2 Dénombrement (TS2)

I - Ensemble fini - Cardinal

Définition 1
Soit $n \in \mathbb{N}$.
Lorsqu'un ensemble E a n éléments, on dit que E est un ensemble fini et son cardinal est n.
On note alors cardE $= n$.

Exemple 2
— $E = \{a, b, c\}$ est un ensemble fini et cardE = 3.
— Si $E = \emptyset$, il comporte zéro élément et card$\emptyset = 0$
— certains ensembles ne sont pas finis tels que $\mathbb{N}$, $\mathbb{R}$, $[0\ ,\ 1]$

Remarque 3
Résoudre un problème de dénombrement consiste généralement à déterminer le cardinal d'un ensemble fini.

Parties d'un ensemble fini

— A est une partie ou sous-ensemble de E si tout élément de A est élément de E.
On note $A \subset E$ (lire A inclus dans E). Donc cardA$\leq$ cardE.
— L'ensemble constitué par toutes les parties de E se note $\mathscr{P}(E)$

Remarque 4
L'ensemble E est une partie de lui-même et l'ensemble vide $\emptyset$ est une partie de tout ensemble (c'est une convention!)
E est la partie pleine et $\emptyset$ la partie vide.

Théorème 5
Admis Le nombre de parties d'un ensemble à n éléments est 2^n.

Exemple 6
$E = \{a, b, c\}$
$\mathscr{P}(E) = \{\{a, b\}; \{a, c\}; \{b, c\}; \{a\}; \{b\}; \{c\}; E; \emptyset\}$
Donc nous avons recensé (dénombré) 8 éléments pour $\mathscr{P}(E)$.
La formule du théorème est vérifiée car $8 = 2^3$, d'où card$\mathscr{P}(E) = 8$

Exercice 7
On dispose de quatre pièces de monnaie : une de 100F, une de 200F, une de 250F et une de 500F.

Solution. Soit E l'ensemble des quatre pièces ;
$E = \{250; 100; 500; 200\}$
A chaque partie de E correspond une somme d'argent égale à la somme des éléments de cette partie. Il y a donc autant de sommes que de parties de E.
Or $\text{card}\mathscr{P}(E) = 2^4 = 16$
Donc il y a en tout 16 sommes possibles. □

Intersection et réunion

Soient A et B deux parties de E.

- L'ensemble des éléments communs à A et B est appelé intersection de A et B ; noté $A \cap B$ (lire A inter B).
- L'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B est appelé réunion de A et B ; noté $A \cup B$ (lire A union B).

Remarque 8
· $A \cup B$ est l'ensemble des éléments qui appartiennent au moins à A ou B.
· Lorsque A ou B n'ont aucun élément en commun, on dit qu'ils sont disjoints. Dans cas $A \cup B$ est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A ou bien à B.

Théorème 9

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B - \text{card}(A \cap B)$$

$$\text{Si} A \cap B = \emptyset \text{alors} \quad \text{card}(A \cup B) = \text{card}A + \text{card}B$$

Exercice 10
Dans une classe de 30 élèves, 19 font espagnol, 18 font arabe comme deuxième langue facultative. Sachant que tous les élèves étudient au moins l'une deux langues. Déterminer le nombre d'élèves qui étudient les deux langues à la fois.

Réponse
Soit A l'ensemble des élèves qui étudient l'espagnol et B celui de ceux qui font arabe. l'ensemble des élèves qui étudient les deux langues à la fois est $A \cap B$ soit x son cardinal.

$$\text{card}(A \cup B) = 19 + 18 - x = 30$$

Donc on trouve $x = 7$

Complémentaire

Soit A une partie de E
Le complémentaire de A dans E, noté $\overline{A}$, est l'ensemble des éléments de E qui ne sont pas dans A.

Exemple 11

$$E = \{0;1;2;\cdots;2014\}$$

Si $A = \{n \in E \,/\, n \geq 4\}$ alors $\overline{A} = \{n \in E \,/\, n \leq 3\}$

Remarque 12 — Soit A l'ensemble « $\cdots$ obtenir au moins k éléments $\cdots$ » alors $\overline{A}$ est l'ensemble « $\cdots$ obtenir au plus $k-1$ éléments $\cdots$ »

— Si A l'ensemble « $\cdots$ avoir au moins un $\cdots$ » alors $\overline{A}$ est l'ensemble « n'avoir aucun »

Cardinal du complémentaire

$$\mathrm{card}\overline{A} = \mathrm{card}E - \mathrm{card}A$$

Soient A et B deux parties non disjointes de E.
On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ respectivement les complémentaires de A et B.

