

# 电子科技大学研究生试卷

(考试时间: \_\_\_\_至\_\_\_\_, 共\_2\_小时)

课程名称\_图论及其应用\_ 教师\_\_\_\_\_ 学时\_60\_ 学分\_\_\_\_

教学方式\_讲授\_ 考核日期\_2013\_年\_6\_月\_20\_日 成绩\_\_\_\_\_

考核方式: \_\_\_\_\_ (学生填写)

## 一. 填空题(每空 2 分, 共 20 分)

1.  $n$  阶  $k$  正则图  $G$  的边数  $m =$ \_\_\_\_\_。

2. 4 个顶点的不同构单图的个数为\_\_\_\_\_。

3. 完全偶图  $K_{r,s}$  ( $r, s \geq 2$  且为偶数), 则在其欧拉环游中共含 15 条边。

4. 高为  $h$  的完全 2 元树至少有\_\_\_\_\_片树叶。

5.  $G$  由 3 个连通分支  $K_1, K_2, K_4$  组成的平面图, 则其共有\_\_\_\_\_个面。

6. 设图  $G$  与  $K_5$  同胚, 则至少从  $G$  中删掉\_\_\_\_\_条边, 才可能使其成为可平面图。

7. 设  $G$  为偶图, 其最小点覆盖数为  $\alpha$ , 则其最大匹配包含的边数为\_\_\_\_\_。

8. 完全图  $K_6$  能分解为  $21 - 1 = 5$  个边不重合的一因子之并。

9. 奇圈的边色数为 3。

10. 彼得森图的点色数为 3。

## 二. 单项选择(每题 3 分, 共 15 分)

1. 下面说法错误的是( )

- (A) 图 $G$ 中的一个点独立集, 在其补图中的点导出子图必为一个完全子图;
- (B) 若图 $G$ 连通, 则其补图必连通;
- (C) 存在 5 阶的自补图;
- (D) 4 阶图的补图全是可平面图.

2. 下列说法错误的是( )

- (A) 非平凡树是偶图;
- (B) 超立方体图( $n$  方体,  $n \geq 1$ )是偶图;
- (C) 存在完美匹配的圈是偶图;
- (D) 偶图至少包含一条边。

3. 下面说法正确的是( )

- (A) 2 连通图的连通度一定为 2;
- (B) 没有割点的图一定没有割边;
- (C)  $n(n \geq 3)$  阶图 $G$ 是块, 则 $G$ 中无环, 且任意两点均位于同一圈上;
- (D) 有环的图一定不是块。

4. 下列说法错误的是( )

- (A) 设 $n(n \geq 3)$ 阶单图的最小度满足 $\delta \geq \frac{n}{2}$ , 则其闭包一定为完全图;
- (B) 设 $n(n \geq 3)$ 阶单图的任意两个不邻接顶点 $u$ 与 $v$ 满足 $d(u) + d(v) \geq n$ , 则其闭包一定为完全图;
- (C) 有割点的图一定是非哈密尔顿图;

(D) 一个简单图  $G$  是哈密尔顿图的充要条件是它的闭包是哈密尔顿图。

5. 下列说法错误的是( )

(A) 极大平面图的每个面均是三角形;

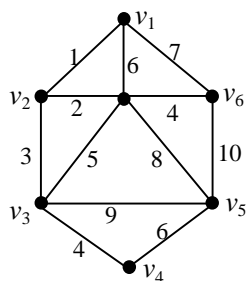
(B) 极大外平面图的每个面均是三角形;

(C) 可以把平面图的任意一个内部面转化为外部面;

(D) 连通平面图  $G$  的对偶图的对偶图与  $G$  是同构的。

三、(10 分) 设  $d_1, d_2, \dots, d_n$  是  $n$  个不同的正整数, 求证: 序列  $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  不能是简单图的度序列。

四、(15 分) 在下面边赋权图中求: (1) 每个顶点到点  $v_1$  的距离(只需要把距离结果标在相应顶点处, 不需要写出过程); (2) 在该图中求出一棵最小生成树, 并给出最小生成树权值(不需要中间过程, 用波浪线在图中标出即可); (3), 构造一条最优欧拉环游。



五. (10 分) 设  $T$  是完全  $m$  元树,  $i$  是分支点数,  $t$  是树叶数, 求证:

$$(m-1)i = t-1$$

六. (10 分) 某大型公司 7 个不同部门有些公开职位, 分别是 (a): 广告设计, (b): 营销, (c): 计算师, (d) 规划师, (e): 实验师, (f): 财政主管, (g): 客户接待。有 6 名应聘者前来申请这些职位, 分别是:

Alvin(A): a, c, f; Beverly(B): a, b, c, d, e, g;

Connie(C): c, f; Donald(D): b, c, d, e, f, g;

Edward(E): a, c, f; Frances(F): a, f.

(1) 用偶图为此问题建模;

(2) 这 6 名应聘者是否可以得到他们申请的职位? 为什么?

(注: 要求每位申请者只能获得一个职位, 每个职位只能被一位申请者获得)

七、(10 分) 有 6 名博士生要进行论文答辩，答辩委员会成员分别是

$A_1 = \{\text{张教授, 李教授, 王教授}\}; A_2 = \{\text{赵教授, 李教授, 刘教授}\};$

$A_3 = \{\text{张教授, 王教授, 刘教授}\}; A_4 = \{\text{赵教授, 王教授, 刘教授}\};$

$A_5 = \{\text{张教授, 李教授, 孙教授}\}; A_6 = \{\text{李教授, 王教授, 刘教授}\}。$

要使教授们参加答辩会不至于发生时间冲突，至少安排几次答辩时间段？请给出一种最少时间段下的安排。

八、(10 分) 求下图  $G$  的色多项式  $P_k(G)$ ，并求出点色数。

