

2016 年图论课程学生复习资料

一. 填空题(每空 3 分, 共 30 分)

1. 若 n 阶图 G 是自补图, 则其边数为_____。
2. 若简单图 G 的边数为 m , 则其所有不同生成子图(包括 G 和空图)的个数为_____。
3. 设 G_1 是 (n_1, m_1) 图, 设 G_2 是 (n_2, m_2) 图, 且它们不相交, 则它们的联图 $G = G_1 \vee G_2$ 的边数为_____。
4. 设图 G 的邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 则图中从顶点 v_i 到顶点 v_j 中长度为 k 的途径条数为_____。
5. 设 G 是一个 9 阶简单图, 且不含有完全子图 K_4 , 则 G 能够达到的最多边数为_____。
6. 图 1 中树的中心为_____。

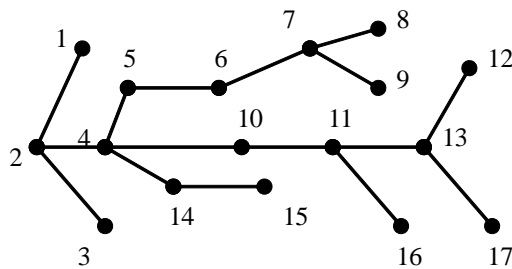


图 1

7. 图 2 中最大生成树的权值为_____。

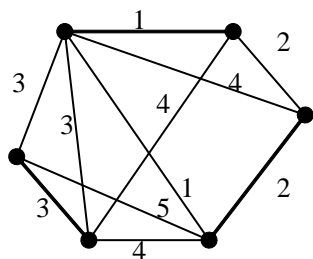


图 2

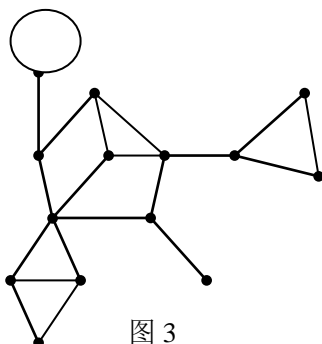


图 3

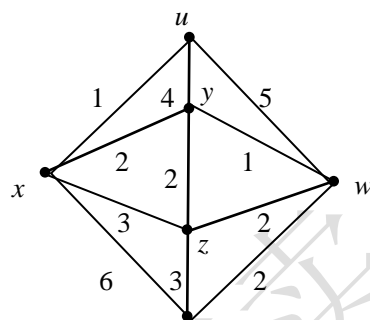


图 4

8. 图 3 中，割点数为_____，割边数为_____，块数为_____。

9. 设图 G 的顶点数为 n 且 5 连通，则其边数至少为_____。

10. 图 4 的最优欧拉环游的总权值为_____。

二. 单项选择(每题 3 分，共 15 分)

1. 下列说法错误的是()

- (A) 若一个图中存在闭途径，则一定存在圈；
- (B) 偶图中不存在奇圈；
- (C) 无向图的顶点之间的连通关系一定是等价关系；
- (D) 存在非平凡简单图 G ，使得每个顶点的度数互不相同。

2. 设图 G 是一个非平凡块，下列说法错误的是()

- (A) G 中一定有圈；
- (B) 若 G 的阶数大于等于 3，则 G 中任意两点必位于某一圈上；
- (C) 若 G 的阶数大于等于 3，则 G 中任意两条边必位于某一圈上；
- (D) 若 G 的阶数大于等于 3，则 G 中没有割边。

3. 关于欧拉图，下面说法错误的是()

- (A) 欧拉图中每个顶点度数一定为偶数；
- (B) 顶点度数为偶数的图一定是欧拉图；
- (C) 有向欧拉图中每个顶点的入度一定等于出度；
- (D) 有向欧拉图的边集合可以划分为有向圈。

4. 关于哈密尔顿图，下列命题错误的是()

- (A) 设 G 是阶数 $n \geq 3$ 的简单图，若其最小度 $\delta \geq \frac{n}{2}$ ，则 G 是哈密尔顿图；
- (B) 设 G 是阶数 $n \geq 3$ 的非哈密尔顿简单图，则 G 度弱于某个 $C_{m,n}$ 图；
- (C) 彼得森图是超哈密尔顿图；
- (D) 图 G 是哈密尔顿图，当且仅当其闭包是完全图。

5. 下列说法错误的是()

- (A) 在偶图中，最大匹配包含的边数等于最小覆盖的顶点数；
- (B) 任一非平凡正则偶图中一定存在完美匹配；
- (C) 有割边的三正则图一定不存在完美匹配；
- (D) 任意一个具有哈密尔顿圈的三正则图可一因子分解。

三、(15 分) (1)、设图 G 的阶为 14，边数为 27， G 中每个顶点的度只可能为 3，4 或 5，且 G 有 6 个度为 4 的顶点。问 G 中有多少度为 3 的顶点？多少度为 5 的顶点？

(2)、设树 T 是一棵二元完全树，已知树叶数为 t ， $t \geq 2$ 。求 T 的边数。

四、（10 分）求证图 5 为哈密尔顿图。

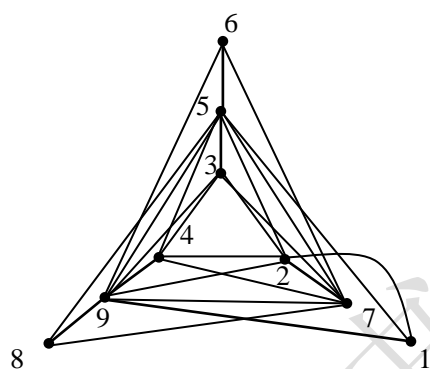


图 5

五、（10 分）求证：设 G 是 n 阶单图 ($n \geq 4$)， n 为偶数，且最小度 $\delta \geq \frac{n}{2} + 3$ ，则图 G 中存在 5 因子。

六. (10 分) 今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学和物理两门课程。问能否安排他们 5 人每人只上一门自己所熟悉的课程，使得每门课程都有人教，说明理由。

七. (10 分) 求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$. 并求出点色数。

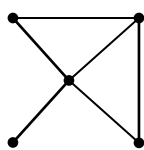


图 6