	A	$\overline{A}$	Totaux
B	$\mathrm{card}(A \cap B)$	$\mathrm{card}(\overline{A} \cap B)$	$\mathrm{card}(B)$
$\overline{B}$	$\mathrm{card}(A \cap \overline{B})$	$\mathrm{card}(\overline{A} \cap \overline{B})$	$\mathrm{card}(\overline{B})$
Totaux	$\mathrm{card}(A)$	$\mathrm{card}(\overline{A})$	$\mathrm{card}(E)$

Exercice 13
Dans un camp de vacances hébergeant 80 personnes. 50 font la natation, 33 pratiquent le tennis, 14 pratiquent les deux sports à la fois. Calculer :

1. Le nombre de personnes qui pratiquent uniquement la natation;
2. Le nombre de personnes qui ne pratiquent aucun sport.
3. Le nombre de personnes qui pratiquent au moins l'un des deux sports.
4. Le nombre de personnes qui pratiquent la natation ou bien le tennis.

Réponse
N et T sont respectivement ensembles de ceux qui font natation et tennis.

	N	$\overline{N}$	Totaux
T	14	19	33
$\overline{T}$	36	11	47
Totaux	50	30	80

Une fois le tableau réussi, on obtient les réponses suivantes :

1. $\mathrm{card}N \cap \overline{T} = 36$
2. $\mathrm{card}\overline{N} \cap \overline{T} = 11$

3. $\text{card}N \cup T = \text{card}N + \text{card}T - \text{card}N \cap T = 50 + 13 - 14 = 49$
4. $\text{card}N \cap \overline{T} + \text{card}\overline{N} \cap T = 36 + 19 = 55$

Propriétés classiques

Soient A, B et C trois parties d'un ensemble finis E.

$$A \cup B = B \cup A \quad \text{et} \quad A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \quad \text{et} \quad \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \quad \text{Lois de Morgan}$$

$$A = (A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$$

$$A \cup \overline{A} = E \quad \text{et} \quad A \cap \overline{A} = \emptyset$$

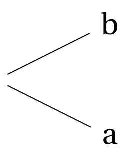
Produit cartésien

Définition 14 (Cas de deux ensembles)
Soient A et B deux ensembles finis non vides.
On appelle produit cartésien A par B, noté $A \times B$, l'ensemble des couples (x, y) où $x \in A$ et $y \in B$.

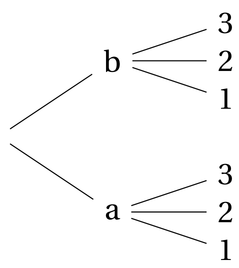
Exemple 15
Prenons $A = \{a, b\}$ et $B = \{1; 2; 3\}$
$A \times B = \{(a, 1); (a, 2); (a, 3); (b, 1); (b, 2); (b, 3)\}$

Cardinal du produit cartésien

Il y a 2 choix possibles a ou b pour écrire le premier terme du couple.



Maintenant pour chacun de ces choix, il y a 3 choix possibles pour écrire le deuxième terme du couple.



On en conclut qu'il y a 2×3 couples possibles ; c'est à dire card$A$. card$B$ soit 8.

Théorème 16

$$\text{card}A \times B = \text{card}A \cdot \text{card}B$$

Remarque 17
$A \times B \neq B \times A$ mais card $A \times B$ = card $B \times A$

Généralisation

- Cette définition s'étend à un nombre quelconque d'ensembles finis : le produit cartésien des ensembles $E_1, E_2, E_3, \cdots, E_p$ est l'ensemble noté
  $E_1 \times E_2 \times E_3 \times \cdots \times E_p$.
- Le produit cartésien $\underbrace{E \times E \times \cdots \times E}_{pfois}$ est noté E^p.
- Les éléments du produit cartésien de deux ensembles sont appelés couples ; les éléments du produit cartésien de trois ensembles sont appelés triplets ; les éléments du produit cartésien $E_1 \times E_2 \times E_3 \times \cdots \times E_p$ sont appelés p-uplets.
- card$E_1 \times E_2 \times E_3 \times \cdots \times E_p$ = cardE_1·cardE_2·card$E_3 \cdot \cdots \cdot$cardE_p
- Pour tout ensemble E a n éléments card$E^p = n^p$.

