text{ 对某些 } j \text{ 和 } k \end{cases}$$

【例子】博弈 B

在博弈 B 中，参与者集合和策略集合与博弈 A 相同，但是，只有当参与者 1 和参与者 2 提供的分配不同时，各参与者的所得才是 0，若参与者 1 和参与者 2 提供的分配相同，则按这一分配来向各参与者提供支付。即：

$$u(y_1, y_2, y_3)=\begin{cases} x_i & \text{若 } y_1=y_2=(x_1, x_2, x_3) \\ 0 & \text{若 } y_1\neq y_2 \end{cases}$$

在这两个博弈中，参与者可以联合起来达到任何形式的分配，每个参与者的支付都是非负的，其总和小于等于 300，每个参与者可保证得到的最少支付为 0。

因而，我们可以用三人讨价还价模型 $[X, (d_1, d_2, d_3)]$ 来描述这两个博弈：

$X=\{(x_1, x_2, x_3)\in IR^3: x_1+x_2+x_3\leqslant 300$ 若 $x_j\geqslant 0$，对所有的 $j\}$ 和 $(d_1, d_2, d_3)=(0, 0, 0)$

易得，纳什讨价还价策略（NBS）在这两个博弈中都会选择（100，100，100）。对于博弈 A，这是一个合理的结果。但是，对博弈 B 则不然，参与者 1 和参与者 2 可以联合起来对支付的分配进行选择，参与者 3 则无法对分配进行干预。在这一博弈中，可以合理地认为参与者 1 和参与者 2 仅仅在他们两个之间分配支付。如果参与者 1 和参与者 2 像在二人合作博弈中那样行动，纳什讨价还价策略（NBS）将给出在两人之间等量分配最大的总支付，其结果将是（150，150，0）。

然而，若在博弈 B 中剔除（100，100，100），参与者 1 和参与者 2 必须能进行有效的谈判，以产生为两个人所偏好的结果，而不是另选其他策略。实际上，区分合作博弈理论与非合作博弈

理论的两个假设之一便是实际的谈判。如果只有全体参与人的联盟才能进行有效的谈判，就会得出 n 人的纳什讨价还价策略（NBS）。如果所有的中间联盟都能进行有效的谈判，参与者就可以进行策略合作。因此，某些参与者可以建立不包含其他人的联盟，这种可能性必须被明确地引入模型。

在博弈 A 中，没有比全体更小的联盟能给与其中成员大于 0 的支付。另一方面，在博弈 B 中，中间联盟 $\{1, 2\}$ 能给与它的成员和联盟 $\{1, 2, 3\}$ 中的支付相同的支付。n 人的完美讨价还价模型没有包含任何有关中间联盟的信息，因此，并不能代表两人以上的合作博弈。

区分合作博弈与非合作博弈的第二个假设是一旦协议达成，联盟在一系列行动中被参与者所承认。因此，评价联盟的整体所得的途径是将博弈模型化为联盟的形式，即通过引入“联盟的”或“特征”函数（见第一章 1.3.3 节中对联盟博弈进行形式化陈述的定义）。

合作博弈中的联盟函数

首先，我们考虑可转移效用（TU）合作博弈（N，v）（例如，具有可传递效用的函数）。在公理化的讨价还价博弈中，我们指定了全体参与人的联盟 N 和仅有一个参与人的联盟的可行效用集。对于参与者的异议的效用 d，我们可以将其解释为加入全体参与人的联盟的机会成本。因此，在 n 人合作博弈中，联盟 S 的“值” v（S）反映了加入小联盟的机会成本。

从理论上来看，值 v 可以从策略形式博弈中得出。全体参与人的联盟的值可写作：

$$v(N) = \max_{y} \sum_{i \in N} u_i(y)$$

但是，严格意义上的联盟的特征函数的值，可以有多种办法得出。

定义

第一种方法，需要一系列的假设：联盟 S 的成员可以获得独立于外部成员行动的收益，值 v（S）代表联盟成员所获得的最大支付。在前面的例子中，可以得出：

博弈 $A - v(\{1,2,3\}) = 300, v(\{1,2\}) = v(\{1,3\}) = v(\{2,3\}) = 0,$

$$v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0,$$

博弈 $B - v(\{1,2,3\}) = 300, v(\{1,2\}) = 300,$

$$v(\{1,3\}) = v(\{2,3\}) = v(\{1\}) = v(\{2\}) = v(\{3\}) = 0,$$

这种对联盟值的解释不同于早期冯·诺伊曼和罗宾斯坦恩的解释（1944）。联盟值 v（S）取决于其他成员试图最小化联盟成员的支付时，联盟能为其成员所保证的支付［见舒比克（Shubik），1982，或马斯—科莱尔（Mas - colell），1989，对联盟值的这一解释所做的进一步发展］。在零和博弈中，特征函数的“最小最大化”形式的表述是明确的，但是，在非零和博弈中则有其二重性［奥曼（Aumann），1967］。

如果假设联盟中成员后行动，特征函数可定义为不可阻止的所得。这种 β-特征函数如下：

$$v_\beta(S) = \min_{y_{N/S}} \max_{y_S} \sum_{i \in S} u_i(y_S, y_{N/S})$$

其中，N/S 表示整体 N 之中联盟 S 之外的参与人集合，并且 $y_S = (y_i)_{i \in S}$

如果假设联盟中成员先行动，α-特征函数可以更加严格地定义为面对剩余部分联盟的报复行为，联盟中成员能够保证多少支付：

$$v_\alpha(S) = \max_{y_S} \min_{y_{N/S}} \sum_{i \in S} u_i(y_S, y_{N/S})$$

一般而言，要保证下列不等式：

$v_{\alpha}(S)<v_{\beta}(S)$，对所有 $S\subset N$

这同两人零和博弈中参与者的安全支付是等同的。对于 v_{α} 和 v_{β} 的定义，联盟 S 和 N/S 对应零和博弈中的两个参与人，S 中参与人的支付为 $\sum_{i\in S}u^{i}(y)$，N/S 中参与人的支付则相反。

附带提及，α 和 β 特征函数都反映了对互补联盟所做的悲观评价。因此，虽然这一公式足以用于严格竞争的环境（如两人零和博弈），但是由于在一般的博弈中参与人的利益可能一致，这一公式仍难以确认。在现实中，若这种富于侵略性的方式与 N/S 中参与人的利益相背，他们又怎会采取这一行为模式呢？

对于联盟和联盟以外的参与人具有共同利益的概率还有另一种衡量方法。这一方法最早由海萨尼（1959）提出，基于纳什讨价还价策略（NBS），他提出了一种对非合作博弈的不同的转化方式。仍以 v（N）表示全体参与人的联盟合作所产生的总收益，并将 v（S）定义为最大的纳什产出：

$$[y_S-\min_{y_{N/S}}\max_{y_S}u_s(y_S,y_{N/S})][v(N)-y_S-\min_{y_S}\max_{N/S}u_{N/S}(y_S,y_{N/S})]$$

必须强调，在“互不相关”博弈（按照苏比克 1982 的术语）中，联盟值实际上依赖于其他参与人的行动，博弈中所有代表性的联盟都是一致的。在经济学应用中，经常提及具有这一属性的联盟，对集合 N/S 中的参与人而言，对集合 S 造成损害的最佳方法也只能是拒绝同集合 S 中的成员交易，迫使他们只能用自己的资源。

属性

合作博弈在经济学中的许多应用都满足一个重要的属性：超可加性。超可加性是指无论有没有交集的两个联盟如何独立行动，其结果都不如这两个联盟的联合。这一属性可以写作以下形式：

若对所有的 $S,T\subset N,S\cap T=\phi$，则 $v(S\cup T)\geqslant v(S)+v(T)$

在具有超可加性的博弈中，互不相交的联盟之间所做的联合会改善各自的期望。

值得注意的是，这一属性实际上是与可转移效用（TU）博弈中的“等价类”相联系的：如果博弈具有超可加性，那么所有在策略上与之等价的博弈也具有这一性质。我们也知道，若参与者通过合作能有所收获，则博弈是“理想的”（essential）；以公式表示为：

$$v(N)>\sum_{i\in N}v(\{i\})$$

并且，如果我们引入 0—1 标准化形式（见第一章的 1.3.3 节），每一个理想的策略等价博弈中的等价类都可以用一个特别的博弈形式加以表述。（韦伯，1994）

由超可加性得出的一个重要推论，是在全体参与人的联盟的效用可行集中可以发现任何具有帕累托有效性的配置。因此，在具有超可加性的博弈中，效率原则会导致全面的合作，n 人可转移效用（TU）合作超可加性博弈中产生的问题可具结为以下问题：怎样利用中间联盟的效用集，并且如果可能的话，怎样对全体参与人联盟的可行集的产出进行约束？

比超可加性更强的属性是“凸性”[夏普里（Shapley），1971]。一个凸的博弈满足以下不等式：

$v(S)+v(T)\leqslant v(S\cup T)+v(S\cap T)$，对于所有的 $S,T\subseteq N$

简而言之，如果通过合作能增加收益（联盟越大，新成员的边际贡献越大），那么博弈是凸的。这是很有趣也是很重要的一类博弈。

简评 1

在证明博弈论的结果时，并非总是需要超可加性；有时“弱超可加性”（或“零单调性”）条件就足够了。若博弈（N，w）与博弈（N，v）是（0，1）——“策略等价的”，则：

对于所有的 $S,T\subset N,T\supset S$，意味着 $W(T)\geqslant W(S)$

注意，满足这一属性的博弈类包含满足超可加性的博弈类。■

简评 2

尽管超可加性起初是在可转移效用（TU）博弈中定义的，但是它也很容易被用到不可转移效用（NTU）博弈之中（不可转让的效用）：

若 $S\cap T=\phi$，则 $x\in V(S)\cap V(T)$，意味着 $x\in V(S\cup T)$

这一条件仍然意味着如果不相交的联盟 S 和 T 能分别给与其成员某种分配，联盟 $S\cup T$ 也同样能给与这一分配。不可转移效用（NTU）合作博弈实际是可转移效用（TU）博弈的一般化。任何可转移效用（TU）博弈（N，v）等价于如下形式的不可转移效用（NTU）博弈（N，V）：

$$V(S)=\left\{x\in IR^S:\sum_{i\in S}x_i\leqslant v(s)\right\}$$

当这一条件满足时，不可转移效用（NTU）博弈满足超可加性当且仅当（N，v）满足超可加性。同时应该注意到，第五章研究的两人纳什讨价还价博弈就是不可转移效用（NTU）博弈在联盟形式满足 $v(\{1,2\})=X,v(\{i\})=d_i(i=1,2)$时的特例，其中，$X$ 为参与人合作时可以获得的可行支付分配集，d_i 为每个参与人不达成协议时的支付。■

6.1.2　对合作博弈中解概念的说明与归类

给定一个博弈模型，可以对结果进行怎样的期望与规定？博弈论中的大部分总是以某种方式引向这个问题。在合作博弈中，“解概念”是一个函数（或者在多值的例子中表述为映射），这是与合作博弈中的产出（或产出集）相联系的。实际上并不存在选择这一解概念的先验的（priori）直接方法。每一个解概念都代表着不同的方法或观点。

中性的、实证的或规范的观点

此处将论及不同方法论的观点。首先，考虑到解概念仅仅是一种“指示”，而不是真正的预言或规定。它们从不同的角度对环境进行描述与说明，每一个解概念都强调了某一方面而忽略了其他方面。合作博弈的解概念可以与统计分布的指标相比较［这种类比已经由奥曼（Aumann）加以发展，1989，11］。像博弈一样，分布也包含了许多潜在的信息。例如，中值与均值以不同方式对信息进行了归纳，却难以对怎样做进行说明。定义本身并没有清楚的直观内容；并且，对特殊例子或特殊种类的例子进行的考察凸现出了分布与它的中值和均值的联系。这种解概念间的联系对博弈而言是简单的。在某种意义上，解概念也像中值和均值那样总结了对博弈形式进行描述时提供的大量信息。最后，通过分析解概念对特殊的博弈或博弈类如何研究，可以很好地揭示博弈和各种解概念间的联系。

另一种观点以经济学中的两种不同分析途径对各种解概念的解释进行了总结：或者从联盟的策略稳定性上推出解概念的实证属性，或者通过强调解的道德诉求性来寻求规范规则。

按照第一种观点，合作博弈是对理性代理人在自由谈判中如何直接得出一致意见所做研究的一部分。问题在于，如果各种交易成本可以忽略，能够产生何种有效率的一致意见？另一方面，按照第二种观点，合作博弈是建立公平（或分配上的公正）的一种工具。其目的是为一个独裁者

提供信息，以产生一个产生与民主环境下相同的规则。

完美讨价还价的公理化模型中的解概念给我们再一次提供了实证——规范的双重说明（见第五章第5.2节）。这种二分法尽管有用，但也会带来误导。一方面，并不意味着实证方法中完全没有考虑公平与平等。另一方面，与之相应，也不意味着在规范方法中用不到策略上的考虑。这种区分是基于博弈理论家的不同目标，并且仅仅在方法论观点上有用。特别而言，“对参与人具有同等谈判能力的博弈，实证理论的预言应当与规范的公正的仲裁者的规则相一致”，在这一意义下，可认为“公正”在两种观点的调和中起了主要作用［迈尔森（Myerson），1991，374］。

从其他方面来看，合作博弈的解概念经常是既直接又明了的。然而，尽管可以对单独的博弈直接应用定义，处理博弈之间的关系却需要许多公理。总的来说，这种公理化方法服务有许多目的：它使得解概念更加清楚，并且阐明了解概念之间的相似与不同之处。公理化方法的另一个功能是与反直觉的例子相联系的：解概念必须与某种合意的属性相容，但又必须被考虑为一种消除反直觉结果的方法。

占优与估值：两种古典的方法

最后，有必要将合作博弈中的各种解概念归为两大类：“占优”方法和“估值”方法。（可见马斯—科莱尔所做的这方面区分，1989）

第一种方法以“占优”和“异议”为主要的准则，体现了稳定和联盟的信息。核及类似的概念（稳定集、讨价还价集、内核、核仁）都对组织中成员所提出的不同威胁的威慑力进行度量。研究合作博弈时采用占优方法的主要目标是探求在产出无法被影响时偏离联盟的可能性。当面对某种被建议的产出时，联盟提出可置信反对的必要条件是能使每个成员都得到改善。值得注意的是，合作博弈中联盟使用“可置信威胁”的能力是与非合作博弈中单个参与人使用的可置信威胁相似的。

相反，像完美讨价还价博弈中的讨价还价解一样，估值方法赋予每个合作博弈一个独一无二的“合理”产出，用以考虑——并加以妥协——所有相互冲突的主张。夏普里值（或它的各种扩展）从每个合作博弈中选出一个独一无二的产出，这个产出回答了这样一个问题：参与人怎样才能“合理地”分享合作博弈中的剩余？

在合作博弈中，所有的参与人都能在联盟形成时进行有效的谈判，并且，一旦达成某种一致同意，联盟的参与人就可以自由地表达出一系列行动。在占优方法中，“异议”与“反异议”是合作的工具。这种“威胁方案”本身并不是协定。只有所有的参与人都不能在私下里进行偏离时，这种进行阻止的行为才是真正有效的；所以，监督程序要求禁止参与人保留信息。在估值方法中，假设参与人的策略行为被传递到仲裁者手中，来对分配加以评估。在此，个人和联盟的力量都不被用来得出博弈的结果。

简评 1

必须强调，对所有人而言，这种为博弈计算出一个值（或讨价还价解）的目标可能是一种偏好而非强迫进行的。按照这种方法，一个人可以假设存在一个仲裁者（裁判、社会计划者、国家等），在一些合理的原则指导下，该仲裁者能够找出一个特别的产出并强制其完成。这种中央集权的观点与社会中自由主义者的观点相反［如布坎南（Buchanan）和图洛克（Tullock）的例子，1962，或哈耶克（Hayek），1976］。然而，如穆兰（Monlin）（1995a，628）所做的中肯观察：“如果对这种惟一的解/值所做的决定来自与实证的均衡分析，这两种立场的分立是很肤浅的：对值的计算反映了深思熟虑下对讨价还价环境下策略参数的更好理解。”实际上，这其实是“纳什

纲领”对完美讨价还价博弈的目标。因此，相似的方法可以被扩展到联盟博弈中［这方面的前沿工作由盖尔（Gul）做出，1989。并且哈特（哈特）和马斯－科莱尔研究了非合作策略博弈中夏普里值的执行，1992，格林伯格（Greenberg）对合作解概念的履行进行了调查，1994］。

总之，像对讨价还价解那样，对选择合作博弈的值也有两种方法：或者从规范的观点考虑解的伦理道德属性（经常以公理化为基础），或者从实证的角度寻求策略的分散基础。■

简评 2

占优的方法常被认为比估值的方法更具有描述性，后者实质上是规范的。从前面的观察可以看到，这种观点需要被避免。属于这两类的概念解兼具预言与规则的双重作用。■

6.1.3 联盟的形成：合作与非合作框架

对合作博弈论兴趣的复苏使得我们可以对这一理论的一些部分加以检验。古典的 n 人合作博弈的起点是每个参与人都对参与人与任何子组织进行联合的可能性有清楚的见解，并且在博弈之前能进行自由的谈判。换言之，古典的观点不是试图建立一组参与人如何交流以形成联盟的模型。进行这一强烈的假设的目标在于将分析集中到实际或潜在联盟信息的含义之中。然而，这一思考方式是有缺陷的：在这一框架下，形成联盟这一行为的含义并不清楚。格林伯格对这一点进行了很好的总结（格林伯格，1994，1307）：“一旦联盟成立，是否参与人必须维持而不能背离联盟？或者仅仅是一种‘对意向的宣布’，它是可以被修改的吗？如果可以，又要在什么条件下？也就是说，在什么环境下，联盟会形成或解体？’

这一问题是我们对用这一框架对联盟中信息进行研究的合理性产生怀疑。实际上，已经证明联盟形成的非合作博弈模型早已被博弈论学者提出。在这一方向上最有名的尝试是由奥曼提出的“强纳什均衡”观念（奥曼，1959）。

这一想法的含义是在策略形式的博弈中，联盟是因联盟成员的关联策略而形成的。因此，通过与纳什均衡相类比，强纳什均衡就是当互补联盟 N/S 的策略既定时，没有联盟 S 会有激励来背离“合作的方式”。此处的“合作的方式”指联盟中的所有成员采取联合策略。

定义 1（强纳什均衡）

策略形式（X_1，…，X_n；u_1…，u_n）的强纳什均衡是某个产出 $x=$（x_1，…，x_n），这一产出使得没有联盟 $S\subset N$ 具有满足如下条件的策略 y_s：

$u_i(y_s, x_{N/S}) > u_i(x)$，对于所有的 $i\in S$。■

这实际上是一个很强的定义，所以这种均衡很少存在。并且，这一概念包括——至少暗含了——“有约束的协定”：要进入联盟，参与人必须要遵守它已经同意了的策略，即使其中某些人的兴趣已经发生了变化。

在非合作博弈框架中，更强的合作均衡的概念是由本海姆（Bernheim）、皮莱格（Peleg）和温斯顿（Whinston）在较晚的时候引入的（1987）。在强纳什均衡中，没有引入对偏离联盟的约束。相反，通过与在纳什均衡中引入对参与人的要求相对比，“稳定联盟纳什均衡”（CPNE）包含了联盟成员中自我增强的协定：联盟的偏离不能受自身子联盟偏离的影响。

正式定义“稳定联盟纳什均衡”需要一些预备的概念。对任何策略形式的联盟 $G=\{N,\{X_i\}_{i\in N},\{u_i\}_{i\in N}\}$和任何既定的策略组合 $\bar{x}$ 定义联盟 S 简化博弈如下：

$G_{\bar{x}}^{S}=\{S,\{X_i\}_{i\in S},\{\bar{u}_i\}_{i\in S}\}$

在此，$\bar{u}_i(x_S)=u_i(x_S,\bar{x}_{N/S})$；例如，简化博弈包括了 S 之外所有参与者的既定策略，以及所有参与人在各种所选策略下的效用。一个“稳定联盟纳什均衡”就可以进行如下的递归定义。

定义 2（“稳定联盟纳什均衡”）

对 $n=1$，x_i 是“稳定联盟纳什均衡”当且仅当 x_i 最大化 X_i 上的效用 u_i。令 $n\neq1$ 并假设对任何联盟均已定义“稳定联盟纳什均衡”，则：

x 对博弈 G 是自我增强的，当且仅当对于所有的 $S\subset N$，$S\neq N$，x_S 是 $G_{\bar{x}}^{S}$ 的“稳定联盟纳什均衡”

x 是“稳定联盟纳什均衡”，当且仅当它是自我增强的并且不存在其他的自我增强策略 y，使得对于所有的 i，$i\in S$，有 u_i（y）ϕu_i（x）。■

这种新的合作博弈均衡的引入开启了通往这一主题的丰富文献的大门，与之前提到的关于解概念执行的文献建立了紧密的联系。

这种非合作博弈的框架也能以其他有趣的方式在联盟博弈中起到作用。这一想法由卢斯（Luce）和雷法（Raiffa）（1957）年提出，但在较晚时将“讨价还价集”定义为解概念，才由奥曼、戴维斯（Davis）和马希勒（Maschler）所清楚的引入。（戴维斯和马希勒，1963；奥曼和马希勒，1964）

定义 3（联盟结构）

考虑一组参与人 N，他们面临着可转移效用（TU）博弈（N，v），并假设已经建立了联盟集合 B_k，这些联盟对 N 进行了划分 N：$\beta=$（B_1，B_2，…，B_m），这种划分就叫做“联盟结构”。■

因此，在有着某种“联盟结构”的博弈中，我们要求参与人最初属于某个联盟；我们能够对实际可以形成的联盟进行明确的干预。之所以如此，是因为经验证据表明一些联盟较其他的联盟更容易形成，而这并不直接与支付相联系。这种不对称可以源自外部因素（如历史、地理、社会或政治因素），它们都影响某些实际联盟的表现。

为对联盟结构而不是博弈本身应用“讨价还价集”这一解概念，博弈论学者已经制定了雄心勃勃的计划，他们的最终目标是为被称做“联盟形成博弈”的新博弈确定“稳定的联盟结构”解。通过这种方式，联盟博弈中两个分离的组成部分能够被清楚地界定：第一阶段参与人间的“交流”和“谈判”（这一阶段中协议未定）和第二阶段的在博弈框架下的（严格意义上的）“讨价还价”。但是，已经证明，为将分析集中到对固定联盟结构带来支付的分析之上，联盟博弈的早期工作回避了第一个问题（哪一种联盟结构更易形成）。

奥曼和德雷兹（Drèze）（1974）是第一批在非合作博弈框架下对外生的联盟形成问题清楚的调查的作者，并扩展了“联盟结构”博弈中的古典概念解。由于这篇高质量的论文，许多学者已开始了这方面的研究，时至今日，这方面的研究已经相当可观。

在此，我们提出联盟博弈中的主要解概念，并对解概念加以区分。如我们在上文中占优方法的核及稳定集中的相关解概念、讨价还价集、内核、核仁；估值方法中的夏普里值及其扩展。后续章节将提出更新的有关联盟博弈的纲要来对外生的联盟形成进行处理，由此，将合作博弈与非合作博弈框架结合起来。

6.2 占优方法：核及相关的解概念

6.2.1 核

在合作博弈的所有解概念中，核（C）或许最符合直觉，也最易于理解。一旦核中的协定被达成，没有个人或集团能够通过集团的重组来获得收益。这一概念出现在埃德沃斯（Edgeworth）的著作中（1881）（尽管未用这一术语），当时采用的是“契约曲线”。但是作为合作博弈论中的一般解概念，直到20世纪50年代早期才由吉利斯（Gillies）发展起来（吉利斯，1959）。

分配与占优原则

在分析中，会很自然地找出一些支付向量，以作为合作博弈的所有合理产出集：称为“分配”集。

定义4（分配）

博弈（N，v）中的分配（I）是一个支付向量 x，它满足以下两个理性条件：

$\sum_{i\in N} x_i = v(N)$（群体理性）

$x_i \geqslant v(\{i\}), \forall_i$（个体理性）

分配集表示为：I（N，v）。■

“群体理性”条件可以将以下两个要求合并：其一，全体参与人的联盟 N 中成员的实际上可以获得产出 x，即 $\sum\limits_{i\in N} x_i \geqslant v(N)$（可行性），其二，已经完全将产出分配，即 $\sum\limits_{i\in N} x_i \geqslant v(N)$（帕累托有效性）。“个体理性”条件则意味着没有个人能获得比所分配到的支付更高的支付。需注意的是，个体理性与可行性并不必然相容；很明显，需要满足条件：

$$\sum_{i\in N} v(\{i\}) \leqslant v(N)$$

如果等式成立，即如：$x_i \equiv v(\{i\})$，它刻画了“非重要的”博弈（或严格竞争博弈），在这一博弈中，没有联盟可以使其成员获得超出成员单独努力时的支付（见第二章2.3.2节）。因此，假设不等式是严格的，博弈是重要的。

大多数博弈理论到分配形成阶段就结束了。产出与大多数合作解联系起来就成为分配。然而，有时也不引入个体理性，我们采用“预分配”来代替“分配”。

核的定义可以由占优原则得出，这一原则反映了联盟维持自身的能力。如果与 x 相比，y 给联盟中成员的支付更多，我们称 x 关于联盟 S 被 y 占优，对 S 而言，y_S 更可行。

定义 5（占优关系）

对 x，$y \in I$（N，v）如果：

$$y_S > x_S \text{ 且} \sum_{i \in S} y_i \leqslant v(s)$$

则 y 关于联盟 S 占优于 x

如果对于某个联盟 $S \subset N$，y 对于联盟 S 占优于 x，则支付向量 y 占优于支付向量 x。■

当 y 关于联盟 S 占优于 x 时，可以看到 S 中的成员能够通过自己的努力改善他们的支付；即 S 可以在 x 基础上得到“改进”。有时，将 S 称为“阻塞”联盟，也就是说，可以“阻止”或“反对”支付向量 x。如果用占优关系来分析博弈，一个显然的想法就是集中分析不能被占优的分配。

定义 6（核）

博弈（N，v）的核用 C（N，v）表示，它是分配集 I（N，v）中不被占优的子集。■

因此，核是所有可行支付的集合，没有个人或群体能够加以改善。在某种意义上而言，是不受对抗势力所影响的分配集合：没有参与人的子集可以有效地宣布他们仅通过自己的努力能获得更高收益。

下面的结果就易于证明了。

定理 1

当且仅当：

$$\sum_{i \in s} x_i \geqslant v(s) \text{，对于所有的 } S \subset N$$

时，分配 $x_i \in C$（N，v）。■

值得注意的是，个体理性和帕累托最优实际是联盟的特例（6.1），分别是 S 为单独的个体或全体联盟的情况。相反，可行性要求相反的不等式；因此，在这种方法中，v（N）起到双重作用。并且，这一定理表明，由于被一组放松了线性的不等式所刻画，C（N，v）是闭的凸集。

在任何联盟都能进行有效谈判的假设下，核是非常有吸引力的解概念。

【例子】

让我们回到 6.1.1 节中提到的博弈 A 和博弈 B。对博弈 A 而言，只有参与人合作，他们才能获得 300，核就是集合：

$$C(3,v) = \{x \in IR^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 300, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 \geqslant 0\}$$

核对三个参与人是对称的，它包括博弈的所有分配。

对博弈 B 而言，不考虑参与人 3 时，参与人 1 和参与人 2 可以一起获得 300，核是：

$$C(3,v) = \{x \in IR^3 : x_1 + x_2 + x_3 = 300, x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0, x_3 = 0\}$$

所以，参与人 3 的弱势被反映到核中，它在核中一直得到 0。核的最大困难是它可能不存

在，即核是空的。

【例子】

考虑博弈 C，它与之前讨论的博弈 A 和博弈 B 不同。除非参与人结成一对（{1，2}，{2，3}，{3，1}）来建议同样的支付并执行这一支付向量，参与人将得到 0。也就是说，我们令：

$$u_i(y_1, y_2, y_3)=\begin{cases} x_i & y_i=y_k=(x_1, x_2, x_3)\text{对所有的 } j\neq k \\ & \text{若} \\ 0 & y_1\neq y_2\neq y_3 \end{cases}$$

在交叠的联盟间有竞争的可能性，这一博弈强调了由此产生的困难。在这一博弈中，当任一个参与人 i 获得正的可行支付时其他两个参与人的所得将较他们一起得到的为少（例如 300）。核为空的现象明确解释了为什么这一博弈中联盟的动态谈判会如此复杂。无论最终是何种产出，只要有一个之后的对支付向量进行有效谈判的机会，就总会再出现一个联盟。

简评 1

仍然存在这样一些博弈，它们的核非空，但总是一些极端的支付向量。可是，通过考虑近似的 ε-核，可以减轻核的不稳定性。这种解概念可以通过对核概念进行小的调整而得到。任意给定 ε，如果：

$$\sum_{i\in N} x_i = v(N)\text{ 且 }\sum_{i\in S} x_i \geqslant v(S)-\varepsilon\mid S\mid, \forall S\subseteq N$$

则支付向量 x 在联盟博弈 C（N，v）的 ε-核之中

换言之，如果 x 在 ε-核中，则没有联盟能够保证其成员都可以获得超过支付 x 之上的 ε。■

“等价原则”

在经济理论中，一般假设个人（或个人组成的小的集合）可以对他们之间的交易条件自由地进行谈判，但是同时也认为一般均衡所提供的交易条件是固定的，独立于它们各自的交易决定。在这一框架中，一些经济学家证明了在 19 世纪 60 年代早期埃奇沃思所做的古典猜想。按照这一猜想，对大型的市场而言，核实质上“等价于”竞争均衡（瓦尔拉斯均衡）集。这一“等价原则”强调了核与竞争市场经济中价格均衡的联系，或许也是博弈论与经济理论中最深刻的成果之一。

直觉上来看，不管我们如何假设市场中基本力量的作用方式，市场价格总会从这些力量中自发产生。这强调了当交易者数额巨大时价格作为他们之间协调工具的作用。因此，价格概念并不完全是生造出来的，而是基于合作的内在必要性而引入的。

等价原则的实质被从两方面加以模型化：“渐进”模型与“连续”模型。

渐进模型由舒比克（1959）提出，他证明在两维的特例中，核包含瓦尔拉斯配置集 $W\in C$，这一结果由德布鲁（Debreu）和斯卡夫（Scarf）对有限维的大型经济加以一般化（1963）。令代理商的数目不断地进行同样的复制直到无穷，他们揭示出在适当的意义下，核趋向于竞争配置集。精确一点说，在经济的复制序列中，这些复制的核的交集恰好与瓦尔拉斯均衡相一致：

$$W=\bigcap_{k=1}^{\infty} C_k$$

“福利经济学第一定理”衡量了瓦尔拉斯均衡的帕累托最优性，这一收敛的结果是这一定理的重要加强。实际上，这是一般竞争均衡稳定性的加强：没有个人组成的群体会以重新界定它们之间契约的方式来推翻均衡。核收敛定理有着更加规范的含义。如果我们对最初的禀赋的分配达

成了一致意见，没有联盟能够对核配置中的不平等对待提出反对。由于瓦尔拉斯配置属于核，它们必然具有这种群体公平属性。

连续模型由奥曼（1964）引入。具有连续的经济主体的经济是对有大量经济主体的经济的理想化，正如物理学中对大量分子或微粒的相互作用进行描述时所采用的方法。假设交易者集合是无限可分的概率空间，如赋予勒贝格测度结构的单位区间［0，1］。实际上，具有一个代理人测度空间的大型经济并不是说如果交易者数目很大时对交易者“谁是谁”不能分辨。这一模型给完全竞争的基本假设赋予了清楚的含义，即每个人的影响都是可以忽略的。在这样处理下，可以证明，在最小限度假设下，核与瓦尔拉斯均衡集相一致：$W=C$。

简评 2

等价原则不仅应用于核概念，也用于合作博弈中的其他解概念。仅有一个例外，即“稳定集”（见 6.2.2 节中对“稳定集”的介绍）。■

存在性*

尽管核在逻辑上的要求是不证自明的，但是核为空的可能性仍促使我们去寻求核的含义。这一解概念暗含着以下假设基础：若联盟 S 在谈判时提出产出 y 来反对产出 x，则必须满足三个条件：

- 面临更优的协定时，S 中成员的偏离是不可阻止的
- 对 y 的协定是最后的协定（一步偏离）
- 如他们作为一个联盟不能对 y 达成协定，则他们的实际所得将为 x

这些假设与为具有许多参与人的博弈所规定的条件相似，尤其是在对大型竞争市场的分析中；但是在少量参与人的合作博弈中，这些假设仍然是有疑问的。

幸而对核不为空的博弈仍可归纳出一般特点。这一特点应归功于邦达列娃（Bondareva）（1963）和夏普里（1967）。它是建立在“平衡博弈”基础上的。

我们已经看到若要使个体理性与可行性兼容，则必须满足如下条件：

$$\sum_{i\in N} v(\{i\}) \leqslant v(N) \tag{6.1}$$

很明显核中元素的存在性还要求再满足超可加性。令 S_1，…，S_k 是 N 的一个剖面。由群体理性和定义核的不等式（6.1）可知，若要求核不为空，则必须满足条件：

$$\sum_{i=1}^{k} v(S_i) \leqslant v(N) \tag{6.2}$$

然而，这一条件仍远不够充分。核存在的充要条件还要对这一属性进行极大地加强。

对剖面概念的合适推广是联盟的“平衡族”概念，定义如下。

定义 7（联盟的平衡族）

如果存在正数 λ_1，…，λ_k，使得对于任意的 $i\in N$：$\sum_{j;i\in S_j}\lambda_j=1$，则集合 N 的联盟平衡族 $\{S_1，…，S_k\}$ 是平衡的。数字 λ_j 称为平衡权数。■

每一个剖面都是一个权数等于 1 的联盟的平衡族。若对每个 j，有 $S_j=N\backslash\{j\}$，则 $\{S_j\}$ 是一个有如下权数的平衡族：

$$\lambda_j=\frac{1}{n-1}$$

事实上，联盟的所有平衡族的集合非常大。已经证实，为证明具有非空核博弈的存在性，只要有一个充分小的集合就足够了。

定义 8（联盟的最小平衡族）

如果没有严格意义上的子联盟是平衡的，联盟的平衡族 $\{S_1, \cdots, S_k\}$ 即为最小的联盟平衡族。■

具有非空核的博弈可以由以下结果来刻画。

定理 2（邦达列娃 — 夏普里定理）

可转移效用（TU）博弈（N，v）的核非空，当且仅当对每个具有平衡权数 $\lambda_1, \cdots, \lambda_k$ 的联盟平衡族，有如下不等式成立：■

$$\sum_{j=1}^{k}\lambda_j v_j(S_j) \leqslant v(N) \tag{6.3}$$

注意，不等式（6.3）正是对不等式（6.2）的推广。对所有的平衡族均满足不等式（6.3）的博弈称为“平衡”博弈。

证明：

（i）必要性。令 $\{S_j\}_{j=1}^{k}$ 是具有权数 $\lambda_1, \cdots, \lambda_k$ 的平衡族，并且 x 是 C（N，v）$\neq\phi$ 中的支付向量。由核的定义：

$$\sum_{i\in S_j} x_i \geqslant v(S_j), j = 1, \cdots, k$$

在不等式的两端同时乘 λ_j，并从 1 到 k 求和，可以得到：

$$\sum_{j=1}^{k}\lambda_j \sum_{i\in S_j} x_i \geqslant \sum_{j=1}^{k}\lambda_j v(S_j)$$

由平稳性和群体理性，左端等于 v（N），即得不等式（6.3）

（ii）充分性。证明基于线性规划的对偶理论。令 I_S（i）为 S 的指标函数：

$$I_s(i) = \begin{cases} 1 & \text{若 } i\in S \\ 2 & \text{否则} \end{cases}$$

考虑线性规划（P）

$$\begin{cases} \max \sum_{S\subset N} v(S) y_S \\ s.t.: \sum_{S\subset N} I_S(i) y_S = 1, i = 1, \cdots, n \\ \qquad\qquad y_S \geqslant 0, S \subset N \end{cases}$$

不等式（6.3）对所有平衡族的有效性相当于声明（P）的值 v_P 满足 $v_P = v$（N）。

令（D）为（P）的对偶

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} x_i \\ s.t.: \sum_{i=1}^{n} I_S(i)_{x_i} \geqslant v(S), S \subset N \end{cases} \tag{6.4}$$

由对偶定理，对偶规划的值 v_D 满足 $v_D = v_P = v$（N）。因此，存在满足约束（6.4）的向量 $x=(x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_n)$并且由于在解概念的定义中实际有（6.4）等价于（6.1），故核 C（N，v）非空。

这一稳定性确实不易解释。然而，由此可知与全体参与人的联盟的值 v（N）相比，中间联盟的值 v（S）一定不会太大。

对 N 可转移效用（TU）博弈的扩展

核的定义可以直接扩展到 N 可转移效用（TU）博弈。核在上文中作为第一个解概念已经加以研究。在可转移效用（TU）与 N 可转移效用（TU）中，核都是基于占优原则。

与可转移效用（TU）博弈相似，不可转移效用（NTU）博弈（N，v）的核也是不可被占优分配的子集；包括所有不能被任何联盟改善的支付向量。

如果存在满足 $x_S > y_S$ 的 $y \in v$（S），则联盟 S 可以改善支付向量 x。从更广泛的意义上来说，若 x∈int$v$（S），则 S 能改善 x。因此核 C（N，v）与 $v(N) \setminus \bigcup_{S \subset N} v(S)$是一致的。很明显，对非空的核，$v$（$N$）必须足够大。

通过类比可转移效用（TU）博弈中所使用的术语，我们可以将“平衡的”博弈定义为对每个 N 的子集的平衡族｛S_1，…，S_k｝均具有以下联系的博弈（N，v）：

$$\bigcap_{i=1}^{k} V(S_i) \subset V(N) \tag{6.5}$$

将式（6.3）和式（6.5）相比较可以看出，若可转移效用（TU）博弈（N，v）作为不可转移效用（NTU）博弈（N，v）的规范形式是平衡的，则在所有满足不等式（6.3）的条件下可转移效用（TU）博弈（N，v）是平衡的。

斯卡夫（1967、1973）和夏普里（1973）证明，前面的存在性定理可以一般化为一个较弱的结果。

定理 3（斯卡夫与夏普里定理）

每个平衡博弈都有非空的核。■

值得注意的是，与可转移效用（TU）的情况不同，博弈的平衡性不再是核非空的必要条件。[其证明可参见欧文（Oven），1995，第十五章]

引入可行性条件后，核的定义没有对联盟的背离做出限制。特别的，假设了任何背离都发生在最后（一步偏离）。由于背离行为会触发某种反应并产生不同的最终结果，即联盟被假设为具有一步以上偏离的可能性，一些“类似于核”的解概念考虑了对背离行为所做的各种约束。

6.2.2　类似于核的解概念

稳定集

当经济问题表示为 n 人合作博弈形式时，它们常常有着非空的核，并且核一般也是令人满意的解概念。然而，有许多博弈的核是空的。这一困难不但出现在对政治与选举进行模型化的过程中，也出现在产业组织模型中。在这些情况下，“稳定集”概念在分析联盟的形成、竞争与权利的分配时常常好于其他的解概念。

“稳定集”（S）最初是作为合作集的解概念而被范纽曼和罗宾斯坦引入的（1944），常被称

为“范纽曼—罗宾斯坦解”这一概念与核概念有着密切的联系。由于从定义上看和是不可被占优的分配集。核中的分配既不会被核内的其他配置占优，也不会被核外的配置占优。

令 X 为分配集 I（N，v）的子集。就可以粗略地认为如果没有 X 中的分配被 X 中的其他分配占优，并且每个 X 之外的配置都被某个 X 中的分配占优，则 X 是“稳定集”。因此，与核概念类似，稳定集也是以占优原则来定义的。然而，通过考虑最终的（通过某个事件序列）而不是最近的影响，联盟可以选择偏离行为。

定义 9

令（N，v）为可转移效用（TU）合作博弈。稳定集可以是具有以下两个属性的任何分配集 S（N，v）：

$S\cap D(S)=\phi$ 和 $S\cup D(S)=I(N,v)$

在此对任何子集 X 定义占优函数：

$D(X)=\{y\in I:y$ 被某些 x 占优 $x\in X\}$。■

这两个条件分别称为内在的稳定性与外在的稳定性。它们使得没有稳定集 S 中的元素能占优于这一集合中的其他元素，并且任何在 $I—S$ 中的元素都被 S 中的至少一个元素占优。换言之，集合 S 是“不被占优的”，并且“总可以占优”不在 S 中的元素。这两个条件可以表达为等式：

$S=I-D(S)$

这一定义将 S 描述为由映射 f（X）$=1-D$（X）决定的子集，其中 $X\subset I$。

上文提到，核是在占优联系下达到最大化的分配集；可以表达为以下联系：

$C=I-D(I)$

尽管一般情况下博弈并非只有一个稳定集，但是，给定博弈的核是惟一的集合。实际上，稳定集的定义既没有保证存在性，也没有保证惟一性。博弈可以有许多稳定集，也可以一个都没有。由前面的定义可以得到：

对任何稳定集 $C\subset S$ 并且 $S\cap D(C)=\phi$

因此，核包含在每个稳定集中，并且只要 D（C）$=I-C$，核就是惟一的稳定集。

凸博弈是一类重要的博弈族，它具有非空的核和惟一的稳定集（见 5.3.1 节中对凸博弈的定义）当 C 本身并不是惟一的稳定集时，可以从 $I-$［$C\cup D$（C）］中增加 C 的元素，使其达到稳定集 S。也就是说，将元素引入 C，在每一步都保持内在的稳定性，并且最后要保持外在的稳定性。（见卢卡斯对稳定集的介绍、变化、扩展与一般化）

【例子】

上文的博弈 C 是一个核为空的例子，这一博弈也有许多的稳定集。其中之一是$\{(150,150,0),(150,0,150),(0,150,150)\}$。但是，对于任意的参与人 i 和任意的常数 α，$0\leqslant\alpha\leqslant150$，集合 $\{x\in I(N,v):x_i=\alpha\}$ 也是一个稳定集。因此，虽然这一博弈中的核为空，但是每个分配至少在一个稳定集中。

简评 1

由上文可以看到，对不可转移效用（NTU）博弈而言，核的定义基本上等同于可转移效用

（TU）博弈。稳定集也是如此。■

简评 2

重要的一点是，稳定集理论具有典型的定性特征。由定义来看，稳定集就是社会结构中的潜在内容未能表现出来的分配集合。然而，对给定稳定集的数学描述经常要在参与人的外在社会结构（或组织形式）下加以理解。稳定集在“市场博弈”中的应用导致了精细的组织形式的产生：如卡特尔、有组织的歧视或群体内的群体。这些特殊的组织形式不通过定义引入，而是外生的。与其他解概念相反，稳定集理论的特别之处是预言了卡特尔可以从完全竞争经济中产生。这是等价原则的一个重要例外。■

讨价还价集

与稳定集概念相似，“讨价还价集”可以视做对核概念缺陷的修正。稳定集在考虑联盟时暗示了联盟实际上可以形成，但这样一种解释仅仅是暗含的。相反，讨价还价集将产出于参与人特定的剖面相联系，明确考虑了实际可以形成的联盟。

考虑一组参与人 N，它们面临博弈（N，v）并已经建立起不相交的联盟，形成了对 N 的剖面：我们知道，这种剖面称为联盟结构（见 6.1.3 子节）。讨价还价集理论回答了这样一个问题：如果某个联盟结构已经形成，参与人将怎样，或者应该怎样分享收益。

讨价还价集由奥曼、戴维斯和马希勒在 19 世纪 60 年代初引入（戴维斯和马斯考莱尔，1963；奥曼和马希勒，1964）。与稳定集概念相似，讨价还价集也包括核。但是与稳定集的集合和核不同，可转移效用（TU）博弈的讨价还价集一定非空。

这一解概念背后的思想是，如果参与人担心他的异议会引起其他参与人的反异议，则他不可通过建议支付向量来提出异议。

重要的是，参与人提出异议的目的并不是为了改变联盟的结构。在与所有人的谈判过程中，某个联盟结构会在某个时刻“明确”。参与人不再与联盟之外的参与人接触，每个联盟都在对最后收益的调整进行分配。对参与人 k（从现在起称为她）而言，提出异议的目的是向参与人 l 指出，如果在其他位置行动，她会获得更多，也许 l（从现在起称为他）得到的太多了，应该把他的一部分份额转给 k。注意到只有他们都属于联盟结构中的某个联盟时，k 才能向 l 提出异议。如果参与人 l 能够保护他的份额，即能够提出反异议，则他不应该服从。

为对这些概念进行严格的定义，我们需要引入“联盟的剩余”。

对联盟结构 β 的分配是一个支付向量 x，对所有联盟结构 β 中的联盟，它满足理性群体条件和个体理性条件。联盟 S 在 x 上的剩余是数量：

如果 $S\neq\phi$，有 $e(S,x)=v(S)-\sum_{i\in S}x_i$；若 $S=\phi$，有 $e(S,x)=0$

它代表了 S 中成员偏离分配 x 而另组成它们自己的联盟时可获得的总所得（或损失，如果 $e<0$）。

定义 10

令 x 为可转移效用（TU）合作博弈（N，v）中对联盟结构 β 的一个分配。令 k 和 l 是两个独立的参与人且都属于 β 中的联盟 B。

k 在 x 上的对 l 的异议是一个二元组（y，S），如下：

$y \in IR^n, S \subseteq IN, k \in S, l \notin S$

$e(S, y)=0$ 且 $y_s > x_s$

也就是说，S 中的参与人可以共同获得他们在 y 中的份额。对 S 中的每个参与人，配置 y 都严格优于配置 x，包括参与人 k。

- 针对 k 向 l 提出异议（y，S）的反异议是任何如下的二元组（z，T）：

$z \in IR^n, T \subseteq IN, l \in T, k \notin T, T \cap S \neq \phi$

$e(T, z)=0, z_T \geqslant x_T$ 和 $z_{T\cap S} \geqslant y_{T\cap S}$

也就是说在反异议中，参与人 l 宣称可以建立联盟 T 来保护他的份额。他不需要 k 的赞同，他能给 T 中的每个成员以最初的支付，并且如果 k 给 T 中的成员某种益处的话，他也能够给予。

- 如果一个异议没有反异议，则称其为“合理的”。■

合理异议的概念允许我们对讨价还价集加以定义。

定义 11（讨价还价集）

令（N，v）为一个可转移效用（TU）合作博弈。对联盟结构 β 的讨价还价集是不存在合理异议的分配集；这一集合被记为讨价还价集（BS）（β）。并且，如果以预分配来代替分配，则解称为预讨价还价集。■

因此，严格来说，如果没有对分配的异议，则分配在核中；如果没有对分配的合理异议，则分配在讨价还价集中（例如不存在反异议）。与核及稳定集类似，讨价还价集的应用排除了某些分配，将预测缩到更小的分配集中。但是一般而言，参与人将 BS 中的分配作为进一步谈判的起点，以使产出发生二阶偏离，因此命名为“讨价还价集”。

很明显，由于没有对核中分配的异议，也就没有对核中分配的合理异议，对每个联盟结构，讨价还价集都包含核。一般而言，讨价还价集可以包括核以外的分配。可是，核在许多情况下是空的，所以，在下面结果中可以看出 BS 所具有的一个优越性。

定理 4

对每个可转移效用（TU）博弈（N，v）而言，如果分配集对某个联盟结构 β 非空，则讨价还价集（β）非空。■

与讨价还价集概念联系紧密的是“内核”与“核仁”的概念。这些解概念都建立在“异议”原则之上，这一原则实质上于“占优”原则相同。与稳定集不同，被偏离打破的事件链在两个阶

段后被打断：严格来说，稳定联盟就是对每个对产出的异议都有与之“平衡”的反异议。讨价还价集、内核、核仁的实际区别是在异议与反异议的性质上。

内核

内核（K）由戴维斯和马希勒（1965）提出。这一概念在考虑的异议与反异议的性质上与讨价还价集有所区别。实际上，内核最初是作为辅助的解概念被提出的；它主要是为了对讨价还价集的属性进行说明，并对其中的一部分进行计算。

考虑联盟 S 在分配 x 上的剩余 e（S，x）。若 $e>0$，则它度量了分配 x 被实施联盟所必须放弃的数量。若 $e<0$，则它的绝对值度量了分配 x 被实施时超出联盟值的部分。

参与人 k 对分配 x 的异议是通过建立排除参与人 l 的联盟进行的，对参与人 l 而言，$x_l>v(\{l\})$。同时，k 表明她不同意联盟中的所得或损失。参与人 l 的反异议是指出存在包括 l 但不包括 k 的联盟，该联盟会损失更多而得到更少。然后，我们定义“k 向 l 所提反对的剩余”。如果参与人 k 偏离分配 x 并成立不需 l 同意的联盟，且该联盟中的成员都满意他们在 x 中的支付，则以这一剩余作为参与人能得到的最大所得或最小损失（例如，分别对 e（S，x）>0 或 <0）。这一剩余可以看做参与人 k 与 l 相比较时的讨价还价能力。在将 k 和 l 以这种方式比较，也可以考虑 l 向 k 所提反对的剩余。如果这两个剩余相等，那么，就分配 x 而言，两个参与人处于某种平衡之中。这种平衡是内核的基础；它采用的是对称的或讨价还价压力相等的思路。

定义 12

令（N，v）为一个可转移效用（TU）合作博弈，β 为一个联盟结构。分配 x 下 k 向 l 所提反对的剩余为：

$$S_{k,l}(x)=\max_{\substack{k\in S\\ l\notin S}} e(S,x)$$

β 的内核 K（β）是如下的分配集：

$$S_{k,l}(x)>S_{l,k}(x)\Rightarrow x_l=v(\{l\})\text{，对所有的 }k,l\in B\in\beta,k\neq l$$

β 的预分配内核 K（β）是如下的预分配集：

$$S_{k,l}(x)=S_{l,k}(x)\text{，对所有的 }k,l\in B\in\beta,k\neq l$$

当考虑 $K(\{N\})$时，就获得了博弈（N，v）的内核。■

与内核的定义不同，核与讨价还价集的定义不需要对不同参与人的支付进行比较。由此可知，仅当不同参与人的效用能进行有意义的比较时，内核才是一个合适的概念。然而，马希勒（1992，608—609）给出了内核的一个规范的说明，这一说明不直接应用人们之间效用的比较。按照这一说明，内核与核之间交集的产出满足某种公平分配的方案。

核仁

与讨价还价集相似，内核也有许多产出，然而，对于相当大的一族博弈来说“核仁”仅有一个产出。实际上，施迈德勒（Schmeidler，1969）引入核仁的目的，就是在可转移效用（TU）合作博弈的内核中选出惟一的产出。尽管在数学上很复杂，但是这一解概念背后的思想则很简单：如果某分配向量的所有联盟剩余都最小，则这一分配向量就是核仁。严格来说，核仁是最小的最大剩余。联盟的剩余可以看做是对不满的度量，因此，直觉而言，核仁就是不满的极小值

点。这一属性也将增进稳定。有较高正剩余的联盟通过拆分会得到更多，并且，即使剩余为负，背离联盟的可能性也会随着剩余的减少而减弱。

核仁的定义依赖于对各支付向量对应的剩余的比较。我们再考虑一个可转移效用（TU）博弈（N，v）和 IR^n 中向量的闭集 X。对每个 X 中的 x，我们定义一个 2^n 向量 θ（x）：

$$\theta(x)=[e(S_1,x),e(S_2,x),\cdots,e(S_{2n},x)]$$

它的元素（2^n 个联盟的剩余）以降序排列。然后，我们用字典顺序比较任意两个向量 θ（x）和 θ（y）（见第二章 2.3.1 节对字典式偏好的定义）。

定义 13

令 X 为 IR^n 中的任意非空闭集。NL（N，v，X）是 X 中的向量集，它的 θs 以字典式偏好排序为最小。例如：

$$NL(N,v,X)=\{x\in X:\theta(x)R_L\theta(y)，对所有的\ y\in X\}$$

如果 $X=I$（β），核仁称为具有联盟结构 β 的博弈的核仁。如果 $X=I$（N），称为博弈的核仁。最后，如果用预分配来代替分配，就得到博弈的预分配的核仁。■

由于核仁是内核中的一点，它具有这一解的所有好的属性。当核非空时，核仁属于核。但是如果核为空，核仁可以被想像为核的“潜在位置”（舒比克，1982，340）。图 6.1 对这些属性进行了图解，并表示出了可转移效用（TU）博弈中讨价还价集、核、内核与核仁之间的重要联系。

简评 3

一个更规范的对核仁的说明常被提出。与内核相似，这一解概念也可被视为考虑了参与人间的某种平等：用“平等主义”的仲裁来定义核仁（见穆兰的之一规范说明，1988）。

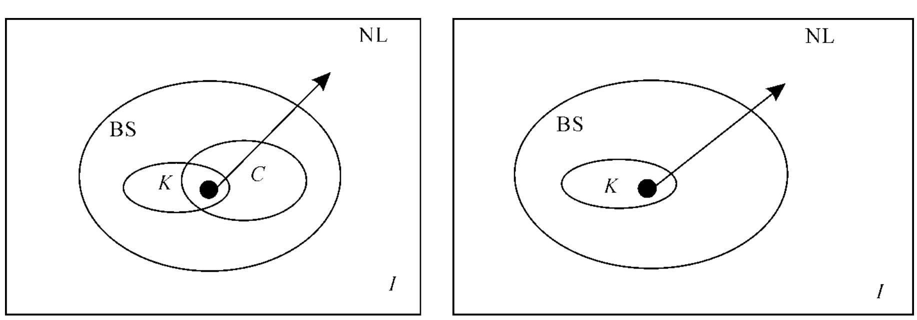


图 6.1　内核（K）、核仁（NL）、核（c）、讨价还价集（BS）

简评 4

在不可转移效用（NTU）博弈中推广“异议”与“反异议”的概念是很简单的。因此也很容易对不可转移效用（NTU）博弈定义讨价还价集。然而，即使对三人博弈而言，讨价还价集也可能是空集。这就需要对这一解概念进行另一种定义。于是就引进了几种在不可转移效用（NTU）合作博弈族中的非空讨价还价集（见马希勒所做的纵览，1992）。相对而言，不可转移效用（NTU）博弈中对核与核仁概念的扩展则很少。其中的主要困难是难以找到剩余函数的对

应物。尽管已经对这一问题有了一些思路，但仍有待探索。■

6.3　估值方法：夏普里值及其扩展

已经获得证明的一个有用的方法，是将参与人所面临的每一个选择代之以一个数字，以表示出这一选择的期望效用。然后，将博弈中面临联盟的机会加总，可以得到一个数，用以表示在具有可转换效用单位中的值。夏普里（1953）提出，每个参与人都面临着在某个联盟结构的博弈中的联合概率，将之加总，可以得到代表参与博弈的“价值”的数值。

为这一目的而引入的特殊函数——此后称为夏普里值（SV）——被高度重视，也已证实，这一合作博弈的解概念在大范围的经济与政治模型中都能得到很好的应用。夏普里值或许是最有用的合作博弈解概念，也常给出具有显著直觉内容的结果。有一个非常一般的存在性定理，基本上覆盖了人们想要考虑的所有应用。并且，非常重要的一点是夏普里值在数学上易于处理（舒比克，1982，有助于展示夏普里值在经济与政治科学中的应用）。

6.3.1　夏普里值

博弈（N，v）的值被定义为一个 n 维向量，其中的 n 个数字代表了在 n 中形势下参与博弈的值：

$$\phi(N,v)\equiv[\phi_i(N,v)]_{i\in N}$$

因此，对每个具有联盟形式的博弈，这一值预言了对每个参与人的惟一支付配置。

描述

标准的描述是公理化的。在叙述公理之前，我们需要一些定义。

首先对博弈（N，v）中的任意联盟 S 定义“参与人 i 的边际贡献”：$\Delta_i(S)=v(S)-v(S\setminus\{i\})$。然后，如果对每个不包括 i 的联盟 S 均有 $\Delta_i(S)=v(\{i\})$，则称参与人 i 为“虚拟的”。此外，若对每个既不包括 i 也不包括 j 的联盟 S 均有 $\Delta_i(S)=\Delta_j(S)$，则参与人 i 和 j 称为“可互换的”。

夏普里提出支付配置 ϕ（N，v）检验了三个公理：

$A1$　群体理性

支付配置 ϕ（N，v）分配了博弈的总支付：

$$\sum_{i\in N}\phi_i(N,v)=v(N)$$

$A2$　对称性（或平等待遇）

如果参与人 i 和 j 在支付配置 ϕ（N，v）中可互换，则

$$\phi_i(N,v)=\phi_j(N,v)$$

$A3$　虚拟参与人条件（或零参与人条件）

如果参与人 i 在支付配置 ϕ（N，v）中是虚拟的，则

$$\phi_i(N,v)=v(\{i\})$$

这三条公理很容易被确立。古典的群体理性公理要求可行性与效率。对称公理则断言是参与

人在博弈中的角色，而非参与人在 N 中的名称或标志在起作用。所以，价值应当仅对特征函数如何反映联盟中的参与人有敏感的反应。特别地，被 v 同等对待的参与人也应当被价值 ϕ 同等对待。假定集中于参与人对联盟的贡献，公理 $A3$ 也很自然的表明：若参与人对任何联盟产出的贡献都恰好等于其个人行动时的支付 $v(\{i\})$，则他在价值的配置中也应被赋予这个值。特别地，对任何联盟的贡献都为零的参与人其所得也为零。

对一些联盟而言，这三条公理足以决定惟一的支付配置 $\phi(N, v)$，但是在一般情况下为获得惟一的支付配置，必须满足一致性。前面的公理引入了单独的博弈的条件，最后一个公理则将不同博弈的产出联系起来。

$A4$　可加性

对于任意两个博弈（N, v）和（N, w），对所有的 $i\in N$ 有 $\phi_i(N,v+w)=\phi_i(N,v)+\phi_i(N,w)\ i\in N$。此处定义新的博弈（$N, v+w$），使之对每个联盟 S，有 $(v+w)(S)=v(S)+w(S)$。

这最后一条定理在数学上易于处理，但与前三条定理相比却更难证实。对可加性定理的第一个批评由卢斯和雷法（1957）所提出，他们强调了以下事实，即博弈（$N, v+w$）的结构导致的行为与博弈（N, v）和（N, w）各自导致的行为无关。（见迈尔森，1991，437—438，为一个线性密切相关定理所做的辩护）

