学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_50_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2008__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每题 2 分，共 20 分)

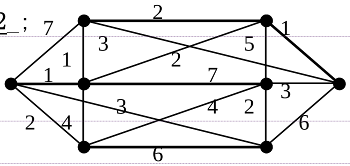
1．若 n 阶单图 G 的最大度是Δ，则其补图的最小度 $\delta(\bar{G})$=_$n-1-\Delta$_；

2．若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的联图 $G=G_1\vee G_2$ 的顶点数=_n_1+n_2_；边数=$m_1+m_2+n_1n_2$；

3．G 是一个完全 l 部图，n_i 是第 i 部的的顶点数 i=1，2,3,…，l。则它的边数为 $\sum_{1\le i\le j\le l} n_i n_j$；

批注 [xjia1]: 教材 P20

4．下边赋权图中，最小生成树的权值之和为_12_；



批注 [xjia2]: 1+1+2+1+3+2+2

5．若 $G=K_n$，则 G 的谱 $spec(G)=\begin{pmatrix} -1 & n-1 \\ n-1 & 1 \end{pmatrix}$

批注 [xjia3]: 教材 P19 特征值与边数

6．5 个顶点的不同构的树的棵数为__4___；

批注 [xjia4]: n^{n-2}不是k_n的非同构生成树的棵树。

7．5 阶度极大非哈密尔顿图族是$C_{1,5}, C_{2,5}$；

批注 [xjia5]: 教材 P85

8．G 为具有二分类(X,Y)的偶图，则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配的充分必要条件是$|N(S)|\ge|S|$，对所有$S\subseteq X$成立

批注 [xjia6]: 教材 P101 定理 2

9．3 阶以上的极大平面图每个面的次数为__3__；3 阶以上的极大外平面图的每个内部面的次数为__3__；

批注 [xjia7]: 教材 P128 推论；P130 定理 9。

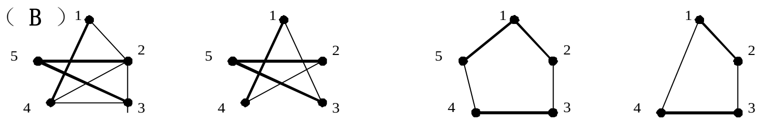
10．n 方体的点色数为___2___；边色数为___n___。

二．单项选择(每题 3 分，共 12 分)

1．下面给出的序列中，不是某图的度序列的是(B)

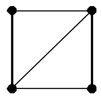
(A) (33323)； (B) (12222)； (C) (5533)； (D) (1333).

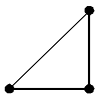
2．设 V(G)={1,2,3,4,5}，$E(G)=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$ 则图 $G=(V,E)$ 的补图是（ B ）

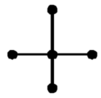


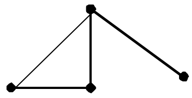
(A) (B) (C) (D)

3.下列图中，既是欧拉图又是哈密尔顿图的是（ B ）


(A)


(B)


(C)


(D)

4.下列说法中不正确的是（ C ）

批注 [xjia8]: 前提 G 连通

(A)每个连通图至少包含一棵生成；

(B)k 正则偶图(k>0)一定存在完美匹配；

(C)平面图 $G \cong (G^*)^*$，其中 G^* 表示 G 的对偶图；

(D)完全图 K_{2n} 可一因子分解。

三、（10 分）设图 G 的阶为 14，边数为 27，G 中每个顶点的度只可能为 3，4 或 5，且 G 有 6 个度为 4 的顶点。问 G 中有多少度为 3 的顶点？多少度为 5 的顶点？

解：设有 x 度为 3 的顶点，易得

$4*6+3x+5(14-6-x)=2*27$，解得

x=5，所以……

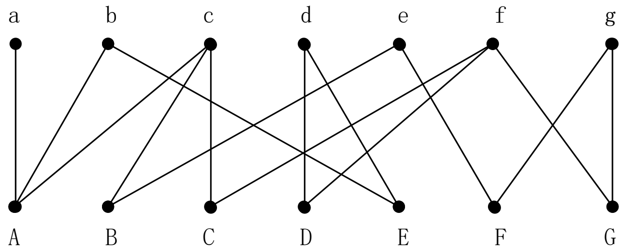
四、(10)证明：每棵非平凡树至少有两片树叶(10 分)