Exercice 18

1. On lance simultanément un jeton de 10F (ses côtés sont notées Pile et Face) et un dé à quatre faces numérotées de 1 à 4. Quels sont les résultats possibles ? Combien sont-ils ?
2. Combien de mots de quatre lettres distinctes ou non peut-on constituer avec l'alphabet ?

Réponse

1. Posons $A = \{P, F\}$ et $B = \{1; 2; 3; 4\}$
   A l'apparition de la face Pile (P) il y aura 4 numéros possibles à lui associer et à l' apparition de la face Face (F) il y aura 4 numéros possibles à lui associer Les résultats possibles sont : $(P, 1); (P, 2)(P, 3); (P, 4); (F, 1); (F, 2)(F, 3); (F, 4)$ ce sont donc les éléments du produit cartésien $A \times B$.
   D'où il y a card$A \times B = 2 \times 4 = 8$ résultats possibles.

2. Notons E l'ensemble des 26 lettres de l'alphabet.
La $1^{\text{ière}}$ lettre est un élément de E ; la $2^{\text{ième}}$ lettre est un élément de E ; la $3^{\text{ière}}$ lettre est un élément de E et la $4^{\text{ière}}$ lettre est un élément de E donc un mot est un 4-uplet d'éléments de E : donc il y a $\text{card}E^4 = 26^4$mots possibles.

Conséquence 19 (le principe multiplicatif)
Si une situation comporte p étapes successives offrant chacune n_i possibilités (ou choix) alors le nombre total de possibilités est :

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_p$$

Exemple 20
Un homme pour se rendre à un mariage doit choisir une chemise, un pantalon et une veste. Sachant qu'il possède 5 chemises, 2 vestes et 4 pantalons, de combien de façons peut-il effectuer son choix?

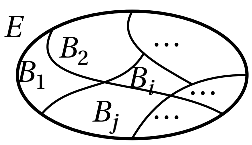
Réponse
Il y a 5 possibilités pour choisir la chemise, 2 possibilités pour choisir la veste et 4 possibilités pour choisir le pantalon. D'après le principe multiplicatif il y a $5 \times 2 \times 4 = 40$ choix.

Partition d'un ensemble

Définition 21
Soient $B_1, B_2, \cdots, B_p$ des parties non vides de E. On dit qu'elles forment une partition de E si :

— ils sont deux à deux disjointes

— et $B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_p = E$



Exemple 22
Soit E l'ensemble tel que $E = \{a, b, c, d, e, f\}$

- les ensembles $\{a\}; \{b, c, f\}; \{d, e\}$ forment une partition de E.
- les ensembles $\{a\}; \{b, c, f\}; \{a, b, d, e\}$ ne forment pas une partition de E car ils ne sont pas disjoints deux à deux.

Propriété 23
Soit E un ensemble fini et $B_1, B_2, \cdots, B_p$ des ensembles formant une partition de E.
On a alors $\text{card}E = \text{card}B_1 + \text{card}B_2 + \text{card}B_3 + \cdots + \text{card}B_p$

Exercice 24
Combien de nombres peut-on former avec des chiffres distincts choisis parmi les éléments de $E = \{1;2;3;4;5\}$?

Solution. On peut écrire des nombres de 1, 2, 3, 4, 5 chiffres.
On désignent respectivement par A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 les ensembles ' distincts deux à deux) de ces nombres et par A la réunion de ces cinq ensembles.
On a $\text{card}A_1 = 5$, $\text{card}A_2 = 5 \times 4$, $\text{card}A_3 = 5 \times 4 \times 3$, $\text{card}A_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2$, $\text{card}A_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$
Donc $\text{card}A = 5 + 20 + 60 + 120 + 120 = 325$ □

Remarque 25
Pour résoudre un problème de dénombrement, il peut-être utile d'effectuer une partition de l'ensemble à dénombrer. Le cardinal de cet ensemble est alors la somme des cardinaux des en sembles de la partition.

Propriété 26
Nous retrouvons la formule suivante, déjà rencontrée.

$$\text{card}A + \text{card}\overline{A} = E$$

Car A et $\overline{A}$ forment une partition de E.