值得注意的是，夏普里（1953）表明，若满足以上四条定理，将存在惟一的支付函数。

定理 5（夏普里）

满足假设 $A1$、$A2$、$A3$、$A4$ 的惟一价值 $\phi=[\phi_i]_{i\in N}$ 可以表示为：

$$\phi_i(N,v)=\sum_{S\subset N}q(s)\Delta_i(s)$$

其中，$q(s)=\dfrac{(s-1)!\,(n-s)!}{n!}$

并且 s 代表联盟 S 中参与人的个数。■

说明

这一公式考虑了参与人 i 能参加的所有联盟，并将 i 的夏普里值表示为他（或她）对所有联盟边际贡献的加权和。

夏普里值也可解释为参与人加入某个联盟时的期望边际贡献。特别地，假设我们决定将全体参与人的联盟 N 集合到一个房间内，而房间的门每次只能通过一个人，所以参与人随机地在门前排队。对 N 中的参与人有 $N!$ 种排队方式，假设它们是等可能的。然后 $\phi_i(N, v)$ 就是当参与人 i 进入房间时的期望边际贡献。为证明这一点，考虑任意包含 i 的联盟 S，可以观察到当参与人 i 进入房间时，他恰好发现 $S\backslash\{i\}$ 中的参与人已经在内的概率是 $(s-1)!\,(n-s)!/n!$。

夏普里值是对权力结构进行估值的有力工具。它可以被看做是权力的指标，同样也可视为社会生产力的指标。

【例子】

我们回到 6.1.1 和 6.2.1 节所提到的三个博弈。

对博弈 A，3 个参与人都必须同意获得 300，由夏普里值给出的产出是（100，100，100）。对博弈 B，只需要参与人 1 和 2 同意获得 300 即可，由夏普里值可得（150，150，0）。对博弈 C，任何一对参与人都可以分享 300，由对称性，夏普里值给出（100，100，100）。

另一个重要的例子是由“顶点博弈”给出的（马希勒，1992）。这一博弈是一个5人博弈，其中：

若参与人 $1\in S$，且卡片上 $S\geqslant 2$，则 $v(S)=1$

若卡片上 $S\geqslant 4$，则 $v(S)=1$

其他情况，$v(S)=0$

参与人1称为“大参与人”，另外4个称为“小参与人”。同一个或一个以上小参与人合作，大参与人能够获得1；4个小参与人在一起也能够获得1。容易看出，这一博弈的核是空的。然而，这一博弈有惟一的夏普里值。在随机排序的进入过程中，除非大参与人最先或最后进入（这两种情况的概率共为2/5），他具有边际贡献1。由此可得，$\phi_1(5,v)=3/5$。由 $A2$，4个小参与人必须获得同样的价值。由 $A1$、$A3$，5个人的价值必须和为1。因此，这一博弈中由夏普里值给出的支付配置为：

$$\phi(5,v)=(\frac{3}{5},\frac{1}{10},\frac{1}{10},\frac{1}{10},\frac{1}{10})$$

简评1

杨（1985）指出，用以代替定理 $A3$（虚拟参与人）和 $A4$（可加性）的定理必须满足以下要求：参与人的价值仅仅取决于它的边际贡献。这一“边际贡献”定理可以表达为：给定两个博弈（N，v）和（N，w），给定参与人 $i\in N$，若对所有的联盟 S 均有 $i\in N, v(S)-v(S\backslash\{i\})=w(S)-w(S\backslash\{i\})$ 则 $\phi_i(N,v)=\phi_i(N,w)$。杨的结果指出，若解概念是夏普里值，则必须满足“群体理性”、“对称性”和“边际贡献”。■

简评2

哈特和马斯科莱尔（1989）建议了一个简单的方法来计算夏普里值：给每个博弈（N，v）赋予一个实数 P（N，v），称为博弈的“势”，并且按照这些数字来计算参与人的边际贡献。更精确地，令 P（ϕ，v）$=0$ 并递归，赋予每个博弈（N，v）以数字 P（N，v），如下：

$$\sum_{i\in N}[P(N,v)-P(N\backslash\{i\},v)]=v(N)$$

也就是说，P 的边际增量等于 v（N）。可得出 P 的边际增量是精确的夏普里值：

$\phi_i(N,v)=P(N,v)-P(N\backslash\{i\},v)$ 对所有的（N，v）且 $i\in N$。■

简评3

文献中还有其他的价值扩展，参见欧文值（1977、1985）。其中的一些扩展已经在6.4节中提到，它们主要集中于内生的联盟结构上。■

6.3.2　夏普里值与其他解概念间的联系

夏普里值易于计算并且在所有合作博弈中均存在。它与其他解概念间的联系也就在文献中被进一步研究（见穆兰所做的著名研究，1988）。

特别指出，夏普里值与核在联盟形式的博弈中并非是始终相容的解概念；价值配置可以是核的一部分，也可以不是。这是因为价值的配置并不必然能够稳定到阻止对联盟的脱离。但是，由于价值配置并不必然在核中，我们能够提出以下问题：至少价值支付是一个分配吗？由 $A1$，证实了群体理性，但是，个体理性并没有被直接要求。因此，总的来说，价值配置仅是简单的预分

配。可是，若博弈具有超可加性，在

$\phi_i(N,v)\geqslant v(\{i\}),\forall i\in N$

的意义下，夏普里值也满足个体理性。

为证实这一联系，需注意超可加性暗含着：

$v(S)\geqslant v(S\backslash\{i\})+v(\{i\}),\forall S\subseteq N$

与核和讨价还价集相反，内核与核仁的定义几乎没有对一些人在一些环境下的目标加以反映。然而我们知道如果提供公理化基础并确信这些属性是合意的，则某个解概念也能被证实。尤其值得注意的是，一个特别的公理——“简化博弈属性”或“一致性”——在对大多数介绍解概念的公理体系中起到了重要的作用。

一致性是海萨尼（1959）在对 n 人讨价还价博弈的纳什讨价还价策略进行考察时首先注意到的［见汤姆森（Thomson），1990、1994；比德斯（Peters），1992，对一致性在公理化讨价还价模型中作用的详细分析］。但是，不管这一属性以何种形式出现，他在几乎所有的合作博弈中都是相同的。与一致性相近的条件甚至被用在不太严格的博弈理论框架中，如社会选择、平等和分配公正理论［见穆兰，1995b；杨，1994；罗默（Roemer），1996 中的例子］。

我们考虑合作博弈（N，v），并假设参与人信仰某个已经被估值的点解概念 ϕ，这一解概念仅产生具有帕累托效率的支付。

在这一安排下，一致性原则具有以下含义：如果 N 中子集 S 的成员汇聚到一起并观察它们在 ϕ 中的所得，他们会发现他们的所得是“他们自己的博弈”的解中的解向量，因此都没有偏离的动机。

定义 14（一致性）

如果对于所有的 $S\subset N$ 与任意支付 x，有：

$x=\varphi(N,v)$，暗含着对于所有的 $S\subseteq N,(x_i)_{i\in S}=\varphi(S,v_S)$

则 φ 具有一致性。

在此，（S，v_S）代表 S 中参与人的“他们自己的博弈”，也被称为“S'中的简化博弈”。■

严格来说，一致性意味着如何选择参与人集合并不重要。我们可以将注意力集中到“小世界”之上，并且，这个小世界的参与人的产出与“大世界”中观察到的结果一致。因此，在一些解决途径中又被称为“博弈间的稳定性”。

这一属性也可被用到多值解概念上。若 ϕ 不是具有一致性的解，则将存在具有 ϕ（N，v）中支付的博弈（N，v），以及对 x 持异议的成员的联盟，他们将宣称对他们自己的博弈，解概念 ϕ 将得出不同于 x 的支付向量。一致性是一个非常自然的要求。只是对简化博弈（S，v_S）的定义不很明了。到目前为止，有两个定义被证明是富有成效的。

第一个解如下：

$$v_S(T)=\begin{cases}0 & \text{对于 } T=\phi\\ x(T) & \text{对于 } T=S\\ \max\limits_{Q\subseteq\bar{S}}[v(T\cup Q)-x(Q)] & \text{对于 } T\subset S,T\notin\{\phi,S\}\end{cases}$$

其中，$\bar{S}$ 表示补充联盟（$N\setminus S$）。这一公式由戴维斯和马希勒（1965）首先提出，并在之后由奥曼和德雷兹（1974）对内生联盟结构的博弈进行了研究。核、预讨价还价集、预分配内核和

核仁都是在这一等式下具有一致性的解概念。注意这一结果与“预分配解”相联系而非讨价还价集、内核和核仁本身。

简化博弈的第二个富有成效的定义是：

$$v_S(T)=v(T\cup\bar{S})-\sum_{i\in\bar{S}}\varphi_i(v/T\cup\bar{S}),T\subseteq S$$

其中，$v/T\bigcup\bar{S}$ 是（N，v）的子博弈，被约束为 $T\bigcup\bar{S}$。这一公式由哈特和马斯－科莱尔（1987）给出，在这第二个等式下，夏普里值具有一致性。

注意这两个等式有两个基本区别。在第一个等式中，允许 T 从 $\bar{S}$ 中选择同伴 Q。在第二个等式中，T 与 $\bar{S}$ 保持一致。而且，在第二个等式中，$\bar{S}$ 中的每个参与人都要求得到他在新博弈（$T\bigcup\bar{S}$；$v/T\bigcup\bar{S}$）的解中的支付，然而，第一个等式中每个参与人都要求得到受原始博弈（N，v）的解所支持的支付 x。

由于在简化博弈中取得了丰富的结果，并且与直觉相符，所以就产生了能否用一致性来比较上述几个解概念的问题。对于这一点，哈特和马斯—科莱尔（1989）给出了一个令人惊讶的结果。

定理 6（马斯—科莱尔）

预分配核仁和夏普里值可由同样的公理来公理化；仅仅在一致性公理上有所区别。■

对预分配核仁的公理化最初由索博列夫（1975）给出。之后，马希勒、Potters[2] 和 Tijs（1992）建议将某些博弈族的核仁加以公理化。他们利用了简化博弈的属性。可是，与将博弈简化到参与人的子集不同，他们将博弈简化到更小的可允许联盟集合之中。因此，在更进一步的含义之下，夏普里值和预分配核仁的区别在于 N 中的子集对“他们自己的博弈”估值的不同。如果这两种方式中的一种对特别的例子更有意义，其对应的解概念也更可取。如果必须在具体应用上对预分配核仁和夏普里值进行取舍，则应对两者对应的简化博弈均进行检验，以找出哪一种更适合应用。

在凸博弈中，夏普里值总是非空核中的元素；实际上，它占有中心的位置。边际贡献向量是凸核的顶点，夏普里值则代表各顶点的重心，其限制条件是，若某顶点与两个不同顺序的边际贡献向量有关，则被计算两次。所有重要的解概念在这族博弈中是一致的。

命题 1

凸博弈有惟一的和核及讨价还价集相一致的稳定集，有和核仁一致的内核。■

然而，总的来说核仁与夏普里值是有区别的（见穆兰，1988，112—113；马希勒，1992，628—629）。之前，我们将合作博弈中的解概念形容为分配的指示器，就像均值和中值那样。实际上，夏普里值在许多地方可以和均值类比，而核仁则可和中值类比（奥曼，1989，25）。

简评 1

应强调的是“占优”方法与“估值”方法的对立只是用以说明合作博弈的便利方法。已证明夏普里值也可用异议与反异议的概念来刻画。然而，与前述的解概念相反，这些异议与反异议是

参考其他博弈——“子博弈”——来定义的，而不是被隔离开的单独的博弈。

对每个联盟 S，博弈（N，v）的子博弈（S，v）是联盟博弈，其中对任何 $T\subseteq S$ 有 $v^S(T)=v(T)$。然后，参与人 k 在 v（N）中的配置 x 上对参与人 l 的异议可采用以下形式：“给我更多，否则我将要离开博弈，你就只能获得 $\phi_l^{-k}=\phi_l(N\backslash\{k\},v^{N\backslash\{k\}})$ 而不是更大的支付 x，你将损失正的数量 $x_l-\phi_l^{-k}$。” l 对此种异议的反异议是如下声明：“的确，如果你离开，l 将有损失，但是，如果 l 离开，你将至少损失同样多。”因为 $x_k-\phi_k(N\backslash\{l\},v^{N\backslash\{l\}})\geqslant x_l-\phi_l(N\backslash\{k\},v^{N\backslash\{k\}})$。这些异议与反异议与定义讨价还价集、核、核仁时使用的定义不同，那里考虑的是更小博弈的产出。这些产出以同样的逻辑作为博弈本身的支付：他们由价值给定。

夏普里值被要求满足以下属性：任何参与人 k 的任意对 l 的异议都被参与人 l 的反异议所平衡，即

$$\phi_k(N,v)-\phi_k^{-1}=\phi_l(N,v)-\phi_l^{-k},\forall k,\forall \mid\in N$$

可证明满足这一属性的惟一价值是夏普里值（见奥斯本和罗宾斯坦，1994，289—290）。■

6.3.3 扩 展

将对夏普里值进行两种扩展：对 SV 可转移效用（NTU）博弈和非原子博弈（无最小单位的博弈，译者注）。

不可转移效用（NTU）博弈中的夏普里值

夏普里值容许一些对不可转移效用（NTU）博弈所作的一般化扩展，只需要增加 V（S）是凸集的额外约束即可。其中，海萨尼（1959、1963）所建议的处理方法即使不是最简单的，也是最自然的。不可转移效用（NTU）海萨尼价值的一个最重要的属性是在可转移效用（TU）情况下与夏普里值一致，而在二人情况下与纳什讨价还价值一致。

另一个用于一般的不可转移效用（NTU）博弈的价值是由夏普里（1969）引入的。海萨尼模型的细节是比较繁难的，它说明了夏普里的简单公式中的一些问题。夏普里从海萨尼那里借用了“λ—可转换价值”的概念，但是，这两种方法在对价值特征的定义上有所不同。海萨尼的基本策略是定义一组与最初的不可转移效用（NTU）博弈有联系的可转移效用（TU）博弈，其中的每个博弈都基于给定的参与人权重。每个博弈都有一个夏普里值，但是其中的绝大多数在最初博弈的合适权重下都不能达到。严格来说，不可转移效用（NTU）博弈的 λ—可转换价值是这组博弈中某个成员的夏普里值，它能够在最初的博弈中获得。

我们考虑单位单纯型：

$$\left\{\lambda\in R^n:\lambda_i\geqslant 0,\forall_i \text{ 和 } \sum_{i\in N}\lambda_i=1\right\}$$

对每个组合和每个不可转移效用（NTU）博弈的产出 λx，由 $(\lambda x)_i=\lambda_i x_i$ 定义“权重产出”。令 v_λ（S）为联盟 S 可获得的最大总权重：

$$v_\lambda(S)=\max\left\{\sum_{i\in S}\lambda_i x_i,x\in V(S)\right\},S\subset N$$

这一总权重代表了可转移效用（TU）博弈（N，v）的特征函数。

定义 15（λ—可转换价值）

若 $x \in V$（N），且存在组合 $\lambda x = \phi$（N，v_λ），则产出 x 称为不可转移效用（NTU）博弈（N，V）的 λ—可转换价值。即，若 x 具有可行性且与可转移效用（TU）博弈（N，v_λ）中的某个成员有关，则产出 x 称为可转移效用（TU）博弈（N，v_λ）的 λ—可转换价值。■

权重表明了对每个参与人的相对重要性，通过对权重的选择使最终的结果具有可行性；不可行的结果表明一些参与人估价过高或过低。权重 λ_i 也能被用来对不同人的效用进行比较（分配公正理论中有这方面应用，见 Yaari，1981）。直观来看，v_λ（S）是联盟总值的数字度量，值 φ_i（N，v_λ）可以看做对参与人 i 社会生产力的度量。

联盟博弈的不可转移效用（NTU）夏普里值不一定是惟一的。由于不喜欢所谓稳定性的概念，人们可能期望社会产出的指标是惟一的，所以这一点初看起来可能有些奇怪，但是，考虑到经济主体的净值依赖于具有普遍性的价格，而由经济的内生条件决定的价格又不是惟一的，或许这一点就不很奇怪了。

哈特（1985）和奥曼（1985）已经对海萨尼价值和夏普里不可转移效用（NTU）值进行了公理化。公理是类似的，只是在夏普里模型中参考的是支付组合，而海萨尼模型考虑的是支付组合的 2^n 个值，每个值对应一个联盟。这是为了强调这两个概念在观点上的基本区别：夏普里值假设全体参与人的联盟是最终的形式，中间联盟仅用于讨价还价和威胁，而海萨尼价值则考虑了中间联盟实际形成的可能性［见 Mclean 最近对不可转移效用（NTU）价值的综述，2002］。

无最小单位博弈中的奥曼—夏普里值

奥曼和夏普里（1974）将夏普里值扩展到有无穷多个参与人且它们在个体上可以被忽略的博弈。他们的结果既有典雅的数学形式又有丰富的经济学内涵。为避免对研究的理论前提进行度量，我们仅仅考虑他们所分析的博弈中的一小部分，以对这一方法进行概览。下面给出迈尔森（1991，442，443）的分析：

令 H 为一有限集合，它代表了参与人分类的集合，并且假设每一类中有无限多个参与人。此处，我们用联盟中参与人分类中的参与人的剖面来描述联盟。所以，若 r 在闭区间［0，1］^{H} 之中，则我们说 $r=$（r_h）$_{h\in H}$是一个“剖面联盟”。其中的每个元素 r_h 都被解释为联盟中 h—类参与人的剖面。如果我们将无限参与人模型看做非常大的有限参与人博弈的近似，则我们也能将 r_h 解释为联盟中 h—类参与人数量与博弈中 h—类参与人数量的商。因此，通过函数 v：［0，1］$^H \rightarrow IR$ 也能将联盟形式的无穷博弈加以形式化，其中，对每个［0，1］^{H} 中的 r，v（r）表示博弈中剖面联盟 r 的值。我们引入以下假设：

- v（0）$=0$，其中 $0=$（0，…，0）
- v 在［0，1］^{H} 中连续
- 对任意的 $h \in H$，v_h'（r）$\geqslant 0$ 并且在每个 r 处连续，如 $r_h > 0$

集合｛$\alpha 1$：$0<\alpha<1$｝称为集合［0，1］^{H} 的主对角线，其中 $1=$（1，…，1）。在大的有限博弈中，若参与人按照前述的随机顺序进入，当他们形成联盟时，在任何特殊参与人之前进入的参与人所构成的集合很可能是从总体中选出的大样本。在此，我们应用统计上的原则，样本的统计属性取决于样本的大小，而非总体的大小。

因此，由大数定律，样本中某参与人之前各类参与者的相对数量会以很高的概率接近于博弈参与人集合中各类参与人的相对数量。换言之，当博弈很大时，在联盟形成过程中给定参与人之

前的剖面联盟很可能非常接近主对角线。当 h—类参与人进入剖面联盟 r 时，他的边际贡献是与 v_h'（r）成比例的。由于任何参与人之前的联盟几乎都在大的博弈的主对角线上，而又可能按标准分布在对角线上任何一处出现，所以，博弈中 h—类参与人的价值应当是：

$$\int_0^1 (al)\ da$$

实际上，这种表达不应被解释为单个 h—类参与人的效用，而是这类参与人的总价值，或者说是博弈中所有 h—类参与人的价值总和。由对称性，每个 h—类参与人都获得该价值的同等份额。也就是说，如果无限博弈是大的有限博弈的近似，且有限博弈中每一类参与人均有 N 个，则这个大的有限博弈中每个 h—类参与人都应近似等于：

$$\phi_h(v)=\frac{1}{N}\int_0^1(\alpha 1)d\alpha$$

若每个 r 都在 $[0,\ 1]^H$ 之中，每个 α 都在 $[0,\ 1]$ 之中，且 v（αr）$=$ αv（r），则称 v 是一次齐次的，因此联盟的值与其大小成比例（当不同类参与人数目的比率为常数）。若 v 是一次齐次的，则它在主对角线上的偏导数为常数。因此，若 v 是一次齐次的，h—类参与人的价值恰好是 v_h'（1），例如，他们在全体参与人的联盟中的边际贡献。

这一方法主要强调“对角线原则”：严格来说它断言奥曼—夏普里值是由那些组成与总体相近的联盟 S 所决定的（例如，S 中每类参与人的比例与全体参与人的联盟相同）。

简评 1

在无限多参与人的博弈中，当且仅当对任何 $[0,\ 1]^H$ 中的 r，

$$\sum_{h\in H} r_h x_h \geqslant v(r)$$

时，配置 $x\in IR^H$ 在核中。

若增加 v 呈凹性的假设，则可看到这一价值配置也是核中的惟一点。由此，存在大量且重要的一族博弈，它们有无穷个参与人，且核与值一致。更一般而言（注意，若效用函数是不光滑的），大的博弈的夏普里值近似的位于核中［见内曼（Neyman）对这一主题的回顾，2002］。■

6.4　内生联盟结构与联盟的形成

古典的合作框架引导对联盟的分析，在这一节中，我们离开这一框架，以研究在合作与非合作框架下联盟的形成。首先，对内生联盟结构进行概述，并集中于联盟在外部性下形成时的非合作博弈。这是由于在联盟形成有着重要作用的经济领域中，外部性都起到主导作用。

6.4.1　内生联盟结构：概述

有关联盟内生形成的三个基本问题由范·纽曼和罗宾斯坦进行了清楚的表述：博弈论的目的是“对与参与人之间的联盟、联盟中同伴的补偿以及联盟之间的合并与对抗有关的每件事做出决定”（范·纽曼和罗宾斯坦，1944，240）。换言之，这些问题是：会形成哪个联盟？联盟的值怎样分给其成员？其他联盟的出现会怎样影响合作的激励？传统的合作博弈主要集中于第二个问题。甚至像讨价还价集这种用来研究联盟形成的工具也假设了外生的联盟结构。由于联盟博弈没

有介绍联盟之间的外部性，关于处理联盟之间竞争的第三个问题也是在传统的合作博弈论框架之外的。

奥曼和德雷兹（1974）是第一批对可转移效用（TU）博弈框架中联盟结构的解概念进行研究的人员；他们为有关联盟内生形成的研究计划奠定了基础。

这一计划的标准日程由三部分组成［库兹（Kurz），1988，156］：

（i）首先，将博弈（N，v）的定义扩展到具有联盟结构 $\beta=(B_1, B_2, \cdots, B_n)$ 的博弈。这要求对支付向量和可形成的联盟集进行特殊的约束。这种博弈可以用（N，v，β）来表示。

（ii）其次，在定义博弈（N，v）的扩展之后，将合作博弈论中的解概念扩展至博弈（N，v，β）。

（iii）最后，研究联盟结构的稳定性。为做到这一点，需要指明“联盟形成博弈”并将稳定结构定义为这一博弈的解。

奥曼和德雷兹（1974）进行了这个日程的前两项，谈到了六个一般的解概念：核、稳定集、讨价还价集、内核、核仁和夏普里值。大多数对联盟结构的后续研究都集中在对具有某个联盟结构的博弈的核和夏普里值的研究之上。

然而，在定义这些解概念之前，我们能够讨论什么是给定博弈结构的“可行”支付。奥曼和德雷兹（1974）建议由下式给出某联盟结构 β 下的可行支付集：

$$X(\beta)=\left\{x \in IR^n : \forall B_k, B_K \in \beta, \sum_{i \in B_k} x_i \leqslant v(B_k)\right\}$$

即，每个联盟都应该将联盟产生的总支付在它的成员中分配。因此，由联盟结构 β 引入的主要新颖假设是建立在以下条件上的：

$x(B_k)=V(B_k)$

这一约束暗含着每个联盟都是自给自足的。尤其不允许联盟之间的转移。虽然会产生一些不那么有趣的推论，大多数对联盟结构的研究还是采用这一可行性约束。

为何要形成联盟？

下面的问题是在对联盟结构的研究中最早提出的：个体为什么要组成中间联盟而不是全体参与人的联盟？

奥曼和德雷兹（1974）提出了一些社会环境的存在使得博弈不具有超可加性的理由。第一个也是最直接的理由全体参与人的联盟可能有“固有的”无效率：“一起行动可能很困难、高成本、不合法，或是参与人由于‘个人的’原因而不愿这样做。”（奥曼和德雷兹，1974，233）次可加性的第二个来源与“道德风险”有关：观察参与人绩效的困难可能导致参与人追求不理想的产出。规范的因素也能解释为何最初具有超可加性的博弈会变成次可加性的博弈（例如，考虑“平等待遇”和“非歧视”的社会标准）。

欧文（1977）、哈特和库兹（1983）提出了联盟形成的一个非常不同的理由。他们假设博弈具有超可加性，并且社会运行有效率。则可得到全体参与人的联盟将在最后实际形成。在他们的框架下，联盟的形成是参与人增加在总的社会“蛋糕”中份额的策略行动。联盟被参与人用做讨价还价的工具。

联盟结构的价值

奥曼和德雷兹（1974）将在全体参与人的联盟下定义夏普里值的公理以更自然的方式进行了扩展，从而定义了给定联盟结构 β 下的夏普里值（或 β 价值）。

给定 N 和 β，β 价值是定义在所有具有有限“承担者” N 的博弈的集合上的函数 $\Phi\beta$，它满足以下定理：

$A1$　相对效率

$(\Phi_\beta v)(B_k)=v(B_k),B_k\in\beta$，对于所有的 k

$A2$　对称性

当 β 是不变量时，对 N 的所有排列 π：

$[\Phi_\beta(\pi v)](S)=(\Phi_\beta v)(\pi S)$

$A3$　可加性

$\Phi_\beta(v+w)=\Phi_\beta v+\Phi_\beta w$

$A4$　零参与人条件

若参与人 i 是“空”参与人，则：

$(\Phi_\beta v)(i)=0$

注意，当 $\beta=\{N\}$，则 $\Phi_\beta(v)=\Phi(v)$；例如 β 价值是夏普里值［作为简化，表示为 $\Phi(N,v)=\Phi(v)$］。

若对每个 $S\subset N$，我们用 $v\mid S$ 来表示 S 上的博弈，并用 $(v\mid S)(T)=v(T)$ 来表示 $T\subset S$ 上的博弈，则可证明下面的结果。

定理 7（奥曼和德雷兹）

对于所有的 $k=1$，…，n 以及所有的 $i\in B_k$，并且

$(\Phi_\beta v)(i)=\Phi(v|B_k)(i)$

则对固定的 N 和 $\beta=(B_1,B_2,\cdots,B_m)$，存在惟一的奥曼和德雷兹值（或 β 价值）。■

这一结果表明，对博弈（N，v）的价值 Φ_β 的约束 B_k，是博弈（B_k，$v\mid B_k$）的夏普里值 Φ。换言之，具有某个联盟结构的博弈的价值具有“约束属性”：对价值的约束是博弈约束的价值。由于这意味着我们可以通过对单独的 k 计算 Φ_β 来计算 Φ（$v\mid B_k$），这一属性有着重要的作用。实际上奥曼和德雷兹价值是容易计算的。然而，因为定理 $A1$（相对效率）的缘故，任何参与人的支付都不取决于他对所属联盟以外的联盟所做的贡献。由此可知，如果在联盟结构的价值中，真实联盟的讨价还价起到重要的作用，可能定理 $A1$ 在许多情况下得不到满足。

欧文（1977）和之后的哈特和库兹（1983）提供了具有联盟结构的博弈的另一个价值，这一价值实际上是建立在对定理 $A1$ 的调整之上的。按照这几位作者的观点，“联盟结构的价值”（或 CS 价值）是算子 Φ，它以为每个具有有限承担者的博弈 v、每个联盟结构 β、每个参与人 i 赋以实数值 Φ_i（v，β）。等价的，我们也可以将 Φ（v，β）作为具有可加性的测度，定义为：

$\Phi(v,\beta)(S)=\sum_{i\in S}\Phi_i(v,\beta)$ 对于所有的 S

下面的公理是关于测度 Φ 的，假设所有的博弈 v 和 v'、所有的联盟结构 β 和 β' 均满足这一公理：

$A1$　承担者

令 N 为 v 的承担者，则：

(i)　$\Phi(v,\beta)(N)\equiv\sum_{i\in N}\Phi_i(v,\beta)=v(N)$

(ii)　如果 $\beta_N=\beta'_N$，则 $\Phi(v,\beta)=\Phi(v,\beta')$

这一公理实际包含三部分。若 i 是某博弈的零参与人，则他在联盟结构中的价值为零。并

且，若这样的参与人从一个联盟结构“转移”到另一个，也不会影响任何人的价值。最后，对于所有的联盟结构，这一价值是有效率的。注意，联盟价值的有效率是一个重要特性，使其与 β 价值区别开来，后者中每个联盟都仅获得它自身的价值。在奥曼和德雷兹模型与哈特和库兹模型中，这一区别源自联盟的不同成因。

$A2$　对称性

令 π 为参与人的排列。则：

$\Phi(\pi v,\pi\beta)=\pi\Phi(v,\beta)$

$A3$　可加性

$\Phi(v+v',\beta)=\Phi(v,\beta)+\Phi(v',\beta)$

给定一个博弈 v 和联盟结构 $\beta=(B_1,B_2,\cdots,B_m)$，若：

对于 $\{1,2,\cdots,m\}$ 中的所有子集 K，有

$v(\bigcup_{k\in K}B_k)=\sum_{k\in K}v(B_k)$

则我们可以说联盟之间的博弈是“不重要的”；即，被 β 所产生的域所约束的 v 具有可加性。

$A4$　无关紧要的博弈

令 v 和 β 满足以上条件，则联盟之间的博弈是无关紧要的。故此有：

对所有的 $k,\Phi(v,\beta)(B_k)=v(B_k)$

当博弈无关紧要时，每个联盟都仅仅获得它自身的值，没有剩余可用来讨价还价。

令 N 为有限的参与人集合，β 为一个联盟结构。若给定 N 的一个完全线性的排序对所有的 $k=1,\cdots,m$ 和所有的 i，$j\in B_k$，N 中所有在 i 和 j 之间的元素也属于 B_k，则称这一排序与 β 一致。与 β 一致的一个 N 的排序是一个随机变量。它的值是与 β 一致的 N 的排序，并且这些排序具有等概率。为理解这一属性，我们可以想像参与人随机到达，然而同一联盟的所有成员都是相继到达的。这同随机排序是相同的，首先，是联盟，接下来，是每个联盟的成员。

定理 8（哈特和库兹）

满足公理 1—4 的惟一的哈特和库兹值 $\Phi(v,\beta)$（联盟结构价值）是：

对于所有的 $i,\Phi_i(v,\beta)=E[v(P_i\cup\{i\})-v(P_i)]$

其中，期望 E 是所有 v 中的承担者 N 与 β，相一致的随机排序的期望；P_i 代表 i 之前元素的随机集合。■

这一数值将每个参与人 i 在任何联盟结构下博弈的可能性都加总到惟一的实数当中。由于以下推论，联盟结构价值与夏普里值产生关联。

推论

对所有的 $B_k\in\beta:\Phi(v,\beta)(B_k)=\Phi(v_\beta)(B_k)$

其中，(v_β,β) 是在联盟结构 β 产生的域约束下的博弈 v。并且：

$\Phi(v,\{N\})=\Phi(v)$。

在奥曼和德雷兹联盟模型中，每个联盟 B_k 的成员都仅仅在联盟内部为了分配联盟的值 $v(B_k)$ 而讨价还价。在哈特和库兹联盟模型中，考虑了一个更精细的两阶段讨价还价过程。在

第一阶段，每个联盟都作为一个单位来行动，这些“被放大了的参与人”之间的谈判决定了联盟的值。第二阶段包括联盟内的参与人为分配第一阶段的“馅饼”而进行的讨价还价。这一模型的重要特点是在两个阶段都同样采用被称为夏普里值的解概念。因此，联盟结构的价值也满足下面的“一致性”属性：联盟内的讨价还价过程源自联盟之间的讨价还价过程。并且联盟的支付附属于联盟结构本身。这一结果强调了哈特和库兹的方法不同于奥曼的方法的特点。由于对后两个作者而言，每个联盟的支付都由其价值确定了（例如，独立于联盟结构之中除本身以外的联盟）。

这一观察为联盟博弈中超可加性的作用提供了线索。奥曼和德雷兹（1974）曾经认为非超可加性是中间联盟形成的最有力的解释，而按照欧文、哈特和库兹的观点，超可加性是一个似是而非的假设，联盟仅仅是因讨价还价而形成的，直到全体参与人的联盟最后形成。

简评 1

与处理联盟结构的模型相反，迈尔森（1977）使用了“合作结构”。“合作结构”是一个图形，它的顶点对应着参与人。两个参与人的连线意味着他们之间能进行富有意义的直接谈判。注意，联盟结构是一种特殊的合作结构，当且仅当两个成员在同一个联盟之中时，它们之间才有连线。然而，有些谈判状况能不能应用联盟结构，只能用合作结构加以模型化，奥曼和迈尔森（1988）给出了这方面的例子。

迈尔森在这一新的背景下定义了夏普里值的扩展：“迈尔森价值”。令（N，v）为联盟形成博弈，L 为参与人之间连线的集合。我们用 $n\perp m$ 表示参与人 m 和 n 之间的连线。令 g（N）为参与人集合 N 的全部图形：

$$g(N)=\{n/m\perp n\in N, m\in N, n\neq m\}$$

我们考虑所有关于 N 的图形的集合 G，并认为合作结构集合 $g=$（N，L）与 G 有关。参与人支付与合作结构之间的联系由解函数 Y：$G\rightarrow IR^n$ 来代表，如下：

$$\sum_{i\in S}Y_i(g)=v(s), \forall g\in S, \forall S\in N/g$$

其中，$N/g=$ $\{i/i$ 和 j 在 S 中由 g 相连，$j\in S\}$。这样一个函数可以定义为通常的解概念的图形（N，v^g）的应用，其中，v^g 为：

$$v^g(S)=\sum_{T\in S/g}v(T), \forall S\subseteq N$$

例如，对任意 $g=$（N，L），与 g，（N，v^g）有关的夏普里值是博弈（N，v，L）的解。它被称为“迈尔森价值”（见 Nouweland，1993，对具有合作结构博弈的回顾）。■

联盟结构的稳定性

作为对更一般的稳定性进行分析的第一步，有必要集中分析一些特殊的博弈，其中仅允许一个参与人产生偏离，并且只有该参与人离开和加入的联盟有发言权。

个体稳定性

各种个体稳定概念的正式存在依赖于哪个联盟能对参与人的转移表示异议。或许最直接的概念是格林伯格（1977）引入的“个体稳定均衡”（ISE）概念：在 ISE 中，没有参与人能在有益于自身和联盟中所有成员的条件下改变联盟。较后的由德雷兹和格林伯格引入的“个体稳定契约均衡”的概念则由于要求参与人离开的与加入的联盟之间的协定而要求更严格一些。一个个体理性的特例也是由 Yi（1997）定义的。若没有参与人有激励离开自己的联盟而建立“只有他一人的联盟”，并且仍保持其他联盟不变，则称联盟结构通过了“单独个体稳定性”的检验。个体稳

定的联盟结构的存在性在一大族博弈中都可以得到证明（见格林伯格的详细描述，1994）。

简评 2

仅有一个参与人试图偏离时的稳定性可以与现实世界中制度安排的选择相联系。例如，在美国，大学里的系被视为教授的联盟，而教授在接到一份有吸引力的邀请时是可以自由来去的（无论系里因为这位教授的离去而有什么潜在的损失或收益），相反，在所有的国家中，足球队都“拥有”它们的队员，而队员除非付出相应的补偿，是不能从一个队转移到另一个队的（格林伯格，1994，1315）。

并且，联盟结构的个体理性在对卡特尔的分析中特别重要：当且仅当其中的公司没有意愿退出（内在的稳定性）并且外面的公司也没有意愿加入（外在的稳定性）时，卡特尔才是稳定的（卡特尔形成博弈最初由德雷兹进行了研究，1983）。■

群体稳定性

群体理性的最常用概念直接源自核的合作概念：若不存在能通过建立其他联盟以获得更多支付的主体，则联盟结构是“核稳定的”。

考虑联盟结构博弈（N，v，β）和参与人的子集 $S\subset N$，子集中的参与人考虑是否要建立一个联盟。若每个成员都能期望在新的联盟结构中有更好的支付，则这个联盟会真正地形成。所以，为了预测联盟的形成，我们必须知道决定他们价值的因素。然而，我们知道这些决定因素是因使用方法的不同而不同的。在奥曼和德雷兹的模型中，联盟的价值仅仅依赖于它们的成员。因此，无论补充联盟 N/S 如何行动，联盟 S 都会获得它的价值 v（S）。在这一框架中，“联盟结构的核”是重要的稳定解。另一方面，在哈特—库兹模型中，联盟的价值不再独立于补充联盟的行为。并且，在这一框架中我们不得不区分各种联盟结构的博弈，每一个博弈都和补充联盟 N/S 对 S 中偏离所作反应的假设相关。因此，不仅核稳定性的适用性有问题，代表博弈的古典特征函数形式的合适与否也颇成问题。

实际上，这一框架中“外部性”的存在要求使用更一般的代表形式。在下一子节中通过介绍“剖面形式下的博弈”来提出这一问题，在这一博弈中联盟的值依赖于整个联盟结构。

为分析奥曼和德雷兹模型中的稳定性，我们可以参考 Shenoy（1979）的工作，他建议了一个与 β 价值 ϕ_β 相关的稳定性标准。令 θ 代表博弈（N，v，β）的一个解概念并用 $x^\theta=x^\theta$（N，v，β）表示 β 与 θ 下参与人的支付向量。现在，令（x^θ，β_1）和（y^θ，β_2）为两个这样的二元组。我们通过下面的叙述定义“占优关系”。

定义 16

若存在联盟 $S\in\beta_1$，且 $x_i^\theta>y_i^\theta$，$i\in S$，则（x^θ，β_1）占优于（y^θ，β_2）。■

相对于“占优关系”，Shenoy（1979）特别将“核”定义为在联盟结构和支付（他也定义了“动态解”）选择中二元组（x^θ，β）的稳定标准。然而我们应该强调这一解释中的一个重要方面，即博弈（N，v，β）中采用的解概念 θ 可以与联盟形成博弈中采用的核概念不同，前者中的 β 是固定的，后者中的 β 是可变的。所以，考虑奥曼和德雷兹价值时，我们可以将 x^θ 和 ϕ_β 视为相同的。

给定联盟结构之间的“占优关系”，Shenoy 引入了下面的稳定性概念。

定义 17（核稳定性）

若联盟结构 β 不被任何其他联盟结构占优，则称其具有“核稳定性”。■

简评 3

几乎所有研究联盟结构的核的博弈论学者都有一个默认的假设：核的非空性代表稳定的结果。所以在 Shenoy 的意义下也没必要应用核稳定性分析。例如，由奥曼和德雷兹（1974）定义的联盟结构的核是博弈（N，v，β）的核；它是所有不被占优的支付向量 x^c 的集合，并且对于所有的 $B^k \in \beta$，满足 $x^c(B^k)=v(B^k)$。但是，每个偏离 β 的联盟 S 都会导致新的联盟结构 β'，所以若 S 能阻止分配 x^c，则 β' 将通过 S 占优于 β。由此，若联盟结构的核非空，它将等价于 Shenoy 的意义下的核（库兹，1988，169）。■

6.4.2 考虑外部效用时联盟形成的非合作博弈

在联盟形成具有重要作用的许多经济领域中，实际形成的联盟比全体参与人的联盟要小，并且联盟之间的外部效用起着主导性的作用。例如，考虑以下的主题：在国际贸易中，有竞争性关税联盟的形成和贸易中的“地方主义”问题；在产业组织中，有卡特尔的形成和对公司间策略联盟的研究；在环境经济学中，有关与跨国界污染的国际谈判，以及仅有一小部分国家接受合作的可能性；在地方财政中，有相邻的团体对大城市提供的公共物品所给予的税收和效用外溢的研究。所有这些经济应用中的一个重要特点，是他们不为任何成员创造外部效用。在这些环境中，联盟间外部性的存在和联盟博弈的次可加性要求使用比古典的联盟形成博弈更一般的模型。相应的框架是“剖面函数形式”中的博弈［对存在外部效用时联盟形成的非合作博弈的综述，可见布劳茨（Bloch），1997；雷（Ray）和 Vohra，1999］。

剖面函数形式博弈

剖面函数形式博弈的最初定义，是由 Thrall 和卢卡斯给出的（1963）。他们的建议比较简单，是要求将联盟的值描述为博弈中形成的所有联盟的函数，以达到对联盟形成函数的扩展。

定义 18（剖面函数形式博弈）

若（N，β，v）具有如下条件：N，参与人集合；β，博弈结构；v，博弈的“剖面函数”，则可转移效用（TU）合作博弈具有剖面函数形式。剖面函数是一个映射，它赋予每个联盟结构 β 以一个 $IR^{|\beta|}$ 中的向量，以代表 β 中所有联盟的值。■

注意，剖面形式的联盟实际是联盟的函数形式博弈的一般化。若联盟的值独立于其他参与人形成的联盟，则两个定义是相同的。否则，具有剖面函数形式的博弈体现了更多的潜在信息。

然而，“具有剖面函数形式的博弈理论带来了实质上的技术问题”（奥曼和德雷兹，1979）。布劳茨（1997）剖面函数在定义域使用上的困难进行了总结。

首先，已经证明剖面函数难以处理。其次，也是更重要的，剖面函数源于策略博弈这一点带来了一些问题。当形成两个以上的联盟时，古典的最小最大或讨价还价转换也不再适用。需要回答这一问题：各联盟怎样同其他联盟竞争？

处理这一问题（Ichiishi，1981；布劳茨，1995；雷和 Vohra，1997）的最自然的方式是采用以下的假设。

假设：在每个联盟中，参与人采取合作行为以最大化联盟剩余，而联盟以非合作的方式竞争。Ichiishi（1981）最初引入了一个特别的定义，建立在 SNE 的思想之上。他称这一概念为“社会联盟均衡”。

定义 19（社会联盟均衡）

对固定的联盟结构 $\beta=(B_1, B_2, \cdots, B_m)$，令 x^* 为策略的向量，如下：

$$\sum_{j\in B_k} u_j(x_{B_k}^*, x_{NIB_k}^*) \geqslant \sum_{j\in B_k} u_j(x_{B_k}, x_{NIB_k}^*),\ \forall x_{B_k}\in \underset{j\in B_k}{X} X_j,\ \forall B_k\in\beta$$

则剖面函数定义为：

$$v(B_k,\beta)=\sum_{j\in B_k} u_j(x^*)$$

并且 x^* 是博弈的社会联盟均衡（SCE）。■

Ichiishi 研究了两个特殊例子：第一个与单元素的联盟有关，此时 SCE 就是纳什均衡；第二个是考虑了以全体参与人的联盟为联盟结构的 N 可转移效用（TU）联盟形式的合作博弈，此时 SCE 的集合是核。

由于不像古典转换那样建立在对补充联盟进行特别假设的基础上，这一方法更加令人满意。然而也产生了一些新的困难。特别的，如果博弈的均衡不取决于个人，而是由联盟之间的博弈产生，剖面函数就不会很好地定义。

按照布劳茨（1997）的观点，剖面函数形式下的博弈模型的第三个困难是与对可转移效用（TU）的解释相联系的。由定义，效用被假设为可在每个联盟内部转移，而不能跨出联盟。跨联盟效用可转换性的缺乏需要在制度与概念环境下进行验证。

关于联盟函数的古典属性可以扩展到剖面函数。

定义 20

当且仅当任意联盟结构 β 和 β 中的两个联盟 A 和 B，有：

$$v(A\cup B, \beta\backslash\{A,B\}\cup\{A\cup B\})\geqslant v(A,\beta)+v(B,\beta)$$

剖面函数 v 具有超可加性

由 $N\backslash(A\cup B)$ 中的参与人形成的联盟结构必须保持常数。若对任意两个联盟 A 和 $B\subset A$，以及在 $N\backslash A$ 中保持一致的任何包含 A 的剖面 β 和 B 的剖面 β'，均有：

$$v(A,\beta)\geqslant v(B,\beta')$$

则剖面函数 v 是单调的。■

可以证明，若 v 具有超可加性，则 v 单调。

另一方面，注意到剖面函数的单调性意味着全体参与人的联盟总是有效率的联盟结构。由此可知，在联盟形成的博弈中，任何联盟结构的瓦解都是无效率的结果。

正或负的外部性作为一种新属性也能被定义在这一族联盟博弈中。联盟的形成对外部参与人的影响必须被精确地描述。

定义 21（正或负的外部性）

若对任何剖面 v，以及 β 中的两个联盟 A 和 B：

对任何联盟 β 中的 $C\neq A$，B，$v(C,\beta\backslash\{A,B\}\cup\{A\cup B\})\geqslant(\leqslant)v(C,\beta)$

则剖面函数 v 表现出正的（负的）外部性。■

估值

联盟间外部性的存在，意味着参与人在决定成立联盟以增加产出时必须考虑到非成员的反应。可是，为使分析更易于处理并集中于联盟结构联盟结构形成过程中外部性所起的作用之上，许多经济应用都不把联盟剩余在联盟成员中的配置予以模型化。它们更倾向于假定联盟的值按照外生的分配规则来分配，而这一规则使支付的分配取决于合作的模式。合作中的所得则由价值来代表。

与剖面函数相反，"价值"将联盟结构映射到个体的支付向量而不是联盟的值向量之上。"价值"的概念意味着每个参与人都能够直接对他在不同联盟结构中的支付进行估值。（有时用"参与之前的成员"的支付而不是"价值"）

定义 22（价值）

价值 v 是一个映射，它将每个联盟结构 β 映射到 IR^n 中的个人支付向量。■

用价值来描述由合作获得的收益意味着偏离了联盟分析的最初问题：联盟剩余在联盟成员中的分配。我们应该意识到这是一个起很强约束作用的假设。另一方面，这种受约束的形成允许我们将分析集中于联盟间外部性所起的作用。

注意超可加性与单调性不必用价值来验证。不能认为参与人在联盟 $A\cup B$ 中获得的支付必然多于单独的联盟 A 和 B。由此可以断定参与人在联盟中的所得也可能少于在联盟子集中的所得。因此，在用价值描述的博弈中，全体参与人的联盟不一定有效率，内生的联盟形成博弈也可能得出一个联盟瓦解了的结果。在这种情况下，价值中超可加性的缺乏必然是联盟中固定的分配法则所造成的结果。

价值形式博弈中联盟结构的稳定性

Shenoy（1979）以及哈特和库兹（1983）首先引入了具有价值形式的联盟形成博弈以确定稳定结构。奥曼和迈尔森（1988）也对"合作结构"的博弈使用了这一结构来代替联盟结构（见 6.4.1 节简评 1 中这一概念的定义）。然而这些作者所使用的价值是不同的，Shenoy 使用的是奥曼－德雷兹值 φ_β，哈特和库兹使用的是联盟结构的价值（CS 值），奥曼和迈尔森使用的是迈尔森值。

这一节中我们主要讨论联盟形成过程中同时发生的博弈，例如所有参与者都同时宣布他们希望形成联盟。在这样的博弈中，已经证明存在多个纳什均衡，以至于一些使用的精炼会将其中的大部分隔离开来。但是，由于这些精炼暗含着同一联盟参与人的相关策略，通常也就具有了合作特性。因此，"对联盟形成过程中同时发生的博弈的研究，是合作博弈与非合作博弈理论的前沿"（布劳茨，1997）。

这些博弈可区分为两种类型（Yi 和 Shin，1995）："开放的"博弈与"封闭的"博弈。

在开放的博弈中，假设参与人可以自由加入或离开联盟。因此不能预先确定参与人想形成的联盟。在 Yi 和 Shin（1995）的模型中，参与人宣布一个消息（例如他的策略），并且，联盟由所有宣布同样消息（例如，他们参与联盟的希望）的参与人形成。

令 m_i 为参与人 i 在消息空间 X 中选择的消息，则联盟定义为：

$S(m)=\{i\in N\backslash m_i=m\}$，对所有的 $m\in X$

并且联盟结构由下式给出：

$\beta=\{S(m)\backslash S(m)\neq\emptyset$，对所有的 $m\}$

其中，每个参与人获得支付 $v_i(\{S(m)\})$。

在这一模型中，由于可以自由进入联盟，很容易获得一个相当弱的单调性要求，在这一单调性下，博弈的惟一纳什均衡结果是全体参与人的联盟。

在"封闭的"博弈中，外部的参与人不能自由加入任何联盟。联盟的构成被假定为预先宣布了的，并且只有已经宣布了的联盟可以形成。哈特和库兹（1983）精确分析了这一条件下的两种情况：或是联盟的形成需要联盟中所有参与人之间无异议的协定（在博弈 Γ 的情形下），或是只要一些成员同意联盟就会形成（在博弈 Δ 的情形下）。在这两种情形下，都具有多个纳什均衡，需要对其进行精炼。

在博弈 Γ 中，任意参与人 i 消息空间（例如策略空间）是他所归属的所有联盟的集合：

$X_i=\{S\subset N, i\in S\}$

当且仅当联盟 S 中的所有成员 i 已经选择了 $x_i=S$，联盟 S 才会形成。直观来看，由于所有的成员都预先宣布了潜在的联盟成员集合，这一博弈中的成员资格是排他的。问题在于：当一个或更多的参与人离开时，联盟会发生什么？会"解体"还是仍然"团结"？Γ 博弈的定义意味着不管某个成员何时离开，联盟将解体，所有参与人都是单独存在。

在博弈 Δ 中，参与人的策略空间与 Γ 相同，而不同的是结果函数。即使不能证明所有成员之间不存在异议，联盟也会由所有宣布同意联盟的人所形成。对任何可能的消息（例如联盟）m，令 S（m）$=$ $\{i\backslash x_i=m\}$ 代表宣布 m 的参与人所形成的联盟。在开放博弈中，消息被参与人用做协调的手段。在博弈 Δ 中，消息起到同样的作用。然而，在这种情况下，它们也意味着对能形成的联盟的重要约束：仅仅那些被参与人宣布的联盟是可行的。并且，在博弈 Δ 中，由于参与人预先宣布联盟成员的名单，参与资格是排他的。但是，联盟的形成并不需要所列成员全部参加。这一定义，意味着与博弈 Γ 相反，一（小）部分参与人离开联盟的事实不会影响其他参与人共同行动的协议。像在开放博弈中那样，无论某个成员何时离开联盟，联盟的所有成员仍然在一起并组成一个新的联盟。

容易推得，在博弈 Γ 和 Δ 之中，由不结盟者所组成的平凡联盟结构是一个纳什结果：若所有其他参与人都宣布不结盟，则每个参与人的最优反应也是宣布不结盟。哈特和库兹（1983）建议采用 SNE 来对纳什均衡集合进行精炼。

定义 23（γ 稳定性与 δ 稳定性）

若博弈 Γ（或 Δ）中的策略向量（S_1，S_2，…，S_n）是子博弈精炼纳什均衡（SNE），则联盟结构 β 具有 γ 稳定性（或 δ 稳定性）。■

稳定的联盟结构总是存在吗？哈特和库兹（1983）仅用一个反例证明 SNE 可能不存在。Yi 和 Shin（1995）用较弱的 CPNE 来代替 SNE。但是他们没有证明任何具有一般性的结果。在他们最初的研究中，哈特和库兹（1983）也建议对稳定性的定义进行扩展并使用合作的概念：例如，使用核概念来代替强均衡。

如果没有参与人群体确实能够通过对剖面的转换来获得改善，则联盟结构是稳定的。根据"确实"这一词的含义，可以定义两个新的稳定概念。一种情况是"不可阻止"，另一种情况是"被承

诺”。实际上，这些概念与奥曼（1967）在传统的合作博弈理论中所定义的 α 核与 β 核有关。

在具有“α 稳定性”的联盟结构中，假设没有参与人能够获得与外部参与人的行为无关的更高支付。在具有“β 稳定性”的联盟结构中，则无论外部参与人如何行动都能保证获得更高的支付。下面给出的正式定义是从布劳茨（1997）那里借用的。

定义 24（α 稳定性和 β 稳定性）

若对外部参与人的所有剖面 $\beta_{N\setminus S}$，没有参与人的群体 S 和 S 的剖面 β_S' 能满足：

对所有的 $i\in S$，$v_i(\beta_s'\cup\beta_{N\setminus S})>v_i(\beta)$

则称联盟结构 β 具有 α 稳定性。

若不存在一组参与人 S，使得对外部参与人的所有剖面 $\beta_{N\setminus S}$，存在 S 的剖面 β_S 能满足：

对所有的 $i\in S$，$v_i(\beta_s\cup\beta_{N\setminus S})>v_i(\beta)$

则称联盟结构具有 β 稳定性。■

从定义中可以清楚地看到，β 稳定性下的偏离要比 α 稳定性下的偏离更容易发生：β 稳定性意味着 α 稳定性。

为了用 γ 稳定性和 δ 稳定性来对这一点进行比较，要注意到如果联盟结构不具有 β 稳定性，则存在一组参与人 S，尽管其余的参与人可以自由行动，也不能对这些人的更高收益进行阻止。由于在 γ 稳定性与 δ 稳定性的定义中，假设 S 的补集不改变其策略，则可知 β 稳定性被 γ 稳定性和 δ 稳定性所包含（哈特和库兹，1983）。

对给定的博弈（N，v）令 β_α、β_β、β_γ 和 β_δ 分别表示所有具有 α、β、γ 和 δ 稳定性的联盟结构的集合。则对每个博弈：

$(\beta_\gamma\cup\beta_\delta)\subset\beta_\beta\subset\beta_\alpha$

当参与人做出改变联盟结构的决定时，只要参与人是“仔细的”，或者说只要他们考虑其他人的可能反应，α 和 β 稳定性的概念就可能很有用。遗憾的是，甚至对于最大的解概念（α 稳定性），具有 α 稳定性的联盟结构 β_α 也可能为空（哈特和库兹，1984）。

简评 1

对同时博弈中联盟的内生形成的分析有一些弱点。首先，纳什均衡的集合通常很大，这一特性要求应用更加严格的精炼。其次，也是更重要的，在这种情况下，由于偏离者离开的联盟中的成员以特别的方式做出反应：仍然在一起或解散，所以个体的偏离不能被随后的决策所反对。在序贯博弈部分，分析了深谋远见的参与人，这些参与人会考虑他们的选择所带来的效用序列，从而部分地克服了这一困难。序列方法最初被引入到没有外部效应的联盟博弈之中（Selten，1981；Chatterjee，1993；Perry 和 Reny，1994；以及其他文献）。基本的结构对罗宾斯坦（1982）的 n 人可选择报价的讨价还价模型的扩展（见第五章 5.1 节）。布劳茨（1996）将这一框架扩展到具有外部效应的联盟博弈。

布劳茨（1996）研究了无限期界的联盟形成的序贯博弈，并强调合作结构是某个价值的代表。（例如，对联盟内部的剩余，有外生的分配准则）由于假设当且仅当所有潜在的成员都同意建立联盟时联盟才能建立，因此这一模型必须被解释为“联盟一致”的博弈。它的主要特点可以归纳为两个。第一，有关顺序的外生准则引入了参与人转移的固定顺序。第二，一旦联盟形成，博弈就只在剩余的参与人间展开。因此，假设参与人进行较高级别的承诺：当同意加入联盟时，

剩下的参与人就形成了联盟。为对 SPE（均衡的多重性是这种讨价还价博弈的古典属性）集合进行约束，要考虑“固定的”策略（这依赖于博弈的当前状态）。第一个结果是固定的 SPE 可能不存在。而且，甚至在存在性已得到证明时，序贯博弈的固定 SPE 一般也与同时博弈的 SNE 不同。然而，存在一族特别的价值，对这些价值而言，固定的 SPE 存在，也很容易概括其特点：当价值对称，例如联盟结构的价值仅仅取决于联盟的大小并且不依赖于联盟的特定成员（所有的参与人在事前都是同样的）。■

简评 2

雷和 Vohra（1996）在具有外部性的联盟博弈中引入了联盟收益的内生分配。由于他们同时解决了围绕这一难题的三个疑问，他们的研究代表了对内生联盟形成所做研究的重要一步。这一框架是可转移效用（TU）剖面函数博弈而非估值的方法。在他们的讨价还价博弈中，假定参与人同时宣布联盟和对联盟值的分配。他们证明了混合策略中固定 SPE 的存在性，然而，存在一个重要的特性，即当他们建议对联盟值的某个分配时参与人需要只采用混合策略。并且，他们表明在对称博弈中，等额分享博弈中剩余的假设能被非合作讨价还价博弈所支持。■

6.5 应 用

6.5.1 成本分摊博弈

当全体参与人的联盟不再是惟一的可能性时，N 人合作博弈是团体间通过谈判来达成合作的重要分析工具。成本分摊与产出分享的问题是非常相似的两类经济问题，可以用 N 人合作博弈来对它们进行研究。

这些合作博弈的模型非常有用，它们允许从公理化的角度对这些背景下的稳定的直接协定进行研究。并且，对于最终目标是成本配置或剩余分配的明确的资源配置，它们提供了标准的简化模型。

成本分摊博弈的标准模型

这一问题的数据是被配置的总成本，其“目标”则是指派那些成本（其确定随环境的不同而不同：如项目、产品、服务等），并且估计与成本目标子集相联系的成本。所以，由这些数据可以定义出“成本分摊博弈”，其参与人是“成本目标”，其“联盟形成函数”是联合成本函数。

在公共公司和市政当局所提供的物品与服务中有一个重要的问题，就是做出对生产中共同成本的分担决策。许多企业也遇到这一共同成本的分担问题，如航空公司、运输体系、信息网络和水库。

对这些公司而言（无论是严格意义上的公共企业还是受公共管制的），价格必须恰好弥补成本（也可能以较高的价格来弥补资本成本）。然而，由于平均成本的递减，边际成本定价——经济的“理想”定价方式——除了一些极特殊的情况以外，并不适合这一目标。

当对服务的需求已知时，Ramsey—Boiteux 定价（平均成本定价）或 Feldstein 定价（考虑分配公平）是处理共同成本分摊问题的重要方法。否则，我们就必须仅仅用成本数据来发展一种一般的成本配置方法。

从下面的简单模型中，我们可以看出这一框架下成本分担的主要属性。

令 N 为公共企业或公共服务的潜在消费者 n 的集合，每个消费者都或者享受某个目标水平的服务，或者完全没有服务（例如，某个消费者 $i\in N$ 是否拥有一个电话，或者是当地的水供给）。问题在于：在提供服务的成本基础上，该如何收取服务的费用？

对每个潜在的消费者群体 $S\subset N$，联合成本由“联合成本函数” $c(S)\in IR$ 得出，并约定不提供服务时的成本为 0：$c(\phi)=0$。$c(S)$ 以最有效率的方式向 S 中的消费者提供服务时的最低成本。“成本分担方法”就是对所有 N 和 N 上的 c 定义的函数 ϕ：

$\phi(N,c)=(x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_n)\in IR$ 和 $\sum_{i=1}^{n}x_i=c(n)$

其中，x_i 是给消费者 i 评定的费用。

联合成本的分担有一个广为人知的例子，就是“多用途的水库”问题［这一讨论建立在扬格（1991，第一章；1994）的工作之上］。

“多用途水库”问题

假设河上的水库被用来满足多个地区的利益：例如控制洪水、导航、灌溉、发电以及城市用水。并假设大坝的高度主要依赖于包括那些目标。对这个问题而言，成本函数随每英亩——英尺蓄水量的增加而边际递减，并且，从大坝的某个特定高度开始，成本由于技术的限制而边际递增。

