20 Composition de deux applications.

Activité d'introduction 1. On considère les deux applications suivantes : f(x) = 2x + 1 et $g(x) = \sqrt{x}$.

- Précise leurs ensembles de définitions.
- Calcule f(4) puis g(9).
- Calcule f(40) puis g(f(40)).
- Calcule f(0) puis g(f(0)).
- Calcule g(f(3)).
- Calcule f(a) puis donne l'expression de g(f(a)) en fonction du un nombre positif a.

Définition - Notation - Exemples

Définition 2. Soit f et g deux applications.

On appelle composée de g par f, l'application notée $g \circ f$ définie par :

$$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

Exemple 3. Soit
$$f(x) = 2x + 1$$
 et $g(x) = \sqrt{x}$
On a $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(2x + 1) = \sqrt{2x + 1}$
On a aussi $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[\sqrt{x}] = 2\sqrt{x} + 1$

Exemple 4. Soit
$$f(x) = x - 5$$
 et $g(x) = x^2$
On a $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x - 5) = (x - 5)^2$
On a aussi $(f \circ g)(x) = f[g(x)] = f[x^2] = x^2 - 5$

Exemple 5. Soit
$$f(x) = \frac{x+4}{x}$$
 et $g(x) = \sqrt{x}$
Alors $(g \circ f)(x) = g[f(x)] = \sqrt{\frac{x+4}{x}}$

Remarque 6. En général $(g \circ f) \neq (f \circ g)$