Conséquence 27 (Le principe additif)
Si une situation offre p choix comportant chacun n_i possibilités alors le nombre de choix possibles est :

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_p$$

Exemple 28
On veut choisir deux personnes de nationalités différentes parmi 5 camerounais, 10 malgaches et 6 sénégalais. Combien y a t-il de possibilité ?

Réponse
Les deux personnes peuvent être choisies :

— l'une camerounaise et l'autre malgache : le nombre de choix est égal à 5×10

— ou l'une camerounaise et l'autre sénégalaise : le principe additif égal à 5×6

— ou l'une malgache et l'autre sénégalaise : le nombre de choix est égal à 10×6

D'après le principe additif, le nombre de choix possibles est
$5 \times 10 + 5 \times 6 + 10 \times 6 = 140$

II - p-listes

Définition 29
Soit E un ensemble à n éléments et p un entier naturel non nul.
On appelle $p-liste$ ou $p-uplet$ de E, tout élément de E^p.

Exemple 30
· $(1,1,1)$; $(0,0,1)$; $(0,0,0)$; sont des 3-listes de l'ensemble $\{0;1\}$.
· (P,P,F,F,F,P,F,P,F,F) est une 10-liste de l'ensemble $\{P;F\}$: il correspond, par exemple, à un résultat de 10 lancers consécutifs d'une pièce de monnaie(pile ou face).

Autre formulation de la définition

Une $p-liste$, est liste de p éléments choisis parmi les n éléments de E **ordonnés et non nécessairement distincts**.

Remarque 31
Dans une $p-liste$, on tient compte de l'ordre des éléments de la liste et un élément choisi peut être répété plusieurs fois dans la liste.

Théorème 32
Le nombre de $p-listes$ d'un ensemble à n éléments est n^p.

Démonstration
Il y a n choix possibles pour le 1$^{\text{ier}}$ élément de la liste.
Il y a n choix possibles pour le 2$^{\text{ème}}$ élément de la liste.
Il y a n choix pour le 3$^{\text{ème}}$ élément de la liste.
....
Il y a n choix possibles pour le p$^{\text{ème}}$ élément de la liste.
D'après le principe multiplicatif, on a $\underbrace{n \times n \times n \times \cdots \times n}_{pfois} \quad p-listes.$

Exercice 33
Une urne contient 15 boules numérotées de 1 à 15. On en tire trois successivement en remettant à chaque fois la boule tirée. Combien y a t-il de tirages possibles ?

Réponse
Un résultat d'un tirage peut se représenter par un triplet (x_1, x_2, x_3) où x_1 désigne le numéro de la 1$^{\text{ère}}$ boule, x_2 celui de la 2$^{\text{ème}}$ boule, x_3 celui de la 3$^{\text{ème}}$.
Donc un résultat est une $3-liste$ de l'ensemble des 15 numéros, le nombre de tirages possibles est 15^3
Conseil

Dans toute situation où on l'on choisit **successivement avec remise** p éléments parmi n éléments, on applique la formule des $p-listes$ pour déterminer le nombre de choix possibles.

Remarque 34 (Nombre d'applications)
n^p est le nombre d'applications d'un ensemble de départ à p éléments vers un ensemble d'arrivée à n éléments.

$$(\text{cardinal ensemble d'arrivée})^{\text{cardinal ensemble de départ}}$$

Exemple 35
On veut ranger 15 livres dans une bibliothèque comportant 3 étagères.
Un rangement peut être modélisé par une application de l'ensemble des livres vers l'ensemble d'arrivée des étagères ; donc il y a $3^{15} = 14348907$ rangements possibles.

III - Arrangements

Définition 36
Soit E un ensemble à n éléments et p un entier naturel non nul tel que $p \leq n$.
On appelle arrangement de p éléments de E, toute $p-liste$ d'éléments de E deux à deux distincts.

Autre formulation de la définition

Un arrangement de p éléments de E, est liste de p éléments choisis parmi les n éléments de E ordonnés et deux à deux distincts.

Remarque 37
Donc dans un arrangement, on tient compte de l'ordre des éléments de la liste et chaque élément de la liste est écrit une et une seule fois.

