Etude de fonctions (TL)

Éléments de symétrie

Exercice 1
On considère les fonctions suivantes définies sur leur ensemble de définition. Montrer que la courbe de ces fonctions admet l'élément de symétrie indiqué.

1. $f(x) = \dfrac{3x-5}{1-x}$ centre de symétrie $I(1,-3)$
2. $f(x) = \dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}$ centre de symétrie $I(0,1)$
3. $f(x) = 3x^2-6x+7$ axe de symétrie $x=1$
4. $f(x) = \dfrac{x^2-x-2}{x^2-x+1}$ axe de symétrie $x=\dfrac{1}{2}$

Etude de fonctions numériques

Exercice 2
Soit la fonction f définie par : $f(x) = x^3-3x-2$

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$.
2. Calculer les limites aux bornes de $\mathscr{D}_f$
3. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.
4. Montrer que le point $S(0;-2)$ est un centre de symétrie à la courbe $\mathscr{C}_f$ de f .
5. Déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses.
6. Déterminer une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en chacun de ces points .
7. Construire les tangentes , puis la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le repère

Exercice 3
Le plan est muni du repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.
Soit f la fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$.
On désigne par $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f.

1. Étudier les limites aux bornes du domaine D de f.
2. En déduire les asymptotes de $(\mathscr{C})$.
3. Calculer $f'(x)$ puis donner son signe sur D.

4. Etablir le tableau de variation de f puis construire $(\mathscr{C})$ dans le repère.

Exercice 4
Soit la fonction définie par :$f(x) = \sqrt{2x+5}$

1. Déterminer le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de f, et calculer les limites aux bornes de $\mathscr{D}_f$.
2. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \left]-\frac{5}{2};\ +\infty\right[$
3. Représenter graphiquement f dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 5
Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$

1. Déterminer le domaine de définition $\mathscr{D}_f$ de f .
2. Calculer les limites aux bornes de $\mathscr{D}_f$ et préciser les asymptotes éventuelles.
3. Déterminer 3 réels $a, b,$ et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$.
   En déduire que la droite $y = ax + b$ est une asymptotes à la courbe de f .
4. Calculer $f'(x)$ et dresser son tableau de variation .
5. Montrer que le point $I(1;\ -1)$ est un centre de symétrie à la courbe de f .
6. Etudier la position de la courbe de f, par rapport à l'asymptote $y = ax + b$.
7. Tracer la courbe $(\mathscr{C}_f)$ de f et les asymptotes dans un repère orthonormé.

Exercice 6
Soit la fonction numérique f de la variable réelle x définie
$f(x) = \dfrac{x^2+x-2}{x+1}$.
On appelle $\mathscr{C}_f$, la représentation graphique de f dans un repère orthonormé; unité graphique : $1cm$

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathscr{D}_f$ de f; puis étudier les limites aux bornes de $\mathscr{D}_f$.
2. Montrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à $\mathscr{C}_f$, et préciser l'autre asymptote.
3. Etudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à $(\mathscr{D})$.
4. Montrer que le point $S(-1;\ -1)$ est un centre de symétrie de $(\mathscr{C}_f)$.
5. Déterminer pour tout $x \in \mathscr{D}_f,\ f'(x)$, puis établir le tableau de variation de f .
6. Montrer que $(\mathscr{C}_f)$ rencontre l'axe des abscisses aux points A et B d'abscisses respectives -2 et 1.
7. Donner une équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ en A, puis une équation de la tangente à $(\mathscr{C}_f)$.

8. Construire $\mathscr{C}_f$, les asymptotes et les tangentes.

Exercice 7

On donne $f(x) = \dfrac{2x^2+3}{x^2-1}$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f
2. Etudier la parité de f.
3. Dresser le tableau de f sur $[0,\ +\infty[$.
4. Tracer sa courbe représentative.

Exercice 8

Monsieur Ahmadou est le gestionnaire de l'entreprise où vous avez postulé pour un emploi. M. Ahmadou vous explique, lors de l'interview, que le bénéfice en fonction du nombre (en milliers) de chaussures est défini par :

$b(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$ avec $1 < x < 3$

M. Ahmadou souhaite maîtriser l'évolution de ce bénéfice, pour cela il vous propose de l'aider à :

1. déterminer le nombre de chaussures dont le bénéfice est nul.
2. déterminer l'intervalle de valeurs du nombre de chaussures menant à une perte.
3. déterminer l'intervalle de valeurs du nombre de chaussures menant à un gain positif.