

2015 年图论课程学生复习资料

一. 填空题(每空 3 分, 共 15 分)

1. 不同构的 3 阶简单图的个数为_____。
2. 图 1 中的最小生成树的权值为_____。
3. 基于图 2 的最优欧拉环游的总权值为_____。
4. 图 3 中块的个数为_____。

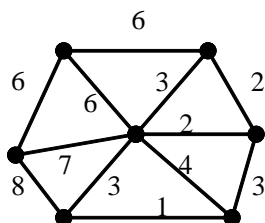


图 1

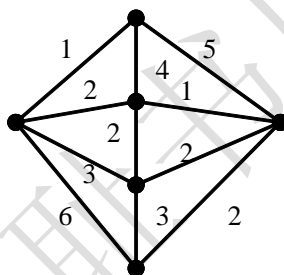


图 2

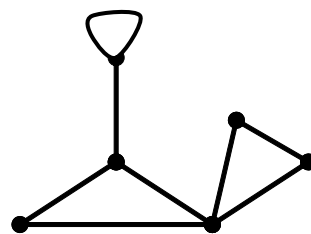


图 3

5. 图 4 中强连通分支的个数为_____。

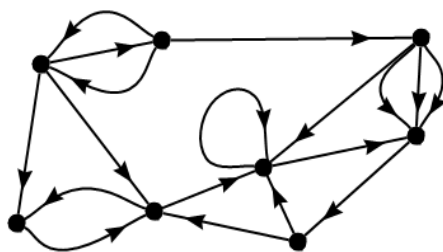


图 4

二. 单项选择(每题 3 分, 共 15 分)

1. 关于图的度序列, 下列命题错误的是()
 - (A) 同构的两个图的度序列相同;
 - (B) 非负整数序列 (d_1, d_2, \dots, d_n) 是图的度序列当且仅当 $\sum_{i=1}^n d_i$ 是偶数;

(C) 如果非负整数序列 (d_1, d_2, \dots, d_n) ($n \geq 2$) 是一棵树的度序列, 那么序列中至少有两个整数的值为 1;

(D). 如果非负整数序列 (d_1, d_2, \dots, d_n) 是简单图的度序列, 那么在同构意义下只能确定一个图。

2. 关于 n 阶简单图的邻接矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 下列说法错误的是 ()

- (A) 矩阵 A 的行和等于该行对应顶点的度数;
- (B) 矩阵所有元素之和等于该图边数的 2 倍;
- (C) 不同构的两个图, 它们的邻接矩阵特征谱一定不同;
- (D) 非连通图的邻接矩阵一定可以表示为准对角矩阵形式。

3. 关于欧拉图, 下面说法正确的是 ()

- (A) 欧拉图存在唯一的欧拉环游;
- (B) 非平凡欧拉图中一定有圈;
- (C) 欧拉图中一定没有割点;
- (D) 度数为偶数的图一定是欧拉图。

4. 关于哈密尔顿图, 下列命题错误的是 ()

- (A) 设 G 是 $n \geq 3$ 的简单图, 若其闭包是完全图, 则 G 是哈密尔顿图;
- (B) 若 n 阶单图的闭包不是完全图, 则它一定是非哈密尔顿图;
- (C) 若 G 是哈密尔顿图, 则对于 V 的每个非空顶点子集 S , 均有 $\omega(G-S) \leq |S|$;
- (D) 若 G 是 $n \geq 3$ 的非 H 单图, 则 G 度弱于某个 $C_{m,n}$ 图。

5. 关于偶图, 下列说法错误的是 ()

- (A) 偶图中不存在奇圈；
- (B) 非平凡偶图的最大匹配是唯一的；
- (C) $k(k > 0)$ 正则偶图存在完美匹配；
- (D) 偶图中，最大匹配包含的边数等于最小点覆盖包含的顶点数。

三、（20 分）在一个赋权完全图中找到一个具有最小权值的哈密尔顿圈，称这种圈为最优哈密尔顿圈。(1)、用边交换技术方法求出图 5 中基于初始圈 $LTP_eP_aN_yMcL$ 的近似最优哈密尔顿圈；(2)、如何获取最优哈密尔顿圈权值的一个下界？以图 5 为例进行说明。

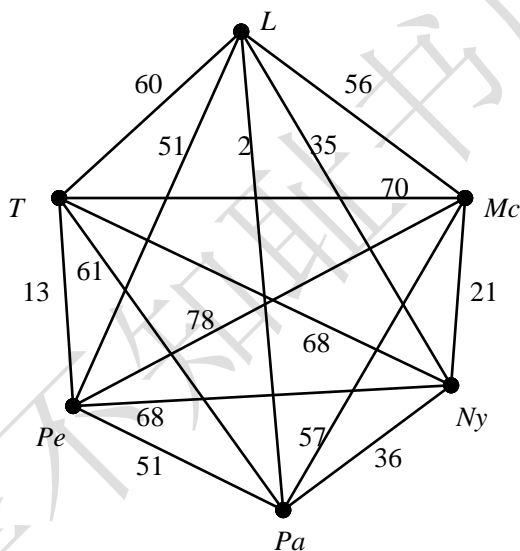


图 5

四, (10 分)。矩阵的一行或一列称为矩阵的一条线, 利用哥尼定理证明: 布尔矩阵中, 包含了所有“1”的最少数目, 等于具有性质“任意两个 1 都不在同一条线上的 1 的最大数目”。(注: 哥尼定理: 在偶图中, 最大匹配包含的边数等于最小点覆盖包含的顶点数)

五. (10 分) 求证: 设 G 是 n 阶的具有 m 条边的简单连通平面图, 则:

$$m \leq 3n - 6。$$

六. (20 分) 一家公司计划建造一个动物园, 他们打算饲养下面这些动物: 狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鬣鬃(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验, 动物的饮食

习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊(幼年)、兔子和鬣鬃；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鬣鬃；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鬣鬃和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)

七. (10 分) 求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$. 并求出点色数。

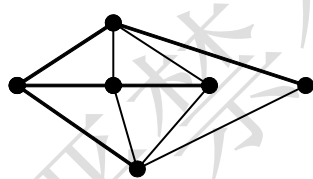


图 G