Théorème 38
Le nombre d'arrangements de p éléments d'un ensemble E à $n$éléments, noté A_n^p est tel que :

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\cdots(n-p+1)$$

Démonstration
Pour déterminer le nombre d'arrangements de p éléments d'un ensemble à n éléments, on peut utiliser un arbre de choix à p niveaux.
Il y a n choix possibles pour le 1^{er} élément.
Il y a $n-1$ choix possibles pour le $2^{\text{ème}}$ élément.
Il y a $n-2$ choix possibles pour le $3^{\text{ème}}$ élément.

....
Il y a $n-(p-1)$ choix possibles pour le p$^{\text{ème}}$ élément .
D'après le principe multiplicatif, il y a $n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-(p-1))$ arrangements de p éléments de E.

Exemple 39
· Dix athlètes participent à une course. On appelle podium l'arrivée des trois premiers.
On se propose de déterminer le nombre de podiums possibles, en supposant qu'il n'y a pas d'ex æquo.
Il y a autant de podiums que d'arrangements de trois athlètes pris parmi 10, c'est à dire A_{10}^3 .
On a : $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$.

· Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On en tire quatre successivement sans remettre les boules tirées. Combien y a t-il de tirages possibles ?
Chaque tirage correspond à un arrangement de 4 éléments de l'ensemble des 10 boules.
Il y a donc $A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$.

Remarque 40
Si $p > n$, il est impossible de faire des arrangements.

Conseil : Dans toute situation où l'on effectue un choix de manière **successive sans remise** (élection de bureau avec postes, course et ordre d'arrivée...), on applique la formule des arrangements.

Notation factorielle

— Pour un nombre entier naturel n non nul, le produit $1 \rtimes 2 \rtimes 3 \rtimes \cdots \rtimes (n-1) \rtimes n$ est appelé **factorielle n** et est noté $n!$

— Par convention $0! = 1$

Exemple 41
$1! = 1$
$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$

Propriété 42 — Soit n et p deux nombres entiers naturels non nuls tels que :$p < n$. on a

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

— Par convention $A_n^0 = 1$

IV - Permutations

Définition 43
Soit E un ensemble à n éléments.
On appelle permutation de E, un arrangement des n éléments de E.
Une permutation est un arrangement particulier; donc c'est un choix successif sans remise de n éléments parmi les n éléments de E.

Propriété 44
Le nombre de permutations d'un ensemble à n éléments est $n!$

Exemple 45
Un parieur a sélectionné trois chevaux avec lesquels il veut composer son tiercé. De combien de façons dispose-t-il pour les classer dans l'ordre ?

Réponse : le nombre de façons est $3! = 6$

Propriété 46
Le nombre de bijections d'un ensemble à n éléments vers un ensemble à n éléments est égal à $n!$

Exemple 47
Il existe 6! façons de placer 6 personnes autour d'une table ronde dont les places sont numérotées de 1 a 6.

Anagramme

Définition 48
On appelle une anagramme d'un mot (resp. d'un nombre), tout mot (resp. tout nombre) obtenu à partir de toutes les lettres (resp. tous les chiffres) de ce mot(resp. de ce nombre).

Exemple 49

— Les anagrammes du mot BAC sont : CAB, BCA, BAC, CBA, ABC, ACB.
Il y en a $3! = 6$ C'est le nombres de permutations des lettres du mot.

— Les anagrammes du nombre 123 sont : 123, 321, 213, 132, 231, 312.
Il y en a $3! = 6$ C'est le nombres de permutations des chiffres du nombre.

— Les anagrammes du mot EVE sont : VEE, EVE, EEV .
Il y en a $\frac{3!}{2!} = \frac{6}{2} = 3$. La lettre E se répète 2 fois, donc on a divisé par 2!

— Les anagrammes du mot DENOMBREMENT sont au nombre de $\dfrac{12!}{3!2!2!}$
La lettre E se répète 3 fois, les lettres M et N se répètent 2 fois

— Les anagrammes du nombre 12322 sont au nombre de $\dfrac{5!}{3!}$

Régle

$$\frac{\text{nombre de lettres (ou mot)!}}{\text{nombres de répétition!}}$$

NB Les anagrammes sont très importantes pour déterminer le nombre de positions des objets dans les tirages successifs.

V - Combinaisons

Définition 50
E étant un ensemble non vide de n éléments, p un nombre entier naturel tel que $p \leq n$.
On appelle combinaison de p éléments de E toute **partie** de E ayant p éléments.

