学院____________ 姓名____________ 学号____________

密……………封……………线……………以……………内……………答……………题……………无……………效

# 电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2010__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

## 一．填空题(每题 2 分，共 20 分)

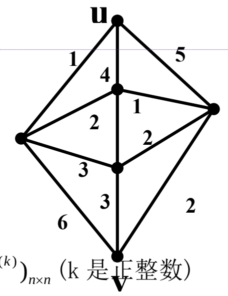
1．若自补图 G 的顶点数是 $n$，则 G 的边数 $m(G)=\frac{n(n-1)}{4}$;

2．若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的联图 $G=G_1\vee G_2$ 的顶点数=$\underline{n_1+n_2}$;

边数=$\underline{m_1+m_2+n_1n_2}$;

3．下图 $G_1$ 中 u 与 v 间的最短路的长度为_6_;

批注 [xjia1]: 1+2+1+2




$G_1$

4．设 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是图 G 的推广的邻接矩阵，则 $A^k=(a_{ij}^{(k)})_{n\times n}$ (k 是正整数)

的 $a_{ij}^{(k)}$ 表示的意义为_由 $v_i$ 到 $v_j$ 的长度为 n 的通道数目;

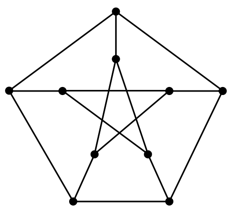
5．设 $G=K_n$，则 G 的谱 $SpecA(G)=\begin{pmatrix}-1 & n-1\\ n-1 & 1\end{pmatrix}$;

6．设 8 阶图 G 中没有三角形，则 G 能够含有的最多边数为___16___;

批注 [xjia2]: 教材 P21

7．三角形图的生成树的棵数为___3___;

8．$G_2$ 的点连通度与边连通度分别为__3 和 3__;



$G_2$

9．n=5 的度极大非 H 图族为$\underline{C_{1,5}, C_{2,5}}$;

10．n 方体($n\ge1$)的点色数为___2__;边色数为___n__。

## 二．单项选择(每题 3 分，共 12 分)

1．下面命题正确的是( D )

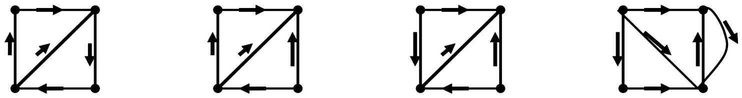
(A) 任意一个非负整数序列均是某图的度序列；

(B) 设非负整数序列 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$，则 $\pi$ 是图序列当且仅当 $\sum_{i=1}^{n}d_i$ 为偶数；

(C) 若非负整数序列 $\pi=(d_1,d_2,\cdots,d_n)$ 是图序列，则 $\pi$ 对应的不同构的图一定唯一；

(D) n 阶图 G 和它的补图 $\bar{G}$ 有相同的频序列.

2．下列有向图中是强连通图的是( A )



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

3.关于欧拉图与哈密尔顿图的关系，下面说法正确的是( C )

(A) 欧拉图一定是哈密尔顿图；

(B) 哈密尔顿图一定是欧拉图；

(C) 存在既不是欧拉图又不是哈密尔顿图的图；

(D) 欧拉图与哈密尔顿图都可以进行圈分解。

4.下列说法中正确的是( B )

(A) 任意一个图均存在完美匹配；

(B) k($k\geq 1$)正则偶图一定存在完美匹配；

(C) 匈牙利算法不能求出偶图的最大匹配，只能用它求偶图的完美匹配；

(D) 图 G 的一个完美匹配实际上就是它的一个 1 因子。

三、 (10 分)若阶为 25 且边数为 62 的图 G 的每个顶点的度只可能为 3，4，5 或 6，且有两个度为 4 的顶点，11 个度为 6 的顶点，求 G 中 5 度顶点的个数。

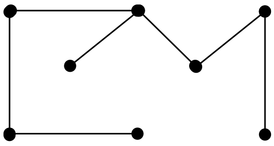
**解**：设 5 度顶点的个数为 x，则

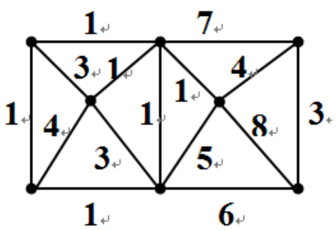
$$2*4+11*6+5x+3(25-11-4-x)=2*62$$

解得，x=?，所以……

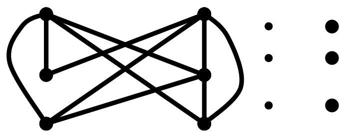
四，(8 分)求下图的最小生成树（不要求中间过程，只要求画出最小生成树, 并给出 $T$的权和)。

**解**：T=1+1+1+1+1+4+3=12



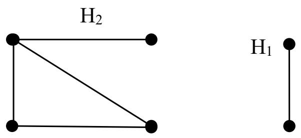


五．(8 分) 求下图的 k 色多项式。



**G**

**解**：该图的补图$\bar{G}$如下图所示：




它有两个分支，对于$\mathrm{h}(K_1,\mathrm{x}) = x + x^2$

对于 $H_2$：$\mathrm{N}_4(\mathrm{G}) = 1$，$\mathrm{N}_3(\mathrm{G}) = 4$，$\mathrm{N}_2(\mathrm{G}) = 2$，$\mathrm{N}_1(\mathrm{G}) = 0$，

$$\mathrm{h}(K_2,\mathrm{x}) = 2x^2 + 4x^3 + x^4$$

所以

$$\mathrm{h}(\bar{G},\mathrm{x}) = (2x^2 + 4x^3 + x^4)(x + x^2)$$
$$= 2x^3 + 6x^4 + 5x^5 + x^6$$

于是 G 的色多项式

$$P_k(\mathrm{G}) = 2[k]_3 + 6[k]_4 + 5[k]_5 + [k]_6$$

六．(8 分)　设 G 是一个边赋权完全图。如何求出 G 的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

**解**：参考教材 P88

~~七．(8 分) 求证：设 $G_l$ 是赋权完全偶图 $G=K_{n,n}$ 的可行顶点标号 $l$ 对应的相等子图，若 $M$ 是 $G_l$ 的完美匹配，则它必为 G 的最优匹配。~~

八. (8 分) 求证：若 n 为偶数，且 $\delta(G) \geq \frac{n}{2}+1$，则 G 中存在 3 因子。

**证明**：因 δ(G)≥n/2+1，由狄拉克定理：n 阶图 G 有 H 圈 C .又因 n 为偶数，所以 C 为偶圈。于是由 C 可得到 G 的两个 1 因子。设其中一个为 $F_1$。考虑 $G_1$=G-$F_1$。则 $\delta(G_1) \geq n/2$。于是 $G_1$ 中有 H 圈 $C_1$. 作 H=$C_1 \cup F_1$。显然 H 是 G 的一个 3 因子。

九、(10 分)一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼩鼱(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验，动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊(幼年)、兔子和鼩鼱；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鼩鼱；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鼩鼱和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)

**解：**略

十．(8 分) 求证，每个 5 连通简单可平面图至少有 12 个顶点。

**证明：**设 G 是 5 连通图，则：$k(G) \geq 5$

由惠特尼定理得：$\delta(G) \geq k(G) \geq 5$

所以$2m = \sum_{v \epsilon v(G)} d(v) \geq 5n$

另一方面：G 是 5 连通简单可平面图，所以有

$m \leq 3n - 6$,

联立两个不等式得，$2.5n \leq m \leq 3n - 6$

所以$n \geq 12$