这一项目的共同成本—收益分析的第一个问题是要不要建，如果建的话，又要建什么样的规模。然后，第二个问题就是怎样将最优公司规模下的成本在不同的目标之间分配。然而，在实践上，却不能获得对这种联合服务的需求信息（或者估计的误差很大）。因此，要将分析集中到计划编制变量的“目标水平”（近似地假设最优化）并且找出对每个目标的成本的“点”估计。惟一的问题在于：成本应当怎样在不同目标之间分摊？更精确地说，问题在于：成本应当如何在不同目标之间分配？

这一水资源的计划问题首先在 19 世纪 30 年代的田纳西山谷拨款（TVA）中得到分析。TVA 是一个庞大的再发展项目，由美国联邦政府承担，通过兴建一系列多用途水库来对田纳西河盆地进行规划。一些经济学家受委托对这一项目的成本与收益进行了分析，他们从中产生的一些思路已经成为需求不可知时对公共项目成本进行衡量的标准准则。

第一步，项目的目标水平取决于三方面作用：导航（n），控制洪水（f）和发电（p）。

第二步，它们估计了按不同的目标组合建大坝的最低成本。更精确地说，对三个目标 $\{n, f, p\}$ 的每个组合 S，他们估计了在目标水平下的单独的成本：$c(n),c(f),c(p),c(n,f),c(n,p)$，…，表 6.2 复制了 TVA 中估计的“联合成本函数”（Ransmeier，1942）。

由上述符号，“单独的成本”的条件为：

$$\sum_{i\in S}x_i\leqslant c(S)\text{，对所有的 } S\text{，}S\subset N \tag{6.6}$$

其合理性是很明显的：由于不同团体之间的合作是自愿的，理性式的任何参与者的群体（包括每个参与者本身）都不会付出比“单独的”成本（例如机会成本）更高的费用；否则将每人有激励来同意这一成本的分摊 $\varphi(c)=(x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_n)$。

然而，当我们引入全部成本分摊 $\sum_{i\in N}x_i=c(N)$ 时，也可以用不同的理由对这一条件进行等价的表述。然而，独立联盟也反映了存在自发合作的激励，“无补贴成本”（或“增量成本”）检验源于对公平的考虑：

$$\sum_{i\in S}x_i\geqslant c(N)-c(N\backslash S)\text{，对所有的 } S\text{，}S\subset N \tag{6.7}$$

Services (S)	ϕ	$\{n\}$	$\{f\}$	$\{p\}$	$\{nf\}$	$\{np\}$	$\{fp\}$	$\{nfp\}$
Cost (c) \$000	0	163520	140826	250096	301607	378821	367370	412584

图 6.2　TVA 成本数据

这一相关的条件表明，没有参与者时的付费不会少于包括他时的增量成本，其中，任何联盟 S 的增量成本定义为 $c(N)-c(N\setminus S)$。例如，在 TVA 水资源规划问题（表 6.2）中，包括 n 的边际成本为：

$c(\{nfp\})-c(\{fp\})=412584-367370=45214$

如果式（6.7）不成立，则称联盟 $N\setminus S$ 补贴 S。

c 的核是配置 $x\in IR^n$ 的集合，这些配置使得条件（6.6）［或等价条件（6.7）］对所有的联盟 S 成立。但是，即使具有次可加性，核也可能是空的。在关注联盟的所得而不是成本的博弈中，有古典的超可加性条件，此处的次可加性条件与之类似。

图 6.3 给出了 TVA 博弈中核的图示。

上面的顶点 x_n 代表所有的成本由导航（n）承担时的情况；左边的顶点 x_f 代表所有的成本由控制洪水（f）承担时的情况；依此类推。注意，由于修建大坝的边际成本随高度而迅速降低，核是相当大的。

为对其他可能性做出图示，我们沿着杨（1994，1204）的分析，并假设在 TVA 成本博弈中总成本（$\{nfp\}$）由于成本溢出而增加到 515000，而其他成本不变。图 6.4 表示了 TVA 博弈中核的这一变化。

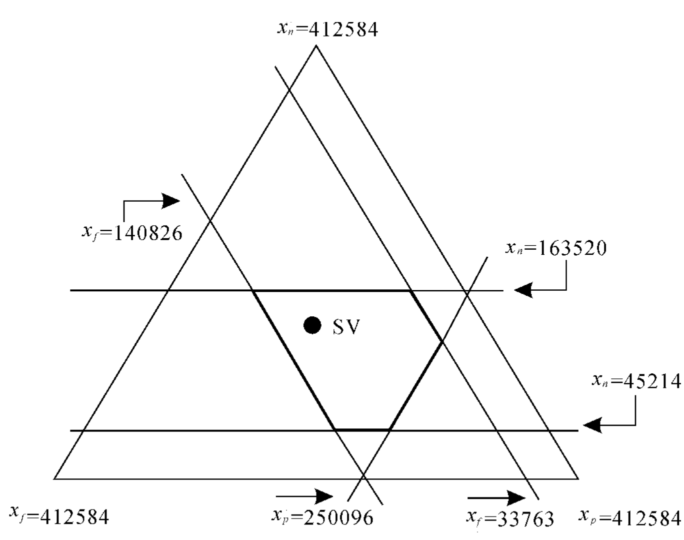


图 6.3　TVA 博弈中的核和夏普里值

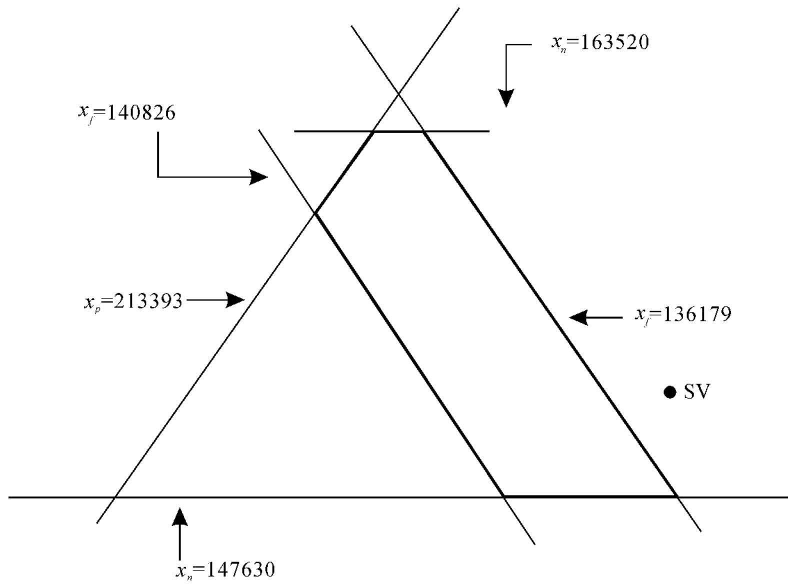


图 6.4　调整后的 TVA 博弈（加大后）中的核和夏普里值

安排 TVA 体系的成本分担的工程师认为，分担方式不取决于数学公式，而是“判断”。然而，按照 Ransmeier（1942，270—275）的观点，这些工程师实际在使用被称为“调整后可判断支出法”的方法。在进一步精炼后，这一方法可以成为分担多用途水库成本的主要参考方法，称为“收益不变下的分离成本法”，但是夏普里值公式的使用也给出了一个大致相同的配置。

对每个主体 i，期望成本的估计由下式给定：

$$\phi_i(c)=\sum_{\substack{s\subset N\\ i\in S}}\frac{|s-1|\,!\,|N\backslash S|\,!}{|N|\,!}[c_i(S)-c_i(S\backslash\{i\})]$$

其中，$c_i(S)$ 是 i 相对于 S 的边际成本，并对所有包括 i 的子集求和。

在 TVA 成本博弈中，夏普里值是：

$$\phi=(117829;100756.5;193998.5)$$

它是在核中的（图 6.3）。然而，也有非常似是而非的情况：成本函数有非空的核，而夏普里值并不在内。例如，对调整后的 TVA 成本博弈，夏普里值为：

$$\phi=(151967.667;134895.167;228131.167)$$

由于给导航（n）和发电（p）的总成本超出了它们单独时的成本，即：

$$x_n+x_p=380098.834>378821=c(\{np\})$$

所以，这一配置不在核内。

如果我们认为核条件非常重要（例如，在公共效用定价时），则核仁（或预分配核仁）在解决成本分担博弈时比夏普里值更为有效。上文提到，若“改善”是可能的，则核仁选出了能够产生“最小改善联盟”的配置，其中，“改善”意味着更大的“与配置相关的联盟的盈余”：

$$e(x,S)=c(S)-\sum_{i\in S}x_i$$

配置 x^* 最小最大化了所有合适子集的盈余 e（x，S），它被作为下面线性规划问题的解：

$$\begin{cases}\max\ \varepsilon\\ e(x,S)\geqslant S,\ \forall\, S\subset N\\ \sum_{i\in N}x_i=c(N)\end{cases}\tag{6.8}$$

若式（6.8）有惟一的解，即为 c 的最大最小化配置。若没有，可用下面的规则来解除约束：将盈余 e（x，S）从低到高排序，并用 θ（x）代表这一 2^n 维向量。我们知道核仁就是最大最小化辞典顺序 θ（x）的向量 x。

由于这种想法是找出核“中央”的解，即离边界尽可能的远，有定义可知，核仁在核中。对调整后的 TVA 成本博弈，核仁是：

$(x_n=155367.2, x_f=138502.5, x_p=221130.25)$

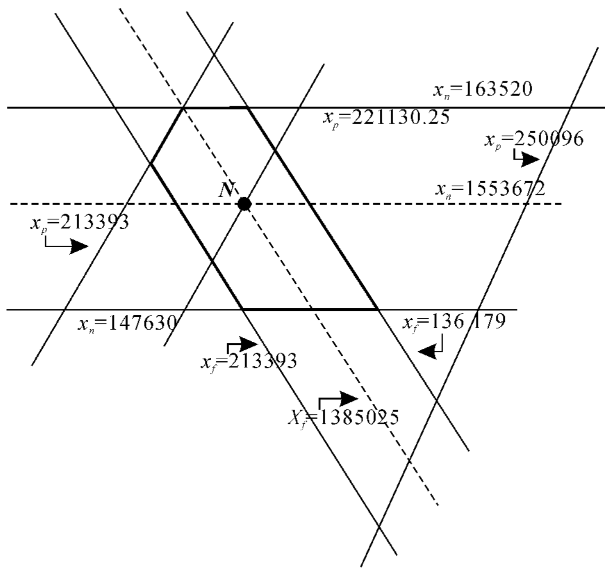


图 6.5　调整后 TVA 博弈的 NL（N）

这一配置在图 6.5 中标出。

简评 1

许多为离散成本函数引入的概念被延伸到了连续的情况。生产的数量 q^* 外生给定，目标是在 n 中产品间配置成本 C（q^*）。成本配置的方法是一个函数 f（C，q^*）$=p$，其中 p 是非负的价格向量，且满足 $\sum p_i q_i^* = C(q^*)$。在合适的假设之下，可证明存在惟一的价格配置方法 f，如下：

$p_i = f_i(C, q^*) = \int_0^1 [\partial C(tq^*)/\partial q_i] dt$

换言之，每个产品的价格是所有向量 tq^*：$0 \leqslant t \leqslant 1$ 的边际成本的平均，它定义了从 0 到 q^* 的射线。这些价格称为奥曼—夏普里价格，是基于无最小单位的奥曼—夏普里值的（见 6.3.3 节）。许多经济应用使用奥曼—夏普里方法。在描述古典应用的文献中，Billera、Heath 和 Ranaan（1978）说明了在柯内尔大学怎样用这一方法为电视机定价。对于这一类博弈的介绍，可见 Billera、Heath（1982）、Mirman 和 Tauman（1982）。■

6.5.2　环境联盟

这一小节展示了内生联盟形成博弈的经济应用，是从环境经济学中借鉴的。

联盟起重要作用的经济环境可以被归为两类：具有负的或正的外部性（或外溢性）的博弈（见 Yi，1997，所作的区分）。

在具有负外部性的博弈中，若某主体没有成员在联盟中，则联盟的形成降低了主体的支付，

但是，若联盟具有正的外部性，则增加支付。负的外溢性多见于寡头环境；例如，具有合作与开发的联合风险的企业的联盟，导致了生产成本的降低，以及市场上的攻击行为的减少。与之相似，关税联盟的形成是其成员国的企业从规模中获益，并在世界市场上取得成本优势。另一方面，寡头市场上的卡特尔和提供纯公共物品的联盟，作为两种具有正外溢性的联盟形成环境也被大量研究（见布劳茨，1997，中每一类经济应用的例子）。

在纯公共品的经济学中，主体有激励形成联盟，以从公共品生产的规模收益中获益。然而，它们也有激励离开联盟，在联盟中成员提供公共品时免费搭车。此处我们集中分析环境联盟博弈。

环境联盟形成博弈

在许多情况下，环境质量是一种公共品。当环境问题的维度是全球时（如温室效应、臭氧层、生物多样性），没有超过加的权威机构来增强有益环境的提供。因此，独立自主的国家必须自主决定对公共品的提供，以及排放减少的水平。实际上，各个国家对国际环境协定进行谈判，协定的目的是规定每个签字国的排放指标，也常常包括达到这些指标的方式。然而，“当同样可以从其他国家减少的排放中受益时，一些国家也会在协定上签字，如何解释这一现象呢）?’（Carraro 和 Moriconi，1998）？换言之，当环境是公共品时，国家为什么不选择免费搭车？

有关国际环境协定的文献表明，即使每个国家都独立、自愿的决策，而又没有任何合作承诺时，合作也能够发生（Chander 和 Tulkens，1992；Carraro 和 Siniscalco，1993；Barrett，1994）。具有正外部性的内生联盟形成博弈已经被建立起来证明这个一般性的结果。在这些模型中，联盟的形成（如合作）谈判中参与人非合作策略行为的结果（这方面文献的综述见 Barrett，1997；Carraro，1997；Carraro 和 Moriconi，1998）。

标准的博弈是两阶段博弈：在第一阶段，给定签字国接受的负担分摊规则，各国以非合作的方式来决定是否在协定上签字；在第二阶段，给定第一阶段的决定和采纳的负担分摊准则，各国通过最大化社会福利函数来决定排放标准。实际上，每一阶段本身都可被解释为一个特殊的博弈：首先是联盟形成的非合作博弈，称为“联盟博弈”，其次是签字国作为单独的参与人进行的博弈，它们按照源自合作博弈理论的规则分配得到的支付，称为“排放博弈”。

最终目标是决定博弈的均衡的联盟结构（或稳定的联盟结构）或者在这个均衡中至少会有一个非平凡的联盟。这可以是全体参与人的联盟，也可以是更常见的部分联盟。但是同样重要的是加在谈判规则上的假设调整时，均衡的联盟结构怎样变化。

环境博弈有一个非常重要的属性，即在合适的假设下，第二阶段可以简化为一个剖面函数，由此，对联盟形成的研究仅包括对“联盟博弈”的分析，例如国家间的谈判过程（此小节的其余部分主要基于 Carraro 和 Moriconi，1998）。

为证明标准的同时博弈，需要有三个假设：

$A1$　对于所有人同时决定的“联盟博弈”对任何联盟结构由惟一的纳什均衡。

对被简化为剖面函数的博弈第二阶段，这一假设是必要的。

$A2$　尽管联盟或单个参与人以非合作方式竞争，但是在每个联盟中，参与人以合作的方式行动，以最大化联盟剩余。

这一假设允许我们将最初的策略形式的博弈转化为剖面函数形式的博弈。得到的剖面函数作为“联盟博弈”的纳什均衡支付。

$A3$　所有的参与人在事前是相同的；也就是说，我们考虑对称的价值，其中，参与人得到的支付仅仅依赖于联盟的大小，而不取决于联盟成员的不同。

这一假设允许我们将剖面函数的产生简单化：每个联盟来自合作的所得由“价值”代表。

在这些假设下，联盟 B_k 可以由它的大小 b_k 来确定。联盟的结构可以用 $\beta=(b_1, b_2, \cdots, b_k)$ 来表示，并且博弈的价值函数可以用 $v(b_k, \beta)$ 来表示，以代表联盟结构 β 中属于大小为 b_k 的联盟的国家的支付。

联盟博弈

对许多环境问题（例如，在全球变暖和气候变化的案例中）国家想签订一个单独的协定。因此，仅仅能形成一个联盟，其余的国家都单独地进行博弈。在这种情况下，“联盟博弈”被简化了。参与人的策略包含在一个二元选择中：加入联盟或作为单独的免费搭车者，并且博弈的结果也意味着单独的联盟结构：

$$\beta=\left\{b,\underbrace{1,\cdots 1,}_{n-b\text{个}}\right\}$$

为简化起见，

用 1_{n-b} 表示 $\underbrace{1,\cdots,1}_{n-b\text{个}}$ $by\ 1_{n-b}\cdots$

在这一模型中，正外部性的存在意味着任何联盟 $v(1, \beta)$ 之外参与人的价值都是 b 的增函数。因此，有激励对联盟的行动采取免费搭车的行为。实际上，由于国家间相互依赖的方式不同，免费搭车行为可以表现为两种类型，可以用“排放博弈”中最优反应函数的斜率来表示。

第一个案例符合正交（或近似正交）参与人的反应函数。由于在其他国家不增加排放时，免费搭车者能从排放减少带来的清洁环境中获益，这一情形在环境模型中特别重要。在第二个案例中则相反，参与人的反应函数是负斜率的。通过获得更清洁的环境和增加自身自然资源的使用，免费搭车者能获得双重收益。当市场机制引起了“漏出”问题时，免费搭车行为导致来自合作收益的减少，特别对于小联盟更是如此。

附带一点，在气候改变的案例中，这两种情形都有可能。

给定环境博弈的这些属性，可以刻画出均衡的特性。

由于假定参与人可以绝对自由地加入或不加入联盟，它们的决定完全取决于自身的利益，显然，联盟存在的必要条件是它的获利能力。对于联盟 b 中的参与人而言，每个合作的参与者都必须获得比联盟不存在时更大的支付：

$$v(b,\beta)>v(1_n) \tag{6.9}$$

可获利联盟的最小规模 b_m 的价值可由不等式（6.9）得出。它依赖于联盟和单独的参与人之间相互的策略行动。图 6.6 中画出了两种免费搭车行为的获利能力函数 $P(b)=v(b,\beta)-v(1_n)$。注意，对非正交的免费搭车行为，若 b 在 b_m 之上，则 $P(b)$ 是正的。我们也能将免费搭车函数定义为在联盟 b 形成时对联盟减少排放的免费搭车行为的所得：

$$Q(b)=v(1,\beta)>v((1_n))$$

见图 6.7，其中区分了无漏出的案例和有大的漏出的案例。

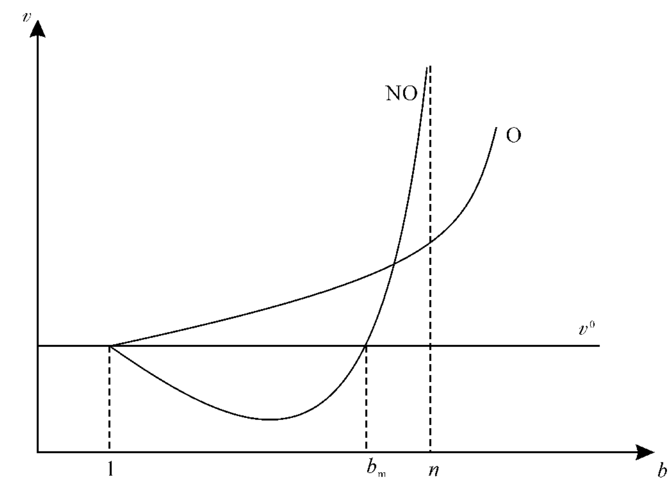


图 6.6　价值函数与获利能力函数（$p=v-v^0$）

注意：$v=v(b,\beta)$，其中 $\beta=\{b,1_{n-b}\}$ 且 $v^0=v\{1_n\}$

NO：非正交的免费搭车；

O：正交的免费搭车。

图 6.6 表明，对于正交的免费搭车行为，联盟的任何规模都是可获利的，b_m 就是 1。相反，由图 6.7 可以看到对于非正交的免费搭车行为，联盟必须达到最小的规模，以抵消免费搭车行为所带来的损害（这一规模一般比 2 大）。

获利能力是联盟存在的必要条件而不是充分条件。特别的，我们必须定义参与资格的规则。由于我们假设了同时的环境博弈，所有的参与人都同时决定是否加入联盟。然而，我们假设参与人绝对自由地加入和退出联盟了吗？我们已经见到（6.4.2 节）可以考虑两个一般的选择规则：在“开放的博弈”中，参与人自由加入和离开联盟，而在“封闭的博弈”中，外部的成员不能自由加入联盟。

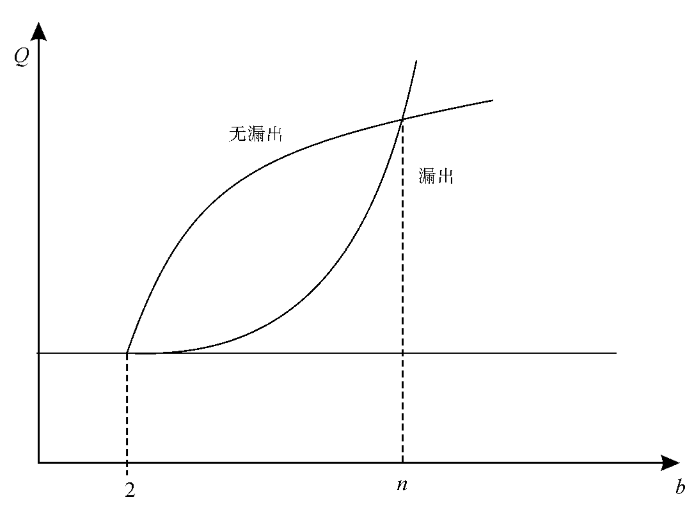


图 6.7　免费搭车函数（Q）

$Q=v(1,\beta)$，其中 $\beta=\{b,1_{n-b}\}$ 且 $b\geqslant 2$，$v^0=v\{1_n\}$

开放的成员资格

开放的成员资格起初在关于国际协定的环境文献中被采用（Carraro 和 Siniscalco，1993；Barrett，1994）。联盟博弈的均衡是一个纳什均衡，可以用下面的条件来完全刻画。

开放博弈中联盟的稳定性

若同时满足内部稳定性与外部稳定性，则联盟是稳定的。若没有参与人能够脱离联盟，独自行动以获得改善，则具有内部稳定性［见 6.4.2 节，Yi（1997）称之为联盟具有“单独个体稳定性”］。若没有单独的参与人能通过加入联盟得到改善，则具有外部稳定性。

我们引入一种有用的工具来确定稳定联盟的规模——稳定函数。

定义 25（稳定函数）

令 $L(b)=v(b,\beta)-v(1,\beta')=P(b)-Q(b-1)$，其中 $\beta=\{b,1_{n-b}\}$，$\beta'=\{b',1-b'\}$，且 $b'=b-1$

L 称为博弈的稳定函数。■

若 L 为正，则存在某个单独的参与人，它有激励加入联盟 b。若 L 为负，则存在对联盟的行动进行免费搭车的激励。当没有合作的参与人愿意离开，并且没有免费搭车者愿意加入联盟时，就是稳定联盟的规模。

由定义可知，当 $b=2$ 时，免费搭车函数 Q 等于非合作的支付，而当 $b=1$ 时，价值函数 v 等于非合作的支付。为理解这一支撑着稳定联盟的机制，最好针对三种相似的情形画出函数$P(b)$，$Q(b)$和结果函数 $L(b)$的图形：正交且低固定控制成本的免费搭车行为（图 6.8），正交且高固定控制成本的免费搭车行为（图 6.9），非正交的免费搭车行为（图 6.10）。

在第一种情形下，博弈的特征仅由联盟形成给外部成员带来的正外部性来刻画；由于没有漏出，也就没有反馈。可以看到，对于稳定联盟 b^* 之上的联盟规模，稳定函数 $L(b)$为负。若 $b^*>1$，则联盟的结构是非平凡的，且在非合作的方式下仍有内生的合作。

第二种情形表明，由于存在高的固定控制成本，大的联盟，甚至全体参与人的联盟都能够作为非合作联盟博弈的均衡结果而产生。获利能力函数 $P(b)$ 是凹的而非凸的。并且对于接近 $Q'(b-1)$的人数（$b^{*\prime}$）的 b^* 的价值，$P(b)$ 与 $Q(b-1)$ 有交点。

最后一种情形考虑了漏出的可能性：若免费搭车者将其排放扩展到某个临界点，抵消了合作者所作的减少排放的努力，则合作可能是无利可图的。对小联盟而言，函数 $P(b)$ 是递减的，并且当联盟增大时，对 $b>b_m$ 这一函数递增并变为正数。与之相反，$Q(b-1)$ 总是递增的并且是凹的。在漏出影响背后的经济机制通常显示出收益递减。得到的稳定函数总是递增的；若获利能力函数与免费搭车函数在 $b^{\#}>m$ 有交点，则全体参与人的联盟是稳定的。但是，有必要设计一种经济机制以推动合作者的数量，使之超过 b_m。否则，联盟博弈的惟一均衡是非合作的均衡。一种常被建议的激励机制是“转移漏出”。Barrett（1994）建议将环境谈判与贸易自由化的谈判联系起来，而 Carraro 和 Siniscalco（1995）则建议将环境谈判与研发合作联系起来（这一问题的综述见 Carraro，1997，第五章、第六章）。

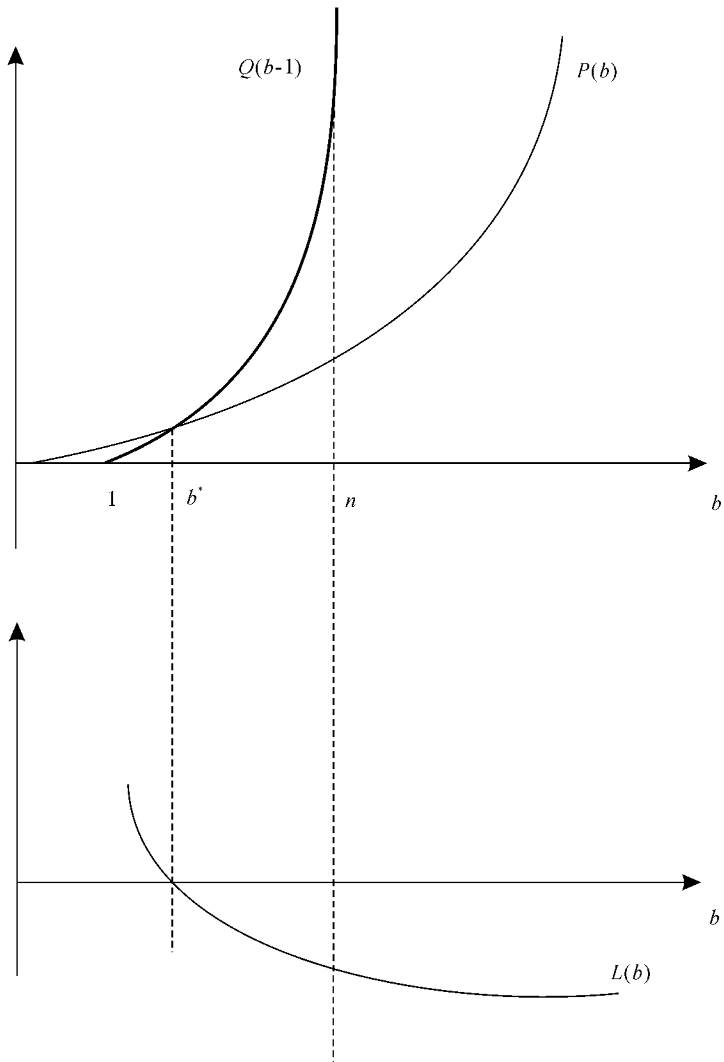


图 6.8　正交免费搭车行为和低固定控制成本下的稳定函数

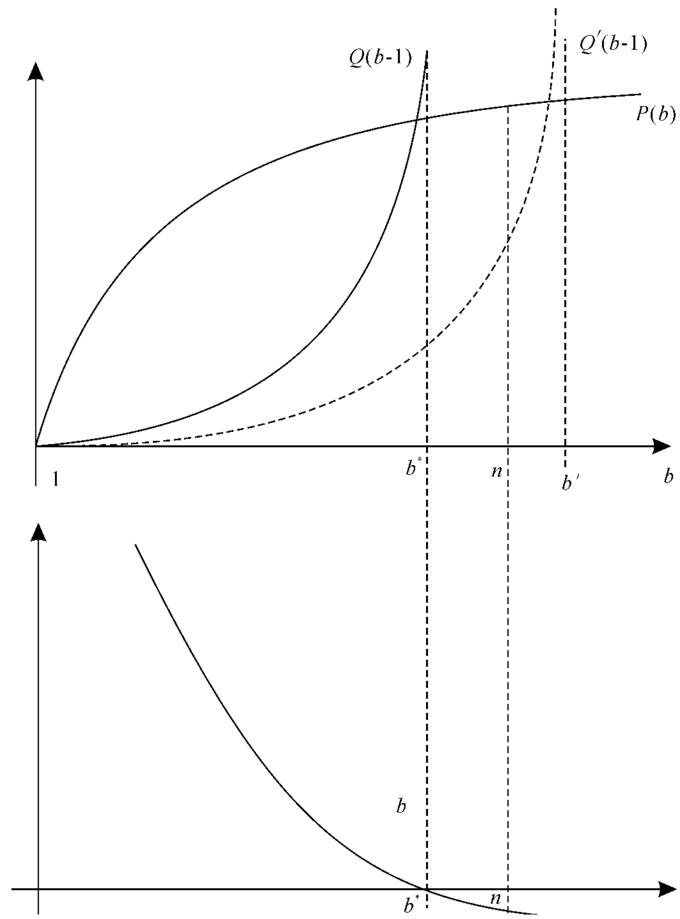


图 6.9　正交免费搭车行为和高固定控制成本下的稳定函数

从开放的环境博弈中所得的结果可以归纳为下述命题（Carraro 和 Siniscalco，1993；Barrett，1994）。

命题 1（开放的环境博弈下的联盟博弈）

令 b^* 为小于 b 的价值的最大整数，b 满足 $L(b)=0$ 且 $L'(b)<0$。简言之，当对于所有的 $1\leqslant b\leqslant m$，有 $L(b)<0$ 时，令 $b^*=1$。成员资格开放的同时进行的单联盟博弈的纳什均衡是如下的联盟结构：

- 当 $\beta^*=\{b^*, 1_{n-b^*}\}$ 时，$1\leqslant b_m\leqslant b^*<n$；
- 当 $b^*\geqslant n$ 时，全体参与人的联盟 $b=n$；
- 其余情况下，$\beta=\{1_n\}$。■

注意，对称假设 $A3$ 意味着博弈中没有单独的纳什均衡。实际上，均衡的数量依赖于参与人的数量（由对称性，所有由 b^* 参与人形成的子集能够成为一个均衡）。但是，若考虑均衡的类型而不是联盟中参与人的身份，可以说有惟一的纳什均衡。

从这一结果中可以得到什么呢？首先，博弈结构反映了国际环境谈判中国家间的相互作用，

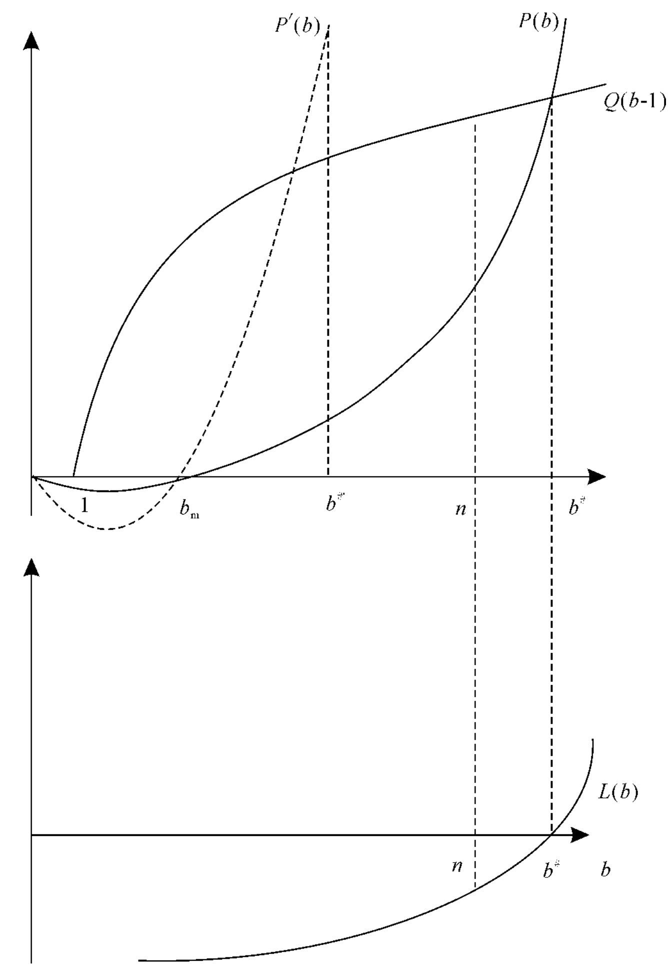


图 6.10　非正交免费搭车行为下的稳定函数

它并不是一个囚徒困境，而是一个斗鸡博弈，其中至少有两组国家共存：签字国与非签字国。其次，若免费搭车行为是正交的，稳定联盟可以从所讨论情形下的两阶段博弈中产生。

封闭的成员资格

在封闭的博弈中，参与人不能自由加入已经存在的联盟。我们已经看到（6.4.2 节）在这一条件下可以有两种情形：在博弈 Δ 中，若没有现存联盟中成员的一致同意，没有参与人能加入联盟，但是在博弈 Γ 中对进入（像在博弈 Δ 中那样）和退出都有约束。

在封闭的博弈 Δ（此处简称为封闭博弈）中，需要定义最优的标准：只有在所有的成员都从增大的联盟中得到改善时，联盟才接受一个新的国家。并且，为决定新的均衡联盟，需要对稳定联盟作微小的改变。

封闭博弈中联盟的稳定性

当且仅当同时具有内部稳定性与外部稳定性时，联盟才是稳定的。内部稳定性的定义不变。若没有单独的参与者，既被允许加入联盟，又能从加入联盟中得到改善，则称联盟具有外部稳定性。我们还需要引入一个附加的特性：价值函数具有正斜率且单调（随联盟规模）而不是钟型的。单调时，在最小联盟 b_m 之上，价值函数被假设为随合作参与人的数量单调递增。而对于钟

型的情况，在价值函数最大处有一个最优规模 $\hat{b}$。

从封闭的博弈中得到的结果可归纳为以下命题（Carraro 和 Siniscalco，1997）。

命题 2（封闭的博弈下的联盟形成）

当价值函数单调时，联盟中的成员没有激励从联盟中排除其他成员，因此，博弈的均衡结构是开放的博弈下的纳什均衡结构。当价值函数呈钟型时，纳什均衡是如下的联盟结构：

- 当 $b_m > b^*$ 时，$\beta = \{1_n\}$；
- 当 $b_m < \hat{b} \leqslant b^*$，$\hat{\beta} = \{1_{n-\hat{b}}\}$ 时，对于所有的 $\hat{b} < b < b^*$，有 $\beta = \{b, 1_{n-b}\}$；对于所有的 $b \geqslant b^*$，有 $\beta^* = \{b^*, 1_{n-b^*}\}$；
- 当 $b_m \leqslant b^* \leqslant \hat{b}$ 时，$\beta^* = \{b^*, 1_{n-b^*}\}$。■

因此，当价值函数呈钟型时，会产生三组国家：合作的国家，乐于合作却被从协定中排除的国家，不愿合作的国家（图 6.11）。如何获得钟型的稳定函数？最简单的办法是假设一些联盟的协调成本，这些成本随联盟的规模递增。一个不太特别的方法是由 Carraro 和 Siniscalco（1997）提出的，假设在联盟之间的相互作用中，有正的或负的研发外部性。

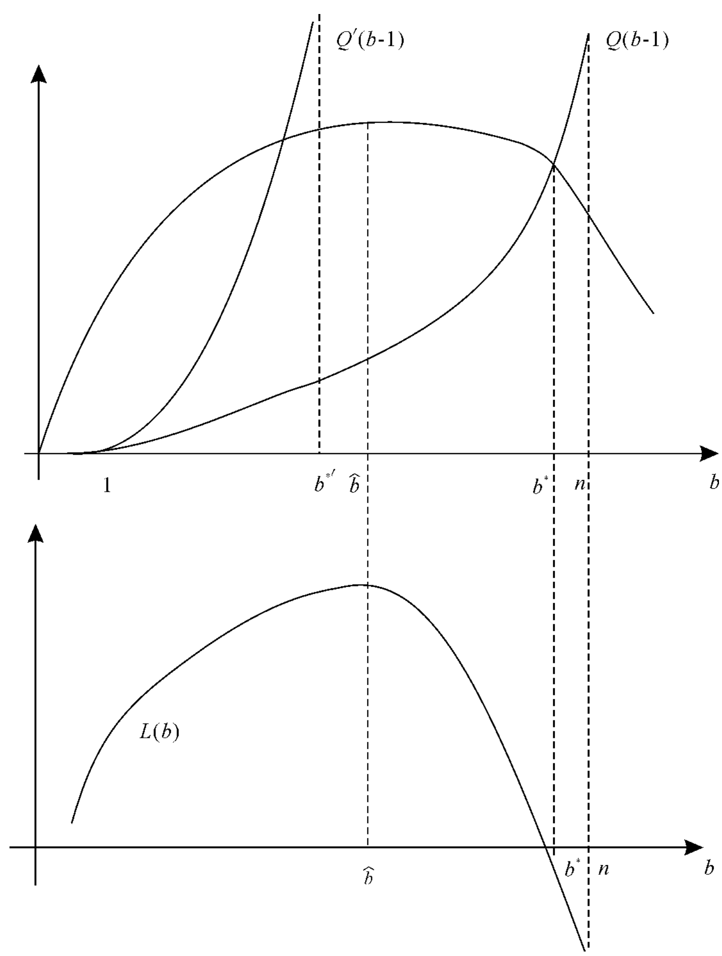


图 6.11　具有正交免费搭车行为和钟型价值函数的稳定函数

在封闭的博弈Γ中（此处简称为联盟一致博弈），没有成员的一致同意，任何联盟都无法形成。参与人不能自由加入或离开联盟。一个参与人的偏离会使联盟解体为单独的参与人。因此，任何偏离的参与人的支付都是非合作的支付。

联盟一致博弈中联盟的稳定性

如果同时具有内部稳定性与外部稳定性，则联盟是稳定的。若可获利［例如满足条件(6.9)］，则具有内部稳定性。若像在封闭博弈中那样，单独的参与者不加入联盟要好于加入，则具有外部稳定性。

这些条件不像开放的博弈那样严格。由此可得，均衡的稳定联盟总是更大（Chander 和 Tulken，1995）。联盟一致稳定性有如下优点：若参与人能协调他们的策略以建立具有最高支付的联盟结构，则全体参与人的联盟将成为博弈的均衡结果。然而，规则中暗示的威胁是否具有可信性值得怀疑。若国家有激励形成联盟，为什么将博弈瓦解为单独的参与者的威胁是可信的？

总之，从以上分析中可得出的主要结论是几乎任何联盟结构都能成为博弈的均衡联盟结构。特别的，通过对成员资格的标准进行调整，我们看到不同规模的稳定联盟出现在均衡中。因此，国际环境协定中谈判规则的选择至关重要。若目标是最大化签字国的数量而不是各国的福利（注意，若价值函数是单调的，则两个目标实际是一致的），则开放的成员资格要优于封闭的成员规则。但是，若各国能对联盟承诺一致的成员资格标准，则甚至能形成更大的联盟。这些理论工作的另一个重要的借鉴是通常仅由各国的一个自己愿意签署国际环境协定（例如均衡中出现的部分联盟）。我们应该强调，环境协定最近的发展（从蒙特利尔协定到京都协定）支持了这一理论结果（Carraro 和 Siniscalco，1998，30－31）。

Appendix：Linear programming

• Definition A linear program（p） is a problem of maximizing（or minimizing） a linear function（*the objective function*） subject to linear constraints. The most common form is：

$\max \sum_j b_j y_j$

s. t. $\sum a_{ij} y_j \leqslant c_i$, for all i

$y_j \geqslant 0$

The set of all points satisfying the constraints is the *constraint*set and the maximum of the objective function is *the value of the program P*（*vp*）.

• *Duality*Consider the linear program（D）：

$\min \sum c_i x_i$

s. t. $\sum a_{ij} x_i \geqslant b_j$, for all j

$x_i \geqslant 0$

D is said to be the *dual*of p and $x_i$are the *dual variables*. Duality is in fact a reciprocal relation since p is also the dual of D.

• *Duality theorem* Let the two linear programs p and D with solution y_j^* and x_i^*， respectively，then：

$\sum_j b_j x_j^* = \sum_i c_i y_i^*$

参考文献

Aumann, R. J. (1959) 'Acceptable points in general cooperative n-person games', *Annuals of Mathematics Studies*, 40, 287—324.

Aumann, R. J. (1964) 'Markets with a continum of traders', *Econometrica*, 32, 39—50.

Aumann, R. J. (1967) 'A survey of cooperative games without side payments', in M. Shubik (ed.), *Essays in mathematical economics* (Princeton: Princeton University Press).

Aumann, R. J. (1989) 'Game theory', in J. Eatwell, M. Milgate and P. Newman(eds), *Game Theory — The New Palgrave: A Dictionary of Economics* (London: Macmilan; first published in 1987)1—53.

Aumann, R. J and J. H. Dèrze (1974) 'Cooperative games with coalition structures', *International Journal of Game Theory*, 3, 217—37.

Aumann, R. J. and M. Maschler (1964) 'The bargaining set for cooperative games', in M. Dresher, L. S. Shapley and A. W. Tucker (eds), *Advances in Game Theory* (Princeton: Princeton University Press, 443—76.

Aumann R. and R. Myerson (1988) 'Endogenous formation of links between players and coalitions: an application of the Shapley Value', in A. E. Roth (ed.), *The Shapley Value—Essays in Honor of Lloyd S. Shapley* (Cambridge: Cambridge University Press).

Aumann, R. J. and L. Shapley (1974) *Values of non—atomic games* (Princeton: Princeton University Press).

Barrett, S. (1994) 'Self—eoforcing international environmental agreements', *Oxford Economic Papers*, 46, 878—894.

Bernheim, B. D., B. Peleg and M. D Whinston (1987) 'Coalition—proof Nash equilib rium: I and II', *Journal of Economic Theory*, 42, 1—12, 13—29.

Barrett, S. (1997) 'Towards a theory of international cooperation', in C. Carraro and D. Siniscalco (eds), *New directions in the economic theory of the environment* (Cambridge: Cambridge University Press).

Billera, L. J. and D. C. Heath (1982) 'Allocation of share costs: a set of axioms yielding a unique procedure', *Mathematics of Operations Research*, 7, 32—9.

Billera, L. J., D. C. Heath and J. Ranaan (1978) 'Internal telephone billing rates — a novel application on non—atomic game theory', *Operations Research*, 26, 956—65.

Bloch F. (1995) 'Endogenous structures of association in oligopolies', *Rand Journal of Economics*, 26, 537—55.

Bloch F. (1996) 'Sequential formation of coalitions in games with externalities and fixed payoff division', *Games and Economic Behavior*, 14, 90—123.

Bloch F. (1997) 'Non—cooperative models of coalition formation in games with spillovers', in C. Carraro and D. Siniscalo (eds), *New Directions in the Economic Theory of the Environment* (Cambridge: Cambridge University Press).

Bondareva, O. N. (1962) 'Teoriia iadra v igre n lits', Vestniki Leningrad University, Mathematics, *Mechanics*, *Astronomy*, 13, 141—2.

Bondareva, O. N. (1963) 'Some applications of linear programming methods to theory of Cooperative games' (in Russian), *Problemy Kibernetki*, 10, 119—39.

Buchanan,J. and G. Tullock (1962) *The Calculus of Consent* (Ann Arbor: University of Michigan Press).

Carraro,C. (ed.) (1997) *International Environmental Agreements: Strategic Policy Issues* (Aldershot: Edward Elgar).

Carraro,C. and F. Moriconi (1998) 'Endogenous formation of environmental coalitions', Fondazione Eni Enrico Mattei,Milan,mimeo.

Carraro,C. and D. Siniscalco (1993) 'Strategies for the internatioanal protection of the environment,' *Journal of Public Economics*,52,309—32.

Carraro,C. and D. Siniscalco (1995) 'Policy Coordination for sustainability; commitments, transferts and linked negotiations',in I. Goldin and A. Winters (eds),*The economics of sustainable development* (Cambridge,MA: Cambridge University Press).

Carraro,C. and D. Siniscalco (1997) 'R&D cooperation and the stability of international environmental agreements',in C. Carraro (ed.),*International Environmental Agreements: Strategic Policy Issues* (Aldershot: Edward Elgar).

Chander,P. and H. Tulkens (1995)'A core—theoretic solution for a design of cooperative agreements on transfrontier pollution',*International Tax and Public Finance*,2,279—93.

Chatterjee,X.,B. Dutta,D. Ray and K. Sengupta (1993)'A non—cooperative theory of coalitional barganing',*Review of Economic Studies*,60,463—77.

d'Aspremont,C.,A. Jacquemin,J.J. Gabszewicz and J. Weymark (1983)'On the stability of collusive price leadership',*Canadian Journal of Economics*,16,17—25.

Davis,M. and M. Maschler (1963) 'Existence of stable payoff configurations for cooperative games' *Bulletin of the American Mathematical Society*,69,106—8,abstract.

Davis,M. and M. Maschler (1965) 'The kernel of a cooperative game',*Naval Research Logistics Quarterly*,12,229—59.

Debreu,G. and H. Scarf (1963) 'A limit theorem on the care of an economy',*International Economic Review*,4,236—46.

Drèze J. and J. Greenberg (1980) 'Hedonic coalitions optimality and stability',*Econometrica*,48,987—1003.

Edgeworth,F.Y. (1881) *Mathematical Psychics* (London: Kegan Paul).

Gillies,D.B. (1959) 'Solutions to general non—zero—sum game', in A.W Tucker and D.R. Luce (eds),*Contributions to the Theory of Games*,*IV* (*Annals of Mathematical Studies Series*,40) (Princeton: Princeton University Press),47—85.

Greenberg,j. (1977) 'Pure and local public goods: a game theoretic approach' in A. Sandmo (ed.),*Public Finance*,(Lexington MAH:Health and Co).

Greenberg J. (1994) 'Coalition structures',in R.J. Aumann and S. Hart (eds),*Handbook of Game Theory with Economic Applications*,2 (New York: Elsevier),Chapter 37.

Gul,F. (1989) 'Bargaining foundations of Shapley value',*Econometrica*,57,81—95.

Harsanyi J.C. (1959) 'A bargaining model for the cooperative *n*-person game', in R.D. Luce and A.W. Tücker (eds),*Contributions to the Theory of Games IV* (*Annals of Mathematical Studies Series*,40) (Princeton: Princeton University Press).

Harsanyi,J.C. (1963) 'A simplified bargaining model for the *n*-person cooperative game', *International Economic Review*,4,194—220.

Harsanyi,J. C. (1977) *Rational Behavior and Bargaining Equilibrium* (Cambridge: Cambridge University Press).

Hart,S. (1985) 'An axiomatization of Harsanyi's nontransferable utility solution',*Econometrica*,53,1295—314.

Hart,S. and M. Kurz (1983) 'Endogenous formation of coalitions',*Econometrica*,51,1047—64.

Hart,S. and M. Kurz (1984) 'Stable coalition structures',in M. J. Holler (ed.),*Coalitions and Collective Actions* (Berlin; Springer—Verlag),233—58.

Hart,S. and A. Mas—Colell (1989) 'Potential,value and consistency',*Econometrica*,57,589—614.

Hayek,F. (1976) *The Mirage of Social Justice*,*Law,Legislation and Liberty*,2 (Chicago: University of Chicago Press).

Ichiishi T. (1981) 'A social coalitional equilibrium existence lemma',*Econometrica*,49,369—77.

Kannai,Y. (1992) 'The core and balancedness',in R. J. Aumann and S. Hart (eds),*Handbook of Game Theory with Economic Applications*,1 (Amsterdam: NorthHolland),Chapter 12.

Kreps,D. (1990) *Game Theory and Economic Modeling* (Oxford: Clarendon Press).

Kurz M. (1988) 'Coalition value',in A. E. Roth (ed.),*The Shapley Value — Essays in Honor of Lloyd. S. shapley* (Cambridge: Cambridge University Press).

Lucas,W. F. (1992) 'Von Neumann—Morgenstern stable sets',in R. J. Aumann and S. Hart (eds),*Handbook of Game Theory with Economic Applications*,1 (Amsterdam: North—Holland),Chapter 17.

Luce,R. D. and H. Raiffa (1957) *Games and Dicisions* (New York: John Wiley).

Mas—Colell,A. (1989) 'Cooperative equilibrium',in J. Eatwell,M. Milgate and P. Newman,*Game Theory — The New Palgrave*: *A Dictionary of Economics* (London:Macmillan,First published in 1987),95—102.

Maschler,M. (1992) 'The bargaining set,kernel and nucleolus',in R. J. Aumann and S. Hart (eds),*Handbook of Game Theory with Economic Applications*,1 (Amsterdam: North—Holland),Chapter 18.

Maschler M.,J. A. M. Potters,S. H. Tijs (1992) 'The general nucleolus and the reduced game property',*International Journal of Game Theory*,21,85—106.

McLean R. (2002) 'Values on non—transferable utility games',in R. J. Aumann and S. Hart (eds),*Handbook of Game Theory and Applications*,3 (New York: Elsevier).

Mirman L. J. and Y. Tauman (1982) 'Demand compatible equitable cost sharing prices',*Mathematics of Operations Research*,7,40—56.

Moulin,H. (1988) *Axioms of Cooperative Decision Making* (Cambridge: Cambridge University Press).

Moulin,H. (1995a) 'An appraisal of cooperative game theory',*Revue d'Economie Politique*,105,617—32.

Moulin H. (1995b) *Cooperative Micro—Economics: An Introduction* (Princeton: Princeton University Press).

Myerson, R. B. (1977) 'Graphs and cooperation in games', *Mathematics of Operations Research*, 2, 225—9.

Myerson, R. B. (1991) *Game Theory — Analysis of Conflict* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Neyman A. (2002) 'Values of games with infinitely many players', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory and Applications*, 3 (New York: Elsevier).

Nouweland A. V. (1993) *Games and Graphs in Economic Situations*, PhD dissertation, Tilburg University, The Netherlands.

Osborne, M. J. and A. Rubinstein (1994) *A Course in Game Theory* (Cambridge, MA: Mit Press), Chapter 13, 14.

Owen, G. (1977) 'Values of games with a priori unions', in R. Henn and O. Moeschlin (eds), *Mathematical Economics and Game Theory* (Berlin: SpringerVerlag). 76—88.

Owen, G. (1995) *Game Theory*, 3rd edn (San Diego: Academic Press), Chapters 10 to 15.

Pegel, B. (1992) 'Axiomatizations of the core', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 1 (Amsterdam: North—Holland), Chapter 13.

Perry, M. and P. J. Reny (1994) 'A non—cooperative view of coalition formation and the core', *Econometrica*, 62, 795—817.

Peters, H. J. M. (1992) *Axiomatic Bargaining Game Theory* (Boston: Kluwer Academic Publishers).

Ponssard J. P. (1978) *Bargaining Theory* (Berlin: Springer—Verlag).

Ransmeier, J. S. (1942) *The Tennessee Valley Authority: A Case Study in the Economics of Multiple Purpose Stream Planning* 2 (Nashville, TN: Vanderbilt University Press).

Ray D. and R. Vohra (1996) 'Binding agreements and coalition barganing', Boston University, mimeo.

Ray D. and R. Vohra (1997) 'Equilibrium binding agreements', *Journal of Economic Theory*, 73(1), 30—78.

Ray D. and R. Vohra (1999) 'A theory of endogenous coalition structure', *Games and Economic Behavior*, 26(2), 286—336.

Roemer, J. E. (1996) *Theories of Distributive Justice* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Roth, A. (ed.) (1988) *The Shapley Value — Essays in Honor of Lloyd Shapley* (Cambridge: Cambridge University Press).

Scarf, H. E. (1967) 'The core of an *n*-person game', *Econometrica*, 35, 50—69.

Scarf, H. E. (1973) *The computation of economic equilibria* (New Haven: Yale University Press).

Rubinstein, A. (1982) 'Perfect equilibrium in a bargaining model', *Econometrica*, 50, 97—109.

Selten R. (1981) 'A non—cooperative model of characteristic function barganing', in V. Bohm and H. Nachtkamp (eds), *Essays in Games Theory and Mathematical Economics in Honor of Oskar Morgenstern* (Mannheim: Bibliographisches Institut Mannheim), 131—51.

Shapley, L. S. (1953) 'A value for *n*-person games', in H. W. Kühn and A. W. Tücker (eds), *Contributions to the Theory of Games*, *II* (Princeton: Princeton University Press), 305—17.

Shapley, L. S. (1967) 'On balanced sets and cores', *Naval Research Logistics Quarterly*, 14, 453—60.

Shapley, L. S. (1969) 'Utility comparison and the theory of games', in G. T. Guilband (ed.), *La decision — agrigation an dynamique disorders de preference* (Paris: Editions du CNRS).

Shapley, L. S. (1973) 'On balanced games in without side payments', T. C. Hu and S. M. Robinson (eds), *Mathematical programming* (New York: Academic Press).

Schmeidler, D. (1969) 'The nucleolus of a characteristic function game', *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 17, 1163—70.

Shenoy, P. (1979) 'On coalition formation: a game theoretical approach', *International Journal of Game Theory*, 8, 133—64.

Shubik, M. (1959) 'Edgeworth market games', in R. D. Luce and A. W. Tücker (eds), *Contributions to the Theory of Games*, *IV* (*Annals of Mathematical Studies Series*, 40)(Princeton: Princeton University Press).

Shubik, M. (1982) *Game Theory in the Social Sciences*, 1 (Cambridge, MA. MIT Press).

Sobolev, A. I. (1975) 'The characterization of optimality principles, in cooperative games by functional equations', *Mathematical Methods in Social Sciences*, 6, 150—65 (in Russ., Engl. summ.).

Telser, L. G. (1978) *Economic Theory and the Core* (Chicago: University of Chicago Press).

Thomson, W (1990) 'The consistency principle', in T. I. Chiishi, A. Newman, Y. Tauman (eds), *Game theory and applications* (Boston: Academic Press).

Thomson, W. (1994) 'Cooperative models of bargaining', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 2 (Amsterdam: North——Holland), Chapter 35.

Thrall, R. and W. Lucas (1963) '*n*-person games in partition function form', *Naval Research Logistics Quarterly*, 10, 281—98.

Von Neumann, J. and O. Morgenstern (1944) *Theory of games and economic behavior* (New York: John Wiley).

Weber, R. J. (1994) 'Games in coalitional form' in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 2 (Amsterdam: North—Holland), Chapter 36.

Winter, E. (2002) 'The Shapley Value', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory and Applications*, 3 (New York: Elsevier).

Yaari, M. E. (1981) 'Rawls, Edgeworth, Shapley, Nash: theories of distributive justice re—examined', *Journal of Economic Theory*, 24, 1—39.

Yi, S. —S. (1997) 'Stable coalition structures with externalities', *Games and Economic Be-*

havior, 20, 201—37.

Yi, S. S. and H. Shin (1995) 'Endogenons formation of coalitions in oligopoly', Working paper 95—2, Dartmouth College Department of Economics, Dartmouth.

Young, H. P (ed.)(1991) *Cost Allocations: Methods, Principles, Applications* (Amsterdam: North-Holland).

Young, H. P. (1994) 'Cost allocation', in R. J. Aumann and S. Hart (eds), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, 2 (Amsterdam: North-Holland), Chapter 34.