Exemple 51
Considérons l'ensemble $E = \{a; e; i; o; u\}$
Donnons toutes les combinaisons à trois éléments de de E
Comptage : $\{a; e; o\}$, $\{a; i; o\}$, $\{a; u; o\}$,$\{e; u; o\}$, $\{e; u; i\}$, $\{i; u; o\}$, $\{i; u; e\}$, $\{u; i; a\}$, $\{a; i; e\}$, $\{a; u; e\}$.
Il y a 10 combinaisons de 3 éléments de E. On note par C_{10}^{3} ce nombre.

Remarque 52
Dans une combinaison, on ne tient pas compte de l'ordre des éléments et il n'y a pas de répétition.

Nombre de combinaisons

Désignons par C_n^p le nombre de toutes les combinaisons à p éléments de E. et calculons C_n^p.

Chaque partie à p éléments de E permet de réaliser $p!$ permutations.
Or chaque permutation obtenue est un arrangement à p éléments de E.
Le nombre d'arrangements à p éléments de E est donc égal au nombre de combinaisons à p éléments de E. multiplié par $p!$
Par conséquent : $A_n^p = p! \times C_n^p$

Propriété 53
n et p sont des nombre entiers naturels tels que : $p \leq n$.
E est un ensemble à n éléments.
Le nombre de combinaisons à p éléments de E est : $\dfrac{A_n^p}{p!}$

Notation 54

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} \quad \text{d'où} \quad C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

On montre de même que :

$$C_n^n = 1 \qquad C_n^1 = 1 \qquad C_n^{n-p} = C_n^p$$

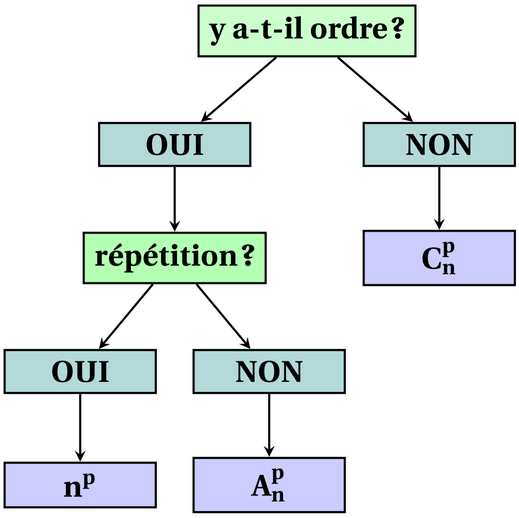
Exercice 55
On tire simultanément cinq jetons dans un sac contenant huit jetons numérotés. Combien y a t-il de tirages possibles ?

Solution. Les jetons étant tirés en même temps donc il n'y a ni d'ordre ni répétition des jetons.
Un tirage peut être donc modélisé par une combinaison 5 éléments dans un ensemble contenant 8 éléments.
Ainsi il y a C_8^5 tirages possibles.
Calculons $C_8^5 = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 56$
Autre façons $C_8^5 = \dfrac{8!}{5!(8-5)!} = \dfrac{8!}{5!3!} = \dfrac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} = 56.$ □

Conseil
Dans une situation où l'on effectue un choix sans ordre ni répétition (cas d'un tirage simultané), on utilise la formule des combinaisons.

VI - Principes du dénombrement

Pour calculer le cardinal d'un ensemble on peut utiliser : le comptage, des diagrammes de Venn, un arbre de choix, un tableau à double entrée etc.
On peut aussi utiliser les trois outils fondamentaux : p-listes, arrangements, combinaisons.
Dans tous les cas devant un problème de dénombrement, on doit se poser les questions suivantes :



n = nombre d'objets dans lesquels on tire, on choisit etc...
p = le nombre d'objets à choisir ou quelques fois le nombre de tirages.

Les A_n^p et C_n^p sont des entiers naturels qu'on peut calculer à l'aide de la calculatrice.
Pour calculer A_n^p, on saisit n $\boxed{\text{n Pr}}$ p $\boxed{=}$
Pour calculer C_n^p, on saisit n $\boxed{\text{n Cr}}$ p $\boxed{=}$

Enfin le tableau suivant est très utile :
Tirage de p éléments dans un ensemble à n éléments.

Type	Ordre	Distincts	Outil	Nb
Avec remise	Oui	Non	p-liste	n^p
Sans remise	Oui	Oui	A_n^p	A_n^p
Simultanés	Non	Oui	C_n^p	C_n^p