证明：反证法，每棵非平凡树至多有一片树叶

若最长路(u,v)的起点或终点的度大于 1。而树是无圈的，进而可知(u,v)可以延长，因此(u,v)不是该树的最长路。与已知矛盾。所以非平凡树的最长路的起点和终点均是 1 度的。

五.（10 分） 今有 a,b,c,d,e,f,g 七个人围圆桌开会，已知：a 会讲英语，b 会讲英语和汉语，c 会讲英语、意大利语和俄语，d 会讲日语和汉语，e 会讲德语和意大利语，f 会讲法语、日语和俄语，g 会讲法语与德语。给出一种排座方法，使每个人能够和他身边的人交流（用图论方法求解）。

解：建立图论模型，A，B，C，D，E，F，G 分别代表英语、意大利语、俄语、日语、汉语、德语、法语 7 种语言。得模型图如下：



转换为求图的 Hamilton 路，易得

H 路：bAaAcBeFgGfDdEb

故安排 bacegfd 使每个人能够和他身边的人交流。

~~六.(10分)设l是赋权完全偶图G=(V,E)的可行顶点标号,若标号对应的相等子图G_l含完美匹配$M*$,则$M*$是G的最优匹配。~~

七.(10分) 求证：在n阶简单平面图G中有$\phi \le 2n-4$，这里ϕ是G的面数。

证明：参考教材P144习题3

对于n个点m条边的简单连通图m≤3n－6，由$n-m+\phi=2$推知，

$$\phi=2-n+m\le 2n-4$$

八、(10分)来自亚特兰大，波士顿，芝加哥，丹佛，路易维尔，迈阿密，以及纳什维尔的7支垒球队受邀请参加比赛，其中每支队都被安排与一些其它队比赛(安排如下所示)。每支队同一天最多进行一场比赛。建立一个具有最少天数的比赛时间表。

亚特兰大：波士顿，芝加哥，迈阿密，纳什维尔

波士顿：亚特兰大，芝加哥，纳什维尔

芝加哥：亚特兰大，波士顿，丹佛，路易维尔

丹佛：芝加哥，路易维尔，迈阿密，纳什维尔

路易维尔：芝加哥，丹佛，迈阿密

迈阿密：亚特兰大，丹佛，路易维尔，纳什维尔

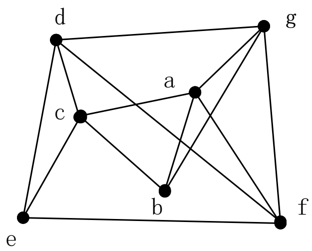
纳什维尔：亚特兰大，波士顿，丹佛，迈阿密(要求用图论方法求解)

解：建立图论模型，a，b，c，d，e，f，g分别代表亚特兰大，波士顿，芝加哥，丹佛，路易维尔，迈阿密，纳什维尔7支垒球队。得模型图如下：

a->b,c,f,g　　b->a,c,g

c->a,b,d,e　　d->c,e,f,g

e->c,d,f　　f->a,d,e,g　　g->a,b,d,f



由于n=2x3+1，即k=3。而$\Delta=4$，$m=13>k\Delta=12$，所以$\chi'=\Delta+1=5$；

完成比赛最少需要5天。

对图着色求出比赛表。略。

九．(8 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.

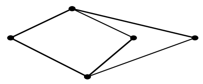
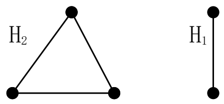


图 G

解：该图的补图$\bar{G}$如下图所示：



它有两个分支，对于$h(K_1,x)=x+x^2$

对于 H_2：$N_3(G)=1$，$N_2(G)=3$，$N_1(G)=1$，

$$h(K_2,x)=x+3x^2+x^3$$

所以

$$h(\bar{G},x)=(x+3x^2+x^3)(x+x^2)$$
$$=x^2+4x^3+4x^4+x^5$$

于是 G 的色多项式

$$P_k(G)=[k]_2+4[k]_3+4[k]_4+[k]_5$$