第七章

演进式博弈和学习

演进式博弈在生物学和数学中已经有了相当的发展，其中尤其以 J. 梅纳德·斯密斯以及其同事所作的研究最为著名，在他们之后又有许多其他的学者在这一领域研究，其中包括诺贝尔经济学奖得主泽尔滕（R. Selten）。演进式的模型非常有助于研究各种动物在不同的环境中的行为和理解生物进化的过程。现在，这些模型在研究博弈的学者中已经变得很流行，研究这些模型的方法被广泛地运用于各种经济和商业研究课题中。有的人认为在研究性博弈问题中的这种调整式动态研究方式对于讨论许多经济问题十分有用。比如经济个体对外界的反应实际上是渐进式地经过仿效，模拟以及学习这样的过程。当然这种运用于经济中的情况模型和运用于生物学中的模型是不同的。在现实生活中，即使是经理、销售者、购买者以及其他的一些制定经济决策的人有时并不像经济学中假设的那么有理性，但是我们还是认为他们比鸟类或老鼠这样的动物更有理性。我们将会介绍特别的学习过程，通过这部分内容，我们可以从生物学中的博弈模型顺利过渡到经济行为。

经济学家之所以现在都对演进式的博弈模型很感兴趣，是因为非合作博弈策略在经济学的运用中面临了两个问题：首先，现在还不是很清楚博弈的参与者如何能够最终达到纳什均衡；其次，当面对很多不同的均衡时，很重要的一点是要能够理解为什么某个特定的均衡最终会被选中。而刚好，有这些演进式的博弈模型中描述的动态调整能够为这两个问题提供一些有意义的回答。因此尽管这些模型的经济含义还不是那么明晰，而且为了在经济学中采用这些模型，还需要对其做一些改进，但这种方法现在看起来仍似乎非常有前途。

本章将主要介绍生物博弈研究的框架，并将列举这种模型在产业组织或国际贸易领域一些经济问题的运用的例子。在 7.1 部分将介绍演进式博弈理论（EGT）中的一些基本概念如：“多重动态”（RD）和在对称性的或非对称性的演进式博弈中的“演进性稳定策略”（ESS）。在 7.2 部分将对一些基本概念进行扩展并讨论这些概念与经济的联系。同时在这一节中还将讨论多重动态，演进性稳定策略和其他均衡的概念的关系。在 7.3 部分，我们将简要地介绍一下学习模型。我们首先会以传统的古诺调整模型中所介绍的方法研究该模型，同时会对该模型进行一些新的发展，以使演进式博弈理论能够更好地解决经济问题。最后，在 7.4 部分，会介绍将演进式博弈的概念运用于解决经济问题的几个例子。

7.1 基因复制动态过程与演化稳定策略：基本的生物学概念

经济学家最感兴趣的是那些涉及具有不同人口的种群参与的博弈情形。然而，为了使入门更容易，这里我们通过考察一个生物学中经常研究的一个案例来介绍基因复制动态过程和演化稳定策略的概念，在该案例中，某个单一物种的特定种群，或者说，同质种群，参与一个对称的博弈。之后，我们将研究在多个种群的情况下如何运用基因复制动态过程（RD）和演化稳定策略（ESS）的概念。

在单一种群情形下，我们研究那些具备相同的策略可行集且支付是完全对称的个体的随机配对过程。这里，一个“策略”代表一个特定的行为，并且每个个体都遗传性地采取某个特定的策略。在生物学博弈中，支付可以被定义为后代的数量。它通常还被称为“适应性”。

令 $X=\{x_1,\cdots,x_i,\cdots,x_n\}$ 为参与人的纯策略集，U（x，x'）为某参与人选择策略 x，而她（或他）的对手选择策略 x' 时该参与人的支付。在本章中，我们将用 m 表示混合策略。

7.1.1 基因复制动态过程

在某时点上，某种群中各个不同的群体准备分别选择某个策略进行博弈。为了研究这些群体的进化，假定只有适应性最强的群体才能生存，这样，就需要构建一个动态调整过程。在生物博弈中通常使用的是马尔萨斯动力系统，即 RD。根据 RD 模型，如果某个群体的适应能力超过了种群的平均水平，那么它之中的个体数量就会增加。而如果某群体的支付低于平均水平，那么它在整个种群中的比重就会下降。

假设有大量的参与人进行同一个对称的博弈。为了表述上尽可能简单，参与人的纯策略被限定为两个：x 和 x'。在此基础上拓展至许多博弈策略的情形将会是很直接易懂的。

令 n_t 和 n_t' 分别代表在 t 时点按一定程序规划（be programmed to）选择策略 x 和策略 x' 的参与者的数量，令 N_t 表示总的参与者数量。

令 s_t（x）为 t 时刻选择策略 x 的参与者在总体中的比重：

$$s_t(x)=\frac{n_t}{n_t+n_t'}=\frac{n_t}{N_t} \tag{7.1}$$

准备选择策略 x 的参与者的期望支付为：

$$u_t(x)=s_t(x)u_t(x,x)+s_t(x')u_t(x,x') \tag{7.2}$$

这样，所有参与者的平均支付为：

$$\bar{u}_t(x)=s_t(x)u_t(x)+s_t(x')u_t(x') \tag{7.3}$$

从这些假设开始，我们就可以定义出一系列不同形式的 RD 模型。连续时间下最普遍采用的一种形式为下面的微分方程：

$$\dot{s}(x)=s(x)[u(x)-\bar{u}]=F(s) \tag{7.4}$$

这一关于复制的等式描述了准备选择不同策略——在这里为 x 和 x'——的种群的进化过程。它反映了 RD 的基本定义思想：如果策略 x 的结果优于平均水平，那么选择该策略的那些群体在整个种群中的比重就会上升。

得到式（7.4）的方法有很多种。下面我们将讲述两种方法，但如果已经很好地理解了 RD

模型的逻辑，那么读者或许可以直接阅读后面的例子。

一个基因复制动态过程的非代际交叠模型（Van Damme，1991）

在每个时段，参与人随机配对进行一个对称的博弈。这些参与人的后代对应着他们的支付，并将在下一个时段取代他们。选择每个策略的参与人的数量取决于前一期博弈的支付情况。

如果 n_t 个参与人在 t 时刻选择了策略 x，那么在 $t+1$ 时刻就会有 $n_t u_t$ 个参与人选择 x。第 $t+1$ 时刻参与人的期望数量为：

$$n_t u_t(x)+n_t' u_t(x')=N_{t+1}$$

它等于 $N_t \bar{u}_t$。在第 $t+1$ 时点选择 x 的参与人的比重为：

$$s_{t+1}(x)=\frac{n_t u_t(x)}{(n_t+n_t')\bar{u}_t}=s_t(x)\frac{u_t(x)}{\bar{u}_t} \tag{7.5}$$

在该离散时间模型中，种群的进化可以被表述为：

$$s_{t+1}-s_t=s_t(x)\frac{u_t(x)-\bar{u}_t}{\bar{u}_t} \tag{7.6}$$

设想每个时段都非常得短，这样我们可以将式（7.6）写为：

$$\dot{s}=s(x)\frac{u(x)-\bar{u}}{\bar{u}} \tag{7.7}$$

最后，调整时间尺度得到：

$$\dot{s}=s(x)[u(x)-\bar{u}] \tag{7.8}$$

该式与式（7.7）有相同的解轨迹，并且上式就是式（7.4）。

一个基因复制动态过程的代际交叠模型（Binmore，1992；Samuelson，1997）

在前面的模型中，所有的参与人都自我繁殖，并且在繁殖之后不能继续生存。这一假设或许可以适用于某些物种，但显然不适用于全部。而且，它不能很好地运用于经济学，因为在经济学中我们希望参与人能够不断地学习。

现在我们假设在某个长度为 τ 的时段上，总人口的一个群体 τ 自我繁殖。博弈的支付仍然表示参与人的后代，并且在 t 时刻每个选择 x 的参与人将繁殖出 $u_t(x)$ 个后代。

在 $t+\tau$ 时刻，选择 x 的人数为：

$$n_{t+\tau}=n_t+\tau n_t u_t(x)$$

下一期的参与人总数为：

$$N_{t+\tau}=n_t(1+\tau u_t(x))+n_t'(1+\tau u_t(x'))$$

在下一期选择策略 x 的参与人的比重为：

$$s_{t+\tau}(x)=\frac{n_{t+\tau}}{N_{t+\tau}}=\frac{n_t(1+\tau u_t(x))}{n_t(1+\tau u_t(x))+n_t'(1+\tau u_t(x'))}$$

或者：

$$s_{t+\tau}(x)=\frac{s_t(x)(1+\tau u_t(x))}{s_t(x)(1+\tau u_t(x))+s_t(x')(1+\tau u_t(x'))}$$

这样，种群进化可以表示为：

$$s_{t+\tau}(x)-s_t(x)=s_t(x)\frac{\tau u_t(x)-\tau\bar{u}_t}{1+\tau\bar{u}_t} \tag{7.9}$$

取极限 $\tau\rightarrow 0$ 得到：

$$\dot{s}=s(x)(u(x)-\bar{u})$$

这样便得到了式（7.4）。

【例子】

考虑支付矩阵为图 7.1 的协调博弈。

	x_1	x_2
x_1	3，3	2，0
x_2	0，2	4，4

图 7.1　一个协调博弈

每个参与人都有两个选择：x_1 和 x_2。令 s 为准备选择策略 x_1 的参与人的比例。准备选择 1 的参与人得到：

$u_1 = s \cdot 3 + (1-s)2 = s+2$

同样地：

$u_2 = s \cdot 0 + (1-s)4 = (1-s)4$

平均支付水平为：

$\bar{u} = s(s+2) + (1-s)(1-s)4 = 5s^2 - 6s + 4$

此时基因复制等式 $F(s)$ 为：

$F(s) = s[s+2-(5s^2-6s+4)]$

最终就有：

$F(s) = s(1-s)(5s-2)$

基因复制等式可以通过图 7.2 中的图形表示。

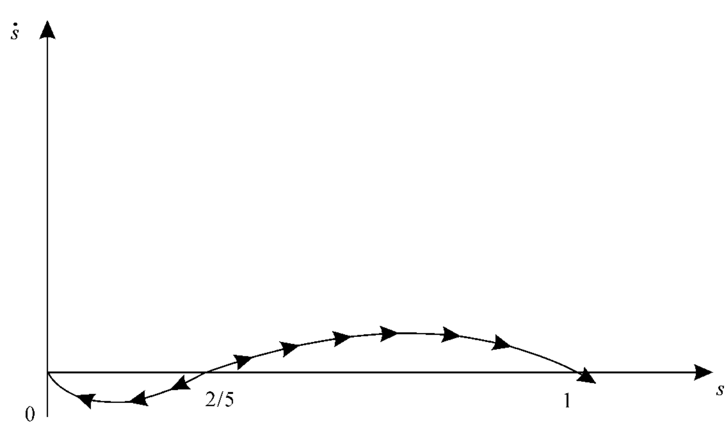


图 7.2　协调博弈中 RD 的相图

等式指出，在该博弈中，如果选择 x 的参与人的初始比重大于 2/5，那么 RD 会使该比重继续上升，直到每个人都选择 x。反之，如果初始时 s 小于 2/5，这一比例会下降至 0。

注意在这里 RD 有三个稳定状态，即令 F（s）$=0$ 的点：$s=0$，$s=2/5$ 和 $s=1$。它们是否都是均衡点呢？显然的，人们不会认为 $s=2/5$ 为一个均衡，因为一个微小的偏离会导致系统向

$s=0$或 $s=1$ 的持续移动。

演化均衡

在演化的视角中，均衡不仅是指动态过程的静止状态（一个稳定状态，或者一个动态方程的不动点），还意味着在静止点的某种形式的稳定性。更精确地，我们提出下面的定义：

定义 1（演化均衡）

演化均衡（EE）是演化动态过程的任一渐进稳定（asymptotically stable）不动点（关于渐进稳定性，参见本章附录）。■

在上文的例子中，一个研究稳定性的简单方法是考察 $F(s)$ 方程斜率的符号。当 $dF(s)/ds<0$ 时，稳定状态是具备稳定性的。在点 $s=0$ 和 $s=1$，$F(s)$ 的斜率是负的；而在 $s=2/5$，斜率是正的。这些符号说明前两个点是稳态的稳定点而最后一个不是。换句话说，$s=0$ 和 $s=1$ 是博弈的演化均衡点。

在例 1 中，EE 相当于一个“单型的”（monomorphic）种群，在这个种群中每个人都采用相同的策略（在某个“突变体”带来某种突变前）。下面，我们希望通过另一个例子指出，EE 还可能意味着一个多型的（polymorphic）种群。

【例子】

鹰鸽博弈是一个很好的例子。一个规模庞大的种群中的个体为领地或者其他某个有价值的稀缺资源而战斗。V 是该资源对这个种群成员的价值。个体随机地相遇并且可以选择两个策略中的任意一个：像鹰一样（侵略性地），或者像鸽子一样（温和地）。鹰随时准备战斗，而鸽子总是避免战斗。每一次战斗都有成本，令其为 C。

当鹰遇见鸽子，后者拒绝战斗并离开。当然，这样鹰就可以得到所有的利益。如果两只鸽子相遇，两者和平地分享支付，各得 $V/2$。最后，如果两只鹰相遇，它们选择战斗直至两者平分资源价值与战斗成本的差额，即 $(V-C)/2$。图 7.3 概括了这个博弈。

	鹰	鸽
鹰	$(V-C)/2, (V-C)/2$	$V, 0$
鸽	$0, V$	$V/2, V/2$

图 7.3　鹰鸽博弈

如果我们假设这是一个马尔萨斯动力系统，那么我们可以得到基因复制方程：

$$F(s)=s(1-s)[s(V-C)/2+(1-s)V/2]$$

这里 s 是采取“鹰”策略的参与人的比例。为了更准确，为 V 和 C 赋值；例如，令 $V=4$，$C=16$。这样：

$$F(s)=s(1-s)(2-8s)$$

这个方程有三个根：$s=0$，$s=1/4$ 和 $s=1$。图 7.4 为 $F(s)$ 的相图。

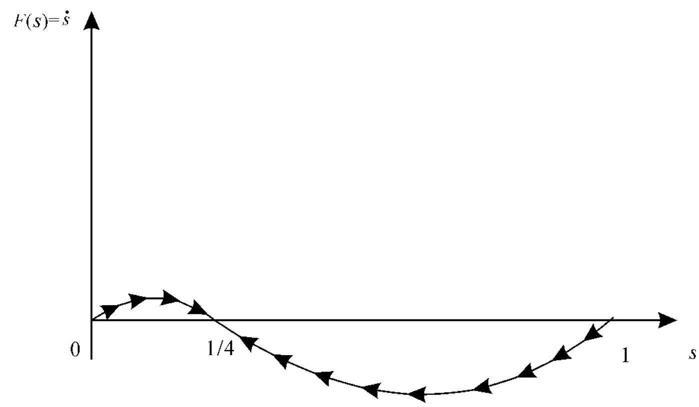


图 7.4　鹰鸽博弈中 RD 的相图

观察箭头方向并且由点 $s=1/4$，$F'(s)$ 为负数这一事实可以判断，$s=1/4$ 是一个演化均衡。很容易便可以验证这是惟一的演化均衡点。这样，种群在均衡点是“多型的”。其中 1/4 的成员选择“鹰”策略，3/4 的成员选择“鸽”策略。这个均衡即可以被解释为纯策略均衡，也可以被理解为混合策略均衡。在后一种情形下，我们必须假设个体可以筹划进行纯策略博弈或混合策略博弈。

混合策略均衡是该博弈的惟一一个演化均衡。它也是仅有的一个对称的纳什均衡［此时还有两个非对称纳什均衡：（鹰，鸽）和（鸽，鹰）］。在下一个子部分我们可以发现，这个均衡还有另一个稳定性特征，因为它是一个“演化稳定策略”（ESS）（参见下文的定义）。

简评 1

当然，我们可以使用其他的许多方法来表现演进的动态过程。例如，我们可以考察一个离散时间的动态过程而不是一个连续的。不幸的是，这一变化可能会对结果产生极为不利的影响［参见 7.2.2 中 Dekel 和 Schochmer（1992）得到的结果，结果显示，RD 的离散时间模型也许不能剔除严格劣策略］。■

简评 2

式（7.4）中的 s 将某个采取某个策略增长率与该策略绩效与平均水平的比较联系起来。但我们可以想像一些其他的联系。例如，某策略的瞬时变动率，而非其增长率，或许和该策略的支付与平均支付的差异有关。假设的不同会带来不同的结果（参见 Friedman，1991）。另一些动力系统也可以用来描述演进过程。然而，一个合理的要求是，它们必须能够通过与适应性方程相容性的验证条件（Friedman，1991）：更具适应性的策略相对于不太适应的策略来说必须处于成长状态。■

7.1.2　演化稳定策略

“演化稳定策略”（ESS）这一独特的解概念是由 Maynard Smith 和 Price 为描述演进过程的稳定状态而提出的。ESS 的基本思想是要求均衡能够“抵御”变异（mutation）的入侵。RD 研

究一个即定策略的动态特征，而 ESS 关注于不同的问题：研究未采用过的策略的可能的变异。

设想某个在位种群初始时采用了策略 x，这个策略可能是纯策略也可能是混合策略，而同时某一小部分“变异群体”（mutants）ε，采用另一策略 x'。

定义 2（演化稳定策略）

演化稳定策略意味着当博弈参与人随机配对进行博弈时，在位种群成员的支付水平高于入侵者的支付水平。每个博弈参与人都有（$1-\varepsilon$）的概率遇到选择 x 策略的参与人，同时，他还有 ε 的概率遇到入侵者。从而 ESS 的定义条件式为：

$$u[x,(1-\varepsilon)x+\varepsilon x']>u[x',(1-\varepsilon)x+\varepsilon x'] \tag{7.10}$$

其中 ε 为一个极小的正数（$0<\varepsilon<\bar{\varepsilon}$）。■

上面足以定义 ESS，但展示另一个条件将是有益的。这个条件包含两个部分。首先要注意的是，由线性期望效用可得：

$$u[x,(1-\varepsilon)x+\varepsilon x']=(1-\varepsilon)u(x,x)+\varepsilon u(x',x')$$

这样式（7.10）可以写作：

$$(1-\varepsilon)u(x,x)+\varepsilon u(x,x')>(1-\varepsilon)u(x',x)+\varepsilon u(x',x') \tag{7.10$'$}$$

这个不等式只需要在 ε 趋于 0 时成立。因而，对于任意 $x'\neq x$：

（i）$u(x,x)>u(x',x)$

或者：

（ii）如果 $u(x,x)=u(x',x)$，那么 $u(x,x')>u(x',x')$ （7.11）

在条件式（7.11）中，（i）部分说明 ESS 一定是一个纳什均衡。它表明当所有参与人选择策略 x，任何一个参与人偏离 x 并选择 x' 将是无利可图的。（ii）说明 ESS 是对称的纳什均衡的一种精炼。即使在与选择策略 x 的参与人博弈时选择 x 并不能获得比选择 x' 更高的支付（在弱纳什均衡时），但在与选择策略 x' 的对手博弈时会得到更高的支付。

【例子】

图 7.5 展示了一个囚徒困境博弈。如果博弈只进行一次，占优策略均衡（DSE）（D，D）同时也是一个 ESS。显然，如果 x 代表策略背弃（或者“侵略”），而 x' 代表合作（或者“温和”），那么根据（7.10$'$）我们得到：

$$3(1-\varepsilon)+6\varepsilon>2(1-\varepsilon)+5\varepsilon$$

那么在不考虑贴现率的情况下这个博弈重复多次，而变异者采取针锋相对（TFT）策略时情况是怎么样的呢？结果表明（参见 Axelrod 和 Hamilton，1981），（D，D）不能抵御入侵者。

一个选择 TFT 的博弈者在与选择背弃策略的对手博弈时最终会输掉一轮博弈，但之后也将选择背弃。从多轮博弈的平均结果来看（注意这里不考虑贴现率），她（或他）将和起初就选择背弃的参与人获得一样多的支付，即 3 单位的支付。因此：

$$u(TFT,D)=u(D,D)$$

然而，当变异者相遇时，他们将获得比遇见一个采取背弃的参与人更高地支付，这两种情况下的支付分别为：5 单位平均支付和 3 单位平均支付（这是因为变异者会在对手选择合作时合作，而在对手背弃时背弃）。这样，我们得到：

$$u(D,TFT)<u(TFT,TFT)$$

策略 D 不符合式（7.11）（ii）条件的要求，从而不是一个 ESS。

	合作（C）	背弃（D）
合作（C）	5，5	2，6
背弃（D）	6，2	3，3

图 7.5　囚徒困境

【例子】

图 7.6 给出了一个协调博弈的支付。

这个博弈有三个纳什均衡：$(x_1,\ x_1)$，$(x_2,\ x_2)$ 和混合策略均衡 $(m,\ m)=(1/4,\ 3/4)$。前两个均衡都是 ESS，而最后一个不是。

让我们来检验策略 $(x_2,\ x_2)$，它使每个参与者得到 1 单位的支付。当参与人有 $(1-\varepsilon)$ 的概率遇到和她（或他）采用同样策略的人，ε 的概率遇到一个变异者时，她（或他）选择策略 2 的期望支付为：

$(1-\varepsilon)1+\varepsilon\cdot 0=(1-\varepsilon)$

面临同样概率分布而选择策略 1 的参与人的期望支付为：

$(1-\varepsilon)0+\varepsilon\cdot 3=3\cdot\varepsilon$

显然，当 ε 足够小时，第一个式子的数值大于第二个式子，满足了（7.10′）的要求。策略 $(x_2,\ x_2)$ 是一个 ESS。有趣的是无效率的纳什均衡 $(x_2,\ x_2)$ 构成了演化过程中的一个均衡。

让我们来考虑在位种群采取策略 $(m,\ m)$ 而变异者采用策略 x_2 的情况。这时我们有：

$u(m,m)=u(x_2,m)=\dfrac{3}{4}$

明显地，我们必须考虑式（7.11）中的条件（ii）。但这一条件在这里没有得到满足：

$u(m,x_2)=\dfrac{3}{4}$，但：$u(x_2,x_2)=1$

从而：

$u(m,x_2)<u(x_2,x_2)$

当变异者遭遇在位种群中的某个对手时，他可以获得和对手一样多的支付，而当他遇到另一个变异者时，他会做得更好。当然，采取策略 x_1 的变异者同样能够侵入一个选择 $(m,\ m)$ 的种群。

	x_1	x_2
x_1	3，3	0，0
x_2	0，0	1，1

图 7.6　一个协调博弈

简评 1

在一些博弈中不存在 ESS。正如 High（1975）所指出的，ESS 的数量总是有限，可能为 0。■

7.1.3　中性稳态、演化稳定集和面对均衡进入者的稳健性

中性稳态（Neutral stability）或弱 ESS

在 ESS **的正规定义** 7.1.2 **节中，我们使用了一个严格不等式，但如果变异个体在与同类博弈时能比在位种群获得同样多支付时，情况又是怎么样的呢？在后一种情况下，变异群体被称为“中性的”**（neutral）。**而“中性稳定策略”**（neutral stable strategy，NSS）**被定义为以弱不等式表现的** ESS。

定义 3（中性稳定策略）

$x \in X$ **是一个** NSS **的充分条件是，对于任意** $x' \neq x$，**存在** $\bar{\varepsilon} \in (0,1)$ **使所有** $\varepsilon \in (0,\bar{\varepsilon})$ **下面的不等式成立：**

$u[x, \varepsilon x' + (1-\varepsilon)x] \geqslant u[x', \varepsilon x' + (1-\varepsilon)x]$。■

这个不等式可被重新写为：

(i) $u(x,x) > u(x',x)$

(ii) **如果** $u(x,x) = u(x',x)$，**那么** $u(x',x) \geqslant u(x',x')$

很明显，中性稳态不像演化稳态要求得那么严格，因为这里的条件只要求变异群体不能比在位种群得到更好的结果。中性稳态仍然是对称纳什均衡的一个精炼：

ESS⊂NSS⊂NE

由于中性变异群体能和在位种群获得一样多的支付，它就有可能留在博弈中。因此，每一次“中性变异”都会增加中性变异群体在整个种群中的比重。这样一种渐进的“入侵”被称为“演化偏移”。问题在于，在某些点上，演化偏移可能会动摇 NSS **的稳定性。这样，一个建立于纳什均衡集之上的新的稳态概念**（Thomas，1985）**便被用于处理演化偏移可能带来非稳定性的风险。**

演化稳定集

如果某对称纳什均衡策略集中的策略 x **在博弈中遭遇某策略** x' **时能获得不少于遇到它自身时的支付，并且如果这两种支付相等时，变异者的策略也属于该集合，那么该集合是一个“演化稳态”**（Evolutionary stable，ES）。

定义 4　演化稳定集（Kandori，1997）

在一个对称二人博弈中，如果闭集 $X^* \subset X$ **满足下列条件，则该集合是一个演化稳定集：**

(i) X^* **中的每个元素都是一个** NSS，**并且**

(ii) **若** $x \in X^*$，$u(x,x) = u(y,x)$ **且** $u(x,y) = u(y,y)$，**则有** $y \in X^*$。■

换句话说，演化偏移永远不会导致一个不稳定点。在边界上，变异群体的支付将严格劣于未变异种群的支付。

【例子】

在重复囚徒困境博弈中，TFT 策略是一个 NSS。但我们可以验证它不属于演化稳定集，因为对于 TFT 和 C（合作）我们有：

$U(TFT,TFT)=U(C,TFT)$和 $U(TFT,C)=U(C,C)$

这里可以有一个从 TFT 向 C 的演化偏移。而 C 不是一个 NE，从而也不是一个 NSS。

这个例子引出了 *Swinkels*（1992*a*）的有趣的扩展。在经济学运用中，人们或许会认为博弈者，包括变异者，都足够聪明，从而不会选择用很傻的策略去应对非变异种群。在这个例子中，策略 C 与 TFT 相比，的确是一个很无力的策略。即使是只有弱理性，一个经济人在用策略 C 应对 TFT 前都会三思。

均衡进入者和面临均衡进入者的稳健性

Swinkels（1992a）指出，ESS 的条件在经济学中可能太严格了。当博弈者是企业时，将注意力限定在符合稳定性条件的变异策略上。通过这一思路，Swinkels 提出了一个新的稳态概念。他将其称为“面临均衡进入者的稳健性”（robustness to equilibrium entrants，REE）。这一概念使我们得以仅考虑“理性”的变异策略并提出非理性策略。假设变异群体的比重为 ε，变异混合策略为 $\omega=\varepsilon x'+(1-\varepsilon)x$。如果 x' 是对 ω 的最佳反应，那么进入者就被称为均衡进入者。但同时入侵对于那百分之 ε 的变异群体来说就是自我实现（self-enforcing）的了。人们或许希望定义一个不存在风险的情况，而这正是 REE 的目标。

定义 5（面临均衡进入者的稳健性）

一个对称策略对（x，x）是 REE 的充分条件是存在某个 $\bar{\varepsilon}\in$（0，1）使得如果 $x'\neq x$ 且 $\varepsilon\in(0,\bar{\varepsilon})$，$x'$ 就不是 $\varepsilon x'+(1-\varepsilon)x$ 的最优反应：

$x'\notin BR[\varepsilon x'+(1-\varepsilon)x]$（其中 BR 是最优反应集）。■

从定义可以看出，如果某个策略是 REE，那么它也是对自身的最优反应，即，它必定是一个纳什均衡。我们甚至可以进一步发现（Swinkel，1992a），REE 暗含着恰当性（properness），从而是纳什均衡的一个特殊的精炼。（参见第四章的 4.2.1 部分关于 proper 均衡的定义）。由于 REE 不如 ESS 那样严格，我们有下面的集合关系：

ESS⊂REE⊂NE

Swinkwl 的稳定性概念背后的形成动因包含两个部分：一方面，如果考虑所有的变异策略，那么有些博弈将没有 ESS（参见 7.1.2 的简评 1）；另一方面，如果某些变异策略是不那么令人满意的，那么当 ESS 与纳什均衡精炼之间的关系不能在存在理性变异群体的情况下继续维持的话，这种关系必然就不再有说服力了。要注意的是，尽管在一些不存在 ESS 的博弈中可以找到 REE 策略，但 Swinkwl 的概念在某些博弈中同样是不存在的。

为了进行扩展，Swinkwl（1992a）利用集值概念提出了一个新的概念：均衡演化稳定集（equilibrium evolutionary stable sets，EES）。

定义 6（均衡演化稳定集）

一集合 $X^*\subset X$ 是一个 ESS 的充分条件是，它是一个最小的非空闭集使得：

(i) X 是纳什均衡集的一个子集

(ii) 对于某些 $\bar{\varepsilon}\in$ (0，1)，如果 $\varepsilon\in(0,\bar{\varepsilon}),x\in X^*,x'\in X$ 且 $x'\in BR[\varepsilon x'+(1-\varepsilon)x]$，那么就有：

$\varepsilon x'+(1-\varepsilon)x\in X^*$。■

该定义说明 EES 是一个最小的闭集，该集合使得一系列微小的均衡进入不会使种群偏离出 X。

7.1.4 非对称演化博弈

本章前面几部分集中讨论了单一种群博弈的情况。但是，即使支付矩阵是对称的，演化博弈也很容易出现博弈者非对称的有趣情况。Maynard Smith（1982）曾指出了动物体可以根据自己是“行”参与人还是“列”参与人来调整行为的可能性，也就是说，策略是随参与人在博弈中的角色（以“行”和“列”来概括）而改变的。当然，行参与人与列参与人支付不相等时，非对称性就更严重了。在经济学和商业中，博弈往往包含了许多不同类的参与人，这样他们的可行策略及支付都是不同的。如果我们希望建立关于卖方和买方或者在位厂商与潜在进入者的模型，就必须将进化过程扩展到多种群情形。处于简化的目的，我们只考虑两个种群的情况，但要指出的是扩展到 K 种群的情况（$K>2$）是完全可能的。

考虑两个相互影响的大规模种群，每个种群的成员都被随机地选出并配对进行博弈。为避免不同调整速度所带来的难题，我们假定两个种群有相同的规模。演化模型的扩展就在于考虑每一个种群的 RD。这样我们就有两个基因复制等式：

$$\dot{s}_t^i(x)=s_t^i(x^i)[u_t^i(x^i)-\bar{u}_t^i]\quad i=1,2 \tag{7.12}$$

大家可以研究该动力系统的稳定点并验证稳定条件。多种群模型主要揭示的内容在于，它表明不存在渐进稳定的混合策略对。尽管需要调整到多种群情形（Weibull，1995，第 5.1 部分），大家仍然可以使用 ESS 概念，并检查某一策略是否是一个 ESS。由于现在某特定种群的成员被假设为随机地遇到其他种群的成员，式（7.2）定义的 ESS 就不再使用于当前的情形了。我们可以提出一个考虑非对称的变异群体的 ESS 的新定义，正如 Swinkels（1992b）所做的那样。

另一种使用 ESS 概念的方法是使博弈对称化。“对称化”指的是博弈参与人的角色在博弈开始前由自然确定。在事前，参与人不知道他们将扮演什么角色，从而必须在他们有对等概率成为行参与人或列参与人的前提下计算各自的期望支付。一个由 Selten（1980）证明的重要结果是，一个被对称化了的博弈的 ESS 是一个严格（strict）均衡。由于从定义来说，混合策略均衡不是严格均衡，因而在非对称博弈中，它不可能是 ESS。另一方面，大家必须注意的是，“对称化”对于一些博弈非常合适，但不适用于许多特定角色不能互换的博弈（对此更完整的讨论参见 Binmore 和 Samulson，2001）。

【例子】

一个进入模型包含在位厂商（参与人 1）和潜在进入者（参与人 2）。为了保证有大规模的参与人，我们必须设想存在许多处于区域垄断状态的在位厂商和数量众多的潜在进入者，这些潜在进入者随机地选择进入的地区。配对的众多种可能以及两个厂商只可能偶尔地相遇意味着任何声誉效应都是可以忽略的。现在惟一剩下的就是每个进入者都知道她（或他）将要么面对一个侵略性的在位者，要么面对一个消极的（容纳的）在位者。同样地，在进入可能性上在位厂商也面临

这样一个概率。令 p 为侵略性在位者的比重，q 为确实会选择进入的潜在进入者的比重。

图 7.7 给出了博弈的支付情况。

	进入	不进入
侵略性	$-1,\ -1$	8，0
消极	3，3	8，0

图 7.7　一个进入博弈

两种类型的参与人的 RD 是什么呢？对于每一个区域垄断者，我们有：

$\dot{p}=p[u_1^1-\bar{u}^1]$

其中：$u_1^1=q(-1)+(1-q)8=8-9q$

同时，由于：$u_2^1=3q+(1-q)8=8-5q$

这样就有：$\bar{u}^1=p(8-9q)+(1-p)(8-5q)=8-5q-4pq$

并且：$\dot{p}=p[(8-9q)-(8-5q-4pq)]=p(1-p)(-4q)$

因而如果 q 是正的，那么 p 就是负的；这说明选择侵略性策略的在位厂商的比重持续下降。

对于潜在进入者，我们同样有：

$\dot{q}=q[u_1^2-\bar{u}^2]$

其中 $u_1^2=3-4p$ 并且 $\bar{u}^2=3q-4pq$

从而：$\dot{q}=q(1-q)(3-4p)$，并且如果 $p<3/4$，则 $\dot{q}$ 为正值。换句话说，如果侵略性区域垄断者的比重小于 3/4，则实际选择进入的潜在进入者的比重将持续增加。

图 7.8 展示了该博弈动力系统的相图。

图中，RD 的惟一的一个稳定点对应着 $q=1$，$p=0$。在位者选择容纳而潜在进入者进入市场。要注意的是这个博弈的动态过程还有其他稳定的点：$(p=0,q=0)$、$(p=1,q=1)$、$(p=1,q=0)$和$(p=3/4,q=0)$。在这些稳定状态中，三个是纳什均衡：两个纯策略均衡点：$(p=0,q=1)$和$(p=1,q=0)$，同时还有一个混合策略均衡：$(p=3/4,q=0)$。而只有均衡$(p=0,q=1)$是完美的。有趣的是这个均衡同样是一个 EE（该动力系统的惟一的渐进稳定点）。关于演化均衡和非合作博弈均衡关系的讨论我们将在下一章中展开。

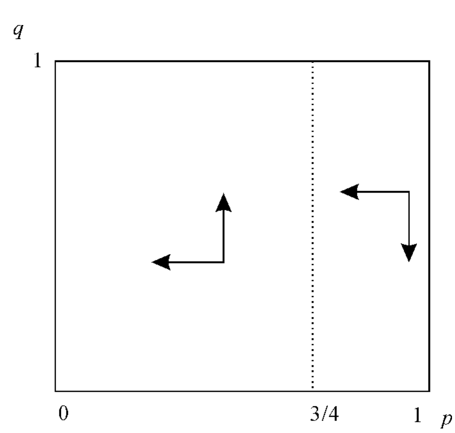


图 7.8　进入博弈的 RD 相图

我们要强调的是策略对（$p=0$，$q=1$）同样具有 ESS 的性质。最后，该博弈的惟一的 SPE 同样是一个 EE，也是一个 ESS。这种对应关系将在后面的内容里讨论。

有趣的是考察不按理性规则选则（他们仅仅是按一定的规划行动）的参与者如何达到一个 SPE 结果。像完美这类标准要求对博弈情况与信息有很好的掌握，同时参与人还要具备例如能够完成逆向归纳推理那样的很强的计算能力。但通过演化过程，不具备任何计算能力的参与人同样可以得到相同的结果。演化分析惟一的不足在于，演化过程需要时间。在经济学或商业运用中，博弈的外部条件可能会迅速地变化。演化分析方法只能应用于外部环境不会剧烈变化的情形（对于此问题的一个悲观的论点，参见 Camerer，1991）。

【例子】

我们在前面的鹰鸽博弈中曾发现，混合策略（1/4，3/4）是惟一的 EE。然而，如果博弈是由两类不同的种群进行的，结果又会如何呢？在这种情况下，混合策略就不再是一个 EE 了。

在该博弈中区分两类不同的种群意味着存在两（规模庞大的）组个体，他们对稀缺资源有不同的评价：$V_1 \neq V_2$。让我们假设稀缺资源是领地，而参与人 1 是居住者，而参与人 2 是外来者。这样，通常地，$V_1 > V_2$。例如，我们可以假设 $V_1=6$，$V_2=2$，而且和前面一样，战斗的成本 $C=16$。图 7.9 给出了博弈的支付矩阵。

	鹰	鸽
鹰	−5，−7	6，0
鸽	0，2	3，1

图 7.9　非对称鹰鸽博弈

现在，p 为选择鹰策略的居民的比重，q 为采取鹰策略的外来者比重。基因复制等式为：

$\dot{p}=p(u_R-\bar{u}_R)$

和：

$\dot{q}=q(u_I-\bar{u}_I)$

其中 R 代表居住者，I 代表入侵者。

$\dot{p}=p(1-p)(3-8q)$

$\dot{p}>0(<0)$，如果 $q<\frac{3}{8}(>\frac{3}{8})$

$\dot{q}=q(1-q)(1-8p)$

$\dot{q}>0(<0)$，如果 $p<\frac{1}{8}(>\frac{1}{8})$

此动态过程可以由图 7.10 的相图表示。

这个 RD 有两个稳定点：（$p=0$，$q=1$）和（$p=1$，$q=0$）。它们都是该博弈的演化均衡。当其他种群的参与人选择鸽策略时，那么某个特定种群的成员会选择鹰策略，而这都取决于博弈的初始状态。在同一种群中同时有人选择鸽策略和鹰策略的情形不能构成演化过程的均衡。大家可以验证，这里的两个 EE 同样是 ESS。

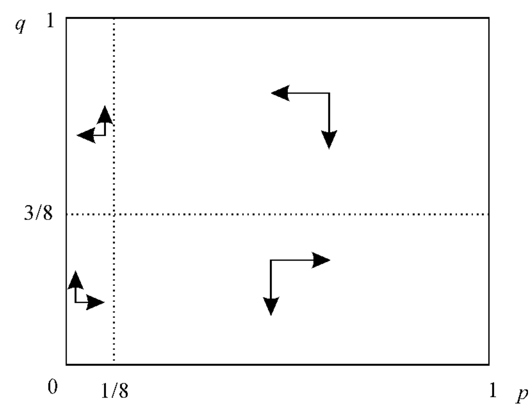


图 7.10　非对称鹰鸽博弈 RD 的相图

7.2　向经济学的扩展与一般化：演化、理性与效率

7.2.1　基因复制动态过程、演化稳定策略及其他均衡概念的关系

在前一节里我们已经涉及了演化均衡与非合作博弈标准均衡概念的关系。在定义 ESS 时，我们曾强调过它是对称纳什均衡的一种精炼。我们还注意到 ESS 是一个动态过程的稳态稳定点。本节将对这些联系进行系统化的描述。

对于使用双对数线性适应性函数和马尔萨斯动力系统的对称生物博弈，我们可以很好地定义出不同均衡点之间的联系，这些联系可以概括为：

$ESS \subset EE \subset NE \subset FP$

其中 ESS 是演化稳定策略，EE 是演化均衡（动力系统的渐进稳定点），NE 为纳什均衡，FP 是动态过程的不动点。

进一步地，最后两个包含关系可以推广到其他动力系统和非线性的多种群适应性方程情况。第一个包含关系是否可以一般化地推广是不确定的，因为对于某些动力系统，ESS 既不是动态过程不动点的动态稳定性的必要条件也不是它的充分条件（参见 Friedman，1991 中的例子）。

为了得到更多准确的结果，让我们再来分析 RD 与 NE 及其精炼之间的关系，之后我们将讨论 ESS 与非合作博弈均衡概念的联系，最后我们会涉及 RD 与 ESS 的关系。

基因复制动态过程与非合作博弈均衡

RD 与 NE 之间有一个非常简单的联系。第一个一般性的命题指出：

定理 1

如果一个策略组合 x^* 是一个对称纳什均衡，那么 x^* 是 RD 的一个稳定状态（证明过程可参见，Vega-Redondo，1995，53）。■

定理 1 的逆命题不一定为真。可能存在某些 RD 的稳定状态，而这些状态不是纳什均衡（当

稳定状态是定义策略频度的单形的内点时，这种情况就会发生）。定理 1 说明对称的纳什均衡被包括在 RD 的稳定状态集内。下面的第二个命题指出，渐进稳定状态是纳什均衡的一个子集。

定理 2

如果一个策略组合 x^* 是 RD 的一个渐进稳定状态，那么 x^* 是一个 NE。更准确地说，是一个 SPE。

（参见 Weibull，1995，命题 3.9，39）。■

下面，让我们来讨论 ESS 与 NE 及其精炼之间的关系。

演化稳定策略与非合作均衡

记住 ESS 的定义如下：

(i) $u(x,x)>u(x',x)$

或者：

(ii) 如果 $u(x,x)=u(x',x)$，那么 $u(x,x')>u(x',x')$

前面已经说过，定义的第一部分意味着 ESS 是一个 NE，而第二部分是说 ESS 还有其他的性质，即是一个 NE 的精炼。事实上，它是一个比完美这一标准更严格的精炼。我们可以得出以下结论：

定理 3（Bomze，1986；Van Damme，1991）

如果一个策略组合 x^* 是一个 ESS，则 x^* 是相应的双边对称博弈的一个 PTHE。更准确地说，是一个 PE。

（第四章的 4.2.1 部分给出了 PTHE 和 PE 的定义）。■

简评 1

Van Damme（1987）指出，扩展式博弈的一个 agent-normal 形式的 PE 是与 SE 的存在性相联系的。我们已经注意到（第四章 4.2.2 部分）SE 在理性与复杂性方面的要求有多高。现在，我们发现，只有最小理性和有限计算能力的参与人通过演化过程可以达到复杂均衡。然而对此的评价必须谨慎，因为许多时候，由于演化偏移而偏离均衡路径，扩展式博弈并不具有 ESS。然而均衡的稳定集这一概念（参见第四章 4.3.3 部分对此概念的定义）有助于这一问题的解决。事实上，Swinkels（1992b）已经证明，不论是逆向归纳还是前向归纳都可以被演化动力系统所证实（更多的细节可以参见 Kandori，1997）。■

最后，我们来考虑 RD 与 ESS 之间的关系。

基因复制动态过程与演化稳定策略

RD 描述了现存策略的演化过程，而 ESS 考虑到了变异的可能性。尽管如此，这两种工具最终都被用来研究演化的稳定性。所以，我们无须惊讶于两者之间存在的很强的联系。从 ESS 的定义及定理 3，我们知道 ESS 是纳什均衡的一个精炼，而纳什均衡又是 RD 的一个稳定状态。从而，ESS 一定被包括在 RD 的不动点中。这样就只有 ESS 和 EE 的关系需要进一步讨论了。

这里所要提及的结论不像之前的那样具有一般性，但它仍适用于绝大多数 RD 的常用形式（进一步的讨论与反例，参见 Friedman，1991）。

定理 4（Hofbauer，Schuster 和 Sigmund，1979）

如果一个策略组合 x^* 是一个 ESS，则 x^* 是 RD 的一个渐进稳定状态

（证明可以参见 Vega-Redondo，1995，50）。■

一般地，该定理的逆命题不成立。存在 RD 的渐进稳定状态不是 ESS 的情况。

【例子】(Van Damme，1991)

博弈的支付矩阵由图 7.11 给出。

在混合策略中存在惟一的对称均衡：(1/3，1/3，1/3)，这一均衡得到 2/3 的支付。然而策略（0，1/2，1/2）可以侵入这一均衡。在遭遇均衡策略时，后一种策略可以提供 2/3 的支付，而如果是遇到它自身，后一种策略可以提供 5/4 的支付。尽管如此，均衡仍是渐进稳定的。大家可以检验，均衡时的雅可比行列式为：

$$\begin{pmatrix} 1/9 & -1/9 & -4/9 \\ -7/9 & -4/9 & 5/9 \\ 2/9 & -1/9 & -7/9 \end{pmatrix}$$

其特征值为：1/3，−1/3，−2/3。

	x_1	x_2	x_3
x_1	0，0	1，−2	1，1
x_2	−2，1	0，0	4，1
x_3	1，1	1，4	0，0

图 7.11　一个 RD 渐进稳定点不是 ESS 的博弈

简评 2

寻找为什么定理 4 的逆命题不成立的原因是一项有趣的工作。这一结果来自于 RD 中关于能被遗传继承的策略的种类的假设。如果只有纯策略能被继承，那么很明显，正如 Van Damme 的例子中那样，即使存在渐进稳定状态，一些策略也可以被侵入。如果 RD 被调整为允许混合策略被继承的可能性存在，那么结果就会有所变化。在这种情况下，ESS 与 RD 的渐进稳定状态之间有完全的一致性。

大家可以很容易地检查定理 2、定理 3 与定理 4 之间的一致性。定理 4 说明 ESS 是 RD 的渐进稳定不动点。定理 2 说明这样一个稳定状态是一个 SPE。将两者结合起来，定理 4 和定理 2 意味着 ESS 是一个 PTHE（定理 3）。

7.2.2　演化与占优

演化模型只要求参与人具备最少的理性以指导自己的抉择。尽管如此，我们在前面几节中已

经看到，演化动态过程往往得到与由极度理性的参与人进行的非合作博弈相同的结果。

我们知道理性的参与人必须选择 Bernheim（1984）和 Pearce（1984）所定义的“可理性化”的策略（参见第四章 4.1.2 部分）。这样，劣策略必须通过一个重复删除过程被剔除。但是，像在演化过程中那样，当参与人不是真正理性时会怎么样呢？演化过程会删除劣策略吗？这个问题是严重的，因为如果这样一个剔除过程是非常必要的，我们却不能保证能够做到。RD 使得能够带来高于平均支付水平的策略得到增长。问题就在于，劣策略最终可能会带来高于平均水平的支付。

即使的确有一些劣策略不能被剔除的例子，但关于此问题最终的结论是令人满意的。最常被引用的劣策略不能被剔除的例子是由 Dekel 和 Scotchmer（1992）提出的。

这个例子是一个类似“石头、纸和剪子”游戏（参见第一章 1.2.2 部分）的博弈，但在该博弈中加入了第四个策略 D。前三种策略的组合严格优于第四种策略，但每个纯策略不比第四个策略 D 更好。图 7.12 给出了支付矩阵。

	R	P	S	D
R	1，1	2.35，0	0，2.35	0.1，1.1
P	0，2.35	1，1	2.35，0	0.1，1.1
S	2.35，0	0，2.35	1，1	0.1，1.1
D	1.1，0.1	1.1，0.1	1.1，0.1	0，0

图 7.12　一个“石头、剪刀、布”型的博弈

前三种策略以相同概率组成的混合策略严格优于策略 D（$3.35/3>1.1$）。但对于这三种其他各种多样的组合，第四个策略要比它们的平均结果好。对于某些类型的 RD，特别是 Dekel 和 Scotchmer（1992）使用的离散时间 RD 模型，在长期过程中 D 不会被剔除，除非在初始点，整个人口正好平均地采取 R、S 和 P 三种策略。

尽管有这个令人沮丧的例子，但从连续时间 RD 中得到的更一般结论显示存在一般性意义上剔除劣策略的趋势。我们将结论归纳如下：

(i) 由 Akin（1980）提出的第一个结论：如果一个策略是严格劣的，那么起始于任意内部初始点的马尔萨斯动力系统将是采取该策略的人数不断减少至 0。

(ii) 通过引入支付单调性的概念，一些学者得到了更一般的结论。特别是 Samuelson 和 Zhang（1992）的结论。该结论指出，如果一个纯策略在重复删除严格劣策略（只对纯策略而言）过程中被剔除，那么它一个符合“动态单调性”特征的选择过程中将被淘汰，即，对于所有的内点，当前具有最高支付水平的策略也是比重增长速度最高的策略。这一结论可以通过对支付单调性的调整（称为“总体单调性”），扩展至混合策略情形。

(iii) 一个更弱的充分条件是由 Hofbauer 和 Weibull（1996）提出的。这一“凸单调性”条件指出：对于所有的内点，如果混合策略 m 比纯策略 x 有更高的支付水平，则前者比后者有更高的增长速度。当所有的策略是初始给定时，凸单调性是保证动态选择过程去处那些会在重复剔除过程中被删除的策略的充分必要条件。

简评 1

我们到目前为止已经讨论了严格占优与严格重复删除的占优。就弱劣策略而言，RD 和其他演化选择动力系统不能保证一定能将其删除。

本部分最后要指出的是，对于许多种类的选择过程，包括 RD（符合凸单调性），参与人的行为和不仅和理性人的行为一样，而且和理性是共同知识时的情况一样。

7.2.3 演化稳定性和效率

我们在 7.1 部分的例 1 中已经看到，协调博弈有两个 ESS，一个对应着无效率纳什均衡（3，3），另一个对应着效率均衡（4，4）。整个种群人口在博弈结束时选择何种均衡取决于博弈的起始点，即选择 x_1 或 x_2 的参与者的初始比例。在该例子中，没有对效率的绝对保证。大家甚至可以发现，很不幸地，在这个例子中，效率均衡的吸引盆（参见本章附录 1 中的定义）比其他均衡的要小。如果起始点是［0，1］上的均匀分布，那么该演化过程有 3/5 的概率使策略趋向不合理的（无效率的）均衡。

在博弈的效率性问题上，演化方法似乎没有标准的非合作 GT 更有保证。但 Axelrod 及其合作者（Axelrod，1984；Axelrod 和 Hamilton，1981）以及实验研究法（参见第八章）倾向于证明，参与人可以寻找到学会更有效率地博弈的方法。演化方法能得到类似的结论吗？

我们现在必须面对某种参与人间的“博弈前交流”（pre-play communication）。的确，一些学者向人们展示了，某些博弈前的交流可以在演化的框架中得到有效率的结果（参见 Matsui，1991；Warneryd，1991；Kim 和 Sobel，1995；关于非合作博弈传统假设中博弈前交流的作用，参见第三章 3.2.2 部分）。

为了研究效率均衡的选择过程，让我们引入“风险占优”的概念（Harsanyi 和 Selton，1988）。粗略地说，一个策略可能是更具“风险”或者是“风险”较小的，而这取决于当其他参与人不采取纳什均衡策略时，它能够给我们带来的支付水平。这样，策略对之间可以根据风险互相比较排序。下文给出了更正式的定义。

定义 7（风险占优）

如果对于赋予其他参与人所有可能的纯策略相同权重的某个混合策略，某策略对中的每个策略都是其最优反应，那么该策略对是风险占优的。■

现在，考虑图 7.13 中描绘的博弈。很明显所有参与人应该会同意选择效率均衡（x_1，x_1）。但策略 x_2 是风险占优的，因为 x_2 是对混合策略 $\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}x_2$ 的最优反应：

$$\frac{1}{2}(0)+\frac{1}{2}(1)=0.5>\frac{1}{2}(3)+\frac{1}{2}(-100)=-48.5$$

因此它很有可能被选择。博弈前的交流能使参与人选择效率均衡吗（例如，“支付占优”均衡）？对于标准的非合作博弈 GT 来说，答案是否定的。

事前的交流是通过在博弈中加入一个增补阶段实现的。在第一阶段，参与人通过传送信息宣布他们的意图。这一信息是无成本的——这是一个廉价会谈——从而它不会影响博弈最终阶段的

支付。在我们的例子中，参与人宣布他们选择 x_1 或 x_2 的意图。这样精炼后的博弈（扩展式）当然会不同于原来的博弈。例如，在第一阶段发送选择 x_1 意图的信息，并在第二阶段选择 x_2 将是一个纳什均衡。然而，可以看出，通过各种对纳什均衡的各种精炼所得到的均衡结果的集合与原博弈的是完全一致的。

演化的研究方法可以显示博弈是如何达到效率均衡的。选择在第一阶段发送信息 x_1 并在第二阶段选择 x_2 的在位种群将被选择发送信息 x_2 并在第二阶段选择 x_1 的变异群体侵入，当且仅当信息 x_2 在第一阶段被发送出去。通过这一机制，变异者仅在遇见另一个变异者时才可以选择效率均衡。如果面对的是在位种群成员，他将像对手那样选择 x_2。

	x_1	x_2
x_1	3，3	−100，0
x_2	0，−100	1，1

图 7.13　如果其他参与人偏离纳什均衡将带来巨大损失的博弈

很容易发现这一策略能够相对于非变异种群来说能带给变异群体更高的支付。而且，采取效率策略的在位种群可以免于变异群体的入侵。这一策略有时被成为“秘密握手策略”（Robson，1990），它的要求并不很强。它依赖于以下的假设：变异群体可以发送一个尚未被人们所使用的信号以体现出他们的变异特征，而非在位种群的个体不会对这一新的信号做出反应。

设想每种信号都以正的概率被发送，同时，无论何种信息被发送，非变异博弈参与人都选择 x_2，这样变异群体就没有可以用以区分其与非变异参与人的手段了。这样我们得到了一个“含糊其辞”的（babbling）均衡。

另一个体现变异群体可能遇到的困难的例子如下（由 Kandori 提出，1997）（图 7.14）。

如果在位种群选择发送信号 x_1 时实行 x_2，否则就实施 x_3 的策略，那么当变异群体宣布将采取 x_2（或 x_3）时。他们将面临惩罚并且不能轻易地侵入。

	x_1	x_2	x_3
x_1	3，3	0，0	0，0
x_2	0，0	2，2	0，0
x_3	0，0	0，0	1，1

图 7.14　一个显示变异群体所面临的困难的博弈

简评 1

演化研究方法只能在协调博弈中达到有效率的均衡。当博弈参与人对于哪个均衡将会实现没有一致的信念时，上文中的策略不会被实施。■

简评 2

去处某些均衡，如上面的“含糊其辞”的均衡过程中可能遇到的困难可以使用演化偏移来克服。在一个“含糊其辞”的均衡中，无论选择何种信号都是无关紧要的，因为参与人始终都只会选择无效率策略。这样偏移就可能发生，并且一旦偏移程度积累到足够量，某些信号就成为无人使用的了（或者很少使用），这样，变异群体就可以找到标示他们自身的方法并侵入在位种群。■

简评 3

如果存在错误察觉信号的情况（参见 Bhaskar，1994），向有效率的均衡演化同样是可能的。在这种情况下，在位群体对通常不被发送的信号做出反应不是一个纳什均衡。■

7.3 学习模型

正如前面的部分所提到的，在演化博弈中，参与人都按预先确定的程式选择特定的策略。尽管人们可以加入某些因素以反映参与人比动物更聪明的事实（例如 REE），该研究方法在刻画经济行为人时仍不令人满意。我们希望参与人在博弈时能学习某些东西并相应地进行博弈。

我们将对研究学习博弈的不同方法进行简短的评价并指出，对于不同的个人学习行为模型，总体结果可能呈现出基因复制动态过程的形式。一般可以划分三种主要的学习博弈：路径学习、模仿和信念学习。

路径学习（routine learning）指的是参与人根据他们最近关于成功或失败的经验调整他们的选择概率的过程。这一类学习又被称为“心理刺激反应模型”（psychological stimulus response model）或“强化模型”（reinforcement model）。它并不要求经验丰富的行为。参与人仅被假设为按下面的规则行动：“过去有用的在将来也会有用。”这些参与人只关注自身的选择与支付而不考虑其他人的选择与支付。

对获得成功的参与人的*模仿*（imitation）形成了博弈过程中的另一类学习过程。它与路径学习并没有太大的区别。然而在模仿的情形下，是*其他人*的成功影响着参与人的选择的概率。在本节后面的部分我们将看到，路径学习或是通过模仿而学习可以得出某种形式的基因复制动态过程。

第三类学习被成为“*信念学习*”（belief learning）。它比前两种学习模型要复杂得多。其大概思想是，参与人能够利用关于其他参与人过去的选择与支付情况的信息来更新当前博弈阶段他们对其他参与人的选择的信念。当然，根据这一学习规则人们可以用许多不同的方法建立信念学习模型。

在最初的古诺寡头博弈中（1838）所有的参与人将对手会保持与过去阶段的相同的产量这一近乎幼稚的假设作为自己信念的基础。假定参与人有长期的记忆并考虑过去所有的观察结果产生了一个被称为“虚设博弈”（fictitious play）的学习规则。一个调整性的学习模型可以保留长时期记忆的假设并给予最近观察结果更高的权重。最终，这个学习过程将产生更复杂的行为，包括对信念的贝叶斯校正以及测量观察中的最终循环或者其他调整的手段。

7.3.1　路径学习*

在心理学中，Bush 和 Mosteller（1955）已经将个体的学习过程视为对过去较好行为的强化过程进行了研究。同样的思路被用于描述博弈实验中人们是如何学习的（参见 Roth 和 Erev，1995，以及第八章 8.5.3 部分）。尽管其数学特性需要进一步地学习和研究，该模型似乎较好地使用于观测到的行为。

关于该学习过程与 EGT 基因复制动态过程的联系的重要结论已由 Borgers 和 Sarin（1997）得出。RD 是一个连续时间的确定性过程，而强化过程则是离散时间下的随机过程。然而，Borgers 和 Sarin 表明，在极限时，刺激—反应过程可能会在概率上向 RD 收敛。

博弈由两个参与人重复地进行。在每一期 t，参与人使用混合策略（m_t^1，m_t^2）。每个纯策略被使用的概率依据之前的支付情况进行更新。更准确地，令 p_{t+1}（x）为第 $t+1$ 期采取纯策略 x 的概率，Δ 为博弈各回合之间的间隔，u_t（x_t）为 t 时的支付。参与者 i 以如下的方式更新他的概率：

$$\begin{cases} p_{t+1}^i(x)=p_t^i(x)+\Delta u_t^i(x_t)[1-p_t^i(x)]\text{如果 } x=x_t \\ p_{t+1}^i(x)=p_t^i(x)-\Delta u_t^i(x_t)p_t^i(x)\text{如果 } x\neq x_t \end{cases} \tag{7.13}$$

注意，其中的支付 u_t（x_t）均被标准化为 0 到 1 之间，因而可以被视为概率。从式（7.13）很容易看出，如果一个纯策略被使用了，那么它被选择的概率就会上升。

Borgers 和 Sarin 研究了这个离散时间过程的一个连续时间极限。他们假设博弈重复许多期，$t\to\infty$，而 $\Delta\to 0$，从而“真实时间”（real time）Δ_t 是有界的。他们比较了这一学习过程和在相同起始点开始的 RD，这一相同起始点即混合策略 m_t^1 和 m_t^2 的一个相同的概率向量。

他们的研究显示，学习过程的运动轨迹最终收敛于起始欲同一初始点的 RD 在真实时间 Δ_t 将会达到的那一点。然而，大家必须注意，RD 的渐进行为或许会和随机过程的渐进行为不同。强化过程收敛于一个纯策略组，而 RD 或许不会如此（例如，在抛硬币博弈中）。

7.3.2　通过模仿而学习

下面给出了一个与学习相联系并导出 RD 结果的简单的演化模型（来自 Gale，Binmore 和 Samuelson，1985）。这是一个离散时间模型，每期长度为 Δ。

在每个时期，每个参与人继续采用上期策略的概率为（$1-\Delta$）。以 Δ 的概率，参与人将其当前的支付水平与其希望达到的水平 Ω 相比较。Ω 是一个服从［l，L］上均匀分布的随机变量。如果通过当前使用的策略能够得到比 Ω 更多的支付，那么她（或他）将继续采用该策略。然而，如果支付水平低于 Ω，她（或他）将随机地选择另一个策略。某个特定策略被选择的概率等于目前整个人口中正使用该策略的人群的比重（随机模仿其他人的选择将得到这一概率）。

令 p_i（t）为 t 时刻 Ω 高于策略 i 所能给予参与人的支付水平的概率。假设在 t 时刻有 p_i（t）比重的选择策略 i 的参与人所得的支付小于他们的希望水平。他们将会按照某策略在总人口中被选择的比重相同的比例选择一个新的策略。

从前面的假设我们得到：

$$x_i(t+\Delta)=x_i(t)[1-\Delta p_i(t)]+\sum_{j\in s}\Delta p_j(t)x_j(t)x_i(t) \tag{7.14}$$

其中 x_i（t）为 t 时刻选择策略 i 的参与人的比重。令 Π_i（t）为 t 时刻 i 策略的支付水平，我们可以注意到：

$$p_i(t)=\frac{(L-\Pi_i(t))}{(L-l)}$$

替换式（7.14）中的 p_i（t）并重排 i 可以得到：

$$\frac{x_i(t+\Delta)-x_i(t)}{\Delta}=x_i(t)\frac{\Pi_i(t)-\overline{\Pi}(t)}{L-l} \tag{7.15}$$

其中 $\overline{\Pi}$（t）为所有参与人的平均支付水平。

在式（7.15）中令 $\Delta\to 0$ 我们可以得到连续时间形式。这时：

$$\dot{x}_i(t)=x_i(t)\frac{\Pi_i-\overline{\Pi}}{L-l} \tag{7.16}$$

很明显，RD 是式（7.16）的一个特例。选择时间尺度消去常数项（$L-l$）就可以得到 RD。

如果假设每个参与人在每个时期有的 δ 概率忽略了学习过程可以将某些噪声引入 RD。这样，在忽视了学习的情况下，参与人会在不与希望的支付水平相比较而以概率 Δ 放弃当前的策略并随机选择一个新策略。而策略 i 将以的概率被 θ_i 选中。

这样等式（7.14）变为：

$$x_i(t+\Delta)=(1+\delta)\left\{x_i(t)(1-\Delta p_i(t))+\sum_{j\in s}\Delta p_j(t)x_j(t)x_i(t)\right\}$$
$$+\delta\{x_i(t)+\Delta(\theta_i(t)-x_i(t))\} \tag{7.17}$$

再一次有：

$$p_i(t)=\frac{(L-\Pi_i(t))}{(L-l)}$$

考虑 $\Delta\to 0$ 时的极限，我们得到：

$$\dot{x}_i(t)=(1-\delta)x_i(t)\frac{\Pi_i-\overline{\Pi}}{L-l}+\delta(\theta_i-x_i) \tag{7.18}$$

我们同样可以将式（7.18）视为 RD 等式的一个特例，这时（$L-l$）等于 1，而 δ（θ_i-x_i）则为学习过程中的噪声项。

当然，前面的分析都可以扩展至多种群以及各种群之间有不同的学习规则的情形（本章最后一节给出了一个有噪声的 RD 的应用）。

7.3.3 信念学习

与路径学习及模仿不同的是，“信念学习”对博弈参与人只有间接的影响。过去的经验强化或削弱参与人的信念。更准确地说，参与人利用有关其他参与人过去的选择与支付情况的信息来更新当前博弈阶段其对其他参与人的选择的信念。这样，他们就可以依据对其他参与人的选择的预期来决定他们的最优策略（最优反应）。

每个参与人更新其对其他参与人的抉择的信念这一过程可以用很多方法建模。修正关于对手的选择的信念这一基本思路在学习规则上似乎需要比刺激—反应模型和模仿学习模型更高的复杂性。然而，最常见的信念学习模型只要求参与人具备非常有限的理性。

古诺调整模型

年代最久远，最著名的学习模型是古诺双寡头模型。这一模型在前面已经描述过（参见第三章 3.1.2 节），只是需要加入一个调整过程，正如古诺最初所做的那样。

有两个企业 $i=1$，2，在每个时期选择他们的最优产量，这样就存在对对手前一轮选择的产

量的一个最优反应过程。令 x^1 和 x^2 分别代表企业 1 和企业 2 的纯策略，这样，最优反应的动态过程为：

$$\begin{cases} x_{t+1}^1 = R^1(x_t^2) \\ x_{t+1}^2 = R^2(x_t^1) \end{cases} \tag{7.19}$$

其中，$R(\cdot)$ 是最优反应函数，$R^i(x^j)=\arg\max\limits_{x^i}\Pi^i(x^i,x^j)$。式（7.19）的一个稳定状态是如下的策略组：

$x^*=R(x^*)$

古诺调整过程可以通过图 7.15 展示。在对反应函数斜率的合理假设下，古诺所描述的动态过程向一个渐进稳定点收敛，而该点是一个静止的纳什均衡。在这里它也是一个全局稳定状态（吸引盆是整个空间）。

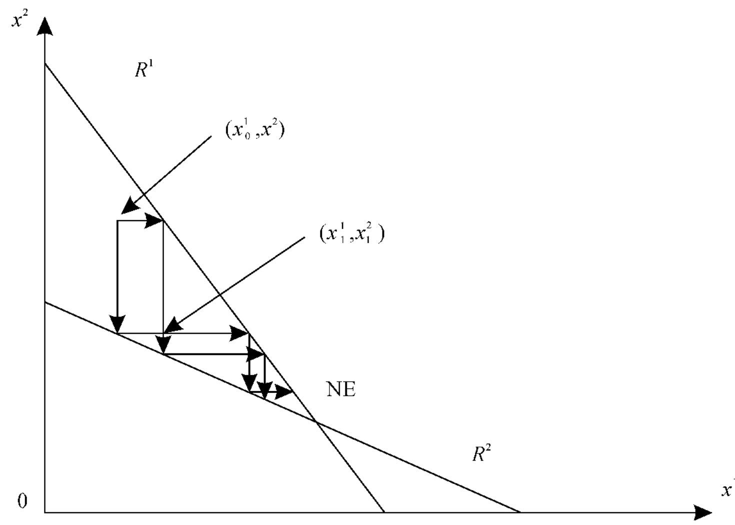


图 7.15　古诺双寡头模型中的调整过程

检查渐进稳定状态的一个简便方法计算下面矩阵的特征值：

$$DR(\cdot)=\begin{bmatrix} 0 & R^{1'} \\ R^{2'} & 0 \end{bmatrix}$$

其中，$R^{1'}$ 和 $R^{2'}$ 为 R 函数的斜率。特征值为：

$\lambda=\pm\sqrt{R^{1'}R^{2'}}$

如果 R^2 的斜率小于 R^1 的斜率，则 λ 的绝对值小于 1。在图 7.15 中这一点很明显。

古诺调整过程可以被视为一个学习过程，因为每个参与人对其对手未来的选择进行猜测并采取相应的行动。然而，在该调整过程中，学习的能力是很有限的。参与人缺乏远见并假定对手只会简单地重复以前的行动，而事实上他们的行动不断地改变直至达到稳定状态。如果参与人足够聪明，他们应该认识到行动的变化并在确定最优反应时加以考虑。

为了将这一短视的预期变为最优行为，我们引入了一些变量。如果参与人被允许轮流决策，那么古诺模型可以强化为一个学习模型。例如，企业只能每隔两个时期做一次决策，因为其决策所依赖的资本品只能在两个时期之后被替换。这样我们就得到了一个轮流决策的古诺动态过程。企业 1 在第 1，3，5，…期选择生产能力，而企业 2 在第 2，4，6，…期选择生产能力。他们力

图最大化各自各时期利润贴现值总和：

$$\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\Pi^{i}(x_t)$$

其中，δ 为贴现因子，对于两个厂商来说具有相同的数值。如果最优反应函数 R^1 比最优反应函数 R^2 更陡，我们可以再次推出该过程的稳定状态是渐进稳定的。

一些学者还在轮流决策限制的模型中加入了其他的变量（参见 Maskin 和 Tirole，1988）。然而企业只是计算它们的最优行动并且正如在一个静态模型中一样，他们并不是真地在学习。

虚设博弈

另一个信念学习模型是“虚设博弈”过程。参与人认为他们面临的对手的策略服从一个固定的分布。他们最初不知道这个分布，而是随着博弈不断地重复而最终通过学习得知。

让我们考虑一个二人同时博弈的最简单的例子。每个参与人有一个有限策略空间 X 和支付函数 u（x）。在每个时期，参与人不断更新他对对手行为分布的预期并相应地选择一个最优反应。更新预期的过程由一个权重方程 K^i（x^j）来概括。初值 K_0^i 外生给定。这样，如果一个策略被对手采用，那么则将该策略的权重增加 1：

$$K_t^i(x^j)=K_{t-1}^i(x^j)+\begin{cases}1 & \text{如果 } x_{t-1}^j=x^j\\ 0 & \text{如果 } x_{t-1}^j=x^j\end{cases}$$

在时期 t，参与人 i 对参与人 j 选择策略 x^j 的情况赋予以下的概率：

$$\gamma_t^i(x^j)=\frac{K_t^i(x^j)}{\sum\limits_{\tilde{x}^j\in X^j}K_t^i(\tilde{x}^j)}$$

在这一分布估计的基础上，参与人 i 选择一个最优反应：

$$x_t^i=R^i(\gamma_t^i)$$

我们将通过一个简单的例子来说明这一动态过程。考虑图 7.16 中的支付矩阵。

		B 1	**B** 2
A	1	3，3	0，1
	2	1，0	2，2

图 7.16　一个简单的非合作博弈

现在假设初始权重为（1，2.5）和（2.5，1）——即，例如，参与人 A 对参与人 B 的策略 1 赋予 1 的权重，对 B 的策略 2 赋予 2.5 的权重。这样，博弈双方最优的反应为：A 选择策略 2 而 B 选择策略 1。而权重经过重新调整变为：（2，2.5）和（2.5，2）。现在 A 将再次选择策略 2 而 B 再次选择策略 1。这时权重变为（3，2.5）和（2.5，3）。从而 A 改为选择策略 1 而 B 选择策略 2。权重继续调整为（3，3.5）和（3.5，3）。A 将选择 2，B 将选择 1，这样一直进行下去。

虚设博弈的关键问题在于其动态过程是否是收敛的。关于这一问题，存在使虚设博弈收敛的一些充分条件。下面给出了几个命题。

定理 5（Fudenberg 和 Levine，1999）

（i）如果 x 是一个严格纳什均衡，并且在虚设博弈的某时刻 t 被参与人所采用，那么在博弈的后续过程中，x 会一直被采用；（ii）虚设博弈的任意纯策略稳定状态一定是一个纳什均衡。■

定理 6（Fudenberg 和 Levine，1999）

虚设博弈中的经验性分布是收敛的，如果这个阶段博弈是一个 2×2 或零和博弈，或者该博弈是可以通过重复删除的占优来求解的。■

简评 1

我们要强调的是，即使本章指出了演化模型与学习模型的区别，但最近的学术发展中提出了“演化学习模型”（evolutionary model of learning）。这些模型同时考虑个人学习过程以及演化理论中假设的自然选择过程。这一方面的研究是令人关注的，要获得更详细的资料，参见，Vignolo（2000）。■

7.4　应　用

7.4.1　国际贸易与企业内部组织

在本节我们将介绍 Friedman 和 Fung（1996）的模型，因为就我们所知，该模型是演化博弈在经济学中最有趣也是在经验应用上最相关的一个模型。该模型最初被提出是有一个简单的参数形式和一个更一般与复杂的形式——我们在这里只给出第一个形式的直觉上的展示，同时我们希望读者能够通过阅读原文进一步地学习。

这个模型的目的在于分析在最近政策争端中所出现的一些关于贸易环境与企业内部组织之间互动关系的问题。为简单起见，与 Aoki（1988，1990）等人相一致，我们区分了内部组织的两个基本模式。

第一个模式，令其为 A，被称为*“美国式的”*。该模式的一系列特征包括：（a）工人专业化且分工很细；（b）决策集权化；（c）信息由组织顶端向基层传输；（d）存货被用于应付需求的波动。第二个模式被称为*“日本的”*，令其为 B。它同样具备一系列独特的特征与关系：（a）组织通常采用岗位轮换制度；（b）工人可以被终生雇佣；（c）基层决策与协调；（d）通过“即时”（Just In Time，JIT）技术最小化库存成本；（e）商业银行及其他公司积极参股。

就一般的认识而言，这两种模式的绩效比较取决于企业在何种环境下运行（Aoki，1990）。对于我们这里的目的来说更有趣的是，某个模式的绩效还取决于采用其他模式的企业的比例。基本的观点是，当有更多的企业选择模式 B 时，该模式的平均生产成本会下降。

Friedman 和 Fung 认为这种外部性有两个根源：*掠过效应*和*网络效应*。

企业 B 必须进行大量的投资培训员工以实现岗位轮换，决策的分散化以及终身雇佣。然而在企业 A 中，工资与资历的关系却不如 B 企业。因而，企业 B 中的年轻员工有可能会企业 A 以

寻求更高的工资。企业 A 的比重越高，企业 B 中最优秀的员工的“掠过”效应就更有可能发生。

网络效应产生于企业与它们的供应商与分销商之间的联系。企业 B 与其各类合作伙伴之间有很强的联系。然而如果企业 A 的比重上升，这种联系就被削弱了，因为 B 的合作伙伴有了更多的选择机会，从而在时更有优势了。

通过这些外部效应，企业 A 的比重就能够影响企业 B 的相对生产成本。如果企业 A 和 B 的产品不是完全替代品，那么我们还可以从需求这个角度加入另一种相互依赖关系：它被成为产出价格的“充溢效应”（glut effect）。

该模型的一个简化形式是一个两国家博弈，每个国家中都有数量固定的同质企业进行古诺博弈。这些企业同时还可以选择它们最佳的内部组织模式。在演化均衡（长期）这一稳定状态下，企业没有任何选择其他模式的动力。

该模型的一个主要结果是进行自给自足（autarky）经济下的均衡与国际贸易情形下的均衡的比较。

自给自足

在某个国家中存在 N 个企业。N 足够大以避免对组织模式的策略性选择情况。在生物演化模型中，N 是参与人的一个连续体。而在这里，作者只假设 $N \geqslant 2$。参数 $s \in [0, 1]$ 代表选择模式 B 的企业的比重：这样就有 sN 个企业选择模式 B，$1-sN$ 个企业选择模式 A（当然，为了保证企业数为整数，我们还需要一些其他的限制）。

成本结构非常简单：无固定成本，c_A 为企业 A 的不变单位成本，$c_B - bs$ 为企业 B 的不变单位成本：

$c_A > 0$ 并且 $c_B - bs > 0$

掠过效应和网络效应通过参数 b（当 s 上升时，企业 B 的相对成本下降）来起作用。

反需求曲线为：

$$P_A = \alpha_A - \beta X_A - \gamma X_B$$

和

$$P_B = \alpha_B - \beta X_B - \gamma X_A$$

其中 α_A，$\alpha_B > 0$，$0 < \gamma < \beta$ 都是参数；产品 A 和产品 B 为替代品，其价格分别为 P_A 和 P_B；并且 $X_A = \sum_{i \in A} x_i$ 和 $X_B = \sum_{i \in B} x_i$ 分别为企业 A 与企业 B 的总产出。

每个企业与其对手进行产量的非合作博弈（古诺博弈）。每个企业 A 选择一个产出 $X_A > 0$ 以最大化其利润，利润函数为：

$$\Pi_A = [\alpha_A - \beta(x_A + X_{A-i}) - \gamma X_B] x_A - c_A x_A$$

其中 $X_{A-i} = X_A - x_A$。每个企业 B 有与此相同的利润最大化行为。

由一阶条件得出的惟一的均衡给出了以下的产出水平：

$$x_A = [(1+sN)\beta\theta_A - \gamma sN(\theta_B + bs)]/\Delta$$

以及

$$x_B = [(1+(1-s)N)\beta(\theta_B + bs) - \gamma(1-s)N\theta_A]/\Delta$$

其中：

$$\Delta = (1+sN)[1+(1-s)N]\beta^2 - sN(1-s)N\gamma^2$$

$$\theta_A = \alpha_A - c_A > 0$$

以及：

$$\theta_B = \alpha_B - c_B > 0$$

短期均衡对应着一定的企业模式的比重。短期利润为（更详细的内容参见本章附录 1）：

$\Pi_A=(x_A)^2\beta$ 和 $\Pi_B=(x_B)^2\beta$

在给定参数值以及企业 B 比重的情况下，我们可以计算利润 Π_A 和 Π_B。图 7.17 给出了其他参数（企业数量、成本与需求参数）不变情况下，s 在 0 到 1 之间变动时 Π_A 和 Π_B 的变化情况。

在这个例子中，对于 $0<\hat{s}<0.5$，将会有一个向模式 A 的演化过程（因为 $\Pi_A>\Pi_B$）。如同上面第一节中的一般化模型，该演化过程最终可以使用一个将 $\dot{s}$（s 的变化率）与其他所有影响企业利润的外部环境变量联系起来的微分方程来描述。

很明显，在图 7.17 中，对应着使 $\Pi_A=\Pi_B$ 的 $\hat{s}=0.5$ 点的静止状态并不是稳定的。s 的微小上升将使系统达到 $s=1$ 这一稳定静止状态，这时所有的企业在长期都选择 B 模式。而 s 的微小下降会是系统达到稳定静止状态 $s=0$，这时，所有的企业选择模式 A。

不同的参数值会给出 Π_A 和 Π_B 的相对水平的不同的图形。然而，在所有的情况下，掠过效应和网络效应在 s 上升时趋向于增加 Π_B，而“充溢”效应意味着 s 的上升必然对 B 产品对 A 产品的相对价格产生抑制效果。当掠过效应和网络效应超过充溢效应时，利润函数 Π_B 向上倾斜，并且斜率大于 Π_A 曲线的斜率。对于产生图 7.17 的参数值，EE 要么是全部选择 A，要么是全部采用 B，这取决于初始点（历史性的巧合！）。

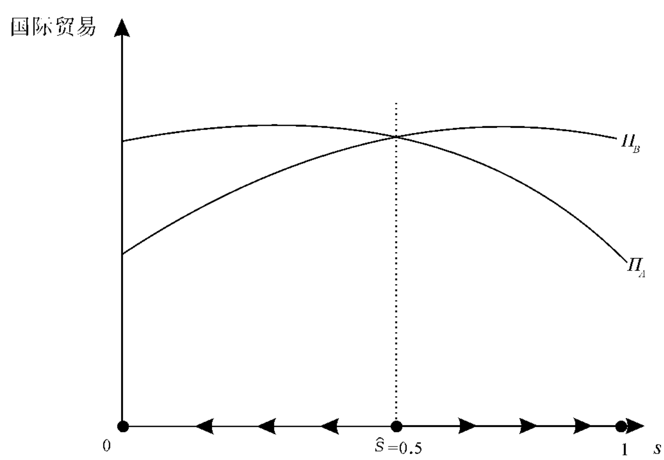


图 7.17　不同 s 值下的利润组合（参数值给定时）

国际贸易

下面，该模型被加入另一个国家而扩展。同国内模型类似，N^* 企业（加星号的变量代表外国的变量）像古诺竞争者那样行动并且可以选择模式 A 或模式 B 作为它们的内部组织形式。我们假设对于 $s^*\in[0,1]$，有 s^*N^* 的企业选择模式 B。

用上标 d 和 e 分别代表为国内市场生产的产品和用于出口的产品，这样我们可以写出国内企业 A 或 B 的需求的函数：

$P_A=\alpha_A-\beta(X_A^d+X_A^{*e})-\gamma(X_B^d+X_B^{*e})$

对于 P_B（·）同样有上面的形式。当然，国外企业的需求曲线 P_A^*（·）和 P_B^*（·）也有同样的形式。

国内企业 A 的利润最大化现在还要求它们在国内市场销售量 $X_A^d\geqslant 0$ 与出口量之间进行选择 $X_A^e\geqslant 0$，利润函数变为：

$\Pi_A=[\alpha_A-\beta(X_{A-i}^d+x_A^d+X_A^{*e})-\gamma(X_B^d+X_B^{*e})]x_A^d$

$$+[\alpha_A^* - \beta(X_A^{*d} + X_{A-i}^e + x_A^e) - \gamma(X_B^{*d} + X_B^e)]x_A^e$$
$$-c_A(x_A^d + x_A^e) - tx_A^e$$

其中参数 $t \geqslant 0$ 为代表关税或者其他境外贸易成本（任何贸易壁垒）的参数。B 模式的国内企业有相同的利润函数 Π_B（.），并且外国企业同样最大化它们的利润函数 Π_A^*(.)和 Π_B^*(.)。

掠过效应和网络效应同样存在于国外，并且这一点通过参数 b^* 在国外企业的成本函数中体现出来，同时给定 $c_B^* - b^* s^* > 0$。所有其他的参数在国内和国外同样可以有所不同（为了简化 Friedman 和 Fung，1996 的模型，P、γ 和 t 假设在国家之间没有区别）。

本章的附录 2B 给出了古诺均衡产出 x_i^j（s，s^*）和 x_i^{*j}（s，s^*），这里 $i=A$，B，$j=d$，e（关于利润函数二元形式的解释，参见附录 2A）。

国内企业 A 的均衡利润（短期）为：$\Pi_A(s,s^*) = (x_A^d)^2\beta + (x_A^e)^2\beta$，$\Pi_B$（.）、$\Pi_A^*$ 和 Π_B^* 有同样的形式。在国内与国外，模式 A 与模式 B 之间的相互影响贯穿着国内效应（外部效应和充溢效应）以及国与国之间的充溢效应。

在长期，国内利润差额 $\Pi_D = \Pi_B - \Pi_A$ 以及国外利润差额 $\Pi_D^* = \Pi_B^* - \Pi_A^*$ 的符号决定了动态调整过程的方向。

图 7.18 展示了四种不同的情况。

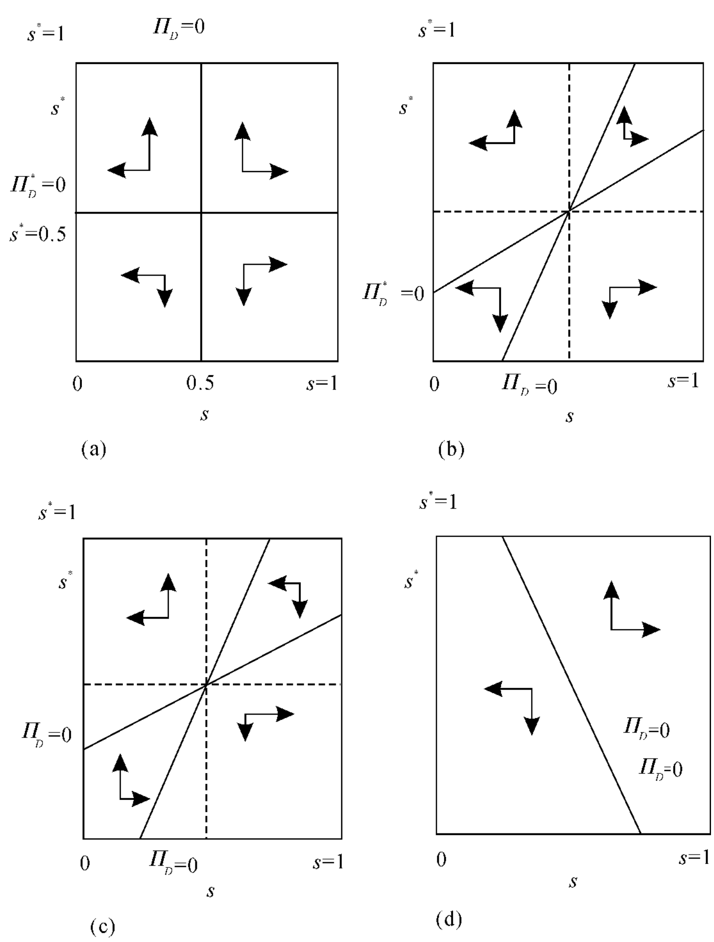


图 7.18　开放经济下不同参数值情况下的相图

图 7.18（a）展示了贸易壁垒过高以至于没有国际贸易发生的情形。我们在每个国家再次得到了自给自足的均衡，从而在各国惟一的稳定静止状态是（$s=0$ 或 $s=1$）和（$s^*=0$ 或 $s^*=1$）。相图的四个角都可以是 EE。EE 的 the basin 被 $\Pi_D=0$ 线和 $\Pi_D{}^*=0$ 分割。

在 7.18（b）的情况下，不存在贸易壁垒 $t=0$。像图 7.18（a）中一样，相图的四方形被轨迹 $\Pi_D=0$ 和 $\Pi_D^*=0$ 分为四个部分。国内经济大于国外经济（$N=20$，$\alpha_A=220$，$N^*=10$，$\alpha_A^*=110$）。这时又有四个 EE，但（$s=0$ 或 $s=1$）和（$s^*=0$ 或 $s^*=1$）的 the basin 缩小了很多。这里我们选择了反映自由贸易情况下能够代表美国经济与日本经济的某种特点的参数。由于一个纯粹的历史偶然因素，自给自足经济下日本早 $s^*=1$ 点而美国在 $s=0$ 点，自由贸易的均衡为 EE（0，1）。

图 7.18（c）同样对应着 $t=0$ 的情况，但规模或者其他参数值，例如国家间充溢效应，是非对称的，这使得均衡（$s=0$，$s^*=0$）和（$s=1$，$s^*=1$）成为非稳定静止状态。

最后，图 7.18（d）代表了商品自由贸易，投入成本全球化的情形。现在有 $c_A=c_A^*=\bar{c}_A$，$c_B=c_B^*=\bar{c}_B$。外部效应（掠过效应和网络效应）同样也相等了。它们与企业 B 的世界比重相联系：$\bar{s}=\dfrac{Ns+N^*s^*}{N+N^*}$，并通过参数 b 进入企业 B 的成本函数：$\bar{c}_B-b\bar{s}$。这时，EE 是对称的：（0，0）和（1，1）。the basin 可以是不同的，这取决于参数的取值。

美国与日本贸易关系的演化过程可以通过前面的图表现出来。在两国开放之前，日本和美国分别在 $s^*=1$ 和 $s=0$［图 7.18（a）中的点（0，1）］。当贸易开放后，演化的作用趋向于使企业组织维持在自给自足经济下的状况，即图 7.18（b）中的（0，1）点。但自由贸易扩展到全面全球化，即投入品也进入自由贸易后，之前的 EE 点就不再稳定了，而是会转向新的 EE（0，0），正如 7.18（d）中展示的那样。

换句话说，该模型具有*预测能力*。全球化可以使世界上的所有企业选择相同的内部组织形式，但不必然是最有效率的那种形式。

Friedman 他们通过改变参数值检查了结果的稳健性。他们发现，这一结果在很大的范围内都成立。他们还提出了一个更一般的模型，该模型显示，古诺参数模型中的结果的确是稳健的。

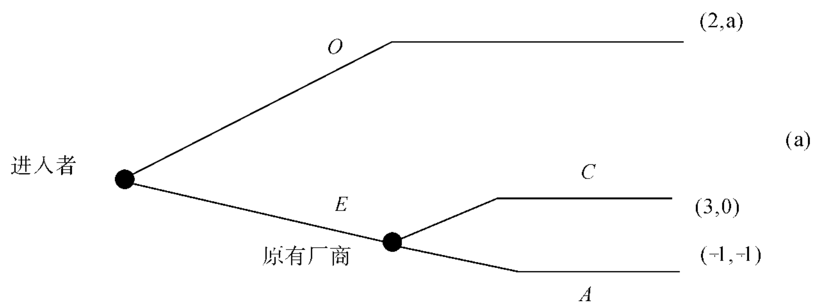
7.4.2　“连锁店”博弈的演化博弈形式

最初由 Selten 提出的著名的“连锁店”博弈已经在前面的章节讲述过了（参见第四章 4.4.1 部分）。现在我们将该博弈稍微进行改动以符合演化分析框架。

有两类参与人：一个垄断厂商和一个潜在进入厂商，它们各自属于一个大规模的种群人口。他们在一个进入博弈中随机配对。垄断厂商属于一个大规模的种群这一观点似乎很奇怪，但我们可以理解为组成原有厂商的大量的商店，并且每个商店在 m 个城镇中的某个城镇具有地方垄断势力。在进入者那一方，有大量的潜在进入者，它们随机地与 m 个商店中的某个配对进行博弈。

博弈由下面的扩展型［图 7.19（a）］和策略型给出［图 7.19（b）］，策略的符号为：进入（E），不进入（O），合作（C）和侵略（A）。

图 7.20 给出了该博弈的空间（x，y）NE。（x，y）代表了进入者和原有厂商各自选择 O 和 C 的概率。该博弈在点 S（0，1）有一个惟一的子博弈均衡，这时潜在进入者进入（E）而原有厂商选择容让（C）。这个博弈还有其他的 NE（不是 SPE），在该均衡点以低于 3/4 的概率选择合作而潜在进入者选择不进入。这一纳什均衡集在图中以 N 标出，并由连接（1，3/4）和（1，0)的线段表示。



		原有厂商	
		$(y=1)$ C	$(y=0)$ A
进入者	$(x=1)$ O	2,a	2,a
	$(x=0)$ E	3,0	-1,-1

(b)

图 7.19　以扩展型（a）和策略型（b）表示的“连锁店”博弈（a≥3）

为了完全符合两种群人口演化模型的要求，我们设想有两个连锁店，每一个连锁店都有大量的区域垄断者。在博弈开始前这些商店之间没有竞争。

现在，商店可以随机配对。一个被称为自然的参与人在博弈的开始点指定哪个商店是在位厂商，哪个商店在进入者位置。

让我们令 $\bar{x}$（x^1，x^2）**为一个混合策略，**x^1 **为参与人在位置** 1（**进入者**）**时的策略，**x^2 **为参与人在位置** 2（**在位者**）**时的策略。同样地，**$\bar{y}$（y^1，y^2）**为另一个混合策略。**

图 7.21 **给出了该博弈的扩展形式。**

一个混合策略 $\bar{x}$（x^1，x^2）**是一个** ESS，**如果：**

（i）$\Pi^*(\bar{x},\bar{x})\geqslant\Pi^*(\bar{y},\bar{x}),\forall\bar{y}$

（ii）**如果对于每个** $\bar{y}\neq\bar{x}$ **都有** $\Pi^*(\bar{x},\bar{x})=\Pi^*(\bar{y},\bar{x})$，**就有** $\Pi^*(\bar{x},\bar{y})>\Pi^*(\bar{y},\bar{y})$

现在我们来检查惟一的完美纳什均衡 $\bar{x}$（E，C）**是否也是一个** ESS：

$$\Pi^*(\bar{x},\bar{x})=\frac{1}{2}[\Pi_1(E,C)+\Pi_2(C,E)]=\frac{1}{2}[3+0]=\frac{3}{2}$$

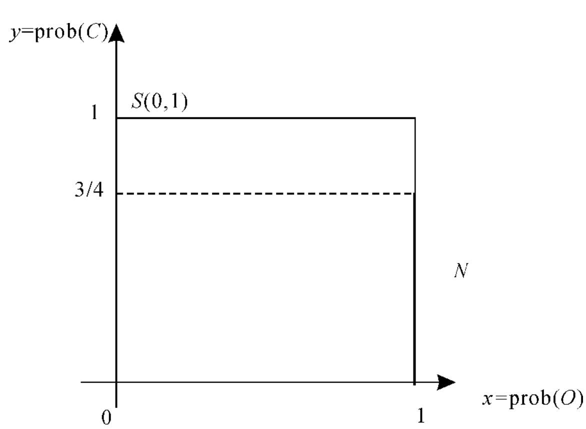


图 7.20　“连锁店”博弈的均衡

很容易证明，当种群人口中的多数成员选择 $\bar{x}$ 时，任何变异群体将得到较低的支付水平。例如，与该博弈的其他纳什均衡相对应的策略 $\bar{y}$（O，A）所提供的支付 Π^*（$\bar{y}$，$\bar{x}$）为：

$$\Pi^*(\bar{y},\bar{x})=\frac{1}{2}[\Pi_1(O,C)+\Pi_2(E,A)]=\frac{1}{2}$$

这时：$\Pi^*(\bar{y},\bar{x})<\Pi^*(\bar{x},\bar{x})$

这一结果对任意 $\bar{y}\neq\bar{x}$ 都成立。因而 $\bar{x}$（E，C）是该博弈的惟一的 ESS。

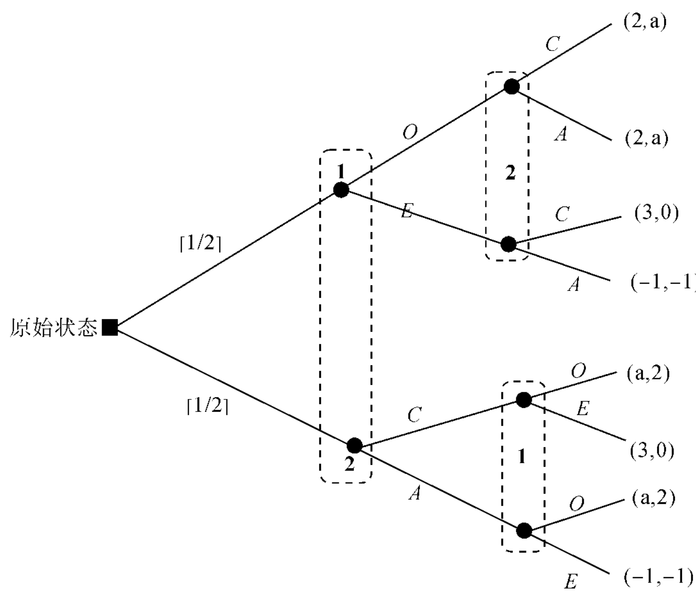


图 7.21　“连锁店”博弈演化形式的扩展式描述

进入均衡下的稳健性策略（REE）

我们可以将上面的博弈形式稍做变动以讨论 Swinkels（1992a）提出的 REE 概念的应用。我们假设现在对于每个博弈参与人都有另一个可行策略“创新”（IN）。一个潜在进入者可能引入一种新产品，而不是直接地进入原有厂商的市场。这种创新或许不会影响采取容让策略的原有厂商的支付（因为产品之间或许不具有很强的替代性），但如果在位厂商担心这一创新行为的影响，它就可能通过掠夺性的价格策略或者自身的创新行为来反击。这一调整过的“连锁店”博弈的扩展型与策略型分别由图 7.22 和图 7.23 展示。

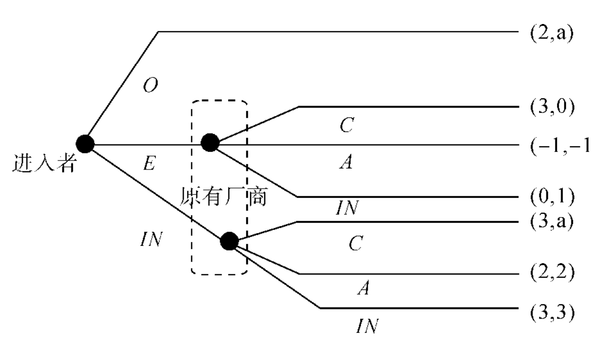


图 7.22　调整后的“连锁店”博弈的扩展式描述

$\alpha \geqslant 3$ 时有两个纳什均衡：(O，A) 和 (IN，C)。这与前面讨论中所得到的纳什均衡没有太大的区别。然而，现在的两个纳什均衡没有一个是 ESS（事实上这两个均衡都不是严格纳什均衡）。

现在我们运用 REE 这一概念。我们在前面已经看到（第 7.1.3 部分），一个策略组合是 REE 的充分条件是，如果存在 $\bar{\varepsilon} \in (0, 1)$ 使得对于任何策略组合

$y \notin BR[\varepsilon y+(1-\varepsilon)x], \varepsilon \in (0, \bar{\varepsilon})$

这里 BR 为对变异者与非变异者组成的混合种群人口的最优反应集。

可以证明 (O，A) 和 (E，IN) 都不是 REE：(E，IN) 会由于理性变异群体采用 (IN，IN) 而变得不稳定。令 $\omega=\varepsilon$ (IN，IN) $+$ $(1-\varepsilon)$ (E，IN) 最终种群人口的策略组合。面对 ω，变异群体的策略 (IN，IN) 属于最优反应集，因为一个变异者用策略 IN 应对 IN 得到 3 单位的支付，而在位者应对策略 $\varepsilon IN+(1-\varepsilon)E$，得到 $2\varepsilon+1$ 的支付。(E，IN) 不能成为 REE。同样的分析过程可以运用于对在位者面临变异策略 (O，C) 时的均衡 (O，A) 的分析。

最后，(IN，C) 是一个 REE。换句话说，潜在进入者不会直接选择进入在位者的市场，而在位者允许进入者开拓一个新的市场。

		原有厂商		
		C	A	IN
	O	2，a	2，a	2，a
进入	E	3，0	−1，−1	0，1
	IN	3，a	2，2	3，3

图 7.23　调整后的“连锁店”博弈的策略型

标准的基因复制动态过程

我们到目前为止一直在使用 ESS 和 REE 这两个概念。那我们现在运用标准的 RD 来分析“连锁店”博弈会得到什么结果呢？

令 Ⅰ 为大规模的进入者种群人口，Ⅱ 为在位者的人口。x_t 为 t 时刻选择不进入的潜在进入厂商（他们选择 O）的比重，而 $1-x_t$ 为进入市场的进入者（他们选择 E）的比重。y_t 为 t 时刻选择容让的在位商店（他们选择 C）的比重，这样，$1-y_t$ 的在位商店（他们选择 A 选择反击）选择策略 $i=O$，E，并与种群 Ⅱ 中成员随机配对博弈的的进入者的支付记为 Π_i。使用图 7.19 中的支付水平，我们得到：

$\Pi_o=2y+2(1-y)=2$

$\Pi_o=3y+(-1)(1-y)=4y-1$

而种群 Ⅰ 的平均支付水平为：

$\overline{\Pi}_I(x, y)=2x+(4y-1)(1-x)$

读者可以自己考虑相应的 Π_j 及种群 Ⅱ 的 $\overline{\Pi}_{\text{II}}$ 值。

标准 RD 方程为：

$\dot{x}_i=x_i(\Pi_i-\overline{\Pi}_I), i=O, E$

$\dot{y}_j=y_j(\Pi_j-\overline{\Pi}_{II}), j=C, A$

选择不进入的潜在进入者将按下面的过程演化：

$$\dot{x}=x(1-x)(3-4y) \tag{7.20}$$

而选择合作的在位者按下式演化：

$$\dot{y}=y(1-y)(1-x) \tag{7.21}$$

动力系统（1）－（2）由图 7.24 给出。

我们可以证明 SPEs（0，1）是动态过程的惟一的渐进稳定点。纳什均衡集 N 为局部吸引子［除了极限点（1，3/4）之外］。

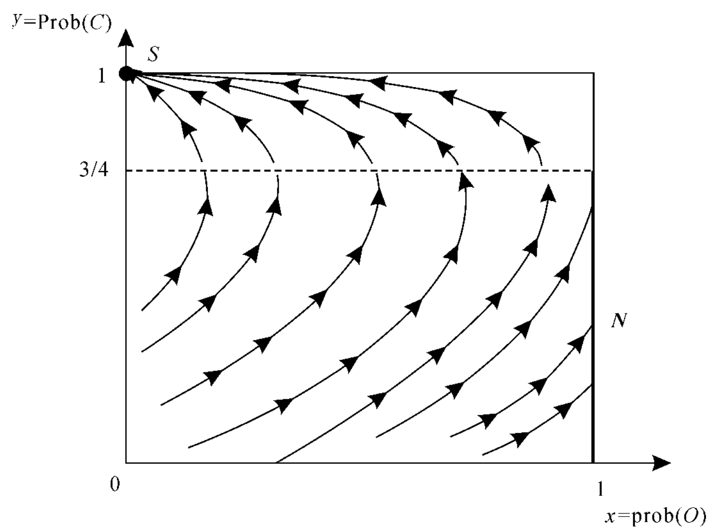


图 7.24　特定参数下“连锁店”博弈 RD 的相图

标准 RD 的一个重要结论是系统或许会收敛到一个非 SPE 点。然而我们必须谨慎地考虑这一可能性，特别因为 N 中的局部吸引子只是李雅普诺夫稳态的。渐进稳定当然是一个更可行的性质。一个像 EE 那样检验非 SPE 点的稳健性的方法是考虑一个附带噪声因素的 RD。如果这些潜在的 EE 可以抵制连续微小地向种群引入新的可行策略的过程，那么它们被视为与完美均衡相抵触的备选项。

一个噪声基因复制动态过程

像在前面的章节一样，我们可以在 RD 中引入噪声。令 δ_I 和 δ_{II} 分别为种群Ⅰ和种群Ⅱ的变异频率。新进入的个体在没有学习过程的情况下以一定的概率 θ_i 选择任一可行策略 i。现在，潜在进入者的 RD 方程为：

$$\dot{x}_i=(1-\delta_I)x_i(\Pi_i-\overline{\Pi}_I)+\delta_I(\theta_i-x_i),i=O,E \tag{7.22}$$

类似地，对于在位种群有：

$$\dot{y}_j=（1-\delta_{II}）y_j（\Pi_j-\overline{\Pi}_{II}）+\delta_{II}（\lambda_j-y_j），j=C，A \tag{7.23}$$

确定概率 θ_i 和 λ_i 的确定是相当困难的。我们将假定策略服从均匀的分布，这样就可以得到 $\theta_i=\lambda_j=1/2$。根据前面的支付矩阵（图 7.23），RD 方程组为：

$$\dot{x}=(1-\delta_I)[x(1-x)(3-4y)]+\delta_I(\frac{1}{2}-x) \tag{7.24}$$

$$\dot{y}=(1-\delta_{II})[y(1-y)(1-x)]+\delta_{II}(\frac{1}{2}-y) \tag{7.24$'$}$$

第一个方程描述了选择策略 O（不进入）的那部分进入者的演化过程，而第二个方程描述的是采取策略 C 的在位者的演化。

图 7.25 和图 7.26 分别给出了噪声水平相同时（$\delta_I=\delta_{II}=0.01$）和噪声作用对种群II影响更大时（$\delta_I=0.01$，$\delta_{II}=0.1$）的相图。我们观察到，在（$\delta_I=\delta_{II}=0.01$）时集合 N 中没有一点是局部吸引子，而（$\delta_I=0.01$，$\delta_{II}=0.1$）时则可以找到局部吸引子。

这意味着如果种群II的噪声水平高于种群I，那么I在其选择过程中可以使系统产生一点，在该点，连锁店建立起某种声誉而达到一个稳定均衡。

让我们来检查例如图 7.26 中 E 点那类点的渐进稳定性。我们必须考虑变异频率接近于零时（例如，δ_I，$\delta_{II}\to 0$）的系统式（7.24）一式（7.24′）。我们定义：

$$\emptyset=\frac{(1-\delta_I)\delta_{II}}{(1-\delta_{II})\delta_I}$$

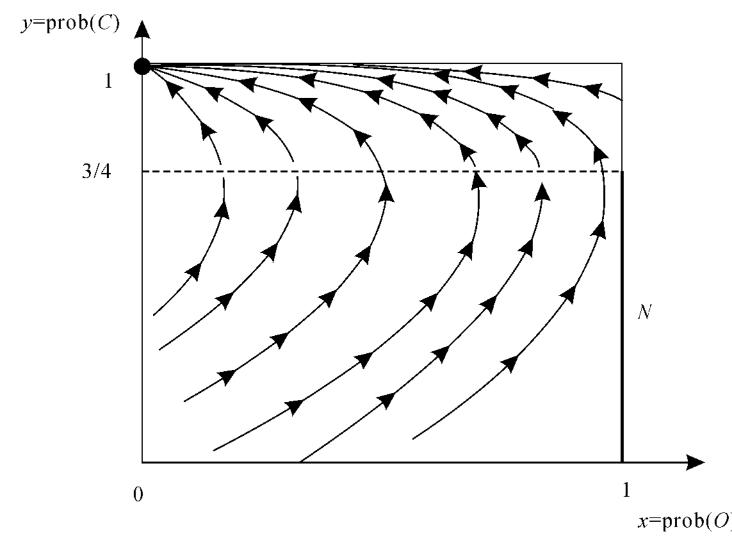


图 7.25　$\delta_I=\delta_{II}=0.01$ 时的相图

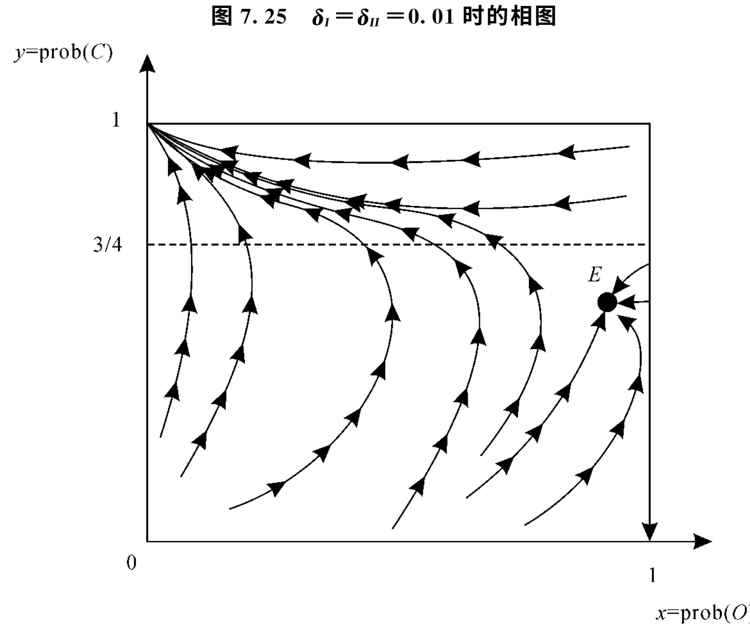


图 7.26　$\delta_I=0.01$，$\delta_{II}=0.1$ 时的相图

当 δ_I，$\delta_{II}\to 0$ 时，必须要考虑两种可能的情况：

情况 1：$\emptyset<\dfrac{1}{4-2\sqrt{3}}$

情况 2：$\emptyset>\dfrac{1}{4-2\sqrt{3}}$

这些情况与两个种群之间不同的噪声水平相联系。因而，第一种情况可以被视为只有进入者存在噪声的情形，而情况 2 则相反。

首先我们必须找到动力系统式（7.24）—式（7.24′）的稳定点。令 $\dot{x}$ 和 $\dot{y}$ 等于 0 得到：

$$-\delta_I\left(\frac{1}{2}-x\right)=(1-\delta_I)[x(1-x)(3-4y)] \tag{7.25}$$

$$-\delta_{II}\left(\frac{1}{2}-y\right)=(1-\delta_{II})[y(1-y)(1-x)] \tag{7.26}$$

式（7.26）除以式（7.25）并重新排列得到：

$$\emptyset=\frac{(1-\delta_I)\delta_{II}}{(1-\delta_{II})\delta_I}=\frac{y\left(\frac{1}{2}-x\right)(1-y)(1-x)}{x\left(\frac{1}{2}-y\right)(1-x)(3-4y)}$$

集合 N 附近存在着对应于 $x\to 1$ 的点，我们要寻求的就是临近集合 N 的解，这给出了：

$$\emptyset=\frac{-y(1-y)}{(1-2y)(3-4y)}$$

这个方程有 $\underline{y}$ 和 $\bar{y}$ 两个解，它们必须满足：

当 $\emptyset>\dfrac{1}{(4-2\sqrt{3})}$ 时，$\dfrac{1}{2}<\underline{y}<\dfrac{3-\sqrt{3}}{2}<\bar{y}<\dfrac{3}{4}$

当 $\emptyset<\dfrac{1}{(4-2\sqrt{3})}$ 时，方程没有满足 $0\leqslant y\leqslant 1$ 的解。

我们现在可以提出下面的命题。

命题 1

令 A（δ_I，δ_{II}）为式（7.24）—式（7.24′）的渐进稳定状态集并考虑在 $\emptyset$ 给定情况下的 $A^*=\lim\limits_{(\delta_I,\delta_{II})\to 0}A(\delta_I,\delta_{II})$。这样，我们可以得出：

（i）在情形 1 中，集合 A^* 给出了惟一的极限点，即 SPE 点 $S=$（0，1）；

（ii）在情形 2 中，集合 A^* 给出了两个极限点，$S=$（0，1）以及（1，$\underline{y}$）

（该结果的正式的证明过程参见 Gale，Binmore 和 Samuelson（1995），他们在一个与这里结构相似的博弈中使用了该模型）。■

该结果指出，当 $\delta_I>\delta_{II}$ 时，一个非 SPE 点是渐进稳定的。这是因为当所有进入者避免投身于垄断市场时（例如，当他们选择策略 O 时），使在位者选择策略 C 的压力就很小。部分进入者包含着噪声决策的情况会使整个系统远离策略 O 并增加了在位厂商合作的可能性。在这种情况下，我们达到了 SPE 点。然而，由于在模型中在位者同样受噪声的支配，种群 Ⅱ 包括了选择 C 策略和选择 A 策略的参与人。面对这一混合种群人口，进入者最佳的反应是选择 O。如果该力量足够强大，则它将消解整个系统趋向 SPE 的趋势。这样，在连锁店博弈中，在位者以混合策略存在于市场中，而进入者的最优策略是“置身于市场之外”。

附录 1　动力系统基础

（更多的细节参见 Vega-Redondo，1995）

• 写下一系列微分方程是描述连续时间确定性动力系统的传统的数学化表示方法。这一方法也被应用于演化博弈。在本书中只使用了*自控的*（*autonomous*）、*一阶的常*微分方程系统：系统不依赖于时间，方程只包括一阶导数，并且所有的导数只是对时间求导。

• 开始于初始点 x_0 的动力系统由下式给出：

$\dot{x}=f(x)$

其中 $\dot{x}=(\dot{x}_i,\cdots,\dot{x}_k)$，并且 $x\in X$。

x 为状态向量而 X 为状态空间。该系统描述了轨迹。一个轨迹可能是收敛的也可能是发散的。

• 除去病理学理论中的例外，一个收敛的轨迹收敛于一个稳定状态（或者一个“均衡”），一个“静止点”，一个“不动点”。$\bar{x}$ 由下式给出：

$\dot{x}=0$

即，$\bar{x}$ 满足：对于所有 $t>0,f(\bar{x})=\bar{x}$。

• 静止点 R 的吸引盆是使动力系统收敛于 R 的初始点集。

• 如果吸引盆包含了每一个可能的初始点，那么其相应的静止点是一个全局吸引子（G）。同样的，还有局部吸引子（L_1，L_2）（图 7.27）。

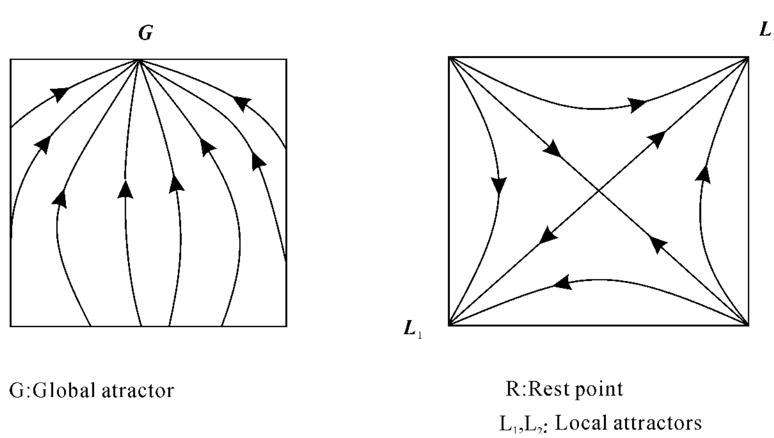


图 7.27　动态系统中的稳定均衡

• 全局或局部吸引子通常被称为动力系统的全局或局部“稳定均衡点”。

• 局部吸引子通常是渐进吸引子。一个渐进吸引子是位于动力系统内部的一个静止点。这意味着静止点不是其吸引盆的边界点，并且起始于离静止点足够近位置的轨迹以那里为终点。

• 更正式地，$\bar{x}$ 是一个*渐进稳定均衡*，如果：

（1）它是一个李雅普诺夫稳态（Lyapunov stable）。例如，给定 $\bar{x}$ 的任意临域 u_1 存在 $\bar{x}$ 的另一个临域 u_2 使得 $\forall\, t\geqslant 0$ 使满足 x（0）$\in u_1$ 的所有轨迹满足 x（t）$\in u_2$。

（2）存在 $\bar{x}$ 的某些临域 V 使得所有起始于 V 的轨迹满足 $t\rightarrow\infty$ 时有 x（t）$\rightarrow\bar{x}$。

附录 2　Friedman 和 Fung 的模型 (1996)

A　在 Friedman 和 Fung 最先提出的古诺参数模型中，代表性厂商的一阶条件为：

$$\frac{d\pi}{dx}=p-\beta x-c=0$$

或者：

$$x=\frac{p-c}{\beta}$$

从而利润有如下形式：

$$\pi=x(p-c)=x^2\beta$$

同样的逻辑运用于开放经济情况：

$$\begin{aligned}\pi&=(p^d-c)x^d+(p^e-c)x^e\\&=(x^d)^2\beta+(x^e)^2\beta\end{aligned}$$

B　国际贸易案例中古诺均衡：

$$\begin{aligned}x_A^d=\{&\beta[\beta^2((1-s^*)N^*+1)(sN+s^*N^*+1)\\&-\gamma^2(1-s^*)N^*(sN+s^*N^*)]\theta_A^d-\beta^2\gamma sN\theta_B^d\\&+\beta(1-s^*)N^*[\gamma^2(sN+s^*N^*)-\beta^2(sN+s^*N^*+1)]\theta_A^{*e}-\beta^2\gamma s^*N^*\theta_B^{*e}\}/\Delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_B^d=\{&-\beta^2\gamma(1-s)N\theta_A^d+\beta[\beta^2(s^*N^*+1)((1-s)N\\&+(1-s^*)N^*+1)-\gamma^2s^*N^*((1-s)N+(1-s^*)N^*)]\theta_B^d\\&-\beta^2\gamma(1-s^*)N^*\theta_A^{*e}+\beta\gamma s^*N^*[\gamma^2((1-s)N+(1-s^*)N^*)\\&-\beta^2((1-s)N+(1-s^*)N^*+1)]\theta_B^{*e}\}/\Delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_A^e=\{&\beta(1-s^*)N^*[\gamma^2(sN+s^*N^*)-\beta^2(sN+s^*N^*+1)]\theta_A^{*d}\\&-\beta^2\gamma s^*N^*\theta_B^{*d}+\beta[\beta^2((1-s^*)N^*+1)(sN+s^*N^*+1)\\&-\gamma^2(1-s^*)N^*(sN+s^*N^*)]\theta_A^e-\beta^2\gamma sN\theta_B^e\}/\Delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_B^e=\{&-\beta^2\gamma(1-s^*)N^*\theta_A^{*e}+\beta s^*N^*[\gamma^2((1-s)N+(1-s^*)N^*)\\&-\beta^2((1-s^*)N^*+(1-s)N+1]\theta_B^{*d}-\beta^2\gamma(1-s)N\theta_A^e\\&+\beta[\beta^2(s^*N^*+1)((1-s)N+(1-s^*)N^*+1)-\gamma^2\gamma s^*N^*((1-s)N\\&+(1-s^*)N^*)]\theta_B^*e\}/\Delta\end{aligned}$$

参考文献

Akin, E. (1980), 'Domination or equilibrium', *Mathematical Biosciences*, 50, 239-50.

Aoki, M. (1988), *Information, Incentives and Bargaining in the Japanese Economy* (Cambridge: Cambridge University Press).

Aoki, M. (1990), 'Toward an economic model of the Japanese firm', *Journal of Economic Literature*, 28, 1-27.

Axelrod, R. (1984), *Evolution of Cooperation* (New York: Basic Books).

Axelrod, R. and W. Hamilton (1981), 'Evolution of cooperation', *Science*, 211, 1390—6.

Bernheim, D. (1984), 'Rationalizable strategic behaviour', *Econometrica*, 52, 1007—28.

Bhaskar, V. (1994), 'Noisy communication and the fast evolution of cooperation', Center Discussion Paper, No. 94112, Tilburg University.

Binmore, K. (1992), *Fun and games* (Lexington, MA: D. C. Health).

Binmore, K. and L. Samuelson (2001), 'Evolution and mixed strategies', *Games and Economic Behavior*, 34, 200—26.

Bomze, I. (1986), 'Non-cooperative, two-person games in biology: a classification', *International Journal of Game Theory*, 15, 31—57.

Borgers, T. and R. Sarin (1997), 'Learning through reinforcement and replicator dynamics', *Journal of Economic Theory*, 77, 1—14.

Bush, R. and R. Mosteller (1955), *Stochastic Models of Learning* (New York: John Wiley).

Camerer, C. (1991), 'Does strategy research need game theory?', *Strategic Management Journal*, Special Issue, 12, 137—52.

Cournot, A. A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* (Paris: Librairie des sciences politiques et sociales, M. Rivière et cie) (English: N. Baconed.), *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*. (London: Macmillan, 1897).

Dekel, E. and S. Scotchmer (1992), 'On the evolution of optimizing behavior', *Journal of Economic Theory*, 57, 392—406.

Friedman, D. (1991), 'Evolutionary games in economics', *Econometrica*, 59, 637—66.

Friedman, D. and K. C. Fung (1996), 'International trade and the internal organization of firms: an evolutionary approach', *Journal of International Economics*, 41, 113—37.

Fudenberg, D. and D. K. Levine (1999), *Theory of Learninq in Games* (Cambridge, MA: MIT Press).

Gale, J., K. Binmore and L. Samuelson (1995), 'Learning to be imperfect: the ultimatum game', *Games and Economic Behavior*, 8, 56—90.

Gintis, H. (2000), *Game Theory Evolving* (Princeton: Princeton University Press).

Haigh, J. (1975), 'Game Theory and Evolution', *Advances in Applied Probability*, 7, 8—11.

Harsanyi, J. C. and R. Selten (1988), *A General Theory of Equlibrium: Selection in Games* (Cambridge, MA: MIT Press).

Hines, W. G. S. (1980), 'Strategic stability in complex populations', *Journal of Applied Probability*, 17, 600—10.

Hofbauer, J., P. Schuster and K. Sigmund (1979), 'A note on evolutionary stable strategies and game dynamics', *Journal of Theoretical Biology*, 81, 609—12.

Hofoauer, J and J. Weibull (1996), 'Evolutionary selection against dominated strategies', *Journal of Economic Theory*, 71, 558—73.

Kandori, M. (1997), 'Evolutionary game theory and economics', in D. Kreps and K. Wallis (eds), *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications, Seventh World Congress of the Econometric Society*, 1 (Cambridge: Cambridge University Press).

Kim, Y. and J. Sobel (1995), 'An evolutionary approach to pre-play communication', *Econometrica*, 63, 1181—94.

Mailath, G. J. (1998), 'Do people play Nash equilibrium? Lessons from evolutionary game theory', *Journal of Economic Literature*, 36, 1347—74.

Maskin, E. and J. Tirole (1988), 'A theory of dynamic oligopoly 1: overview and quantity competition with large fixed costs', *Econometrica*, 56, 549—70.

Matsui, A. (1991), 'Cheap talk and cooperation in a society', *Journal of Economic Theory*, 54, 245—58.

Maynard Smith, J. (1974), 'The theory of games and evolution of animal conflicts', *Journal of Theoretical Biology*, 47, 209—21.

Maynard Smith, J. (1982), *Evolution and the Theory of Games* (Cambridge: Cambridge University Press).

Maynard Smith, J. and G. R. Price (1973), 'The logic of animal conflicts', *Nature*, 246, 15—18.

Pearce, D. (1984), 'Rationalizable strategic behaviour and the problem of perfection', *Econometrica*, 52, 1029—50.

Robson, A. (1990), 'Efficiency in evolutionary games: Darwin, Nash, and the secret handshake', *Journal of Theoretical Biology*, 144, 379—96.

Roth A. and I. Erev (1995), 'Learning in extensive form games: experimental data and simple dynamic models in the intermediate term', *Games and Economic Behavior*, 8, 163—212.

Samuelson, L. (1997), *Evolutionary Games and Equilibrium Selection* (Cambridge, MA: MIT Press).

Samuelson, L. and J. Zhang (1992), 'Evolutionary stability in asymmetric games', *Journal of Economic Theory*, 57, 363—91.

Selten, R. (1980), 'A note on evolutionary stable strategies in asymmetric animal conflicts', *Journal of Theoretical Biology*, 84, 93—101.

Swinkels, J (1992a), 'Evolutionary stability with equilibrium entrants', *Journal of Economic Theory*, 57, 306—32.

Swinkels, J. (1992b), 'Evolution and strategic stability: from Maynard Smith to Kohlberg and Mertens' *Journal of Economic Theory*, 57, 333—42.

Thomas, B. (1985), 'On evolutionary stable sets', *Journal of Mathematical Biology*, 22, 105—15.

Van Damme, E. (1991), *Stability and Perfection of Nash Equilibria*, 2nd edn (Berlin: Springer-Verlag).

Vega-Redondo, F. (1995), *Evolution in Games: Theory and Economic Applications* (Oxford: Oxford University Press).

Vignolo, T. (2000), *L'appariement stratégique dans les jeux evolutionnistes: une réponse au probléme des équilibres multiples*, PhD, Université Montpellier 1, France (in French).

Warneryd, K. (1991), 'Evolutionary stability in unanimity games with cheap talk', *Economic Letters*, 36, 375—8.

Weibull, J. (1995), *Evolutionary Game Theory* (Cambridge, MA: MIT Press).

Weibull, J. (1999), 'What have we learned from evolutionary game theory so far?', Working Paper, Stockolm School of Economics and the Research Institute of Industrial Economics, May.

第八章

实验博弈

我们已经在前几章看到了 GT 是如何应用于一系列经济问题的。但存在的问题是，当这些博弈在可控环境中由真实的代理人来实施时，博弈论模型中给出的预测能否得到验证。从早期开始，GT 已经在很大程度上伴随着实验的发展，并且值得用一整本书的篇幅讨论的这一领域，当然，这些检验对不同的研究人员具有不同的价值。他们其中的一些人认为 GT 具有“描述性”功能，但是另一些人则认为 GT 是知识体系中具有“规范性”的内容。无论我们如何评价应用博弈论的地位，理解人们是怎样实施各种各样博弈，并且看一看理论的推测能否在实际中得到证实，这都是有意义的工作。这一章将展示博弈模型是怎样通过可控实验室的实验得以检验的。

实验的方法，自从 19 世纪 70 年代已经得到快速发展，使用真人并把他们置于可以描述为博弈的情景中。因此，通过观察他们的行为来检验理论的预测，当然，因为被试者的动机很难控制，这种技术有很大的争议，尽管我们不详尽地讨论方法论问题，需要强调指出的是检验博弈必须和我们在第一章提到的关于博弈论中“理性的”和“演化的”方法差异有所联系，或者我们假定在实验中被试者借助推理通过推测对手的行为来作出选择，或者我们让被试者重复同样的博弈来使他们学习。另一方面，考虑到如下事实参与者可能已经通过多次重复同一博弈而获得学习，我们必须小心翼翼解释实验所得结果（关于方法论问题的概述可参见 Smith，1982，1984；Roth，1998；Binmore，1999；关于更多批评性论述可参见 Starmer，1999，loewensein，1999）。

这很难对已经实施的难以计数的实验（特别是 1990 年以后）做一个全面的说明。所以，我们将把焦点聚集到对当前问题具有利用价值的实验论据上，我们将描述主要的结果并给出他们的解释，我们也将选择那些可具有代表性的实验，所以每个问题将通过两三个实验来阐释，其他的检验将在简短的论述中予以提及，在 8.1 节，我们介绍一些方法论的评述来解释实验方法的目的和局限，我们也将展示一些在严格竞争博弈（常和博弈和非常和博弈）中的应用，这些是在早期已经被检验的，在 8.2 节，我们将展示合作问题的实验，这不仅包括关于囚徒困境和公共物品提供的实验，还包括关于序贯博弈的，如蜈蚣博弈的实验。在这些博弈环境中存在着个人理性和集体利益的冲突；博弈的结果总是帕累托占优的均衡，在 8.3 节中将处理“协调”问题，其中有多

个均衡，参与者不得不选择其中之一。在 8.4 节中处理问题，首先是关于最后通牒博弈的实验，这是被广泛检验的博弈之一。然后，紧接着其他博弈检验策略和公理解之后，关于联盟博弈的实验将被简短地提及，在 8.5 节处理学习和演化问题，当 EGT 被应用于经济学时，把演化动态解释为一个学习过程无疑是正确和有用的，然而，适当地研究个人在博弈中是如何学习的和各种各样学习模型的效果是什么，也是很重要的。我们将在演化框架内描述近来的一些实验，然后我们将在更加标准的环境中展示学习过程的检验。博弈论原理的违背是不难找到的，因为所有有用的建模原则总是简化的。下一节是利用检证失败的实验证据来对 GT 发展提供建议，在此节，我们针对已经取得明显进展的两个领域，第一是参与者的能力，第二是参与者的动机，做一些评述。

8.1 引起方法论的评价和最初的应用

8.1.1 历史和方法论

在 20 世纪 60 年代早期，Rapoport and Orwant（1962）写道："关于博弈实验的文献迅速地增加，但仍能够从一个单独评述来概括大部分内容。30 多年以后，GT 已经得到广泛地发展并且实验室中的实验成千上万以致很难考虑所有的结果。实验方法在发展理论工作者和实验工作者之间的互动和交流方面证明是成功的。这些方法能够收集数据来检验理论。GT 作为简化更复杂现象的方法，这一般很容易把复杂的现象转到实验室中。

博弈依赖于最初的参数（偏好、信念、制度……），这些参数决定了行为并且给出了关于非合作博弈中的均衡概念（NE、SPE、SE…）和合作博弈中的解概念（cire、SV…）。通过修改这些参数，能够在可控试验中实施这些实验室的实验，因此 GT 可看做复杂经济环境和可简化实验室环境的一种联系。

第一个实验很早就被实施了，大概是在 Von Neuman 和 Morgenstern 的早期版本之后。例如，Dresher 和 Flood 在 20 世纪 50 年代检验了囚徒困境（详细的结果见于 Flood，1952、1958）与此同时，很多实验实施于兰德公司（Rand Corporation ），在 Santa Monica 的一个名为"在决策过程中的实验设计"的会议吸引和影响了很多学者，包括 Siaon，Shapley，Nash 和 Raiffa，另外一些在其他领域与博弈论直接相关的实验紧随其后，例如关于寡头理应的。的确，自从 20 世纪 80 年代以来在与经济学方面相关的实验变得越来越多了。这部分归功于 GT 和微观经济学理论的更新。一些经验性的规律已被观察到，但很多问题仍在讨论中。为了分析这些结果，我们将简洁地展现近来的实验。我们决定将焦点聚集于那些经验的"纯粹博弈"和"抽象博弈"而不是博弈论中的应用研究。

在展示第一个实验的任务之前，简短地回忆一下试验方法论的规则是有益的。

1. 可重复性：试验结果必须是可信的，并且试验数据必须很容易地有其他研究人员重复得到。

2. 试验的任务：实验不应该有太多的主观性。实验的指导语应该避免诸如"忠诚"、"背叛"一类词汇。为了满足这些要求指导语可能变得更加重要一些，实验中实验人员不可介入。为这个原因，最好使用匿名制。

3. 数据分析：实验结果应该详细地给予解释，这并不仅仅限于在加入个人数据时，例如，两个被试者以如下的概率（0.4，0.5，0.1）和（0.4，0.1，0.5）选择三个策略，得到加总的概

率（0.4，0.5，0.3），大体上，第一个策略看起来有很高的概率，尽管对于每一个个人这不是最有可能的选择。

4. 被试者的动机：为了避免对现实性的批评和减少差异，实验必须以金钱作为酬报来实施。这些酬报必须满足几个条件：单调性、超优性、非饱和性、突显性和私有性（smith，1982）。有几种方式酬谢被试者。他们可以得到货币，其数量取决于在实验中他们的支付（分数或联赛制），他们的回报可以根据所有的选择或其中之一（随机选择）。他们所有的选择都可得到回报或者仅是其中一部分在实验中应随机决定。

5. 被测者的选择，实验中的被测者一般为学生。几个因素必须考虑：性别、年龄、文化、经验和其他。

6. 其他建议：实验必须仔细考虑被测人数（为了避免疲劳和乏味）及其他。

如果这些要求予以满足，经验方法做起来和其他经验性方法相类似：检验理论，确定有效范围和比较它们。实验数据能够在现存理论没有多大作为的领域暗示出新的理论。

在随后的子节中我们将处理实验方法在 GT 中的第一个应用。这是关于严格竞争博弈的，一个耗费了 GT 专家几个世纪后非常特殊的经典博弈。

8.1.2　第一个应用：分析竞争博弈

正如第二章所提到的，严格竞争博弈中参与者的偏好完全相反。这个原因，博弈引人入胜的地方是当混合策略现象被采用时，Von-Neumann 的最小最大原理给出了惟一的一个预测。不是报告最初实证于 1960 年和 1970 年的实验，我们要关注两个关于常和博弈与非常和博弈的最近的实验。

常和博弈

在这个环境下，第一个实验报告了上面结果反驳了最小最大预测，O. Neil（1987）实验了一个新实验，使用了 Roth 和 Malouf（1979）特殊程序。这个受欢迎和方便的方法的目的具备了控制参与者对待风险的态度。

根据这个程序，实验中被测者被支付以“点数”或“券数”而不是现金，这些分数代表了在实验中模拟彩票中奖得到彩金的概率。例如，如果一个参与者在（prize）实验中挣得 400 点，她（或他）获胜的概率正如她（他）的支付，例如 0.4 在实验的结果，她（或他）的货币回报将是抽得彩票的结果。应用这种程序，效用最大者的期望效用函数将等于 P 获胜的概率（忽略任何凹性和凸性函数可能展示的货币收入），并且如果 P 是支付线性函数，则期望效用函数将是支付线性函数，但要强调的是，Roth 和 Malouf 的方法得到 Selten、Sadrieh 和 Abbink（1995）的严厉批评，因为这实际上降低了实验者对被测者偏好的控制。

由 O. Neill 的这种改变看起来提供了一个不同的结果更好地与最小最大预测一致，但是，在这个实验中，参与者跟不同的对手重复同一博弈 105 次，Isrown 和 Rosehthsl 暗示在不同的时期其中的选择存在相应关系，并且他们评述到这种激励必然不足。

为了这个应用，Rapoport 和 Boebel（1992）正在提出一个具有五个动作的新的博弈（图 8.1）。

激励更高了，并且作者对胜（W）和败（L）赋予了不同的支付，在设置（treatment）A 中，胜者得 10 而败者失 6，在设置 B，胜者得 15 而败者失 1，在这个博弈中，混合策略的最小最大均衡以概率（3/8、2/8、1/8、1/8、1/8）选择不同的行动组成，在这个例子中，参与者 1

以 0.375 的概率获胜，参与者 2 以 0.625 概率获胜。

		2				
		1	2	3	4	5
	1	W	L	L	L	L
	2	L	L	W	W	W
1	3	L	W	L	L	L
	4	L	W	L	W	L
	5	L	W	W	L	L

图 8.1　常和博弈

基于 20 个参与者的 120 个决策的实验结果给出了两个设置中的比例都接近 0.4 和 0.6，但是个人的数据和最小最大预测不同，无论如何，这一预测的确好于那些替代模型，例如，每一行动都以概率 1/5 的随机决策，或者依赖可能获胜概率（1/10、3/10、7/10、2/10、2/10）的决策，结果是（35/120、37/120、15/120、14/120、17/120）。所以，这些实验看起来部分验证了最小最大公理，因为理论更符合数据。

简评 1

这些结果应该小心处理，因为 Mookherjee 和 Sopher（1997），对他们的数据应用同样的检验，并且结果导致争论到他们的实验并不支持最小最大公理，但是我们想知道这些实验是否显著地判断这些理论，根据演化的观点，我们能够争辩到，有趣的问题是被测者在采用重复技术对抗不断变化的对手时，学会了利用最小最大公理。

在这种观点下，Binmore，Swierzsbinki 和 Proulx（1996）实施了一个对学习问题很敏感的实验，他们发现在这种条件下，最小最大公理被证明得到了很好的支持。■

非常和博弈

在常和博弈中，便士匹配博弈（参见第三章第 3.2.1 节）已经在实验文献中被详细地研究，最近，Ochs（1995）已经检验了多个这样的博弈，包括非常和博弈（图 8.2）。

A

		2	
		1	2
1	1	1，0	0，1
	2	0，1	1，0

B

		2	
		1	2
1	1	9，0	0，1
	2	0，1	1，0

C

		2	
		1	2
1	1	4，0	0，1
	2	0，1	1，0

图 8.2　非常和博弈

参与者惟一 NE 混合策略在两个博弈中（m_1、m_2）=（1/2、1/2），也即说她以概率（1/2、1/2）选择策略（1，2），然而，对于参与者 2，这些概率，在博弈 A 中是（1/2、1/2）；在博弈 B 中（1/10、9/10）；在博弈 C 中是（1/5、4/5）。

实验结果在加总的水平上很难用前面子节的理由来解释。但是，看起来参与者 1 实际上从接近 0.5 的概率选择第 1 个策略，在博弈 A、B、C 之间存在的一些不同仅是概率更高些。相似的，参与者在博弈 B、C 中以比预测更高的概率选择第一个策略。

作者提出的主要解释是参与者预期他们的对手首先以更高的概率，从两个行动中选择其之，然而以更高的概率选择另一个。这些行为直接与存在的一些学习效果相联系，由于博弈的重复性和参与者有能力参考他们过去的选择所产生的结果，现在实验被设计成传统的 GT 中检验这种学习类型很普遍。我们将提到对作为在随后章节中的学习类型所观察到行为的其他解释。

其他实验的设计来验证正式的学习模型。我们将在 8.5 节报告，与 EGT 实验相比，这些实验将被解释作为有限理性背景下的学习。

8.2　合　作

从现在开始我们将涉及关于一般博弈的实验，诸如非严格完全竞争博弈，或者参与者的利益不与对手完全相反，当在这种一般环境下，当参与者偏好博弈中非均衡产生的结果时，合作问题就产生了。一个经典的两人对称博弈说明了这个问题（图 8.3）。

		2	
		1	2
1	1	a，a	c，d
	2	d，c	**b，b**

图 8.3　对称博弈中的合作问题

这个典型的矩阵支付如下；$d>a>b>c$，所以，（2，2）是惟一 NE，但是（1，1）是帕累托占优均衡，问题是找到一种办法为了选择更好的结果（a，a）而去合作。

合作问题通常用囚徒困境博弈和公共物品提供博弈来展示。这类实验博弈所产生的结果一般发生在同时行动的结构中，这导致了观察到的参与者合作行为富有争议的解释：他们在显示利他主义还是声誉积累行为？但是合作问题在一些序贯博弈中（如信任博弈，蜈蚣博弈）也存在，在其中向后推的原则被建议采纳。

8.2.1　合作：利他主义还是声誉积累行为

囚徒困境博弈

自从 Flood（1952、1958）（见第二章 2.1.2 节，对这个著名博弈的说明）以来，已经存在了关于囚徒困境博弈的各种各样的实验。这里我们并不处理 20 世纪五六十年代最初的实验。他们聚焦于交流效果，这看起来增加了合作行为。其他实验检验了指导语要求参与者与其参与人合

作的问题，或者自私行为。所有这些实验得到的主要结果是无论一次性博弈还是有限重复博弈都观察到了合作行为，合作的概念对一些参数很敏感；例如，当合作的收益增加时合作概率也增加（早期实验的综述见 Rappoport 和 Chammah，1965）。

最近，Axelrod（1984）通过计算机竞赛实施了一次模拟，其结论是合作策略诸如“针锋相对”（TFT）表现良好（见第三章 3.3.2 节中关于 TFT 策略的定义）。其结果显示囚徒困境中涉及合作。

这些结论被更新的理论模型所考虑。诸如 Kreps（1982），这个基于不完全信息模型预测在有限重复博弈中由于声誉效应会出现合作（见第四章 4.4.1 节）Cooper（1996）已经在图 8.4 中的博弈检验了该预测。

在一次博弈中，基于声誉的预测不能维持，没有观察到合作，但是，在有限重复博弈中，声誉模型预测在最初阶段出现合作并且在随后阶段出现背叛。

在囚徒困境中观察到的不可忽略的合作比率促使一些研究人员关注于参与者的“利他主义”的假设，即个人效用的增加依赖于他人的福利。通过基于利他主义的模型能够解释在一次博弈和有重复博弈中的合作。无论如何，后者不能解释重复过程中的偏离或者在博弈结束缺乏合作。

		2	
		1	2
1	1	350，350	1000，0
	2	0，1000	800，800

图 8.4　囚徒困境博弈

实验的结果显示在一次博弈中的一些合作验证了被测者利他主义的存在，作者的估计大约为 10%。在有限博弈中结果显示比一次博弈中更高的合作比率，但该比率随时间下降，这些结果看起来验证了声誉模型。无论如何，观察到的合作水平显著地高于预测水平并且动态过程有所不同。最后，在个人水平上，很大比例被测者的行为方式与理论上的不一致。例如，一些参与者在最后阶段合作或背叛后合作，所以，尽管声誉模型在重复博弈中解释数据优于利他主义模型，但它看起来仍不能令人满意（Roth 和 Murnighan，1978）。

简评 1

其他实验已经试图验证声誉模型的预测，例如 Roth 和 Murnighan（1993）做的实验，其中模型的对手以固定的概率采用 TFT 策略，还有 Andreoni 和 Miller（1996）以及 Cooper 等人（1996）。最后两个实验显示声誉模型看起来是一个较好预测性模型，因为被试者看起来积累利他主义的声誉。但是，令人感兴趣的事实是一些被试者是真的利他主义者。其中模型需要足够的被试者相信这种动机的存在。■

简评 2

进一步的研究发现在一次博弈中的合作应该没有必要归因于利他主义。在一个修改版本中的一次博弈中，被试者被告知其他参与人的所为，合作比率更低不仅因为对方的背叛还因为自己的

合作。这样同时解释了合作比率。■

简评 3

Roth 和 Murnighan（1978）已经检验了囚徒困境的重复版本。他们告知参与人博弈将以 p 的概率持续。他们发现当 p 很高时（0.5 或 0.9）比 p 较低时（0.1），参与者以更高的概率合作。但是，即使 p 很高，合作的概率仅是 36%。■

简评 4

Selten 和 Stoecher（1986）研究了囚徒困境中的学习效应。他们重复了一个有 10 个阶段的博弈 25 次。他们发现紧随最初阶段合作之后的背叛比以前的重复博弈中出现得早，作者总结到参与者首先在最初的重复中学会了合作；然后学会了使用向后推论证策略解，这使他们在博弈中越来越早地背叛。■

公共物品提供博弈

人们是自私还是合作地自愿对公共物品进行捐助？这个问题在实验文献中得到广泛研究，其中，不同的研究小组在方法和设置上有着很大差异。

让我们看一看在大部分试验设计中所共存的基本特征。这些是易于描述和理解的（Ledyard，1995，112—113）。

4 个受试者每人给予 5 美元资助。每人可选择在一个集体项目中投资部分或全部的资助。每人必须同时而无协商地将 0～5 美元的捐助放在一个信封里。实验人员收集信封并且计算捐助总数，并将加总的数目在被试者之间平分。这里，私人从公共物品所得收益是捐赠总数的均值。没有人知道其他人捐出多少，但每个受试者知道捐助总数。一旦这个方法被实验，受试者将得到支付。在这个标准实验中，收集的数据是受试者提供的数量。

这个问题的 GT 预测是没有人捐助。每一个潜在的捐赠者将试图搭别人的便车。在这个实验中，占优策略是选择 0 美元捐助。这就是公共物品问题或社会困境，因为如果被试者都捐助最大数目的 5 美元，每人将得到 10 美元。整个集团受益。值得注意的是这个公共物品问题可以推导出标准的囚徒困境，这可以通过限制被试者要么捐助为零，要么捐助全部的 5 美元来完成。

在公共物品实验的结果是什么？数据分析显示，正如囚徒困境一样，理论的预测被广泛地反驳，在很多情况下，一些受试者一文不捐，一些受试者捐出所有的赞助，而另一些则倾向中间的选择，捐助出少于 5 美元。一般来说，捐助总数能够达到整个集团最优提供的 40%～60%。因此，一次公共物品博弈看起来显示了行为的广泛性，从纯粹的自私行为到完全的利他行为。

正如囚徒困境一样，有限重复公共物品博弈实验已被实施。在这种角度下，Isaac ，Walker 和 Tomas（1984）提出的新的方法论框架，已成为现在标准的设置。

在他们的博弈中，参与者 i 的支付如下：

$$u_i=(D-m_i)+\frac{G}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}m_i\right)$$

其中

$D_i= D$ ：$\forall i$ 给与被试者 i 的资助

m_i：被试者 i 对公共物品的捐助

$\sum_{i=1}^{n}m_i$：对公共物品的总捐助

$\frac{G}{n}$（.）：每个受试者从公共物品中所得，也即每资本边际收益（MPCR）

如果每个受试者将每一阶段博弈视做单一决策问题，他（她）将解决：

$$\max_{0\leqslant m_i\leqslant D} u_i$$

如果一个受试者没有选择她（他）的占优策略（搭便车），至少下面之一的条件必须满足：

- 受试者不是自私的
- 她（或他）完全理解决策是一个重复博弈而不是一次博弈的结果
- 她（或他）学会占优策略，通过重复博弈和试错机制

这些设置允许以下三个关于参与者行为的假设：

强搭便车者（SFR）：$m_i = 0$

弱搭便车者（WFR）：$0 < m_i < D$

合作：$m_i = D$

但我们加总个人捐助，我们得到的全局行为：

总和 SFR：$\sum m_i \approx 0$

总和 WSR ：$0 < \sum m_i < D$

总和合作：$\sum m_i \approx \sum D$

实验数据显示无论个人还是全局假设都没有得到验证。Issac，Walker 和 Thomas（1984）提出根据 $M_i = \frac{m_i}{D_i}$ 的大小将各种观察到的结果分成五组：

- 完全 FR：$M_i = 0\%$
- 非完全 FRR ：$0 < M_i \leqslant 33.33\%$
- WFR：$33.3\% < M_i \leqslant 66.66\%$
- 非完全合作：$66.6\% < M_i < 100\%$
- 完全合作：$M_i = D = 100\%$

实验数据显示 WFR 行为最常见（51%）。其次是 SFR（30%），完全合作仅占 19%。如果我们把弱捐赠（$M_i \leqslant 33.33\%$）归为 SFR；并且把强捐赠（$M_i \geqslant 66.66\%$）归为完全合作，结果是 44%的搭便车和 29%的合作。而且，阶段和实验都是异质的。实验涉及 8 小组，每人博弈 10 次。平均捐赠是潜在捐赠的 42.2%。更进一步，没有特别行为假设被验证；所以作者总结到在实验中没有稳定的行为被观察到。

作为总结，Isaac，Walker 和 Thomas（1984）（验证了很多以前关于公共物品的实验）所做的实验暗示在整个实验中搭便车行为（强的和弱的）保持优势，无论在个人水平上还是在总体水平上。并且，除了交流之外，惟一对合作率起正向作用的因素是 MPCR 。另一方面，人们的合作程度大于由完全自私所暗示的。但是，研究显示对公共物品的捐赠并不是完全利他主义的结果。为了对实数据中搭便车行为给出令人满意的解释，有必要引进更复杂的动机。

对公共物品博弈中存在明显合作有另一种可能的扩展，是基于错误。首先，在公共物品博弈中占优策略是什么也不捐助，这暗示任何过度捐助都存在错误。所以，既然随机错误不能够删除，这有利于对合作的解释。

为了避免这种偏差，Keser（1996）设计了一个部分捐赠是占优策略的实验，允许过度捐助错误与捐助不定错误相匹配。但是，结果清楚的显示随机错误并不能解释在这种环境下的过度捐助。一个更细致的关于错误的解释由 Anderson、Goeree 和 Holt（1998）提供。他们的中心假设是受试者更可能制造小成本错误而不是大成本错误，并且这些错误不是相互独立的而且由数量反应均衡（见 8.6.1 节第二部分对此概念的解释）所描述的对其他人错误的策略反应。这些作者显示一个结合少量利他主义的逻辑均衡型预测了大部分在公共物品实验中观察到的类型化事实。由

Willinger 和 Ziege、Meger（2001）所实施的另外一个实验为了探讨错误假设在这个模型中已经得到实验中数据的很好吻合（关于公共物品实验的综述见 Ledyard，1995；Prisky，1997；Holt 和 Laury，2002）。

简评 5

有两个阶段组成的公共物品博弈稍微有些不同。在阶段 1 的博弈与标准博弈相同。在阶段 2，参与者被告知捐赠向量并且可以同时有成本地对另一参与者进行惩罚。理论预测这种两阶段博弈的结果与没有惩罚的标准博弈结果相同：每一参与者最优策略是选择 $M_i=0$。既然惩罚有成本，参与者的占优策略是在阶段 2 不惩罚。结果，如果自私和理性是公共知识，每一参与者知道阶段 2 是完全无关的。带有惩罚性的公共物品实验对理论预测产生了明显的反驳。例如在 Fehr 和 Gachter's（2000）的实验中，高达 80%的受试者选择完全合作。■

简评 6

正如在囚徒困境博弈的实验中，很多用来测量公共物品博弈中的声誉效应。由 Andreoni（1988）介绍的特别设计来确定利他行为和策略声誉积累行为相对重要性。一个设置：相同的受试者小组进行公共物品的重复博弈，与之相对的是陌生者设置：受试者在不断改变的小组中参与博弈。

例如，在 Keser 和 Winden's（2000）实验中，观察到如下结果：首先，受试者在合作者设置中明显比陌生者设置中的捐助得多。其次，陌生者的捐助持续下降，而合作者在最后阶段的下降之前保持在很高水平上的波动。然后作者用名词“有条件合作”来解释被试者行为，其特征是未来定向和反应行为。注意到这种解释与基于利他主义给予的理论相反，其暗示无条件合作（Andreoni 和 Miller，1996）。■

8.2.2　合作与序贯博弈中的向后推导

在以向后推导来寻找博弈解的序贯博弈中也存在合作问题。第一类博弈是不同序贯版本的囚徒困境。

信任博弈和序贯囚徒困境

信任博弈由两阶段组成，在第一阶段，参与者 1 的选择或者信任（T）参与者 2，或者不信任（NT）。在观察到参与者 1 的行动，参与者 2 可以忠诚（A），或背叛（B）参与者 1 的信任。不信任（NT）可以被解释为博弈的一个外部选择。博弈树如图 8.5 所示，其中写支付：$b>a>c>0$。

假设参与者是理性自私的，在这个序贯对称版本的囚徒困境采用子博弈精炼（信任和忠诚是合作；不信任和背叛是不合作）导致的预测是参与者 1 永不信任。这个结果是相当令人困惑的，因为均衡于（c，c）被合作（a，a）占优（见 Berg，Dickhaut 和 Mccabe1995，对这类博弈特征更详细的描述）。

一个检验信任博弈已由 Bolle（1998）实施，他使用具有可变回报的特殊版本的信任博弈，参与者 1 得到一笔数目货币并且如果相信参与者 2 的话就将这笔钱交给他，然后参与者 2 得到赌

注的 2 倍并且将可变部分的还给参与者 1。在这个实验中，受试者中 76%的扮演参与者 2 角色的人选择信任并且他们收到最大支付的 50%。

关于序贯版本的囚徒困境的实验研究见于 Bolle 和 Ockenfels（1990）以及 Clark 和 Sefton（1998）。同时博弈的囚徒困境和信任的结果一致：人们观察到了不可忽略的合作率，并且这种行为更好地被看做知恩图报而不是纯粹的利他主义。另一方面，有强烈证据显示如果参与者选择序贯而非同时行动结构，我们将得到更多的合作（Watake，1996）。

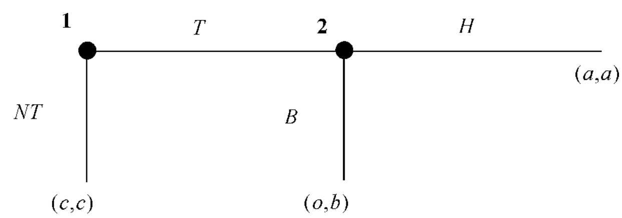


图 8.5 信任博弈

蜈蚣博弈

我们先前已经看到在重复序贯博弈中使用向后推的原则能够产生出一些困惑的结果，例如连锁店悖论（第四章 4.4.1 节）或者甚至在一次序贯博弈中，例如蜈蚣博弈悖论（第四章 4.4.1 节）或者甚至在一次序贯博弈中，例如蜈蚣博弈悖论（见第三章 3.4.3 节），后者由 Mokelvey 和 palfrey（1992）做了特殊研究，其所研究的简化版本如图 8.6 和图 8.7。

两个例子中的均衡都是第 1 个参与在第 1 个小节结束博弈。解来自于使用倒推法：在最后一阶段，参与者 2 倾向停止博弈；知道这个结果，在前一 阶段，参与者 1 也将倾向结束博弈，如此等等。但是，如果他们继续博弈到达第 3 个节点之后，他们双方都能得到更高的博弈。因此，我们具有跟囚徒困境和公共物品提供博弈一样的合作问题。Mckelvoy 和 PaHrey（1992）的实验结果显示参与者很少在第 1 个节上结束，尽管他们很少可能达到最后一个节点。他们在每个节点结束的概率分别如下：0.07，0.06，0.2，0.33，0.25 和 0.08 在图 8.6 和 0.07，0.36，0.36，以及 0.15 在图 8.7。他们持续到结尾的概率是 0.01（图 8.6）和 0.05（图 8.7）。

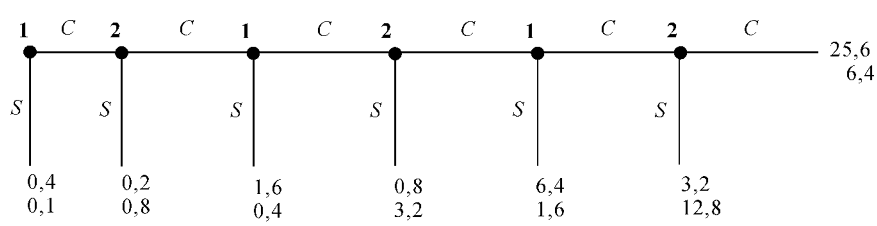


图 8.6 蜈蚣博弈 *A*

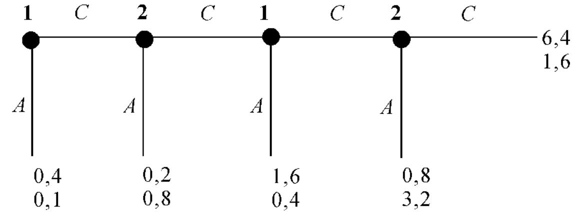


图 8.7 蜈蚣博弈 *B*

这些结果显示参与者在最初阶段的非理性行为是希望他们的对手不要最大化他们的机会（见第四章）。但是这也可能是受试者对利他的个人给出一个正概率的鼓励——他们考虑对手的支付。在这个例子中，甚至一个自私的受试者为了建立利他主义者的声誉而持续博弈。即使利他者的比例更小，这也是有效的。其重心所在不是利他者的数目而是一些利他者的确存在。可以想像，我们可以像囚徒困境一样加入不完全信息和声誉。

简评 1

Beard 和 Beil（1994）已经检验了由 Rosenthal（1981）提出的序贯博弈，目的是置疑非 SPE 的信念是否总是可信的。在这个两人扩展型的完全信息博弈中，一个参与者（A）通过无风险行为得到一个 $x>0$ 的支付，或者允许第二个参与者（B）给一个回报。在后者，参与者 A 的支付是 \$1000000 或者一无所有，取决于参与者 B 的选择。进一步，B 有很小的激励选择使 A 得到 \$1000000 的行动；他得到 \$1 而不是一无所有。如果参与者 A 在第一阶段选择无风险行为，参与者 B 的支付是 $Y>0$。假设 $0<X<1000000$ 这个博弈一个 SPE 的支付是（10000000），Rosenthal 猜测在一些情况下，当 X 足够大但小于 1000000 时，参与者 A 选择无风险行动。Beard 和 Beil（1994）发现几乎所有的被试者（97.8%）中参与者 B 选择最大化自己支付的行为；同时参与者 A 中有 54.5%选择无风险行动。所以，这些结果提供了对 Rosenthal 猜想的强烈证据。几个竞争性地解释也被提出：第一，受试者把这个博弈作为不完全信息来解释；第二，控制别人环境的心理动机产生了无风险行动，受试者被引导采取害怕非理性反应和忌妒行为的行动。注意到这个实验与蜈蚣博弈实验相对照，其中受试者被引导采取希望非理性反应或利他行为的行动。■

简评 2

我们应该强调的是来自实验室实验更好的结果是验证在个人水平上的决策问题（见 Noussair 和 Olson，1997；Noussair 和 Matheny，1999；Aymard 和 Serra，2001）。既然这种设置在分离逆推法的预测更适合，这些结果再一次看起来能够证明利他主义、知恩图报和忌妒等社会行为能够解释在实验博弈中实验观察和理论的预测之间的差距。■

8.3　协　调

当博弈中存在多个均衡时协调问题就产生了。在一个纯粹协调博弈中参与者的利益是收敛的；换句话，他们对不同的均衡有相同的偏好，如果存在偏离，我们称之非纯粹合作。一些经典的对称博弈的例子说明了这个问题，典型的矩阵支付如图 8.6 所示。

在这些博弈中，我们假设：$a>b>c$。在纯协调博弈中，有两个纯策略 NE：（1，1）和（2，2），问题是参与者找到一条道路协调达到最好的结果（a，a）。在非纯粹博弈中，例如，性别大战博弈仍存在两个纯策略 NE。但参与者 1 倾向（1，1）而参与者 2 偏好（2，2）。这些经典的例子可以通过产生多于两个纯策略 NE 或者对均衡外的结果给予不同的支付来得以补充。例如，图 8.9 所示的矩阵。

在这个协调博弈中，参与者通过选择第二个策略来得到安全。如果 $a>c>b$，这个纯协调博弈——一般叫做猎鹿（Stay Hunt）博弈——即参与者不得不选择同样的行动来协调。如果 $b>$

$c>a$，非纯粹协调博弈——一般叫做斗鸡（Chinken）博弈，在生物文献和演化博弈中叫做鹰鸽博弈，即参与者不得不选择不同的行动来协调。

纯粹协调（参与者 1 为行，参与者 2 为列）：

	1	2
1	a，a	c，c
2	c，c	b，b

非纯粹协调（参与者 1 为行，参与者 2 为列）：

	1	2
1	a，b	c，c
2	c，c	b，a

图 8.8　协调问题

Schelling（1960）已对纯粹协调博弈进行了广泛的研究。他使用两人博弈，其中参与者在相同的环境下同时选择策略，例如选择一个正数，在字母表中对三个字母排序，在正面与反面之间选择，等等。

（参与者 1 为行，参与者 2 为列）

	1	2
1	a，a	b，c
2	c，b	c，c

图 8.9　协调博弈中的通用矩阵

只有当参与者选择同样的策略，他们才能得到正的支付，如果有 n 个策略，博弈将有 n 个纯策略 NE，他们可以选择其中之一。博弈是完全对称的 。Schelling 注重到，参与者经常能够成功地进行协调，例如，他发现 85.7%的受试者选择“正面”，这是显示策略的标签并不是无关的，一些标签比一些更加凸显（数字 1，字母表顺序，右手，正面，等等）。这些解释提到了焦点解和突显性的概念。突显性是参与者进行协调的一种方式。但是什么使得一个策略比另一个更突显呢？我们至少可以区分两种突显，一阶的或非理性突显（没有客观理性解释人们为什么选择一个特殊的策略，但一些标签更具吸引力，文化的或社会的规范也许能解释这种聚焦），和二阶的或理性突显（参于者最大化他们的期放用通过考虑他们对别人选择的信念，但是他们认为别人做选择是通过一阶突显）。

Metha，Starmer 和 Sugden（1994）检验了 Schelling 的通过突显性进行协调的预测。他们的实验包含了 20 个问题，其中 10 个涉及“真实特体”（一种花的命名，一年的命名，等等），其中 10 个涉及抽象事物。受试者被随机分组。在第 1 组，受试者被要求单独回答问题，在实验的结束如果他们被随机地选中将最终获得支付。在第 2 组，受试者需要回答完全一样的问题，但他们被告知他们得随机地与其他受试者进行匹配，每一个问题，一对的两个受试者给出同样答案，每人的点数将分别增加，并且在博弈结束将兑换成现金。对于每一个问题，作者发现答案种类的数目在第 2 组中较低，并且协调指数（随机选择的两个受试者给出同一答案的概率）在第 2 组中较高，但是，他们的实验并不能使我们完全区分二阶突显和 Schelling 突显，尽管他们为后者提供了一个强有力的例子。

最近，几个实验室的实验对协调博弈有了更深的研究。考察多个均衡的重要性，特别是在最近的宏观经济博弈中，检验个人如何对环境的反应其意义是很清楚的。三个问题已被考察，个人

能否在多个均衡中协调？这是帕累托有效均衡吗？怎样解释聚焦在特殊的均衡？首选我们将展示经典的实验试图对这些问题提供答案，通过博弈前的互动来扩展检验因素增加了协调（最近一篇关于协调博弈的综述见 Cooper，1999）。

8.3.1　经典的协调博弈

这些实验是关于纯粹协调博弈和更一般的协调博弈。

纯协调博弈

Van Huyck，Battalio 和 Beil（1990）检验了一个博弈，其中每个参与数与此同时到处之间选择，并且支付依赖于所有参与者的最小选择。正式地，支付如下：

$u=kM-rX$

其中 M 是小组中最小选择，X 是每一个参与者选择的数字。两种设置被分别研究：$r=0$（设置 A）和 $r>0$（设置 B）。

让我们考虑第一个简单的例子，其中两个参与者在两个行动中有一个选择，图 8.10 能够帮助理解博弈结构，在这两个博弈中，有两个 NE：（1，1）和（2，2）如果 $k>r$，这些均衡是帕累托改进的，（2，2）对两个参与者来说都有更高的支付。在 Van Huych 实验中，参数 k 和 r 已经被选择以致参与者的支付如图 8.11（博弈 A，$r=0$）和图 8.12（博弈 B，$r>0$）所示，其中行和列分别代表参与的选择 X 和小组的最小选择 M。

		2: 1	2: 2
1	1	k，k	k，k
	2	k，k	$2k$，$2k$

with $r=0$

		2: 1	2: 2
1	1	$k-r$，$k-r$	$k-r$，$k-2r$
	2	$k-2r$，$k-r$	$2k-2r$，$2k-2r$

with $r>0$

图 8.10　协调博弈中的支付

在每一个博弈中，在对角线上有 7 个帕累托改进的 NE。但是，在博弈 A 中，选择比最小数字大的数字在博弈 B 中对参与者的支付没有影响，这是一个惩罚。例如，在博弈 A 中，如果她（或他）选择 5 而最小是 3，她（或他）得到 0.9 的支付，这好像她（或他）选择了一样。在最后的博弈，参与者试图在最有效的均衡（选择 7）上协调是有风险的。在另一方面，在博弈 A 中 7 是占优策略而在博弈 B 中不是。这类对称协调博弈，存在的多个均衡可能已经是帕累托改进的，这类博弈有时叫做“最弱联系类型”。在一个给定的阶段一个单独参与者使用的策略可被解释为她（或他）分配给联合生产过程的努力水平，其中的生产产量取决于参与者的最小努力（Cooper，1999，第二章）。

	min. （M）						
Choice x	7	6	5	4	3	2	1
7	1，3	1，2	1，1	1	0，9	0，8	0，7
6	—	1，2	1，1	1	0，9	0，8	0，7
5	—	—	1，1	1	0，9	0，8	0，7
4	—	—	—	1	0，9	0，8	0，7
3	—	—	—	—	0，9	0，8	0，7
2	—	—	—	—	—	0，8	0，7
1	—	—	—	—	—	—	0，7

图 8.11　纯粹协调博弈 *A*

在 Van Huyck Battalio 和 Beil 实验中，受试者先进行博弈 B 几次，然后是博弈 A，然后又是博弈 B，结果显示很少受试者在博弈 B 中选择字 7，并且协调失败是常见的。在这个博弈中，在重复之后，数字 1 成为具有优势的选择并且存在较少失败，在博弈 A 中，数字 7 是最常见（84％）的选择并且参与者能更好地协调。

对这些差异的主要解释是在博弈 A 中选择 7 更少风险而在博弈 B 中选择 1 是最大均衡（即安全策略选择）。

	min. （M）						
Choice x	7	6	5	4	3	2	1
7	1，3	1，1	0，9	0，7	0，5	0，3	0，1
6	—	1，2	1	0，8	0，6	0，4	0，2
5	—	—	1，1	0，9	0，7	0，5	0，3
4	—	—	—	1	0，8	0，6	0，4
3	—	—	—	—	0，9	0，7	0，5
2	—	—	—	—	—	0，8	0，6
1	—	—	—	—	—	—	0，7

图 8.12　纯粹协调博弈 *B*

下列经常性的特征被注重：

（1）受试者在进行博弈 B 后再进行博弈 A 并不能提高协调。

（2）参与者的数目是决定均衡的关键设置，只有 2 个参与者而不是 14 个（第一个试验受试者数目）能达到更多有效均衡的协调。这看起来是参与者对对手的潜在选择分配概率。当有更多的参与者，有效均衡协调的概率就下降了；另一方面当有更小的参与者时，有效均衡的选择是较小风险的。典型的当参与者的数目足够大时，平均策略选择倾向于构成博弈减轻少风险的均衡。

（3）在重复博弈中两者动态并不一致。在博弈 B 中，那些选择数目等于最小数字的参与者增加选择，而那些选择较大数字的参与者减少了选择。这并没有改善结果。但是，在博弈 A 中，参与者已经选择较大数字的并没有减少选择，同样选择较小的也没有增加选择。

简评 1

Van Huyck，Battalio 和 Beil（1991）已经实验了另一个实验，其支付依赖于小组的平均选择而不是最小选择。他们观察到动态是不同的，当最初选择影响历史选择时。然而，参与者看起来使用优先标准，他们过去经验帮助他们选择的分布，这种行为在实验中允许，在相同的精神下，Crawford（1991）提出了一个学习模型来解释这些数据。其思想是参与者考虑他们过去的经验并且更新对其他人选择的信念。■

其他协调博弈

Cooker（1990）提出检验被他们称做“合作—协调博弈”。在第一个 3×3 对称博弈 A 中（图 8.13）和标准协调一样有两个 NE，第三个结果帕累托优于这些均衡。

		2: 1	2: 2	2: 3
1	1	350，350	350，250	1000，0
	2	250，350	550，550	0，0
	3	0，1000	0，0	600，600

图 8.13　合作－协调博弈 A

		2: 1	2: 2	2: 3
1	1	350，350	350，250	700，0
	2	250，350	550，550	1000，0
	3	0，700	0，1000	600，600

图 8.14　合作－协调博弈 B

在这个博弈中，结果（3，3）不是 NE 但产生了比两个均衡结果（2，2）和（1，1）都高的支付。这个博弈以随机配匹并重复进行，作者观察到参与者很容易地在两个 NE 之一的（1，1）上进行协调，但是，在一个相似的博弈 B（图 8.14）中作者观察到了不同的结果。

在这个博弈中，被选择的均衡是（2，2）。一个解释是这是对对手所选择的第三个策略的最好回答。同样的，在博弈 A 中选择（1，1）被解释为对第三个策略的最好回答。令人惊讶的是这些结果是被占优的策略。

一个对参与者第三个策略潜在选择的解释是这个选择等同于博弈中帕累托有效选择。一个利他的参与者，或仅是一个想合作的参与者可以选择这个策略。但是，一个非理性参与者也能选择这个策略。

为了区分这两种理论，作者检验了第三个博弈 C（图 8.15）。

		2		
		1	2	3
	1	350，350	350，250	700，0
1	2	250，350	550，550	0，0
	3	0，700	0，0	500，500

图 8.15　合作—协调博弈 *C*

这些结果的主要解释暗示参与者是异质的，他们可能属于不同的类型（利他主义，自私和其他等），并且受试者考虑这些因素。这些关于博弈论实验的经常性观察是：结论是受试者经常理解这是一个不完全信息博弈并且作为实验他们可能对问题有相同的认知。

许多其他实验检验了协调博弈，但是他们一般致力于对加协调因素的评价。

8.3.2　增加协调的因素

这些因素在一般意义上是博弈前互动的附加。这些被研究的博弈稍微有点不同，因为这些博弈可以被看做两阶段博弈并且第二阶段是协调博弈。在第一阶段发生的事情很少有约束力。

博弈前的交流

例如，Cooper（1992）已经检验了博弈前交流的影响（cheap talk），其交流是通过交换他们所声明的所要采用的策略。在博弈 A（图 8.13）中，他们观察到单向交流增加了对（2，2）的选择，这是帕累托优于（1，1）。与不交流的 3%相比到达了 67%。但是，双向交流没有提高协调。其解释是两个信息可能不同，所以对于双方最好不要考虑对手的信息，或者忽略他们自己信息的效应。而且，双向交流能导致更坏的结果。实事上，参与者经常宣称他们选择第三个策略并且实际上他们很少那样做。所以协调失败更加频繁。

外部建议

另外一种类型的因素是介绍一个仲裁者，他将在博弈之前对参与者行动给出建议。再一次，这种推荐是没有约束力的。参与者并不被强迫接受。正如我们前而所见，这种机制很有意思，因为这能帮助参与者更新他们对对手选择的信念。Van Huyck ，Battalio 和 Beil（1992）检验了给树博弈 A、博弈 B、博弈 C（图 8.16）所提出的建议。

在博弈 A，参与者没有收到任何建议，40%的成对受试者在三个 NE 之一上协调成功。当对这三个均衡给出建议时，协调是 98%。因此，通过接受协调参与者增加了支付。在博弈 B 中，没有推荐，98%的成对受试者在帕累托有效均衡（1，1）上协调。当一个仲裁者在帕累托被占优上提供建议时，其概率在（3，3）上是 17%，在（2，2）上是 75%。这些结果显示当建议不符合他们利益时，受试者并不接受。最后，在博弈 C 中，当没有建议时，70%成对受试者在对称均衡（2，2）上协调。当给出一个非对称均衡时，其概率仅为 16%。所以这些实验显示受试者一般接受仲裁者的建议，除非存在帕累托有效均衡而没有推荐。

外部期权

另一类潜在增加协调的因素是介绍一个外部期权。典型地，一个参与者可以不参与博弈而得

到一个固定的支付。如果她（或他）决定放弃外部期权，那么她（或他）的选择将使她（或他）认为自己将得到一个更高的支付。这些论证和向前推测（见第四章 4.4 节）的决策可被解释直接相联系。所以，放弃外部期权的决策可被解释为在协调博弈中通过选择删除了被占优的策略。

Game A（参与者 1 为行，参与者 2 为列）

	1	2	3
1	5，5	0，0	0，0
2	0，0	5，5	0，0
3	0，0	0，0	5，5

Game B

	1	2	3
1	9，9	0，0	0，0
2	0，0	5，5	0，0
3	0，0	0，0	1，1

Game C

	1	2	3
1	7，3	0，0	0，0
1	0，0	5，5	0，0
3	0，0	0，0	3，7

图 8.16　具有被推荐行动的协调博弈

	1	2
1	0，0	200，600
2	600，200	0，0

图 8.17　性别大战博弈

Cooker（1993）在性别大战博弈（图 8.17）中检验了对第一个参与者的外部期权(3，3)。

Cooker 观察到当这个选择没有被利用，参与者 89%地选择（2，1）。而一个对参与者 1 具有更高支付的 NE，值得注意的是参与者 1 的第一个策略被外部选择占优。因此，如果第一个参与者没有使用外部选择，双方都知道她将选择第一个策略。

相似的结果被观察到当具有的外部期权是 100，这并没有占优于第一个策略。所以，看起来对参与者 1 给出一个单独的期权使她具有优势，使参与者接受她所偏好的均衡进行协调，相同的行为可在具有序贯行为中观察到，其中具有非完美信息和参与者 1 先动。所以，引进外部期权看起来和单向交流具有相同的效果。值得注意的是 Brandts 和 Holt（1995）报告了相对的结果，显示只有当被占优的策略被删除，向前推断才能使一个个特殊的均衡被选择。

简评 1

Brandts 和 McLeod（1995）还检验了建议对这样博弈的影响，而其中有两个均衡但只有一个是完美的，他们观察到参与者总是选择那个完美均衡即使仲裁者推荐非完美均衡。他们还观测到这些选择取决于其他结果（决定了 maixmin）的支付，特别当非完美均衡帕累托优于完美均衡。■

简评 2

Van Huyck，Battalio 和 Beil（1993）实验了一个关于纯协调博弈（图 8.12）的实验。与图 8.11 和图 8.12 相同，但使用拍卖机制选择参与者。在这个例子中，他们观察到帕累托有效均衡（所有参与者都选择数字 7）被更多地选择。结论是参与者已经修改了对对手选择的信念，并且这种方法已经选择了受试者，他们有更高的概率选择数字 7。■

简评 3

目前，我们还没有报告关于信号博弈的实验结果，这很难去分类。除了他们特殊地涉及了合作问题，许多特征（不完全信息，信息使用和均衡精炼）使他们与协调问题相关，其问题是哪个均衡会被选择。在信号博弈的实验中，Banks，Camerer 和 Portor（1994）已经比较了几个精炼标准，特别地，序贯均衡，直觉和神性（见第四章 4.3.1 节和 4.3.2 节对这些精炼的定义）。几个信号博弈已被检验；每一个博弈有两个均衡并且二者之一均衡比另一个更加精炼。这些博弈中的一个的结果被总结在图 8.18。

第一个观察是受试者一般选择的策略平均在每个博弈中都是 NE。选择 NE 的概率在 48%和 95%之间，这依赖博弈（图 8.18 是 76%）。而且，当受试者没有达到 NE 时，其原因一般是协调失败。例如，参与者 1 选择了一个策略导致了更精炼的均衡，而其对手选择的策略导致了一个较差精炼均衡。两个参与者都试图在 NE 上协调但他们选择了不同的均衡。

	A	*B*	*C*	*D*
More refined	56%～76%	61%～71%	53%～68%	28%～38%
less refined		13%～24%	13%～4%	16%～8%
non Nash	44%～24%	26%～5%	34%～28%	56%～54%

A　*Nash vs non－Nash*；　　B　*Sequential vs Nash*；

C　*Intuitive vs Sequential*；　D　*Divine vs Intuitive*.

图 8.18　在第一个阶段和最后阶段（F-L）对每个均衡的选择

第二个观察是受试者一般选择更精炼的均衡。特别是在最后一个阶段。例如，当存在两个 SE 并且仅有一个满足直觉标准，他们选择这个的概率是 68%。但是，当精炼标准更严格时，选择更精炼的均衡将不很明显。例如，选择更精炼均衡对 SE（与 NE 相对）非常明显或者直觉均衡（与 SE 相对），但这对神性均衡 1 与直觉均衡相对，不很明显。

最后，也可以在不同的博弈中比较受试者的行为并观察其不同。例如，在一个博弈中（最后阶段）直觉均衡被选择的概率是 68%，但在另一个博弈中其概率仅有 46%；其中 38%选择神性（和直觉）均衡，8%选择直觉（和神性）均衡。这最后的观察验证了在许多其他试验中观察到的结果；一般来说受试者的行为对博弈和它的环境敏感。■

8.4　讨价还价

这节处理关于问题的可控实验室实验。纯粹博弈已经被很多作者广泛地验证过。首先我们将展示关于最后通牒博弈的稳健结果，这和囚徒困境博弈一样被经常检验。下一小节将对策略和公理解的补充结果做一下概览。最后，我们将给出一些关于联盟博弈的结果。

8.4.1　最后通牒博弈

类型化事实

在最后通牒博弈（见第五章 5.1 节）中，参与者 1 提出一个对总数为 x 的分配（$x-s$，s），

其中 $x-s$ 为她的份额，而 s 是参与者 2 的份额。如果参与者 2 接受这个建议，每个人将得到她（或他）的份额。若他拒绝，每人将得到零。这个博弈的 SPE 是第一个参与者提出一个分配 $(x-\varepsilon, \varepsilon)$，其中 ε 是 x 中最小的份额并且参与者 2 接受之。其思想是参与者 2 将接受任何正数数量，因为这都比零好。知道这些，参与者 1 将给参与者 2 提供一个最小数量的分配。

这个博弈的第一个实验，由 Güth ，Schmittberger 和 Schwarze（1982）报告，结果显示观察到的分配远远大于均衡份额并且平均接近分配（60，40）其中 $X=100$。类似的，不同意比预期的更高频率上升（事例的 20%）。这看起来参与者 2 将牺牲一定数额，如果他认为提议不正确。这也看起来参与者 1 在做出决定时考虑到了一点。

最后通牒博弈已被广泛研究。多于 100 个实验是关于该博弈的。实验结果的综述可见 Thadr（1988），Güth（1995）。Camerer 和 Thaler（1995）和 Roth（1995）。行为的规则相当稳健并且可以总结如下：

(i) 大于 50 和小于 70 的很少见。

(ii) 一般的份额在 40 和 50 之间。

(iii) 低于 20 的提议被拒绝的概率很高，接近 50%的提议从没被拒绝。

因此，由子博弈完美所暗示的标准理论预测遭到这些程序化的事实的强有力地反驳。

几个实验被设计来检验这些结果的不同解释。我们建设将它们分成三部分，这取决于其使用方法。第 1 类，实验试图修改制度性参数来评价这些相悖结果与原始博弈结果的稳健性。第 2 类，试验修改博弈结构并于原始博弈相比较来得出一些因素解释行为的结论。第 3 类，实验分析不同模型（期望支付最大化、学习等）所产生的数据。

制度环境

与仅报告一个实验相反，我们将简短地展示不同结果的主要解释。大多数实验显示在一条环境下观察到的行为接近预测到的行为。

• 一些作者对受试者是否理解博弈策略解释一些区分。他们发现一旦理解者从中排除，结果更接近预测。无论如何，因理论没有完全被证实，结果是有争议的。结果仅仅是更接近但有时统计上并不显著。

• 大部分实验使用了重复博弈并且在不同阶段参与者能挣得金钱。看起来受试者考虑了这些问题并且当对一个建议或反应做决定时，他们可能考虑下一回合，这就扭曲了结果。

• 大部分以小数目回报实施，待分配的总数约 10 美元。实验一个在实验经济专家中常规性提交讨论的问题是：是否当赌注水平提高会最终引导受试者以自私的方式行为。令人惊讶的结果是相对增大货币赌注看起来并没有显著改变行为（cameron，1999），一些实验使用极其高的赌注，例如，10000 美元，据报道至少一些参与者产生了更多自私行为。但是，大比例的人们没有受到这类问题强烈地影响。当然，这类实验很难实施。因为其成本，并且大部分实验使用其他方法而不是对受试者的标准支付（点数、被选择的受试者的回报以及其他）。

• 受试者的选择也能影响结果。如果结束与性别效应相对照，看起来经济系的学生和儿童的行为不同于其他人。

• 在实验之前参与者的角色都是随机分配的。但是，明显的是参与者 1 具有优势并且参与者 2 对此可能有争议。一些作者建议博弈后或拍卖后分配角色，胜者将在最后通牒中充当参与者 1。这种方法给予了参与者 1 某点参与者 2 不会置疑的产权。在这种框架下结果看起来更加接近 GT 预测。

• 一些实验注意了展示效应（镜柜效应）的影响，诸如策略/扩展型、比例/货币等。

• 最后通牒博弈实验一般试图移去任何社会内容以避免污染效应。因此，一些协议书被用来详细地设置环境变量，诸如“双向匿名”其中匿名制不仅介绍到受试者之间而且包括受试者和实验者。

• 其他心理学和社会学实验被介绍受试者之间的社会关系，例如，允许参与者之间交换信息或者由电脑代替参与者 1。结果显示诸如愤怒等感情可以部分解释参与者 2 的行为。例如，一些小份额并伴随我们是公平的声明比那些平均分配且没有此类声明的更经常地被拒绝。

大部分这些结果，即使它们的确帮助解释一些数据，面对回答如下问题它们并没有多大帮助：提议者的行为是根据利他主义吗，即存在无条件地偏好平均分的或者他们在不完全信息（策略公平）环境中采用了策略行动吗，一种行为是由于害怕提议份额将被拒绝吗？第二章实验找到这些问题更直接的答案。

标准博弈修改本的实验

一个最著名的修改参与者 2 角色的例子是由 Kechnemen，Knetsch 和 Thaler（1986）介绍的“独裁者博弈”，并由 Forsythe（1994），Hoffman，McCake 和 Smith（1996）以及 Eckeel 和 Gossman（1998）等人研究过。这个博弈和最后通牒博弈完全一样除了参与者 2 不能拒绝分配。换种说法，分配给参与者 1（所以叫做“独裁者”）的任务是在她和参与者 2 参与者 1（叫做“接受者”）之间分割一是数量的 X。参与者 1 自由分割这个数目并且参与者 2 无可选择，即他不得不接受任何分给他的数量。接受者的支付是 S，是独裁给予的；而独裁者的支付是剩余量，即 $X-S$。独裁者博弈允许我们从利他主义中分离害怕被拒绝假设，因为反应者的拒绝能力已被清除。

当 $X=100$ 时，程序化的事实可被总结如下：

(i) 由独裁者提出的份额大于 50 的推测实际上未被观察到。

(ii) 80%的分配是 0～50 之间，但与最后通牒相比，分配向零转动。

(iii) 20%的独裁者的分配是 0，这正是逆推法所预测的。

因此，作者观察到的结果和先前在最后通牒所观察到的分配很不相同并且更加接近标准理论的预测。但是，值得注意的是，这些结果并不十分稳健，与之间相比的是设置差异（例如，增加实验参与者之间的社会距离这个实验（双向匿名）增加了零份额的比例，并且独裁者准确的分配随镜框效应而改变）（见 Hoffmah，McCake 和 Smith，1996；Hoffman 等，1996 ）。

一个一般性的结论可被总结如下：在最后通牒博弈，害怕拒绝时，提议者的分配的确减少了，这种动机并没有被完全解释因为许多受试者在独裁者博弈中仍分配了一些。在这个结论中一个附加的结果证实了。在另一个实验中，参与者 2 被慈善组织取代。在这个环境中观察到的分配更加可观的平等。这看起来社会背景是显著的，公平需要一个社会背景。

Güth 和 Huck（1997）通过检验两个特殊的博弈已经研究了参与者 2 否决权的另外修改。如果参与者 2 决定拒绝分配，他收到 S，而参与者 1 什么也不得。在博弈 B 中，参与者 2 的决定影响他自己的支付：如果他拒绝，他什么也不得而且参与者 1 得到 $X-S$。结果在博弈 A 比博弈 B 更加显著地接近平均分配。这意味着参与者 2 的否决权被参与者 1 所考虑。但是，当这种否决权危胁到她自己的支付（博弈 A），参与者将提供更不等的分配。而且，作者在博弈 A 中观察到，结果比在标准最后通牒博弈中更加平等，这意味着参与者 2 惩罚的可能性是这个博弈的重要特征。作者也观察到了在博弈 B 中，结果比独裁者博弈更加不公平。一些解释是参与者 2 不得不更经常地去接受以避免浪费，或者因为如果他们没有惩罚对手的可能性，他们的行为将更加理性。

进一步的实验已被设计出来从正向的知恩图报中分离出纯粹的利他主义。投资博弈（Bery，Pickhant 和 Mclake，1995）是一个和独裁者博弈的有趣对照。参与者 1（一个投资者）收到一个数量的货币 X，可以把 X 留给自己也可以转给参与者 2（受托者），然后，被送出的数量 S 被实验人员增加到 3 倍。参与者 2 自由还给参与者 1 的数目是零到 $3S$ 之间。如果 T 是返还数目，则参与者 1 的支付是 $X-S+T$，并且参与者 2 的支付是 $3S-T$，注重到投资博弈本质上是一个独裁者博弈，其中受托者决定分配，但是这个分配数量是由投资者最初的投资创造的。投资博弈也可以被解释为信任博弈，其中信任程序和回报程序都是可变的（见 8.2.2 节对信任博弈的阐述）。尽管理论预测参与者 2 的投资数目 $T=0$，实验显示参与者 1 典型地投资平均最大值的一半，并且参与者 2 倾向返还稍微小于 S，所以信任并没有很好地支付，而且，观察到返还随 S 而增加，这可能解释为正向的知恩图报。

礼物交换博弈（Fehr Kirchsteriger 和 Ried1，1993；Fehr，Gachter 和 kirchsteiger，1897）是独裁者博弈的另一个变体，它强化了知恩图报角色在非正式协议和不完全契约中的执行问题。参与者 1（雇主）给参与者 2（工人）提供了一个工资合同并且规定了有约束力的工资 W 和适宜的努力水平 e，参与者 2 能够要么接受要么拒绝。如果他拒绝，双方什么也没有。如果他接受提供的工资，他将自由地在最小努力水平 e^m 和最大努力水平 e^M 之间选择实际努力水平。参与者 1 总是不得不提供与实际努力水平无关的工资。较高的努力水平代表雇主更高的利润和工人更高的成本。因此，e^m 给出了工人的最高支付而 e^M 给出了雇主最高的利润。在这种环境中，自私的工人没有激励提供与工资无关的高于 e^m 的努力。并且，预期到这种行为的雇主将提供最小可能的工资使工人刚刚愿意接受这份合同。但是，知恩图报的工人通过选择非最小努力来部分地兑现提供的慷慨的工资。试验显示提供的平均合约规定的最大的适宜努力水平，提供的工资是总收入的 44%，并且相对大多数的工人通过提供比纯粹金钱考虑更多的努力来兑现这种慷慨。

多于两个参与者

另一种对标准最后通牒博弈的修改包括第三个参与者。Güth 和 Damme（1988）给出了一个第三参与者（或称第三个人）以至于参与者 1 的分配是（$X-S-T$，S，T）；其中 T 是第三个参与者的份额。参与者 1 和参与者 2 是积极的参与者，而参与者 3 是一个不积极的虚拟参与者。三种设置被使用。在设置 1，参与者 2 知道所有的份额在他接受还是拒绝之前。在设置 2，他们知道各自的份额并且在设置 3 中他们仅知道第三个参与者的份额。这些设置用来检验参与者的公平感，因为当参与者 2 不知道参与者 3 的所得时，参与者 1 的建议对参与者 3 不公平在设置 2 中。相似的，参与者 2 展示了不同的行为当它面临不公平的分割时，当他自己的支付是最低的或者当第三参与者的支付是最低的。因此，无论提议人还是积极的反应者看起来都不关心三个参与者的福利。

这些结果验证了在以前得到的结论：参与者所谓的公平动机很快在某些环境中消失。除此之外，如果第三方被看做积极的，结果改变了。例如，Knez 和 Camerer（1995）或者 Ried 和 Vgrastekova（2002），实施了三个积极参与者的试验，其中之一主要发现是大约一半的反应者提交的行动是关注其他反应者。所以，在这种设置下，社会比较在反应者之间变得重要了。

关于总和的不完全信息

关于总和的不完全信息第三种修改博弈的方法是介绍待分总额的不完全信息。这个博弈与最后通牒博弈相似（有相同的均衡），除了其中之一的参与者不知道待分总额是多少。多个方法被使用，我们报告两种方法来介绍不完全信息。

最简单的方法，参与者 1 知道待分总额而参与者 2 不知道。这有两个传统的说明。在“提供博弈”中，参与者 1 提议分配（K，S）其中参与者 2 不知道 K，换种说法，它提供 S 给参与者 2 不具有任何其他信息。在“需求博弈”中，参与者 1 提议一个分配（R，K），其中 $R=X-K$，参与者 2 不知道 K。换种说法，她从参与者 2 那里要求 R。

Mitzkewitz 和 Nagel（1993）可检验这些具有“策略方法”的博弈，其中要求参与者 2 对参与者 1 给出的可能提议给出他们的行动计划。在提供博弈中，当待分总额增加时，结果将越来越不公平。例如，当参与者 1 不得不提供一个份额时，例如 100，她的提议在总额中的比率更高与她不得不提供份额为 1000 相比。类似的，在需求博弈中，待分总额越高，结果越公平。例如，当参与者 1 不得不为自己要求一个份额是 100 时，她的提议在总额中的比例更高，当她不得不要求一个份额为 1000 时。再一次，参与者 1 的行为很讲究策略。在两个例子中，她凭借对手缺乏信息而得到更高的支付。Kagel，Kim，Moser（1996）通过使用另一个环境，得到了相同的结论，他们介绍了在试验中挣得的点数的不同转换率。在一些例子中，只有一个参与者被告知这种价值。因此，当参与者 1 分割货币时，她不得不考虑这种转换率。例如，如果它的支付转换率是 0.1 而对手的转换率是 0.3，一个分割（80，20）所产生的支付分别是 8 和 6（这比点数的分割更加公平）。

作者观察到当参与者 1 被告知，与其他情况相比，当她有更高的转换率时点数的分割将更加公平。换一种说法，参与者 1 能承担更公平的分配。当她有更高的转换率也即意味着更高支付。相反的，当她有更低的转换率时，她不得不分配的更加不公平以取得更高的支付。从这最后的观察，清楚地知道参与者 1 并不试图最大化集体福利，尽管联合支付更高如果她提议给对手（她的转换率更高）更高的份额。而且，当她具有更高转换率她很少提议一个不公平的分割以致能够被这类理由来支持。所以，这显示她害怕被拒绝。当仅有参与者 2 知道价值时，与其他情况相比，当她具有更高的转化率时更少的不同意被观察到。这看起来参与者 2 进行比较收入当她决定接受还是拒绝一个提议时。最后，作者也观察到点数公平分割，但支付并不平等，与仅有参与者 2 知道转换率相比，当双方到知道时被拒绝的比率更高。所有这些观察显示被试者在一个具体背景下博弈并且有两个原因使信息变得十分有影响力：如果他们的行为更加讲究策略使这能帮助他们增加支付并且能够促使他们更容易地按平等原则行事。

简评 1

很多其他试验验证了上述报告提及的修改的博弈的变体。

1. Bolton 和 Zwick（1995）以检验了叫做“非惩罚博弈”，其研究了参与者 2 否决权的影响和惩罚对手的可能性。看起来这些可能性是解释参与者 1 行为的相关因素。

2. Güth ，Huck 和 Ockenfels（1996）已检验了一个三人最后通牒博弈，其中参与者 1 对参与者 2 提议了一个分割（$X-S$，S）。如果她接受，参与者 1 得 $X-S$ 和参与者 2 得 S。如果他拒绝，双方什么都不得。如果参与者 2 接受，她必须对参与者 3 提议分割（$S-T$，T）。如果参与者 3 接受，那么参与者 2 和参与者 3 分别得到 $S-T$ 和 T，或者拒绝双方什么都不得。在这个博弈中，参与者 2 有两个角色：提议者和反应者。结果显示了一些知恩图报效应因为当参与者 1 对参与者 2 更慷慨时，参与者 2 将对参与者 3 更加慷慨。

3. Rapoport 、Sundali（1996）和 Rapoport、Sundali 和 Seale（1996）研究一个不完全信息（提供和需求博弈）的最后通牒博弈。他们观察到当关于待分总额的不确定性增加（在更高和更低的可能值之间正式的不同）时，分割更加不公平，这意味着参与者 1 试图凭借优势增加他自己的支付。

4. 另一类修改是关于受试者给予回报的方式，Carter 和 Mcaloon（1996）已检验了一个最后通牒博弈，其参与者的支付依赖于竞争，参与者 1 和 2 都与有相似角色的参与者竞争。作者观察到了更多公平的提议。这个结果看起来由于参与者之间的竞争提高了接受门槛。因此，为了使提议以更高的概率被接受，参与者 1 不得不降低他自己的份额，Schotter，Weiss 和 Zapater（1996）用竞争检验了最后通牒和其他博弈，但是，只有获得更高分数的参与者 1 参于第二个博弈。因此，第一个博弈的奖品是参与第二个博弈。结果更加不公平，这可被解释为参与者 1 生存的必要。因为这个原因，由于参与者 1 有个借口，不平等的结果更容易被接受。

再一次的，结果显示实验对社会背景非常敏感。在这个领域一种实验的方法是增加一个新的可控背景并研究它的效应。另一种发现规律的方法是分析实验数据。■

数据分析

不同国家

关于最后通牒博弈最著明的结果之一是由 Roth（1991）提供的。他研究了不同国家的行为，美国、日本、南斯拉夫和以色列，他注意到提议在两个国家更加不平等。如果这不是来自参与者 1 的策略行为，在这两个国家的参与者 2 的行为与另外两个国家的应该没有不同。在这些国家面对更加不平等的提议应该有更高的拒绝率。

一个解释是参与者 2 有更高的接受门槛并令人感兴趣的是这种不同反应在参与者 1 的行为上。因此，更高的接受门槛，参与者 1 会给出更加不公平的提议。这看起来参与者 1 试图最大化他们自己的期望收益。

另一个更仔细地研究这种现象的方法是对不同的提议计算参与者 1 的期望支付。在这个例子中，当然，我们需要知道拒绝的概率。作者使用观察到的对不同提议的拒绝概率，并且给出了如图 8.19 所示的图形。

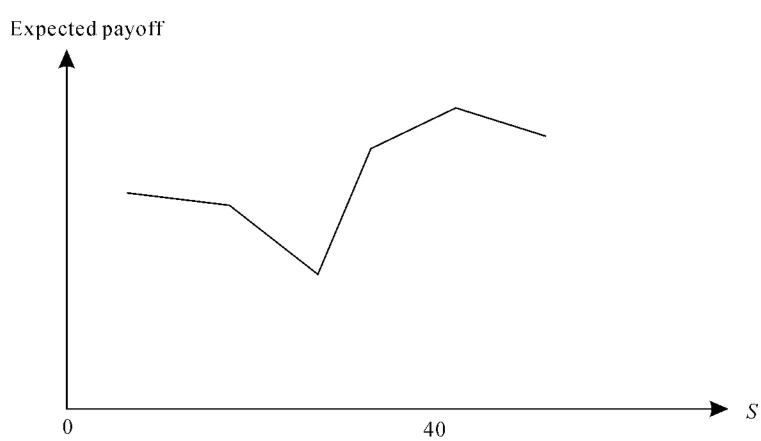


图 8.19　参与者 1 的期望支付

这个图形代表了在四国之一的国家中面对不同提议，参与者 1 的期望支付，作者观察到了其他国家中相同类型的图形，其主要特征是当 $S>0$ 时期望支付有一个最大值。最令人感兴趣的是这个值准确地与观察到的提议的平均值相等。换句话说，参与者 1 看起来很好地最大化自己的支付，平均上，他们的分割提议与最大化他们的支付非常相似。这特别地有意思是因为他们并不知

道拒绝概率。他们能试图估计它。

学习

第二个分析数据的方法是使用学习模型。其思想是检查并看看观察到的行为是否能被预测到。这类方法的主要困难是这很简单地发现一个在特殊博弈中解释实验数据的模型。但是，这很难把相同的模型应用到另一个博弈中。无论如何，很多作者已经找到简单模型很好地处理非常不同的博弈，正如我们在前面看到的一样。因此，我们能够用 Mitzkewit 和 Nagel 的实验完成它们。

简单地讲，他们发现参与者 1 在被拒绝后的提议更加公平，并且被接受的提议更加不公平。其解释是参与者 1 试图最大化自己的支付。因为存在一个关于对于接受或拒绝的概率，重复博弈对参与者 1 来说是合适的，更一般，大多数实验显示参与者 2 偏好的份额。换句话说，存在增加参与者 1 支付的途径并且重复是可能的。

简评 2

不平等支付是最后通牒中最重要的特征。为此原因，作者努力去看是否其他具有极端支付的博弈产生的实验数据更好地与理论一致。

这就是 Harrison 和 Hirschleifer（1989）完成的“最佳射击博弈”。在这个博弈中的参与者 1 提议一个数量 X 为公共物品融资。参与者 2，一旦获知 X，将提议一个数量 Y，公共物品产生所需数量等于 X 和 Y 之间的最大值。参与者中提议最高者的支付等于她（或他）对公共物品（和另一个参与者一样）的消费减去她（或他）的提议（与另一个参与者不同）。这个解是参与者提议 $X=0$，实验结果将接近这个预测。一些作用非均衡路径行为来解释。在最佳射击博弈中，当参与者 1 偏离 $X=0$ 时不能增加她的支付，正如我们在上面看到的一样，在最后通牒博弈中，提议 S 增加，期望支付也增加。但是，其他作者暗示在最佳射击博弈中的理由与最后通牒博弈中的在平等和效率之间不容。

为了回答这个问题，Prasnikar 和 Roth（1992）提出了另一个博弈——序贯市场博弈，在这个博弈中提出了另一个博弈，9 个买者提议分割（$10-S$，S）去竞争一个卖者。均衡是 $S=10$ 或 S 小于 10 的一个最小单位，如（1，9），在这个博弈中，平等与效率是相容的，如果所有买者提议$S=1$，所有参与者（包括卖者）获得一个为 1（$\frac{1}{9}\times 9$，1）的期望支付。如果最高的提议是 $S=5$，卖者和被选中买者有相同的支付 5，实验结果非常接近理论预测，这证实了第一个解释，在这些博弈中非均衡路径行为非常重要。

最后通牒博弈是博弈中在可检实验下被最广泛地检验。但是，这是一个具有具体特征的非常特殊的例子，研究这种博弈是理解行为的好方法，但是更加一般的博弈包含了其他重要博弈。■

8.4.2　一些其他讨价还价博弈

正如第五章所讲解的，记住还有两个互补的研究博弈的方法，策略的和公理的方法。我们首先展示出关于策略的模型，这些已经一般化了最后通牒博弈和它的变体。

更进一步的战略模型

折现因子和阶段数目

最后通牒的博弈是轮流出价模型的一个特殊的例子，仅有一次出价。

因此，这没有考虑诸如折现因子等其他参数。Binmore，Skaked 和 Sutton（1985）已经提出了检验一个折现因子 $\delta=0.25$，$x=100$ 的两阶段博弈。如果参与者 2 拒绝参与者 1 的提议，他将提出一个关于 $X=25$ 的新的分割，均衡由第一个参与者的分配方案组成，其中包括间隔：（74，26），（76，24）。在开始，结果接近（50，50）与理论相悖，但在博弈重复几次参与者角色的改变后，他们更接近理论预测。因此，轮流出价的策略模型看来是有效的。

无论如何，几个研究已经检验了折现因子和阶段数量的影响。在这些实验室实验中，我们考虑 Ochs 和 Roth 的实验，这个实验把一个很大的实验设计放在一起，作者检验了 8 个实验，其中包括实验阶段（2 和 3）的两个值 4 个折现因子结构（0.4 或 0.6 对参与者 1 或参与者 2）。理论的预测如图 8.20 所示。

作者发现结果只有博弈 A 比较接近均衡预测。对于所有其他的实验，结果更接近平均而不是均衡。而且，他们注意到几个提议在第一阶段被参与者 2 拒绝，然后参与者 2 所要求的现金比曾经被提议的更少一些。参与者 2 的显著地拒绝在第一阶段的相对可得的较大数额中有较小比例，而接受在第二阶段的相对较小的总额中有较大的比例。

Game	A	B	C	D	E	F	G	H
δ_1	0.4	0.6	0.6	0.4	0.4	0.6	0.6	0.4
δ_2	0.4	0.4	0.6	0.6	0.4	0.4	0.6	0.6
Periods	5	2	2	2	3	3	3	3
Equilibrium	59～41	59～41	39～61	39～61	76～24	84～16	77～23	65～35

图 8.20　多阶段的议价博弈

这些观察需要一些解释。明显的，这意味着参与者 2 的偏好不可直接由货币而是包括其他非货币成分来测定，这就对检验理论中使用的方法产生了疑问，几个理由被提出。例如，很可能收入比较是存在的，正如我们在其他博弈中注重的一样。这里，参与者不仅关心她（或他）的支付的数量而且关心她（或他）在份额中的比例，并且愿意接受一个最高的比例即使是很小的数目，一些试验显示这类“非理性”反提议较少出现，当有更高的折现因子时。因此，为这种行为需支付更高的代价（当待分总额非常小时），参与者的行为更理性。这也是从其他许多试验中考虑囚徒困境得到的典型观察：成本越高，非理性行为越少。

总结如下：即使一些实验具有固定的议价成本而不是折现因子看起来更接近理论，大部分实验结果不支持理论预测。

外部期权

在议价策略模型中，存在几个具有外部期权的特殊模型（见第五章 5.13 节）。在这些博弈中，一个参与者可以停止议价过程并得一个固定支付 T。几个焦点解是可能的。除了传统的（50，50）在 $X=100$ 中，参与者也可以各让一步，具有外部期权的参与者得到 $T+(100-T)/2$，另一参与者得到 $(100-T)/2$。或者，他们能够平等地分配。除非 $T>50$，在这个例子中具

有外部期权者得 T 而另一人得 $100-T$。

Binmore，Skaked 和 Suttoh（1989）检验了具有外部期权的博弈。主要结论是分割接近（50，50），并且外部期权并不影响参与者行为，特别是当它使所有者得到比均衡还低的支付时。例如，如果 $T=30$，分割（50，50）的支付比 30 更高，并且议价中并没有考虑外部期权，否则各让一步解得到分割（65，35）对期权拥有者更有利。

选择性或强制性终止

相反地，具有选择性或强制性博弈更接近理论（见第五章 5.1.3 节）。具有选择性终止，参与者可以在议价过程中任何时候决定停止，并且得到一个终止支付（$T1$，$T2$）。具有强制性终止，博弈可以以概率 P 停止，参与者的终止支付是（$T1$，$T2$）。

Binmore 等（1991）实行了一个实验，其中设置 A 的终止支付是（4，36），设置 B 是（4，64）。具有选择性终止的均衡预测是设置 A 中为（50，50）而设置 B 中是（36，64）。具有强制性终止，它们分别是（34，66）和（80，20）。这主要是在于剩余的数目和他们的支付中存在各让一步。例如，在设置 A，余额分配是 $100-4-36=60$，每人多得 30，最后支付便是 34 和 66。实验结果在某种程序上接近预测。在设置 A，分别在选择性和强制性终止中非常不同，并且这种不同与预测有关，如（36，64）和（80，20），在设置 B，选择性和强制性终止的差别较小，但仍和预测相关。

简评 1

许多其他实验已经检验了议价的策略模型。他们一般产生的结果如上。在其中，Bolton（1991）和 Kahn 及 Murnighan（1993）已经结合了几个参数。结论大致相同。例如，当一个参与者有一个 90 的外部期权在 $X=100$ 中，参与者很少在大于 90 的份额上达成一致。（90，10）和（50，50）看起来都吸引了参与者的注意并且平均选择定位在（70，30）上。这些观察导致了更直接地与焦点概念相关，这已在公理模型中得到检验。■

公理模型

在公理议价模型中，解是由参与者的偏好和他们对待风险的态度决定的，一些结果与前面段落的报告相类似，即著名的焦点解（一个更广泛的关于议价行为的实验见 Roth，1987，1995）。

公理议价实验的基本设置如：有两个参与者被告知有一个大和一个小的两个资金可供使用。如要受试者没有赢得大的资金，小的资金将自动归他（在最简单实验中，小的资金是零，即失败者一无所有）。大的资金属于拿到获胜号码的人。在议价开始，桌子上有给出号码的彩票。获胜号码随机地从统一分配中抽出，所以每个号码都一样好。在实验结束彩票换成现金。受试者在每人得到多少张彩票上议价。当不同意时，没有大的奖金的彩票，每人只能得到小的资金。

Roth 和 Malouf（1979）观察到分割（50，50）在 $X=100$ 能够观察到，当参与者能够获得相同资金。但是，当资金不同时，结果根据参与者是否全部或部分获得信息而不同。在完全信息的例子中，每个参与者知道自己和对手的奖金；在不完全信息的例子中，每个参与者只知道自己的资金。两个焦点解看起来出现了：（50，50）产生相同的概率和（20，80）产生相同的期望支付，如果奖金分别是 100 和 25。平均的观察在这两点之间，其中远离（50，50）NBS 预测（见第五章 5.2.1 节）。

Roth 和 Murnighan（1982）已经使用不同的设置去发现信息如何影响参与者。在设置 A，一个参与者被告知另一参与者的奖金；而在设置 B，她（或他）被告知她（或他）的对手已知道

她（或他）被告知。存在的“共同知识”具体到每个参与者都收到完全一样的指导语。基于参与者是否被告知，每个设置使用了四个条件。一个参与者有奖金 20 美元而另一个为 5 美元。第一个条件，双方都不知道对手的奖金。第二个条件，有 20 美元资金的参与者知道双方的资金。第三个条件，有 5 美元奖金参与者知道双方资金。第四个条件，双方都知道双方的资金，当信息不存在时，（50，50）是占优分割。这种观察验证了 Roth 和 Malouf（1979）的结果，不同意的概率随所给信息而变。当有 5 美元的参与者知道双方资金，在设置 A 中不同意的概率更高。所有这些结果显示信息在议价中的重要性。

Murnighan，Roth 和 Schoumaker（1988）研究了参与者对待风险态度的影响。他们研究的博弈具有 3 个彩票奖金，高奖金 H，低奖金 L 和不同意奖金 D。理论正式地预测风险规避是不利的，除非当潜在的资金小于不同意支付，即当 $D>L$。在议价博弈之前，作者首先测量了参与者对待风险的态度，通过让他们填一份风险选择问卷。他们使一个较强风险规避者与一个较弱风险规避者博弈。如果 $D>L$ 并且他们有相同的回报，较弱风险规避应该得到多于一半的待分总数。但是，如果 $D>L$，她（或他）应该得到少了一半。实验结果显示尽管理论部分被验证（具有更多的不同意是 $D>L$）大部分分割趋近（50，50）。为避免焦点解效应，具有对两个参与者不同资金的其他实验已被实施。即使这些实验并没有完全证实理论，它们趋向这条道路，当 D 较高时较强风险规避者获得更高份额比 D 较低时。

8.4.3　联盟博弈

联盟博弈将在这一节处理。正如第六章提到的，这种方法能使参与有效谈判并且组成中间联盟。正如以前一样，实验可以被用来确立哪些解概念有更好的解释力，并且发现现存理论还没有包括的一般特征，但是，当我们经典地采用合作博弈框架时，方法论上更加困难，因为有必要向受试者说明博弈直接在联盟的（特征）方程上进行（见第一章 1.3.3 节和第六章 6.1.1 节）。因此，对结果的解释必须考虑他们对所进行博弈的理解。而且，正如有不同的实验设计、受试者和指导语一样，实验的实施也有不同的目的。因此，很难做相互比较，主要的观察是没有一个解概念与实验观察一致。

需要一整本书来对主要实验进行彻底研究。Rapoport（1970，1990）和 Kahan 及 Rapoport（1984）已经研究了大部分关于合作博弈的实验。我们将和方法论问题一起提及这些示范性的例子。

Maschler（1963）检验了一个三人（0，1）标准化博弈（见第一章 1.3.3 节）1，

其中

$v(\{1\})=v(\{2\})=v(\{3\})=0$

$v(\{1,2\})=v(\{1,3\})=v(\{2,3\})=0$

$v(\{2,3\})=0$

惟一的结果在议价集中是（90，0，0），其中第一个参与者得到最高支付（见第六章 6.2.2 节的议价集的意义）。这种预测在第一阶段初观察到。但是，过了一段时间后，其他两个参与者决定抛硬币。胜者与第一个参与者谈判而败者被拒绝。观察到的结果接近（67.5，27.5，0）或者（67.5，0，22.5），依赖于被选择的参与者。第一个反应提议稍微有较高支付，与其他两个参与者相比。因此，主要的观察是事后的结果与理论并不一致。但是，参与者的行为看起来很依赖直觉。更重要的是这种过程导致最后的结果。所有数据看起来明显地在实验中起作用。这能够评价理论中的丢失项。因此，议价集并没有考虑上面描述的论证。Maschler 也注意到了——正如在前几章其他实验提到的——尽管参与者被给予一个特征函数，他们对博弈的理解各不相同。被理

解的价值如下：

$w(\{1\})=45$

$w(\{2\})=w(\{3\})=0$

$w(\{1,2\})=w(\{1,3\})=w(\{1,2,3\})=90$

$w(\{2,3\})=45$

这种方法论问题，即参与者对实验中的博弈有不相同的理解，的确是关键的，因为这经常可能发生数据与找到的另一结果不一致，这体现在原始博弈中，并给出了一个有效预测。

Murnighan 和 Roth（1977）实验了一个具有如下值的实验：

$v(\{1\})=v(\{2\})=v(\{3\})=0$

$v(\{1,2\})=v(\{1,3\})=v(\{1,2,3\})=100$

明显地，所有参与者有相同的机会，除非参与者 2 和参与者 3 没有参与者 1 就不能组成一个联盟。因此，如果联盟组成，参与者 1 有优势为自己获得一个 100 的支付，36 个小组 3 个受试者博弈了 12 次，95%的谈判以联盟｛1，2｝或｛1，3｝结束，并与预测相悖，参与者 1 的支付运小于 100，当然，在多于 97%的例子中，她所得支付高于 50，这意味着别人所得少于她的支付。

这些结果看起来和关于纯粹议价（见 8.3.2 节）的其他实验结果相关，其中我们观察到受试者并不完全使用自己的议价力量，换句话说，当受试者有优势，他们一般收到高于对手的支付，并不像理论预测的那样高。一些作者说参与者“满意”而不是“最大化”（见 Selten，1987，更一般地，满意原则和有限理性在决策科学见 Simon，1982）。

最后一个例子，由 Raiffa（1982）处理，引起了进一步方法论问题，Raiffa 检验了以下博弈：

$v(\{1\})=v(\{2\})=v(\{3\})=0$

$v(\{1,2\})=118$

$v(\{1,3\})=84$

$v(\{2,3\})=50$

$v(\{1,2,3\})=121$

这个博弈在两种不同环境下谈判，面对面和通过计算机终端交流。在第一个例子中，90%以组成 3 人联盟结束，在第二个例子中，91%以 2 人联盟结束。因此，这看起来受试者的谈判方式有明显的影响。如 Raiffa（1982，66），如果他们看着谈判对手，人们更容易找到行动一致——如果其他人是匿名的。当那个人看着你的时候，很难将他排除在联盟之外。平均支付 69，40 和 10 对 A，B，C 在第一个例子中，在第二个例子中分别是 49，27.8 和 5.7，他们在第一个例子中相对接近 SV（57.3、40.3、23.3）（见第六章 6.3.1 节对 SV 的定义）。而且，作者注意到如果 $v(\{1,2,3\})=126$（增加 5），核将是（76、42，8），因此，一个理性解应该是（74.3、40.3、6.3），其中 5 的 1/3 被从每个参与者的支付中减去。这个也相对接近第一个例子中的平均支付，实际上处在这个解和 SV 之间。正如在其他实验中注意到的，这经常很难解释与试验预测的结果之间的不同，特别地当存在两个预测和当观察的结果在两者之间时。

许多联盟进一步的例子被展示。无论如何，重要的是强调经典解概念很少，是好的预测，除了几个简单的例子之外。这看起来，在大多数实验博弈中，那些远离实验控制的因素的确很显著。而且，联盟博弈是非常特殊的博弈，并且关于这些的实验检验引起了进一步的问题，诸如参与者如何交流、时间如何介入等。

因为他预期到在最后通牒博弈中，使用逆推法会出现非理智结果，Selten 建议 Güth 把实验

放在第一阶段，总的来说，所有关于议价实验的结果显示 Selten 的预感是正确的，正如合作问题，公平动机（知恩图报，利他主义）在议价问题中被提出用来解释这些异常，并且我们需要新的个人偏好的模型来包括“超自然的”对公平的成分或口味。在 8.6 节将处理与这个论题有关的其他事情。但是和学习过程有关的对实验结果的解释已被大大提到前面。下一节将处理重要的问题。

8.5　学习和演化

演化博弈论（EGT）用来讨论在策略背景下动物物种的行为，被证明是很有用的；第七章已经强调了其优势是可将这种方法转化到经济学和商业研究的广阔领域。但是，在生物学上，参与者所选择和行动遗传于其父母，更高利润的行动导致更高的繁殖率。在经济学，这种达尔文选择过程被某类学习和调整过程所替代，实验博弈创造思想情景来检验这类由 EGT 描述最佳策略互动。在给出涉及这类实验的主要问题后，我们将给出一些实验的细节并讨论主要结果，当 EGT 应用于经济学和商业时，把演化动态作为一个学习过程来解释必然是正确和有用的。但是，适当研究人们在博弈中如何学习和各类学习模型中关于调整过程的效果是什么也是很重要的，实验已经被很明显地设计来处理这个问题。最后将介绍关于博弈中的学习实验。

8.5.1　实验演化博弈中研究的问题

为了使 EGT 应用于实验室研究中，实验博弈必须满足如下两个条件：（a）参与者不试图影响其他参与者的未来行为；（b）行动分配通过时间能够逐渐改变。这并不难找到一系列实验情景来满足这两个条件，改变参与者人数和博弈的其他条件来找到 EGT 应用的极限也是很有意思的。

一个在生物 EGT 的传统的假设是人口数目很大，这将允许我们假设没有参与者试图影响其他人的行为。但在经济与和商业的研究应用中，我们能够修改大数目假设。惟一的要求是正如在非合作框架内一样，参与者并不试图策略行为，包括使用威胁、承诺或者其他策略行动。在许多有趣的经济情景中，参与者数目不少于 4 或 5 就能确保假设没有人试图影响其他人的未来行为“是有效的（见 Bresnahan 和 Reiss1991 年的例子，他们发现在一些产业中，第三个竞争者进入使一个现存两个企业的行业会产生竞争性结构等同于大量的供给者）。

在一个演化背景下，实验将由简单相似博弈的重复组成，诸如囚徒困境博弈，或者典型的协调博弈，这些博弈由在总体中随机配对的人来进行。这类实验的第一类问题是在几个阶段之后均衡是否能达到，这可叫做行为均衡（BE），这可能是也可能不与在非合作博弈中相应的 NE 一致，而且，如果 EGT 具有预测力，在几个阶段的后的均衡并仅仅是 NE，也可是我们在第七章学过的精炼均衡，例如一个演化的均衡（EE）。

EGT 更具体的预测也可以被验证，通过观察向均衡收敛的过程。收敛率会随不同的设置或环境条件而发生变化。很多博弈，具不同的支付结构已被检验。

匹配规则和信息条件已在变化，Friedman（1996）检验了匹配参与者的两个替代方法，分别叫做随机匹配（RP）和中位匹配（MM），在 RP 规则下，在每个阶段参与者随机独立地匹配并且相应地收到他们个人支付。在 MM 规则下，在每个阶段参与者匹配以对抗可能的对手并且得到平均（中位）支付，EGT 暗示收敛到 BE 速度在 MM 设置下比 RP 快。其他变体关注于历

史信息的可利用数量。在一个规则下，参与者没有关于博弈历史的任何信息（除了她（或他）能够知道她（他）自己的）。在其他设置中，参与者被告知所有过去的行动。EGT 暗示在后者收敛到 BE 应该更快。

其他，设置可要根据总体大小而变化，这一难度，对检验 EGT 应用极限很关键。当博弈中参与者人数很少时，每一参与者试图影响其他参与者将来的行为。例如，一个参与者可能具有康德主义（Kantian）行为，试图影响别人并希望另一些人进行的那样行动。在另一个例子，大数假设可能受到挑战，即当参与者并不仅仅对他们自己当前支付差异而反应时。

8.5.2 实验演化博弈的例子

在演化环境中很多简单博弈被研究。Van Huyck，Battalio 和 Gillette（1992）完成了两人分割美元的博弈。Friedman（1996）检验了一系列相似标准博弈，其中有两个参与者和两个策略，并且在单一总体和两个不同总体假设下进行。单一总体包括鹰—鸽 博弈（HD）、囚徒困境（PD）和一个合作博弈（Co）。鹰—鸽博弈已经在两个总体框架下实验（HD_2），并且它的三个策略扩展到鹰—鸽——资产阶级（Bourgeois）博弈（见第七章）。其他两个总体演化博弈由 Friedman 检验，包括买—卖博弈、性别战（BoS）和一个均衡可由 EDE（重复劣战策，IDS）得到的博弈。我们在此将对关于 HD、PD、Co、HD_2、BoS 和 IDS 实验做一简单介绍。

让我们首先检验单一总体博弈。

单一总体博弈

我们给出如图 8.21 所示的三个标准博弈的支付矩阵，Friedman（1996）已在多个实验中对此做了检验。

在 HD，有两个纯策略纳什均衡 NE：（1，2）和（2，1）和一个混合均衡，其中参与者以 2/3 的概率选择第一个策略。最后一个均衡是 EE。在 Co，存在两个纯策略 NE（1，1）和（2，2）以及一个混合策略 NE，其中参与者以 2/3 的概率选择第一个行动。仅有两个纯策略均衡 NE，EE。在 PD 中，（2，2）是惟一的 NE 和 EE。

(a)鹰－鸽博弈

		2: 1	2: 2
1	1	−2，−2	8，0
	2	0，8	4，4

(b)合作博弈

		2: 1	2: 2
1	1	5，5	−1，4
	2	4，−1	1，1

(c)囚徒困境博弈

		2: 1	2: 2
1	1	4，4	0，5
	2	5，0	1，1

图 8.21 单一总体实验演化博弈

Friedman 实施了一系列实验，每局由不同组的参与者之间的策略交往多的阶段组成。每组 6～24 人之间变化。交往的阶段分别到 10 或 16 个阶段进行（足够让收敛发生，但不能太大而产生厌倦之感）。正如上而声明的，多个设置被提出，包括支付函数、匹配规则和关于博弈历史的可利有信息数量。我们得出主要结果的一下总结。

鹰—鸽博弈（单一总体）

经验数据来自 156 个回合，例如在第 3 局，鹰 — 鸽博弈由单一总体的 12 个人进行，他们在几个 10 阶段回合中交往互动。因为存在惟一的一个混合策略 NE，也有一个 EE（以 2/3 的概率参与策略 1），在均衡外 12 个人中的 8 人应该采用第 1 个策略。为了给出一个更具体的例子，在这个实验的第 4 回合，在条件为中位匹配和没有历史信息下进行，在每一阶段的实际博弈是：8，6，6，10，10，8，7，7。明显地在 NE 附近有一些差异，但是如果有一个人接受一些行为噪音，组合 8±1 可能被接受作为一个成功的例子到达均衡。在这个回合，第一个阶段和最后三个都在组合之中。一个宽松标准和一个严格标准被提出来评价趋向 BE，BE 和 EE 收敛的相对成功，图 8.22 总结了这些特殊博弈的结果。

收敛标准	*BE*	*NE*	*EE*
松	96.2	87.2	87.2
紧	55	32.7	32.7

图 8.22　鹰—鸽博弈中的收敛率（单一总体）

更详细的证据显示严格收敛在最后阶段更加频繁。EE 进行得足够频繁，特别是具有中位匹配和当受试者被允许咨询过去的行动（博弈历史）。但是，在参与者行为之间存在明显的不同。一些参与者中选择第一个策略而其他参与者总选择第二个策略。而使加总的结果看起来与混合策略相一致，个人并没有合适地随机化（见下面对比问题的讨论）。

协调博弈（单一总体）

证据在这一博弈中产生了 116 不同的回合。收敛比例总结如图 8.23 所示。

收敛标准	*BE*	*NE*	*EE*
松	98.3	69.4	41.8
紧	79.7	40.5	25.9

图 8.23　协调博弈中的收敛率（单一总体）

在 Co，存在一个收敛于 BE 的满意率。在 NE 和 EE 得到一个相对差的收敛分数。幸运的是，关于 MM 和具有过去行动信息的设置获得了更好的结果。和第 1 半阶段相对，第二半阶段的相同是真实的。证据完全和演化观点一致。

有趣的是风险主导的 EE（2，2）更少被选择与支付主导的 EE（1，1）相比，尽管前者有更大的吸引力。更准确地，根据严格收敛标准，支付主导的 EE 出现了多次，但风险主导 EE 反而出现了两次。根据宽松标准，分别出现了 6 次和 5 次。另一个奇怪的结果是混合策略均衡并没有 EE 出现得多。这些结果背后，一些参与者要么试图影响其参与者的行为，要么简单地有一个利他主义的行为。

囚徒困境（单一总体）

关于囚徒困境的证据出于 24 个回合，图 8.24 给出了收敛比例。

收敛标准	*BE*	*NE*	*EE*
松	95.8	91.7	91.7
紧	95.8	64.6	64.6

图 8.24　囚徒困境博弈中的收敛率（单一总体）

收敛的概率是令人印象深刻的，特例是 BE，收敛到 NE 或 EE 是最少出现的，如果应用更严格标准，尽管 64.6 还是一个好的比例。作者也观察到样本总体大小很重要，因为小组具有 2 到 6 个参与者的更经常出现。在那种情况下，参与者试图影响其他人的行动，这不符合 EGT 假设。事实上，EGT 不能应用于只有少数人参与的策略互动，这并不清楚。被认为更加令人吃惊的是大于 6 人，一个小组就大得足够成功地应用这个理论。

双总体博弈

图 8.25 展示了三个标准博弈的支付矩阵，这些已被 Friedman（1996）在双总体演化背景做了实验检验。

在 HD_2 中有三个 NE：（1，2），（2，1）和混合策略均衡（2/3，2/3）。其中仅有两个纯策略均衡是博弈的（EE）。在 BoS 中，也有三个 NE：（1，1），（2，2）和混合有一个 NE：（2，1）这也是 EE。

正如在单总体博弈中一样，实验在几个局中进行并且伴随不同的设置（匹配规则，可利用信息）。主要结果总结如图 8.26 所示，展示了三个博弈的收敛数据。

(a) 鹰—鸽双人博弈（HD_2）

		2: 1	2: 2
1	1	−2，−2	8，0
1	2	0，8	4，4

(b) 性别博弈（BOS）

		2: 1	2: 2
1	1	1，3	−1，−1
1	2	−1，−1	2，1

(c) 重复剔除策略博弈（IDS）

		2: 1	2: 2
1	1	1，3	4，2
1	2	2，1	−1，0

图 8.25　双人群进化博弈

HD_2 回合很理性收敛到 BE，这接近 NE 的宽松标准。但是，收敛到 EE 有更多的噪音（记住在方形的对角有两个 EE）。一个相当正面的解释是当收敛以严格标准趋于 NE 时，这一点也趋于 BE 的收敛率。

BoS 回合也展示了显著的趋于 BE 的收敛率。这里收敛于 NE 和 EE 是很明显的。Friedman 也是强调了如下事实：超过 52 个半回合（40.6%）严格地收敛于 NE，比实际严格的收敛于 NE。

对于 IDS，收敛率看起来很差劲。但是，我们必须注意到一半的 IDS 回合使用的是“随机匹配——无历史设置”，因此收敛率很低，与 EGT 一致。作者报告到当中位匹配和博弈的历史信息可供利用时，收敛到 EE 得到很大程度的提高，再一次与 EGT 理论一致。

收敛标准	*BE*	*NE*	*EE*
(a) 鹰—鸽博弈的收敛数据			
（基于 92 个半回合）			
松标准	98.9	81.5	26.1
紧标准	52.2	16.3	14.1
(b) 性别博弈的收敛数据			
（基于 128 个半回合）			
松标准	93.0	75.8	56.3
紧标准	61.7	40.6	39.1
(c) 重复剔除策略博弈的收敛数据			
（基于 60 个半回合）			
松标准	91.7	30	30
紧标准	35	10	10

图 8.26　三个标准双样本博弈中的收敛率

讨论

Friedman 得到的结果倾向于验证 Van Huyck，Batten 和 Gilleltio（1992）的检验。证据一般支持 EGT 预测。不超过 5 个阶段观察到了趋于 BE 的理性收敛率，而且它们的大多数不仅仅是 NE，而且还有 EE，正如期望的一样。而且，收敛得到提高（更严格和更快的速度）在更倾向于演化视点的设置中：中位匹配（MM）和给出过去博弈行动的信息（Hist）。所有这些结果全局上与 EGT 一致。

证据在关于混合策略 NE 稳定性等有趣的问题上给出了新的发现，自从 20 世纪 50 年代，关于博弈论的实验展示了收敛于混合均衡的困难（例如，见 Rapoport 和 Orwant，1962）。海萨尼（Harsany）（1973）展示了通过纯化装置，混合策略均衡的稳定性能够得到维持，主要根据是混合策略 NE 的获得是由参与者之间差异选择做出的而不是每一个单独参与者的真实随机化（见第三章 3.2.1 节，Fudenberg 和 kreps（1993）其思想放置于学习框架之中展示了收敛于混合策略的 NE）。Friehman 收集的证据支持了纯化论证。单独参与者的数据倾向于确认选择一个纯策略的偏好。当一个小组做为一个整体时，在单总体博弈中，人们能够观察到收敛于内部 EE，同时这种收敛并没有双总体博弈中出现的清楚。

关注所谓的“小集团效应”，数据显示 6 可能被认为一个明显的门槛。当小组的最小规模大于 6 时，合作（或康德主义行为，根据作者的表达）很少遇到。相反，这种类型的行为变得更加普遍在规模更小的小组实验中。这提醒我们，检查在多大程度上这些结果能被一般化。但是，他们已经带来了一些对关注于 EGT 应用到广泛的经济和商业环境中乐观观点的支持。

在最后找到一些值得进一步讨论的话题，可能在协调博弈中出现的支付主导和风险主导均衡之间的冲突。在简单协调博弈中，诸如 Friehman 检验的 Co 博弈，两个角点 NE 也是 EE，同时内部 NE 不是 EE。根据 EGT，风险主导 EE（2，2）在演化背景中更有可能被选择。因为它有更大的吸引面（见第七章对风险主导概念和吸引面的定义的阐释）。一个相反的理论分析（Bergin 和 Lipman，1995）暗示从合作中增加潜在收益将偏离收敛于支付主导 EE（1，1）的过程，而使两个 EE 具有固定的吸引面。Friedman 的观察数据给出一些对后者的支持。这看起来一些参与者试图通过康德主义行为方式影响其他人的未来行动，或者他们中有更简单的利他行为，这

类问题需要更多的实验。但是正如 Friedman 指出的："在 EGT 的应用中可能不得不凭借擅抖理论（或突变）的补充，这使得向前看并试图影响其他人的行为。"（Friedman，1996，24—25）。

8.5.3 博弈的学习

再如我们在第七章（见 7.3 节）中学到的一种研究真实生活中的人和企业如何博弈的有前途的方法是研究这种情景，即处在传统非合作 GT 极端理性世界与 EGT 生物世界之间。人们学习如何参与博弈肯定比动物更快，这些学习能力和方法能够多多少少更快地收敛于 NE 或 EE。这个领域的研究是现代 GT 中最有收获的，并且实验方法已经为在这个方向的进一步发展提供了宝贵的投入。

一些实验研究已经证明检验学习模型非常有用。Roth 和 Erev（1995）已经用学习模型来解释扩展型博弈中的实验证据。他们使用了一个常规学习模型（见第七章 7.3.1 节），其中一个人的行为直接受经验影响。如果一个行为在过去是成功的，那么选择这个行为的概率将增加（即提供了更高的支付）。Roth 和 Erev 观察到实验数据非常接近现代预测。Boylan 和 Zl－Gamal（1993）已经在古诺（Cournot）学习模型和虚拟参与模型（见 7.3.3 节）中检验了 9 个实验博弈局。他们发现实验数据更好地与虚拟参与模型一致。最近，Cheung 和 Friedman（1997）已经研究了动态调整过程，其中一些标准博弈的实验已 Friedman 在 EGT 框架中检验（见前一节的阐释）。特殊地，学习模型已经被应用于 HD 博弈、Co 博弈、PD 博弈和 BoS 博弈，其支付矩阵如图 8.21 和图 8.25 所示。

我们将在此展示一下被作者用来讨论在策略型博弈中学习的理论框架的梗概，在实验简短地说明之后，我们将给出主要结果的总结。

一个研究学习过程的框

给出一个具有具体支付函数的阶段博弈，开始的由几个参与者一系列行为将产生一个特殊的结果。每个参与者都能观察到他的支付和其他人的支付，这依赖于博弈的制度安排。如果结果与参与者预期不符，他们将在这个阶段博弈的重复过程中修改他们对其他参与者行为的信念。

一旦信念改变，当博弈再进行时行动也将改变，这个过程持续直到 NE，如 GT 所预言。这非常重要应用 GT 去理解收敛到 NE（或在 EGT 框架中的 EE）的条件和收敛速度，如果收敛发生。

观察到的结果和信念的改变之间的联系叫做学习规则并记为 γ，其中信念和行动之间的联系叫做决策规则并有别由参数 α、β 表示。

如果参与者观察到了博弈历史 S_{i1}，S_{i2}，…，S_{it}，并且如果它使用折射率为 r_i 在过去的数据，他将得到对 $t+1$ 期的如下信念：

$$\hat{S}_{t+1}=\frac{S_{it}+\sum\limits_{u=1}^{t-1}\gamma_i^u S_{it-u}}{1+\sum\limits_{u=1}^{t-1}\gamma_i^u} \tag{8.1}$$

式（8.1）允许我们把古诺学习规律和虚拟博弈规律作为特殊的例子，古诺规则假设参与者仅注意到当前的观察，而虚拟博弈规则把当前的信念看做对过去观察到的行动的平均。在式（8.1）中，$\gamma=0$ 时得到古诺学习规则，当 $\gamma=1$ 时得到虚拟博弈（当前信念问题作为过去观察到的行动的一个简单平均）。Cheung 和 Friedman 把 $0<\gamma<1$ 的情况叫做"适应性学习"。决策规则使信念与行为相关。它们基于期望支付的不同。

Cheung 和 Friedman 提出了一个随机决策规则，基于期望支付的不同和“一些持久的个人习性”。参数 β_i 代表了参与者 i 对期望支付不同的反应程度。参数 α_i 代表采取行动 1 的随机倾向。一个完全理性参与者将遵循对最佳反应的评价并且有一个无限大的正数 β。

这个模型定义了三个参数：学习规则参数 γ 和两个决策规则 α 和 β，这可在观察个人在反复进行给定的阶段博弈后经验性的测定。

例如，虚拟假设 $\hat{\alpha}=0$（无偏选择）可被检验 α，虚拟假设 $\hat{\beta}=0$（非系统选择）可能被检验。例如 γ，$\hat{\gamma}=0$（古诺）和 $\hat{\gamma}=1$（虚拟博弈）都是相关值。

实验的主要结果

实验室方法已经被设计来检验关于各类标准博弈的“三个参数”的学习模型。正如在 EGT 框架内的实验的例子，作者使用了多类支付矩阵（HD，Co，PD，BoS）和制度安排：MM 与对应的随机匹配（RP），没有关于博弈历史的信息（代理人能够观察到他自己）与对应的知道关于过去行动和结果的信息。

每一局由几个回合（阶段顺序）组成。在每一回合制度条件保持不变，使参与者能够学习。一个回合的每一阶段每个参与者选择的行动提供了足够原始数据来完成对参数 α 和 β 的统计估计（使用 logit 和 probit 回归方法）。更复杂的技术用来估计学习参数 γ。

我们可以总结主要结果如下：主要结论是三个参数模型很好地与实验证据吻合，一个重要的发现是参与者是异质的（作者展示了估计以个人为基础的参数和估计加总后行为参数是多么有用）。一些参与者使用了古诺学习规则。其他人遵循了虚拟博弈规则。中间的一个类别服从了适应性学习规则。主要参与者可以很清晰地被归于这三类，并且更重要的是这种分类并不随支付函数（多个标准博弈）而改变。其他规则与理论预测一致。例如，γ 一般下降并且 β 一般上升，在有更多信息的环境中。一个一般结论是结果倾向于支持学习模型具有经过常规学习的信念。

简评 1

致力于传统试验 GT 中适应性学习行为的试验检验的文献在逐渐地增加。

Camerer 和 Ho（1998）已经设计出了一个有趣的试验，他们合并了基于信念的学习和增强学习。他们研究几个应用来评价学习参数：常和博弈、中间努力博弈、选美竞赛（见 8.6.3 节对这些博弈的阐释）。

Bounmy，Willinger 和 Ziegelmeyer（2002）比较了全局互动设置和局部互动设置（使用一个阶层设计）来研究一个支付主导和风险主导均衡的简单的协调博弈。他们希望看到在支付主导均衡上的更多的协调，但这仅在具体参数集下观察得到，其参数集与在全局互动中风险主导均衡的较大吸引面一致。更进一步，与 Friedman 的预言相比，在局部互动中收敛于均衡的速度并不比全局互动慢。

Battalio，Samuelson 和 Van Huyck（2001）给出了一个研究的例子，他们并没有介绍适应性学习的完全模型而是检验了在接近演化环境设置下的协调失败。他们使用的单总体持续时间的后勤反应，并假设总体足够大，随机的个人选择由决定性总体方程来刻画。他们比较了三个猎鹿博弈（见 8.3 节对纯合作博弈的定义）。博弈有相同的最佳反应一致和相同的来自混合均衡的期望支付，但是他们在激励上采取最佳反应而不是低质反应时有所不同。在两个行动之间期望收益的差异叫做“最大化溢价”。我们可以认为，这个概念描述均衡附近支付函数的深度而不是水平。一个较大的最大化溢价所暗示对低劣行为的惩罚也较大。在每一个博弈中，“风险主导”和“支付主导”相冲突，并且选择了一个无效率的纯策略均衡。结果显示改变最大化溢价影响参与者的

行为。特别的，最大化溢价越大，风险主导的均衡更可能出现。这个发现提供了一个证据，当在实验室中预测人类行为时，不仅仅有最佳反应函数在冒风险。采用了这种观点的更一般化分析将在下一节得到发展。■

8.6　从实验证据到新的博弈论模型化原则

一个已经得到很好确认的事实是：试验经济学在竞争性制度下，市场结果很好地收敛于标准经济理论预测的结果（Smith，1982；Davis，Holt，1993）。从策略互动试验到收集到的程序化事实，描述了一个有差异的环境。当在试验中观察到的受试者的行为系统地与理论预测不相同时，我们需要对观察到的行为进行解释并且扩展标准 GT 来包括这些解释。“行为”的 GT（Camerer，1997），由试验数据来驱动，目标是描述实际的个人行动，采取理性方法和 EGT 之间的中间路线。考虑到标准 GT 的学习过程，由于适应性学习模型，这是在此视角下的重要的一步。在本节，我们聚焦于两个不断进步的领域（关于行为 GT，Camerer，2002）。

标准 GT 一般很强的假设参与者的能力更好地理解策略情景并且能够计算出他们的最好行动。但是，几个试验研究显示这是一个太强的假设：受试者的认知能力和工具理性是有限的。

传统 GT 特别的假设理性的参与者对博弈的认知是清晰和一致的，几个试验发现对同一博弈问题的不同表达会导致不同方式的行为。当然，对于一个试验者的设计问题“镜框效应”是很明显的，他们不得不决定如何通过指导语向受试者表述博弈，但是这种异常也向博弈论理论工作者提出了挑战。例如，在一个决策问题中，当结果被描述为损失而不是收益时，个人一般更可能采取风险行为（Tversky，Kahneman，1992，对镜框效应的表述）。在博弈中，这种效应的特殊版本可以观察到。例如，在议价问题中，如果议价是关于损失而不是收益，参与者看起来更愿意采取具有风险的不同意（Camerer，1993）。在标准的公共物品试验和重复囚徒困境或在联盟博弈中，文献显示几个镜框效应（在广义程度上）可能存在。最近的一个试验明显地调查了关于线性公共物品博弈合作中镜框效应的影响（Cookson，2000）。这个研究显示表述的角度对实验的结果有强烈和多重的影响。因此，试验者仔细考虑了潜在的镜框效应，或者在声明试验结果有效之前明显地予以检验。

另一个对实验中观察到的异常的合理解释是受试者在概率判断上的偏差。如果参与者高估了好事件的概率，低估了坏事件的概率，并且对他们的能力过于自信，当评价他们决策的可能结果时可能失败。几个试验已经提供了过于自信偏差的证据（Camerer，1997）。

而且，许多策略推理原则广泛地应用于 GT 较强的要求参与者的工具理性，并且看一看对相关原理的描述是有意思的。重复占优，可能是这些原则中最精巧的一例。当理论预测需要很多层次时，个人实际上会应用所有的重复占优层次么？这个问题想知道互动理性的深度。以同样的方式，当人们作选择时假设每个人到必然采用最优行动时现实的吗？可能，允许对选择错误和对支付的不确定性是更相关的假设。第一节将聚焦于最后两个问题，其中试验证据对支持新的有限理性原则有巨大的作用。

在另一方面，正如经济理论的其他部分一样，GT 的建立是基于人们自私行为和不考虑其他人福利的假设之上。但是，纯粹的自私很明显与许多试验结果相悖。最近，一些新的“社会效用模型”已经被设计出来，将公平动机加入到策略行为中。第二节将提供这个领域富有成果的文献的几个典型的例子。

8.6.1　参与者能力：面对新的有限理性原则

几个实验室试验关注参与者互动理性的深度和参与者选择的准确性。他们显示，当重复占优的多个层次是必要的时候，一些受试者经常不能正确选择模型原理所预测的，并且考虑到受试者的选择错误和“噪音”反省允许我们更好地解释实验证据。

互动理性的深度：“猜测”博弈（“选美竞赛”博弈）

在许多博弈中应用重复占优，如果重复过程的步骤得到足够实施，会产生惟一的结果。实验室试验能够很有用地评价重复占优推理链在何处断裂。

一个为此目的思想工具是“猜测博弈”，这首先由 Moulin（1986，72）讨论并由 Nagel（1995）实验研究。一个典型的猜测博弈由以下四个规则定义：

- 由很多的参与者同时从闭区间［0，100］中选出一个数字 n。
- 这些被选的数字的平均数被计算出来。
- 被选择的目标等于平均数的 p 倍。
- 参与者中给出最接近目标数字者获得一个固定奖金（独立于 p 和被选的数字），然后随即打乱重来。

这个博弈也叫“选美竞赛”（Camerer，1999），因为他抓住了重复推理的重要性，由凯恩斯（1936）在他著名的对股票市场投资的比喻中描绘。他在对一家报纸选美竞赛发表谈话，其中人们正在猜测其他人会猜测哪张脸是最美的，他把这个竞赛和股票市场投资相比较：“职业投资可以和报纸竞赛相联系，其中竞争者不得不从 100 张照片中选出 6 张最美的面孔，奖金属于那个选择所有其他竞争者的平均偏好的竞争者”（1936，156）。正如人们选择最漂亮图片一样，每一个受试者在选美竞赛博弈中必然猜测其他受试者所偏好的平均数字，然后选择平均数的 p 倍，并且知道每个人都正和她（他）做的一样。

当 $0<p<1$ 时，均衡策略建议为 $n=0$。其思想是提议高于 $100p$ 奖立即被剔除，因为，平均数不能高于 100 并且以个人不能提议一个大于 $100p$ 的数字而获胜。一旦这些被选择的数字被剔除，为同样原因所有高于 $100p^2$ 的数字也将被剔除，如此等等。占优重复应用将产生惟一的 IDE，即每个人选择零（这是博弈的惟一 NE）。

例如，让我们假设 $p=0.7$；数字在区间［70，100］违背了第一阶段重复理性。如果参与者选择数字小于 70 并且认为其他人行为完全一样，然后他将推测目标将小于 0.7（70），即 49，所以最优选择在区间［0，49］之间。遵循选择在［49，70］之间与参与者第一阶段重复理性一致，但并不能保证所有其他参与者都是理性的。如果我们继续推理，我们将与测到下一阶段选择［34.3，49］与第二阶段理性（参与者是理性的并且知道其他参与者也是理性的）一致，但是违背第三阶段理性，如此等等。重复占有的无限多步将使我们选择零。因此，我们看到在博弈中，数字选择显示了理性深度（图 8.27），重复层次由 $R(i)$ 表示。

当 $p=1$ 时，存在的无限均衡中每个人选择相同的数字：我们得到一个纯粹协调博弈。如果 $p>1$，存在两个均衡，$n=0$ 和 $n=100$。

我们将 Nagel 的试验总结如下：

几乎所有的选择都是整数。

- 当 $p=1/2$ 和 $p=2/3$ 时，0 从没有被观察到，并且仅受试者的 6％选择 $n<10$。
- 当 $p=4/3$ 时，就有 10％的受试者选择 $n=100$，99 或 1 。

这些结果显示互动理性的深度是有限的；受试者一般使用不超过两步的重复占优。因此，不是假设参与者应用重复占优的多个层次，而是假设在博弈模型中有限几个重复更加现实，这可被看做参与者有限理性程度的准确测量。

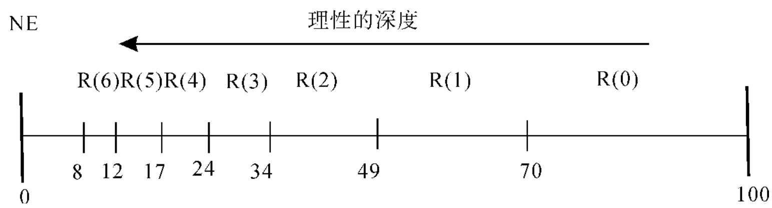


图 8.27　猜测博弈（$n=100$，$p=0.7$）中的重复剔除理性

简评 1

关于“选美竞赛”博弈的进一步实验研究并没有根本的不同。Duffy 和 Nagel（1997）已经使用众数、中位数和最大选择在小组中最为目标来复制这一个试验。Ho 等人（1998）以几种方式扩展了以前的发现。首先，他们区分了有限博弈和无限理性门槛（首先，解决博弈仅需要重复推理的有限水平；然后要求无限水平）；他们证明有限门槛博弈更快收敛于均衡。其次，通过使用 10 个回合，每一回合后受试者收到反馈信息（并且收集 8 次之多的数据），他们对学习有了更深地理解。通过检验各种各样的学习模型，得到了如下的程序化的事实：首先，数据与适应性学习者对经验的反应一致并且有经验的学习者能更好地对低水平学习者（层次 11）反应；其次，一般的“信念学习”模型（诸如古诺调整模型和虚拟博弈）被拒绝。■

决策中的随机程度：quantal 反应函数（噪音反省）

允许选择错误的可能性和支付的不确定性意味着当参与者以最大化期望效用寻找策略时，他们对此并不确定。在参与者决策中以抓住随机程度为目的，Mckelvey 和 Palfrey（1995，1998）介绍了被他们叫做“quantal 反应”函数。

一个方便的 quantal 反应函数由流行的 logit 概率性选择规则提供，其要求选择概率与预期支付指数函数成比例：

$$P(x_i) = \frac{e^{\lambda\pi(x_i)}}{\sum_i e^{\lambda\pi(x_i)}}$$

其中 $\pi(x_i)$ 是策略 x_i 的预期支付，λ 是一常数来刻画决策度的不准确性。如果 $\lambda>0$，参与者将平等的选择他所有的策略；所有选择概率都相同，无论支付函数差异。但是，如果 λ 接近 1，小的支付差异会有大的效应；当 $\lambda=1$ 时，参与者选择它的策略的概率有最大的支付是 1。

在这个模型中，一个“quantal 反应”均衡（或 logit 均衡）存在，如果参与者知道其他人选择的随机程度并且采取他们相应的决策。

这种随机方法允许我们解释几个不同的行为现象。例如，在最后通牒博弈，一个反应者很可能错误地拒绝一个更小的提议，因为这是一个小错误，并且知道这些，理性的决策者不可能做出一个非常不相等的提议。“quantal 反应”方法也解释了一些关于公共物品提供和社会困境博弈的试验类型（Anderson，Goeree 和 Holt，1998）。这个特殊的旅行者悖论博弈提供了一个很好的例子，其中理论预测了一个惟一均衡，但有关参与者都不好并且观察的数据很好地由 logit 均衡来解释（Capra 等，1999）。

社会困境基于一个小例子，其中两个旅行者丢失了完全一样的旅行包，航空公司要求他们独

立地写下赔偿要求，其中的要求是：索赔必须在可事先确定的范围内，例如 80 到 100 美元之间。如果索赔声明相同，他们得到赔付；但是若声明不相同并假设高索赔者高估了价值，双方所得赔偿是两个中最低者。而且，低声明者得到一个奖金（R 美元）并且高声明者的赔偿将减去相应的罚金（R 美元）。例如，如果索赔分别是 99 美元和 100 美元，最低索赔是 99 美元，所以第一人得 99 美元$+R$，第二人得 99 美元$-R$。

在这个环境下，每个人都有激励低于对手的索赔如果这是可知的；这遵循悖论 NE 等于双方都索赔最低的可能数量（例子中为 80 美元）。旅行者悖论的显著特征是这种论证不考虑罚金参数 R 的大小。但是，如果 R 很低，在提高索赔声明时没有风险，但 R 很高，存在相当大的风险，所以直觉暗示低罚金时，索赔将较高。这种直觉由实验室实验数据证实；对高罚金参数 NE 预测得很好；但当 R 很低时，数据簇在可行索赔的相反一端。

8.6.2　参与者动机：新“社会效用”模型

在前几节我们看到在大多数“社会效用”模型的预测能够直接地通过实验方法来检验（特别是在合作和议价问题中），观察到的合作结果比均衡概念暗示得更多。与在试验中涉及市场制度所发生的相比，实验证据一般与标准的“竞争性”自私概念相一致，这些实验室试验看起来鼓励了完全不同的参与者行为。

“利他主义”在经济学中有着很长的传统，并且已被用来解释慈善捐助和公共物品的自愿供给（Beeker，1974）。所以，首先由试验者给出的心理学动机来解释行为试验中的异常是不令人感到惊讶的。利他主义实际上能够解释对其他参与者的正面行为（例如，独裁者试验中的给与和公共物品博弈种的自愿供给），但是很明显地与观察到的其他行为不一致，诸如试图报复和伤害其他受试者，即使这样做是有成本的（例如，最后通牒博弈和公共物品博弈种的惩罚）。所以，程序化的事实对这种思想提出了质疑，即人们关心支付分配方式正如我们希望的“纯粹利他者”那样做的一样。一般人们看起来是以自我为中心的，尽管这与传统的理性主义方法不同。“平等”和“知恩图报”，一种不同于标准策略的概念，被提出来解释参与者合作和议价博弈中的行为。即使试验在演化背景下完成，合作或康德主义者行为也能解释数据。实际上“文献中存在着的根本争议，关于这些观察中的联系，如果存在的话，这个问题走到了试验经济学能够希望完成的核心地带”（Bolton 和 Ockenfels，2000，16）。或者，在这些各种各样类型的观察到的行为中没有任何联系可被发现——并且我们仅留下孤立的行为图像在有效的领域内继续有效——或者一般的方式能够被证明，在后者，试验研究对经济行为提供了一个更加丰富和更加宽广的评价。

几个一般化的试验已被提出者解释了在可控实验室试验中观察到的受试者动机的大部分。在这些新的“社会效用模型”（此概念由 Camerer 提出，1997）中，很一般地来区分两类变体。“目的性”模型（Rabin，1993）假设人们愿意对那些对待自己公平的人较好并且惩罚那些伤害自己的人；同时“分配”模型（Bolton 和 Ockenfels，2000；Fehe 和 Schmidt，1999）假设人关注在最后分配中他们的支付与其他人的比较。在第二种方法中，一旦个人效用函数被修改来包括其他参与者的物质支付，所有参与者是假设完全相同的；所以，传统的效用理论的概念和 GT 可被利用。相反，在第一种方法中，因为假设参与者关注于他们对手的目的，很关键的是找出一个参与者解释其他参与者的行为。传统 GT 不能满足这些要求并且倾向于心理学 GT 的框架。在此节，我们将展示两类新的模型，通过把“公平”动机结合到 GT 中经典的策略行为来达到对实验证据给出一个更好更正式描述的目的。

Rabin 模型：一个目的性模型

“人们愿意帮助那些将要帮助他们的人并且伤害那些将要伤害他们的人（Rabin，1993，1281）。这一短语总结了 Rabin 对公平动机的考虑，这能够用来更清晰地解释在合作与议价博弈问题中的实验证据（见公共物品和最后通牒博弈，8.2.1 节和 8.3.1 节）。它发展了一个博弈框架把诸如感情等因素加入了经济模型的宽广领域，这是通过强调目的性的作用作为一个回报行为的源泉来完成的。

这个框架包含三个程序化的事实：

1. 人们愿意牺牲他们自己的物质福利来帮助那些善良的人（例如，在公共物品的博弈中）。

2. 人们采纳同样的行为去惩罚那些不善良的人（例如，最后通牒博弈）。

3. 动机 1 和动机 2 都对行为有很大的影响，因为牺牲物质成本下降（例如，这是最后通牒博弈）。

Rabin 发展了一个“公平均衡”概念包含了这些程序化事实。“正向回报”被定义为由公平意图 1 驱动的行为的一种善意的反应；同时，“负向回报”被定义为对由不公平意图 2 驱动的行为的一种敌意的反应。为了公式化公平，通过允许支付是参与者信念和行动的函数来修改传统的 GT 并且建立了以参与者主观期望效用 U_i 为基础的“心理学博弈”，其中 U_i 取决于三个变量（“心理学博弈”的概念由 Geankoplos，Pearce 和 Stacchetti 介绍，1989）：

a_i：参与者 i 选择的策略 。

b_i：参与者 i 对参与者 j 选择策略的信念。

c_i：参与者 i 对参与者 j 相信参与者 i 的策略是什么的信念。

第一步，作者给出了两个“善意方程” f_i（a_i，b_j）和 $\widetilde{f}_j$（b_j，c_i）的定义，其中代表 i（此后称之为“她”）对 j（此后称之为“他”）的善意程度和 I 认为 j 对她的善意程度。

由定义：

$$f_i(a_i,b_j)=\frac{\Pi_j(b_j,a_i)-\Pi_j^e(b_j)}{\Pi_j^{\max}(b_j)-\Pi_j^{\min}(b_j)}$$

其中 Π_j（b_j，a_i）是参与者 I 给与参与者 j，并且有 $\Pi_j^{\min}\leqslant\Pi_j\leqslant\Pi_j^{\max}$，并且 Π_j^e 是如下定义的“公平”支付：

$$\Pi_j^e(b_j)=\frac{1}{2}[\Pi_j^{\max}(b_j)+\Pi_j^l(b_j)]$$

其中 Π_j^l 是 j 所有帕累托有效点的最低支付。如果帕累托边界是线性的并且参与者 i 在她的帕累托有效点上“平分差异”，这个支付准确地等于参与者 j 的支付。更一般的，这提供了一个粗略的参考点来测量参与者 i 对参与者 j 的慷慨程度。

所以，函数 f_i 刻画了参与者 i 认为她给参与者 j 的份额比参与者 j 的“公平”支付多或少的程度。

第二个“善意函数” f_j 代表了参与者 i 认为参与者 j 对她的善意程度：

$$\widetilde{f}_j(b_j,c_i)=\frac{\Pi_i(c_i,b_j)-\Pi_i^e(c_i)}{\Pi_i^{\max}(c_i)-\Pi_i^{\min}(c_i)}$$

注意到：

$f_i=0$ 如果 $\Pi_j=\Pi_j^e$；$f_i>0$ 如果 $\Pi_j>\Pi_j^e$；$f_j<0$ 如果 $\Pi_j<\Pi_j^e$

$\widetilde{f}_j=0$，如果 $\Pi_i=\Pi_i^e$；$\widetilde{f}_j>0$ 如果 $\Pi_i>\Pi_i^e$；$\widetilde{f}_i<0$ 如果 $\Pi_i<\Pi_i^e$

这两个函数被正式化后的取值在 [−1，1/2]。

第二步，Rabin（1993）假设效用投入以两种方式被提供：基于物质的和基于公平的。一个

总效用函数是：

$$U_i(a_i,b_j,c_i)=\Pi_i(a_i,b_j)+\tilde{f}(b_j,c_i)[1+f_i(a_i,b_j)]$$

Π_i 是来自物质利益的效用，而源于公平结果的效用分别有 $\tilde{f}_j$ 和 $[1+f_i]$ 来代表。$\tilde{f}_j$和 f_i 可正可负。如果参与者 I 预期参与者 j 行为友善——$\tilde{f}_j>0$——那么 I 对 j 将友善：$f_i>0$。如果 I 认为 j 对她较坏——$\tilde{f}_j<0$——那么她将对 j 也很坏：$f_i<0$。所以，公平对 I 的总效用的影响可能是正也可能是负。如果符号相匹配，公平考虑将增加总效用。但是，如果 $\tilde{f}_j$ 和 fi 都是负号，物质损失一般超过心理所得：U_i（.）$\leqslant \Pi_i$（.）。

直觉的，如果 i 认为 j 将对她很公平地行事，她将更愿意公平地对待 j。当双方的行动都很公平，双方通过交换额外的物质效用而得到正的“心理效用”。相反的，如果 i 认为 j 对她行事不公平，它的不公平行为激励将增加。换句话说，对待不公平的合作者公平行事将减小行动者基于物质和心理的效用。并且一个参与者将得到心理效用通过对自私者采取自私行动。一般来说，均衡是双方都偏好公平行动。

在这个环境下，我们能够定义一个公平均衡：

定义 1（公平均衡）

一对策略（a_1，a_2）是“公平均衡”如果 $i=1$，2，$j\neq i$：

$$a_i\in\arg\max_a U_i(a_i,b_j,c_i)$$

并且：$a_i=b_i=c_i$■

这意味着公平均衡是“心理博弈”的 NE，并且有一个额外的特征需要满足：参与者的信念必须与参与者的行动一致。

在这个模型中，存在两类后果在许多结果中起到重要作用，叫做“共同最大化结果”和“共同最小化的结果”，其中参与者相互最大化和最小化彼此的物质支付。进一步，每一个如下的特征定义了博弈中的结果，是关于由每个参与者减少的“善意”f_i 的值。一个结果是：

严格为正，如果 $f_i>0,i=1,2$

较弱为正，如果 $f_i\geqslant 0,i=1,2$

严格为负，如果 $f_i<0,i=1,2$

严格为负，如果 $f_i\leqslant 0,i=1,2$

中性，　　如果 $f_i=0,i=1,2$

混合，　　如果 $f_if_j<0,i=1,2,i\neq j$

使用这些定义，Rabin（1993）证明了几个命题：

命题 1　如果（a_1，a_2）是 NE，并且要么是一个共同最大结果要么是一个共同最小结果。那么（a_1，a_2）是一个公平均衡。■

这个结果结出了 NE 也是公平均衡的必要条件。

命题 2　每个公平均衡结果要么是严格为正的要么是弱负的。■

第二个命题特征化了这些结果，即使是非 NE，也可能是公平均衡。

这两个命题与物质支付的规模无关，相反，当物质支付要么很大、要么很小时，则进一步命题成立。

特别地证明是当博弈具有很小的物质支付，找到公平均衡大概等于在两个假设博弈中找到 NE：(i) 在博弈中每个参与者都试图最大化另一个参与者物质支付；(ii) 在博弈中每个参与者都试图最小化其他参与者的物质支付。还意味着当物质支付很小，公平动机超过自利。相反，可以证明当物质支付较大，参与者的行为由物质自利来主导。明显的，参与者只愿意支付 NE 如果他们得到较大的支付。

另一方面，这是有趣地去寻找一个博弈，其中所有公平均衡产生严格正结果。Rabin 证明，相反，有个博弈中存在一个弱负公平均衡。所以，人们将放弃正的感觉，这一点从没得到保证。这个特征意味着 Rabin 模型的一个强烈不对称，存在倾向于负回报的偏差。总结如下：Rabin 模型介绍了一个相当具有原创性的公平思想进入博弈模型，当参与者采纳相同的行为时均衡是公平的，无论这一行为是敌意还是善意的。这个公平要领抓住了实验行为的几个重要规则。但仍留下了问题。特别地，实验数据显示人们公平的思想严重地依赖于参考点。而且，扩展这个模型到更一般的环境将产生在简单二个策略型完全信息博弈中没有的问题。我们将给出部分克服 Rabin 模型弱点的模型。

简评 1

Rabin 模型另一个缺点是如果将之应用到策略型的序贯博弈中产生反直觉的预测。例如，在序贯囚徒困境模型预测第二步行动中无条件合作是部分均衡（他将合作而使第一步失败）。而且，第二步行动中有条件合作不是部分均衡。Watabe 等人（1996）的数据显示，当条件合作是规则时，非条件合作实际不存在。Rabin 的方法已经以有趣的方式得到扩展使之不具有这个缺点（Dufwenberg 和 Kirchsteiger，1998；Falk 和 Fischbacher，1999）。■

简评 2

Rabin 模型的一个一般化含义是当物质支付变大时，参与者的行为由物质自利主导。但是，Nelson（2001）已经证明如果物质和公平投入之间的关系被一般化，不是具体的怎样互动而是提供效用，当赌注从一个很高的水平移动到一个更高的水平时公平变成了一个正常品，使用如下的效用函数：

$$U_i(a_i,b_i,c_i) = v_i[\Pi_i(a_i,b_j),\widetilde{f}_j(b_j,c_i)f_i(a_i,b_j)]$$

他显示如果支付很大很大，参与者的策略将由公平主导。实验结果（最后通牒博弈分别在美国、斯洛伐克共和国和印度进行）和慈善赠与数据（自然独裁者博弈在美国实验室外进行）显示 Rabin 价值函数的扩展型是如何与经验证据是一致的。■

Bolton—Ockenfels 模型，相对支付模型

Rabin 的方法假设：当做决策时，个人并不冷漠地关注分配是如何产生的，当个人由知恩图报考虑的动机来支配时目的很重要。第二类社会效用模型聚焦于分配的影响。这种分配方法允许决策制定者的动机不仅由他们自己的物质所得而且由物质支付的最后分配而决定。

在 Bolton—Ockenfels 模型中——这种方法中最有影响力的模型之一 ——一个人被假设为关注的不仅仅是他们所得的货币绝对数量而且是与他人相比的相对标准。所以，他们正式化了一个

思想（“相对收入假设”），这在经济学中已有了很大的传统并且可追溯到凡卜伦（Voblen，1922）。

一般化模型

Bolton 和 Ockenfels（2000）提出了一个简单模型，叫做 ERC，表示实验试报告的三种类型的行为，它们由理论刻画：公平、知恩图报和竞争（第一个版相由 Bolton 提出，1991）。其中的两个主要的创新将介绍如下。

首先，作者假设，伴随着金钱（或物质）支付，相对支付激励着人们。根据作者，公平判断基于一种精神参考结果，这本身是复杂的社会比较过程的结果。这种比较的相关性在社会心理学和社会学中已被强调很长一段时间了。当假设相对物质支付影响人们的行为时，他们从这些文献中借用了一个关键的视角。

其次，与 Rabin 的模型相比，ERC 模型是 n 人非完全信息博弈，并且它既可应用到扩展型也可应用到策略型博弈（由 Bolton 报告到第一个版本是完全信息模型，1991）。

这些作者的目的是显示他们的模型与广泛的实验结果一致，其中公平，知恩图报和竞争行为通常被用来解释数据。

ERC 模型关注 n 人实验博弈，其中参与者从总体中随机选择并且匿名匹配。所有支付是货币化的，对于所有的 i，$y_i \geqslant 0$。而且，如果一个受试者参与博弈多次，她（或他）从不与任何特殊的受试者博弈多于一次。所以，每个博弈可被看做“一次性博弈”。

每一个参与者 i 假设其行为是为了最大化她（或他）的“动机函数”的期望值：

$$v_i = v_i(y_i, \sigma_i)$$

其中 $\sigma_i = \sigma_i(y_i, c, x) = \begin{cases} y_i/c & \text{如果 } c > 0 \\ 1/n & \text{如果 } c = 0 \end{cases}$

是参与者 i 的支付的相对份额，并且：

$c = \sum_{j=1}^{n} y_j$ 是总金钱收入。

一个动机函数是一个特殊的期望效用函数，这一项试图强调 v_i 是关于实验中动机行为目标的一个声明。

三个命题能使动机方程的特征刻画得更清晰：

命题 3　狭隘的自利

函数 v_i 对 y_i 是递增和凹的，而且，对于一个给定的 σ_i，如果 $y_i^1 > y_i^2$ 则参与者 i 会选择 y_i^1 ■

这意味着典型的单调性特征成立：“更多的货币比少要好。”

命题 4　比较效应

对于给定的 y_i，函数 v_i 对 σ_i 是严格凹的，并且一个最大化分配是一个人的份额等于平均份额（$1/n$）。■

第二个命题暗示模型中的平等分配作为参与者的社会参考点。

我们以前说过差异性是很多实验博弈中常见的行为特征。ERC 模型说明这种特征是通过假设接受参考点（比较效应）和试图最大化私人收益（狭隘自私）的一个折中。每一个参与者通过她（或他）解决这个紧张来被区分，这是行为偏离经典单调特征门槛来刻画这种紧张关系。

两个门槛，r_i 和 s_i 被如下定义：

r_i 是如下的解：

$$\max_{\sigma_i} v_i(c\sigma_i, \sigma_i)\ , c>0$$

s_i 被间接定义如下：

$$v_i(cs_i, s_i) = v_i(0, 1/n), c>0, s_i \leqslant 1/n$$

其中 y_i 被写做 cs_i。

这应该被偶然地注意到对于二人博弈，r_i 代表参与者 i 在“独裁者博弈”中的分割；s_i 等于在“最后通牒博弈”（见 8.3.1 节）中 i 的拒绝门槛。

第三个命理提供了一个参与者之间差异性的明显特征。

命题 5　差异性

让 f^r 和 f^s 是密度函数，对于所有的 c：

$$f^r(r/c)>0, r \in \left[1/n, 1\right]$$

$$f^s(s/c)>0, s \in \left[1/n, 1\right] \blacksquare$$

所以，门槛的全部范围被假设存在于总体中。

两人模型

Bolton-Ockenfels 分析了特殊的两个参与者的例子来显示一般模型中的一些关键点。他们考虑对参与者 i 如下的可加性分离动机函数。

$$v_i(c\sigma_i, \sigma_i) = a_i c\sigma_i - \frac{b_i}{2}(\sigma_i - 1/2)^2, a_i>0, b_i>0 \tag{8.2}$$

一个参与者的类型简单地由 a/b 来刻画，权重的比例归因于金钱和 v_i 的相对份额，需要注意的是严格的相对主义者是 $a/b=0$，意味着：$r=s=1/2$，并且严格的狭隘自利是极限的例子：$a/b \to \infty$，意味着 $r=1$ 且 $s \to 0$。

ERC 均衡

ERC 模型做出的均衡预测用来特征化稳定样式。一个 ERC 均衡被定义为不完全信息博弈解决的有关参与者动机函数的 PBE 并且参与者的 r 和 s 是私人信息而密度函数 f^r 和 f^s 是共同知识。

现在我们应该给出在一些类别的博弈中 EPC 均衡是如何计算的，并且这个模型是如何与观察到的式样是一致的。

合作博弈中的知恩图报

在这类博弈中（囚徒困境，公共物品，信任博弈），严格狭隘自利参与者对他们均衡策略的偏差意味着对整个小组存在着更高的联合金钱支付，并且足够捐赠意味着一个结果是对均衡的帕

累托超越。

EPC 模型能够解释许多合作博弈实验中观察到知恩图报模式。在这些博弈中，合作是由参与者的差异性和支付规模之间的互动来解释，特别的潜在的最大收益源自于合作。

让我们考虑如图 8.28 所示的标准的一次性囚徒困境，其中 $m\in$（1/2，1），边际资本回报（MPCR）。我们假设参与者的动机函数由式（8.2）给出，其中 a/b 描述了参与者的类型。为了理解为什么参与者选择合作（P，P）我们能够明显地考虑具有类型 a/b 的参与者的最优决策规则。

		2	
		P	A
1	P	$2m$，$2m$	m，$1+m$
	A	$1+m$，m	1，1

图 8.28　囚徒困境的支付矩阵

一个参与者的最优决策规则

A 将偏好 p 当且仅当：

$$\frac{a}{b}<\frac{p-\frac{1}{2}}{4(1-m)(1+2m)^2}=g(m,p)$$

其中 p 是其他参与者合作的概率。

这个规则显示了什么？看起来合作依赖于参与者的类型，MPCR 的值和其他参与者的合作概率（总体中合作参与者的比例）。在这个例子中，总是存在一个无人合作（$p=0$）的均衡，但也存在一个部分总体合作（$p>0$）的均衡。

让我们现在考虑序贯版本的囚徒困境，当参与者 2 知道参与者 1 的选择，他将选择他的策略，在此环境下我们将检查两个最优决策规则。

参与者 2 的最优决策规则

对于参与者 2，A 将偏好 p 当且仅当：

（i）参与者 1 已经选择了 p

（ii）$a/b < g(m,1)$

参与者 2 选择合作当且仅当参与者 1 合作并且他由相对支付得到足够支付。这意味着参与者 2 的总体由不合作的参与者组成并且他们选择 TFT 策略。

参与者 1 最优决策规则

对于参与者 1，A 将偏好 p 当且仅当：

（i）$-1+m(1+\hat{p})>0$

（ii）$\dfrac{a}{b}>\dfrac{1-\hat{p}}{8(m\hat{p}+m-1)(1-2m)^2}$

其中，$\hat{p}=\hat{p}$（m）$=F$［g（m，1）］是参与者 1 合作条件下参与者 2 合作反应的概率。所以，参与者 1 合作当且仅当她得到金钱支付的足够激励并且期望净合作收益，即 $1+m$（$1+p$）为正。这意味着对相对支付感兴趣的第一个行动者能够通过进攻行动保证得到平等支付，所以第

二个行动者也将必然采取进攻行为。所以，仅当第一个参与者对金钱支付足够感兴趣，她将冒险试图引发与第二个行动者合作。差异性意味着第一个和第二个行动者的合作比例将随 MPCR 而增加，好使 p（m）很小，足够高的 MPCR 将鼓励第一个行动者去合作。

几个实验研究支持如下观点，潜在的足够的收益和其他人的合作倾向（在 ECR 模型中，金钱和相对支付之间的边际替代率）是在一次性和序贯囚徒困境博弈以及公共物品提供博弈中合作的主要因素。在这个框架中，ERC 模型能够展示平等（一个纯粹的分配正义考虑）和正向回报，但后者的动机和充足动机可能存在潜在的混淆。

议价博弈中的平等

再一次，在这类博弈中，ERC 模型看起来提供的理论预测得到了实验证据的支付。Bolton 和 Ockenfels［从很多博弈中得到结果。我们仅看独裁者和最后通牒博弈（见 8.4.1 节)］。

（i）在独裁者博弈中，记住独裁者 D 在她和接受者之间区分了总额的最大值 $k>0$，选择的分配由（c，σ_D）代表，其中 $0\leqslant c\leqslant k$，独裁者的支付是 $c\sigma_D$ 并且接受者的支付是 $c-c\sigma_D$，这可被证明，对于所有的独裁者分配，$c=k$ 并且 $\sigma_D=r_D$（c）$\in$［1/2，1］。平均而言，独裁者的给予为正：$1/2<\bar{\sigma}_D<1$。

几个实验检验已经应用于这个博弈（见 8.4.1 节）。结果明显地显示独裁者准确的给予分配随“镜框效应”而变化。ERC 模型支持这种差异，并且已经声明看起来平等有效，独裁者分配总额，她几乎总是给自己最少的一半，并且平均而言他们保留的小于总额。

（ii）在提议者（p）和反应者（R）之间的最后通牒博弈中，我们表示提议为（c，σ_p），假设蛋糕的大小 $k>0$ 是共同知识。我们假设如果一个反应者对接受和拒绝［如 T 果 $1-\sigma_p=\sigma_p$（c）］无差异，那么反应者总是接受提议。Bolton 和 Ockenfels（2000）证明在这个简单模型中反应者的 ERC 均衡策略能够被如下特征化。

对于 $c>0$，参与者将拒绝的一个随机选择的概率满足如下条件：

（1）$p(c,1/2)>0$，并且 $p(c,1)=1$

（2）p 在区间［1/2，1］对于 σ_p 严格递增

（3）对于给定的 σ_p，p 对 c 递增

对于所有的最后通牒提议，提议者的行为如下：$c=k$ 并且 $1/2\leqslant\sigma_p<1$ 。

许多实验研究已经证明了这些声明（见 8.4.1 节）。更进一步，在实验中使用独裁者和最后通牒博弈，Forsythe 等（1994）发现平均而言提议份额在后者比前者要高，很明显地是 ERC 也预测到了这种关系。平均而言，$\sigma_D>\sigma_p$，事实上，在独裁者博弈中没有给予得更高并且仅有一些参与者给出的份额恰巧等于 r_i（1）$=1/2$。

总结如下，我们可以从 ERC 均衡的成功中总结到人们的确策略地行为。部分相同个体行为的差异性在这样的背景下是她（或他）的对自私物质收益的偏好和对在总体中相对收益的偏好之间对立的结果。

在这种形式下，ERC 模型的局限性已由 Bolton ，Ockenfels 自己确定如下：ERC 是一个“局部行为”理论，在某种意义上解释了相对简单博弈的静止类型，在一个不平框架内的短期跨度。许多重要的挑战者已经扩展 ERC 处理重复阶段博弈（Bolton 和 Ockenfels，2000，189）。特别地，包括学习要求一个动态模型。另一方面，模型中社会参考点的定义可能太简单。最好，ERC 提出了什么组成相关参考组，如果更复杂的实验博弈被考虑。不幸的是相同的局限也出现在我们现在讨论的最后一个模型中。

Fehr-Schmidt 模型：不平等规避模型

由 Fehr 和 Schmidt（1999）提出的模型中在精神上与 Bolton 和 Ockenfels 先前提到的模型有相似之处。实际证据显示很多人反对不公平的结果，但假设所有的人都由公平考虑所激励这明显是错误的。作者问这一冲突的证据能否在一个模型中得到解释。

他们宣称这个问题的答案是肯定的，如果人们接受如下假设：

假设：除了纯粹自私的人们，总体中还有一部分人是由“自我为中心的不公平规避”所激励。

这个假设包括两个要素。不平等规避意味着人们反对不公平的结果，而他们愿意放弃一些物质支付以能够在更公平结果的方向上前进，但规避是以自我为中心的，从某种意义上讲是人们仅仅对他们自己的物质与支付的公平与否感兴趣而不是相对其他人的支付。

模型

个人是不公平规避的，如果她（或他）不喜欢被认为不公平的结果。但问题是，个人是如何认为结果是公平的呢？根据 Fehr 和 Schmidt（1999），正如 Bolton 和 Ockenfels（2000）一样，公平的判断是基于一类精神参与结果并且他们追随相同的方法假设相对物质支付影响人们的福利和行为。的确在 Fehr－Schmidt 模型和 Bolton－Ockenfels 模型不同之处是这种思想被介绍的方法。

怎样确定相关参考组和相关参考结果最终是一个经验问题。在实验中，参考组一般是一系列相互对抗的受试者和参考点是平等的。所以，他们假设不公平规避可被大致看做不平等规避。

这两个假设特征化如下模型：

（i）总体包括自私的受试者，在实验中受试者不喜欢物质方面比其他人更差。

（ii）一般地，受试者从劣势中比从优势中遭受更多的不公平。

考虑一系列 n 个参与者并且 $x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 表示货币支付向量（假设为共同知识），参与者的效用函数如下：

$$U_i(x) = x_i - \frac{\alpha_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\max\{x_j - x_i, 0\} - \frac{\beta_i}{n-1}\sum_{j\neq i}\max\{x_i - x_{j,0}\}, i \neq j \tag{8.3}$$

其中 $\beta_i \leqslant \alpha_i$ 且 $0 \leqslant \beta_i \leqslant 1$

$i \neq j$

在两人模型中效用函数被简化如下：

$$U_i(x)=x_i-\alpha_i \max\{x_j-x_i, 0\}-\beta_i \max\{x_i-x_{j,0}\}, j\neq i \tag{8.4}$$

第二项测量来自劣势不平等的效用损失而第三项测量来自优势不平等的效用损失。条件 $\beta_i \leqslant \alpha_i$ 表示参与者从她（或他）的劣势中遭受更多的不平等。条件 $\beta_i \geqslant 0$ 表示存在受试者喜欢比别人更好。条件 $\beta_i \leqslant 1$ 意味着当不平等来自她（或他）的优势时受试者的效用损失很是不合理的。另一方面，根据作者，没有理由对参数 α_i 设置上限。

最后注意到在 n 个博弈中，参与者之比较她（或他）与其他 $n-1$ 个参与者的福利。在一般模型中，Fehr 和 Schmidt（1999）通过式（8.4）的第二、三项除以 $n-1$ 标准化来自不平等的效用。这种标准化暗示着不平等规避对参与者的总支付的相对影响并不依赖于参与者数量。

这个模型被应用于很多博弈，包括合作博弈、议价博弈和市场博弈。正如 ERC 模型一样，Fehr－Schmidt 模型能够解释这些博弈中合作博弈和非合作博弈。对于不公平规避的人们来说，“合作”（“公平”）和“不合作”（即“竞争”）行为都能在一个统一框架内解释。

这个研究的主要视角是“在经济环境中偏好的差异性以重要的方式互动”（Fehr 和 Schmidt，

1999，818）。更精确地，这证明经济环境决定了偏好类型，这对均衡盛行的行为又是决定性的。例如，在公共物品博弈中，一个自私的参与者能够引导其他所有的参与者对公共物品一点儿也不损助，尽管其他人也关注公平。总体中存在不公平的规避的参与者的条件影响博弈的均衡，这是 Fehr－Schmidt 模型中的主要结果。

关于这个模型存在几个目标。首先，正如前面提到的，它排除了那希望自己比别人更好的受试者。很明显，这种人是存在的。幸运的是，这些受试者对均衡实际上没有影响。其次，正如 ERC 理论一样，另一系列问题关注于参考组和参考结果的选择。对于很多实验室实验，假设在 Bolton－Ockenfel 模型和在 Fehr－Schmidt 模型中看起来是一个自然的起点来确定参考组。但是，仍可能存在很好的互动环境，例如，一些代理人具有显著的位置使他们成为自然参考代理人。更进一步，这很可能是社会框架和制度环境中发生的互动是很显著的。参考结果的选择可能也是一个讨论的源泉。最后，这个模型一个明显的局限是不能解释在实验中讨论的随时间而发生环境的演化，一个聚焦于参与者的均衡行为的模型不能解释博弈的时间路径。

作者完全明白这些局限并且前进中的研究试图更好地理解和模型化在很多博弈实验中观察到的个人行为。

简评 3

几个其他分配模型已在文献中提出（一个最近综述可见 Fehr 和 Schmidt，2000），每一个聚焦于特殊的动机，利他主义者（Andreoni 和 Miller，1996，2000），给予的快乐（Andreoni，1990，1995，它们称之为“暖光效应”）；忌妒（Kirchstenger，1994）；利他主义和恶意（Levinc，1998）。

其他有趣的方法试图合并基于目的回报和分配平等（例如，Falk 和 Fishka cher（1999）测量了关于平等规避的“善意”。参与者 j 选择的行为被参与者 i 看做是善意的如果他给 i 的支付和 Babin 的模型一致）。Charness 和 Rabin（2000）也提出了一个混合模型，其中参与者关心他们自己的支付。并且关心其他所有收到的最低支付的一个加权平均（一种“罗尔斯主义者”或准最大最小成分，由罗尔斯（Rawls）发展的关于正义的理论（1971）和所有支付的总额（一种“功利主义”的成分），他们的模型已经隐藏了对不公平的回避通过强调最低支付，所以，它包括了利他主义的一个具体形式。但是，另外，参与者被假设也关注其他人的行动。这些混合模型允许我们更好仅仅关注公平意图的作用或不公平的结果的作用。但是，在增加了解释能力的同时伴随着很大的代价因为这些理论更加复杂。■

传统的 GT，在大多数经济模型中，基于一个自利假设并声明所有的人都由他们的物质自利所鼓励。在最近几年，实验经济与已经收集了充足的证据来系统地拒绝这种假设。在这节，我们已经描述了最近发展的公平的模型来维持理性假设但改变了纯粹自私偏好的假设。但是，一些作者已经在模型化参与者动机时保留了这种变化，他们偏好于解释实验中观察到的行为作为有限理性的基本形式，追溯到基于纯粹物质偏好的学习模型，诸如 8.5 节中展示的模型。例如，Roth 和 Erev（1995）及 Binmore，Gale 和 Samuelson（1991）试图解释公平提议的出现和在最后通牒博弈中对较低提议的拒绝，借助于学习模型其中保留了基于纯粹的金钱偏好。但是，我们能够怀疑，这种观点的相关性，尽管这可能很少怀疑学习过程在真实生活中和实验室实验中的重要性。在博弈中诸如公共场合，信任博弈，最后通牒或交换礼物博弈，这种设置如此简单以致很难相信受试者犯系统的错误，通过拒绝慷慨地给予或回报提议，尽管他们不偏好这么行动。很有趣的是这种方法试图合并学习模型和包含了非自利动机的模型（在这一方向上的实验研究已被实施，例

如，Cooper 和 Stockman，1999；Costa－Gomes 和 Zaumer，1999）。

参考文献

Anderson, S., J. Goeree and C. Holt (1998) 'A theoretical analysis of altruism and decision errors in public goods games', *Journal of Public Economics*, 70, 297—323.

Andreoni, J. (1988) 'Why free ride? Strategies and learning in public goods experiments', *Journal of Public Economics*, 37, 291—304.

Andreoni, J. (1990) 'Impure altruism and donations to public goods: a theory of warm-glow giving?', *Economic Journal*, 100, 464—477.

Andreoni, J. (1995) 'Warm-glow versus cold-prickle: the effects of positive and negative framing on cooperation in experiments', *The Quarterly Journal of Economics*, 60, 1—14.

Andreoni, J. and J. Miller (1996) 'Rational cooperation in the finitely repeated Prisoner's dilemma: experimental evidence', *The Economic Journal*, 103, 570—85.

Andreoni, J. and J. Miller (2000) 'Giving according to GARP: an experimental test of the rationality of altruism', University of Wisconsin and Carnegie Mellon University, mimeo.

Axelrod, R. (1984) *The Evolution of Cooperation* (New York: Basic Books).

Aymard, S. and D. Serra (2001) 'Do individuals use backward induction in dynamic optimization problems? An experimental investigation', *Economic Letters*, 73, 287—92.

Banks, J., C. Camerer and D. Porter (1994) 'An experimental analysis of Nash refinements in signaling games', *Games and Economic Behavior*, 6, 1—31.

Battalio, R., L. Samuelson and J. Van Huyck (2001) 'Optimization incentives and coordination failure in laboratory stag hunt games', *Econometrica*, 69, 749—64.

Beard, R. and R. Beil (1994) 'Do people rely on the self-interested maximization of others? An experimental test', *Management Science*, 40, 252—62.

Becker, G. S. (1974) 'A theory of social interactions', *Journal of Political Economy*, 82, 1063—93.

Berg, J., J. Dickhaut and K. McCabe (1995) 'Trust, reciprocity and social history', *Games and Economic Behaviour*, 10, 122—42.

Bergin, J. and B. L. Lipman (1995) 'Evolution with state-dependent mutations', draft manuscript, Department of Economics, Queen's University.

Binmore, K. (1999) 'Why experiment in economics?', *Economic Journal*, 109, 16—24.

Binmore, K., J. Gale and L. Samuelson (1995) 'Learning to be imperfect: the ultimatum game', *Games and Economic Behaviour*, 8, 56—90.

Binmore, K., A. Shaked and J. Sutton (1985) 'Testing non-cooperative bargaining theory: a preliminary study', *American Economic Review*, 75, 1178—80.

Binmore, K., A. Shaked and J. Sutton (1989) 'An outside option experiment', *Quarterly Journal of Economics*, 104, 753—70.

Binmore, K., P. Morgan, A. Shaked and J. Sutton (1991) 'Do people exploit their bargaining power? An experimental study', *Games and Economic Behaviour*, 3, 295—322.

Binmore, K., J. Swierzsbinski and C. Proulx (1996) 'Does minimax work? An experimental study', *ELSE Discussion Paper*, UCL.

Bolle,F. (1998) 'Rewarding trust: an experimental study',*Theory and Decision*,45,83—98.

Bolle,F. and P. Ockenfels (1990) 'Prisoner's dilemma as a game with incomplete information',*Journal of Economic Psychology*,11,69—84.

Bolton,G. E. (1991) 'A comparative model of bargaining: theory and evidence',*American Economic Review*,81,1096—1136.

Bolton,G. E. and A. Ockenfels (2000) 'ERC: a theory of equity,reciprocity and competition', *American Economic Review*,90,166—93.

Bolton,G. E. and R. Zwick (1995) 'Anonymity versus punishment in ultimatum bargaining',*Games and Economic Behavior*,10,95—121.

Bounmy,K. ,M. Willinger and A. Ziegelmeyer (2002) 'Global versus local interaction in coordination games: an experimental investigation',Working paper,BETA,Strasbourg (France).

Boylan R. and M. El-Gamal (1993) 'Fictitious play: a statistical study of multiple economic experiments',*Games and Economic Bwvior*,5,205—22.

Brandts,J. and C. Holt (1995) 'Limitations of dominance and forward induction: experimental evidence',*Economics Letters*,49,391—95.

Brandts,J. and B. McLeod (1995) 'Equilibrium selection in experimental games with recommended play',*Games and Economic Behavior*,11,36—63.

Bresnahan,T. F. and P. C. Reiss (1991) 'Entry and competition in concentrated markets', *Journal of Political Economy*,99,977—1009.

Brown,J. and R. Rosenthal (1990) 'Testing the minimax hypothesis: a reexamination of O' Neill's game experiment',*Econometrica*,58,1065—81.

Camerer,C. (1997) 'Progress in behavioral game theory',*Journal of Economic Perspectives*,11,167—88.

Camerer,C. (2002) *Behavioral Game Theory: Experiments on Strategic Interaction* (Princeton: Princeton Unversity Press).

Camerer,C. and Fehr,E. (2002) 'Measuring social norms and preferences using experimental games: a guide for social scientists',Institute for Empirical Research in Economics,University of Zurich,Working Paper,97 (forthcoming in Henrich,Boyd,Bowles,Camerer,Fehr,Gintis and McElreath (eds),*Foundations of Human Sociality-Experimental and Ethnographic Evidence from* 15 *SmallScale Societies*).

Camerer,C. and T. H. Ho (1999) 'Experience-weighted attraction learning in normal form games' *Econometrica*,67,827—74.

Camerer,C. ,E. Johnson,T. Rymon and S. Sen (1993) 'Cognition and framing in sequential bargaining for gains and losses',in K. Binmore,A. Kirman and P. Tani (eds),*Contributions to Game Theory* (Cambridge,MA: MIT Press).

Camerer,C. and R. Thaler (1995) 'Ultimatums,dictators and manners',*Journal of Economic Perspectives*, 9,209—19.

Cameron,L. (1999) 'Raising the stakes in the ultimatum game: experimental evidence from Indonesia',*Economic Inquiry*,37,47—59.

Capra,C. M. ,J. K. Goeree,R. Gomez and C. A. Holt (1999) 'Anomalous behaviour in a traveller's dilemma', *American Economic Review*, 89, 678—90.

Carter, J. and S. McAloon (1996) 'A test for comparative income effects in an ultimatum bargaining experiment', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 31, 369—80.

Charness, G. and M. Rabin (2000) 'Social preferences: some simple tests and a new model', University of California at Berkeley, mimeo.

Cheung Y. W. and D. Friedman (1997) 'Individual learning in normal form games: some laboratory results', *Games and Economic Behavior*, 19, 46—76.

Clark, K. and M. Sefton (1998) 'The sequential Prisoner's dilemma: evidence on reciprocal altruism', University of Manchester, mimeo.

Cookson, R. (2000) 'Framing effects in public goods experiments', *Experimental Economics*, 3, 55—79.

Cooper, D. J. and C. K. Stockman (1999) 'Fairness, learning and constructive preferences: an experimental investigation', Case Western Reserve University, mimeo.

Cooper, R. W. (1999) *Coordination Games* (Cambridge: Cambridge University Press).

Cooper, R. W., D. Dejong, R. Forsythe and T. Ross (1990) 'Selection criteria in coordination games: some experimental results', *American Economic Review*, 80, 218—33.

Cooper, R. W., D. Dejong, R. Forsythe and T. Ross (1992) 'Communication in coordination games', *Quarterly Journal of Economics*, 107, 739—71.

Cooper, R. W., D. DeJong, R. Forsythe and T. Ross (1993) 'Forward induction in the Battle-of the-Sexes games', *American Economic Review*, 83, 1303—16.

Cooper, R. W., D. Dejong, R. Forsythe and T. Ross (1996) 'Cooperation without reputation: experimental evidence from Prisoner's dilemma games', *Games and Economic Behavior*, 12, 187—218.

Costa-Gomes, M. and K. G. Zauner (1999) 'Learning, non-equilibrium beliefs, and non-pecuniary payoff uncertainy in an experimental game' Harvard Business School, mimeo.

Crawford V. (1991) 'An evolutionary interpretation of Van Huyck, Battalio and Beil's experimental results on coordination', *Games and Economic Behavior*, 3, 25—59.

Crawford V. (1997) 'Theory and experiments in the analysis of strategic interaction', in D. M. Kreps and K. F. Wallis (eds), *Advances in Economics and Econometria: Theory and Applications-Seventh World Congress*, 1 (Cambridge: Cambridge University Press), 206—42.

Croson, R. (1996) 'Information in ultimatum games: an experimental study', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 30, 197—212.

Davis, D. and C. Holt (1993) Experimental Economics (Princeton: Princeton University Press).

Duffy, J., and R. Nagel (1997) 'On the robustness of behaviour in experimental 'beauty contest' games', *Economic Journal*, 107, 1684—700.

Dufwenberg M. and G. Kirchsteiger (1998) 'A theory of sequential reciprocity', Discussion Paper CentER, Tilburg University.

Eckel, C. and P. Grossman (1996) 'The relative price for fairness: gender differences in a punishment game', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 30, 143—58.

Eckel, C. and P. Grossman (1998) 'Are women less selfish than men? Evidence from dictator experiments', *Economic Journal*, 108, 726—35.

Falk, A. and U. Fischbacher (1999) 'A theory of reciprocity', Working Paper, 6, Institute for Empirical Research in Economics, University of Zurich.

Fehr, E. and S. Gächter (2000) 'Cooperation and punishment in a public goods experiment', *American Economic Review*, 90, 980—94.

Fehr, E., S. Gächter and G. Kirchsteiger (1997) 'Reciprocity as a contract enforcement device: experimental evidence', *Econometrica*, 65, 833—60.

Fehr, E., G. Kirchsteiger and A. Riedl (1993) 'Does fairness prevent market clearing? An experimental investigation', *Quarterly Journal of Economics*, 153, 437—60.

Fehr, E. and K. M. schmidt (1999) 'A theory of fairness, competition and cooperation', *Quarterly Journal of Economics*, 114, 817—68.

Fehr, E. and K. M. Schmidt (2000) 'Theories of fairness and reciprocity-Evidence and economic applications', Working Paper prepared for the invited lecture session on Behavioral Economics at the 8th World Congress of the Econometric Society, Seattle.

Flood M. (1952) 'Some experimental game', Research memorandum RM-789, RAWD Corporation, June.

Flood M. (1954) 'Game-learning theory and some decision-making experiments', in R. M. Thrall *et al.* (eds), *Decision Processes*, 139—58.

Flood M. (1958) 'Some experimental games' *Management Science*, 5, 5—26.

Forsythe, R., J. Horowitz, N. Savin and M. Sefton (1994) 'Fairness in simple bargaining experiments', *Games and Economic Behavior*, 6, 347—69.

Friedman D. (1996) 'Equilibrium in evolutionary games: some experimental results', *Economic Journal*, 106, 1—25.

Friedman, D. and S. Sunder (1994) *Experimental Methods: A Primer for Economists* (Cambridge: Cambridge University Press).

Fudenberg, D. and D. M. Kreps (1993) 'Learning mixed equilibria', *Games and Economic Behavior*, 5, 320—67.

Geanakoplos, J., D. Pearce and E. Stacchetti (1989) 'Psychological games and sequential rationality', *Games and Economic Behavior*, 1, 60—79.

Güth, W. (1995) 'On ultimatum bargaining experiments-a personal review', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 27, 329—44.

Güth, W. and S. Huck (1997) 'From ultimatum bargaining to dictatorship: an experimental study of four games varying in veto power', *Metroeconomica*, 48, 1262—79.

Güth, W., S. Huck and P. Ockenfels (1996) 'Two-level ultimatum bargaining with incomplete information: an experimental study', *Economic Journal*, 106, 593—604.

Güth, W., R. Schmittberger and B. Schwarze (1982) 'An experimental analysis of ultimatum bargaining', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 3, 367—88.

Güth, W. and E. Van Damme (1998) 'Information, strategic behavior and fairness in ultimatum bargaining: an experimental study', *Journal of Mathematical Psychology*, 42, 227—47.

Harrison, G. and J. Hirshleifer (1989) 'An experimental evaluation of weakest link/best shot models of public goods', *Journal of Political Economy*, 97, 201—25.

Harsanyi,J. (1973) ,Gamesworth randomly distributed payoffs: a new rationale for mixed strategy equilibrium points: *International Journal of Game Theory*,2,1—23.

Ho,T. H. ,C. Camerer and K. Weigelt,'Iterated domiance and iterated best response in experimental "p-Beauty contest"',*The American Economic Review*,88,947—69.

Hoffman,E. ,K. McCabe,K. Shachat and V. Smith(1996)'Preference,property rights and anonymity in bargaining games',*Games and Economic Behavior*,7,346—80.

Hoffman,E. ,K. McCabe,and V. Smith (1996) 'Social distance and other-regarding behavior in dictator games',*American Economic Review*,86,653—60.

Holt,C. A. and Laury,S. K. (2003) 'Theoretical explanations of treatment effects in voluntary contributions experiments',in C. R. Plott and V. Smith (eds),*Handbook of Experimental Results* (Amsterdam: North Holland).

Isaac,R. M. ,J. M. Walker and S. Thomas (1984) 'Divergent evidence on free-riding: an experimental examination of possible explanations',*Public Choice*,43,113—49.

Kagel,J. ,C. Kim and D. Moser (1996) 'Fairness in ultimatum games with asymmetric information and asymmetric payoffs',*Games and Economic Behavior*,13,100—10.

Kagel,J. and A. Roth (eds) (1995) *A Handbook of Experimental Economics* (Princeton: Princeton University Press).

Kahan,J. P. and A. Rapoport (1984) *Theories of Coalition Formation* (Hillsdale,NJ: Erlbaum).

Kahn L. and K. Murnighan (1993) 'A general experiment on bargaining in demand games with outside options',*American Economic Review*,83,1260—80.

Kahneman,D. ,J. L. Knetsch and R. Thaler (1986) 'Fairness as a constraint on profit seeking: entitlement in the market',*American Economic Review*,76,728—41.

Keser,C. (1996) 'Voluntary contributions to a public good when partial contribution is a dominant strategy',*Economic Letters*,50,359—66.

Keser,C. and F. van Winden (2000) 'Conditional cooperation and voluntary contributions to public goods',*Scandinavian Journal of Economics*,102,23—39.

Keynes,J. M. (1936) *The General Theory of Interest,Employment,and Money* (London: Macmillan).

Kirchsteiger,G. (1994) 'The role of envy in ultimatum games',*Journal of Economic Behavior and Organization*,25,373—89.

Knez,M. J. and C. F. Camerer (1995) 'Outside options and social comparison in a three-player game experiments',*Games and Economic Behavior*,10,65—94.

Kreps,D. ,P. Milgrom,J. Roberts and R. Wilson (1982) 'Rational cooperation in the finitely repeated Prisoner's dilemma',*Journal of Economic Theory*,27,245—52.

Ledyard,J. (1995) 'Public goods: a survey of experimental research',in J. Kagel and A. E. Roth (eds),*A Handbook of Experimental Economics* (Princeton: Princeton University Press).

Levine,D. (1998) 'Modelling altruism and spitefulness',*Review of Economic Dynamics*,1,593—622.

Loewenstein,G. (1999) 'Experimental economics from the vantage-point of behavioural economics',*Economic Journal*,109,25—34.

Maschler, M. (1963) 'The power of a coalition', *Management Science*, 10, 8—29.

McKelvey, R. and T. Palfrey (1992) 'An experimental study of the centipede game', *Econometrica*, 60, 803—36.

McKelvey, R. and T. Palfrey (1995) 'Quantal response equilibria for normal form games', *Games and Economic Behavior*, 10, 6—38.

McKelvey, R. and T. Palfrey (1998) 'Quantal Response equilibria for extensive form games', *Experimental Economics*, 1, 9—41.

Metha, J., C. Starmer and R. Sugden (1994) 'The nature of salience: an experimental investigation of pure coordination games', *American Economic Review*, 84, 658—73.

Mitzkewitz, M. and R. Nagel (1993) 'Experimental results on ultimatum games with incomplete information', *International Journal of Game Theory*, 22, 171—98.

Mookherjee, D. and B. Sopher (1997) 'Learning and decision costs in experimental constant-sum game', *Games and Economic Behavior*, 19, 97—132.

Moulin, H. (1986) *Games Theory for Social Sciences*, 2nd rev. edn (New York: New York University Press).

Murnighan, K. and A. Roth (1977) 'The effects of communication and information availability in an experimental study of a three-person game', *Management Science*, 23, 1336—48.

Murnighan, K., A. Roth and F. Schoumaker (1988) 'Risk aversion in bargaining: an experimental study', *Journal of Risk and Uncertainty*, 1, 101—24.

Nagel, R. (1995) 'Unraveling in guessing games: an experimental study', *American Economic Review*, 85, 1313—26.

Nelson, W. R. (2001) 'Incorporating fairness into game theory and economics: comment', *American Economic Review*, 91, 1180—83.

Noussair C. and K. Matheny (1999) 'An experimental study of decisions in dynamic optimization problems', Working Paper, Purdue University.

Noussair C. and M. A. Olson (1997) 'Dynamic decisions in a laboratory setting', *Southern Economic Journal*, 978—92.

Ochs, J. (1995) 'Games with unique, mixed strategy equilibria: an experimental study', *Games and Economic Behavior*, 10, 202—17.

Ochs, J. and A. Roth (1989) 'An experimental study of sequential bargaining', *American Economic Review*, 79, 355—84.

O'Neill B. (1987) 'A non-metric test of the minimax theory of two-person games', *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 84, 2106—9.

Palfrey, T. and J. Prisbey (1997) 'Anomalous behavior in public good experiments: how much and why?', *American Economic Review*, 87, 829—46.

Plott, C. (1990) 'Will economics become an experimental science?', *Southern Economic Journal*, 57, 901—19.

Prasnikar, V. and A. Roth (1992) 'Considerations of fairness and strategy: experimental data from sequential games', *Quarterly Journal of Economics*, 107, 865—88.

Rabin, M. (1993) 'Incorporating fairness into game theory and economics', *American Economic Review*, 83, 1281—302.

Raiffa, H. (1982) *The Art and Science of Negotiation* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Rapoport A. (1970) *N-Person Game Theory* (Ann Arbor: University of Michigan Press).

Rapoport A. (1990) *Experimental Studies of Interactive Decision* (Dordrecht: Kluwer Academic Press).

Rapoport, A. and R. Boebel (1992) 'Mixed strategies in strictly competitive games: a further test of the minimax hypothesis' *Games and Economic Behavior*, 4, 261—83.

Rapoport, A. and A. M. Chammah (1965) *Prisoner's Dilemma: A Study in Conflict and Cooperation* (Ann Arbor: University of Michigan Press).

Rapoport A. and C. Orwant (1962) 'Experimental games: a review', *Behavioral Science*, 7, 1—37.

Rapoport, A. and J. Sundali (1996) 'Ultimatums in two-person bargaining with one-sided uncertainty: offer games', *International Journal of Game Theory*, 25, 475—94.

Rapoport, A., J. Sundali and D. Seale (1996) 'Ultimatums in two-person bargaining with one-sided uncertainty: demand games', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 30, 173 —96.

Rawls, J. (1971) *A Theory of Justice* (Cambridge, MA: Harvard University Press).

Riedl, A. and J. Vyrastekova (2002) 'Social preferences in three-player ultimatum game experiments', CentER Working Paper, 2002—05, Tilburg University.

Rosenthal, R. H. (1989) 'Games of perfect information, predatory pricing and the chain store paradox', *Journal of Economic Theory*, 25, 92—100.

Roth, A. (1986) 'Laboratory experimentation in economics', *Economics and Philoso-phy*, 2, 245—73.

Roth, A. (1987) 'Bargaining phenomena and bargaining theory', in A. Roth (ed.), *Laboratory Experiments in Economics: Six Points of View* (Cambridge: Cambridge University Press).

Roth, A. (1988) 'Laboratory experimentation in economics: a methodological overview', *Economic Journal*, 98, 974—1031.

Roth, A. (1995) 'Bargaining experiments', in J. Kagel and A. Roth (eds), *Handbook of Experimental Economics* (Princeton: Princeton University Press).

Roth, A. and I. Erev (1995) 'Learning in extensive form games: experimental data and simple dynamic models in the intermediate term', *Games and Economic Behavior*, 8, 163—212.

Roth A. and M. Malouf M. (1979) 'Game-theoretic models and the role of information in bargaining', *Psychological Review*, 86, 574—94.

Roth, A. and K. Murnighan (1978) 'Equilibrium behavior and repeated play of the Prisoner's dilemma', *Journal of Mathematical Psychology*, 17, 189—98.

Roth, A' and K. Murnighan (1982) 'The role of information in bargaining: an experimental study', *Econometrica*, 50, 1123—42.

Roth, A., V. Prasnikar, M. Okuno-Fujiwara and S. Zamir (1991) 'Bargaining and market behavior in Jerusalem, Ljubljana, Pittsburgh and Tokyo: an experimental study', *American Economic Review*, 78, 806—23.

Schelling T. (1960) *The Strategy of Conflict* (Cambridge, MA: Harland University Press).

Schotter, A., K. Weigelt and C. Wilson (1994) 'A laboratory investigation of multiperson rationality and presentation effects', *Games and Economic Behavior*, 445—64.

Schotter, A., A. Weiss and I. Zapater (1996) 'Fairness and survival in ultimatum and dictatorship games', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 31, 37—56.

Selten, R. (1987) 'Equity and coalition bargaining in experimental three-person games', in A. Roth (ed), *Laboratory Experimentation in Economics: Six Points of View* (Cambridge: Cambridge University Press).

Selten, R., A. Sadrieh and K. Abbink (1995) 'Money does not induce riskneutral behavior, but binary lotteries do even worse', *Theory and Decision*, 46, 213—52.

Selten, R. and R. Stoecker (1986) 'End behavior in sequences of finite prisoner's dilemma supergames: a learing theory approach', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 7, 47—70.

Simon, H. A. (1982) *Models of Bounded Rationality* (Cambridge, MA: MIT Press).

Smith, V. (1982) 'Microeconomic systems as an experimental science', *American Economic Review*, 72, 923—55.

Smith V. (1994) 'Economics in the laboratory', *Journal of Economic Perspectives*, 8, 113—31.

Starmer, C. (1999) 'Experimental economics: hard science or wasteful tinkering?', *Economic Journal*, 109, 5—15.

Straub, P. and J. Murnighan (1995) 'An experimental investigation of ultimatum games: information, fairness, expectations and lowest acceptable offers', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 27, 345—64.

Thaler, R. H. (1988) 'Anomalies: the ultimatum game', *Journal of Economic Perspectives*, 2, 195—206.

Tversky, A. and D. Kahneman (1992) 'Advances in prospect theory: cumulative representations of uncertainty', *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297—323.

Van Huyck, J., R. Battalio and R. Beil (1990) 'Tacit coordination games, strategic uncertainty and coordination failure', *American Economic Review*, 80, 234—48.

Van Huyck, J., R. Battalio and R. Beil (1991) 'Strategic uncertainty, equilibrium selection principles and coordination failure in average opinion games', *Quarterly Journal of Economics*, 106, 885—911.

Van Huyck J., R. Battalio and R. Beil (1993) 'Asset markets as an equilibrium selection mechanism: coordination failure, game form auctions and forward induction', *Games and Economic Behavior*, 5, 485—504.

Van Huyck, J., R. Battalio and A. Gillette (1992) 'Credible assignments in coordination games', *Games and Economic Behavior*, 4, 606—26.

Van Huyck, J., R. Battalio, S. Marthur, A. Ortmann and P. Van Huyck (1992) 'On the origin of convention: evidence from symmetric bargaining games', Texas A&M Working Paper 92—05.

Veblen, T. (1922) *The Theory of the Leisure Class-An Economic Study of Institutions* (London: George Allen & Unwin, first published 1899).

Von Neumann, J. and O. Morgenstern (1944) *Theory of Games and Economic Behavior*

(New York: John Wiley).

Watabe, M., S. Terai, N. Hayashi and T. Yamagishi (1996) 'Cooperation in the oneshot Prisoner's dilemma based on expectations of reciprocity', *Japanese Journal of Experimental Social Psychology*, 36, 183—96.

Willinger, M. and A. Ziegelmeyer (2001) 'Strength of the social dilemma in a public goods experiment: an exploration of the error hypothesis', *Experimental Economics*, 4, 131—4.