

# 电子科技大学研究生试卷

(考试时间: \_\_\_\_至\_\_\_\_, 共\_2\_小时)

课程名称\_图论及其应用\_ 教师\_\_\_\_\_ 学时\_60\_ 学分\_\_\_\_

教学方式\_讲授\_ 考核日期\_2014\_年\_6\_月\_20\_日 成绩\_\_\_\_\_

考核方式: \_\_\_\_\_ (学生填写)

## 一. 填空题(每空 2 分, 共 20 分)

1.  $n$  阶简单  $k$  正则图  $G$  的补图的边数为  $n(n-k-1)/2$ 。
2. 4 个顶点的不同构树的个数为 2。
3. 具有  $m$  条边的简单图的不同生成子图的个数为  $2^m$ 。
4. 彼得森图的点连通度为 3。
5.  $n$  点圈的 2—宽直径为  $n-1$ 。
6.  $2n$  阶完全图共有  $(2n-1)!!$  个不同的完美匹配。
7. 设  $G$  的阶数为  $n$ , 点覆盖数为  $\beta$ , 则其点独立数为  $n-\beta$ 。
8. 完全图  $K_{2n+1}$  能分解为  $n$  个边不重合的二因子之并。
9. 拉姆齐数  $R(3,3)=$  6。
10.  $n$  完全图的不同定向方式有  $2^{\binom{n}{2}}$ 。

## 二. 单项选择(每题 3 分, 共 15 分)

1. 下面说法错误的是 ( C )

(A) 在正常点着色下, 图  $G$  中的一个色组, 在其补图中的点导出子图必为一个完全子图;

(B) 若图  $G$  不连通, 则其补图必连通;

(C) 存在 14 阶的自补图;

(D) 6 阶图的补图可能是可平面图.

2. 下列说法错误的是 ( D )

(A) 一个非平凡图是偶图, 当且仅当它不含有奇圈;

(B) 超立方体图 ( $n$  方体,  $n \geq 1$ ) 是偶图;

(C) 非平凡森林是偶图;

(D) 不含三角形的图都是偶图。

3. 下面说法正确的是 ( C )

(A)  $k$  连通图的连通度一定为  $k$ ;

(B) 完全图一定没有割边;

(C)  $n(n \geq 3)$  阶图  $G$  是块, 则  $G$  中无环, 且任意两点均位于同一圈上;

(D) 非平凡树一定有割点。

4. 下列说法错误的是 ( A )

(A) 若图  $G$  是哈密尔顿图, 则其闭包一定为完全图;

(B) 设  $n(n \geq 3)$  阶单图的任意两个不邻接顶点  $u$  与  $v$  满足  $d(u) + d(v) \geq n$ , 则其闭包一定为完全图;

(C) 若  $(n, m)$  单图  $G$  的边数  $m > \binom{n-1}{2} + 1$ , 且  $n \geq 3$ , 则  $G$  是哈密尔顿图;

(D) 若  $G$  是  $n \geq 3$  的非  $H$  单图, 则  $G$  度弱于某个  $C_{m,n}$  图。

5. 下列说法错误的是 ( D )

(A) 若  $(n, m)$  图  $G$  是极大可平面图, 则  $m = 3n - 6$ ;

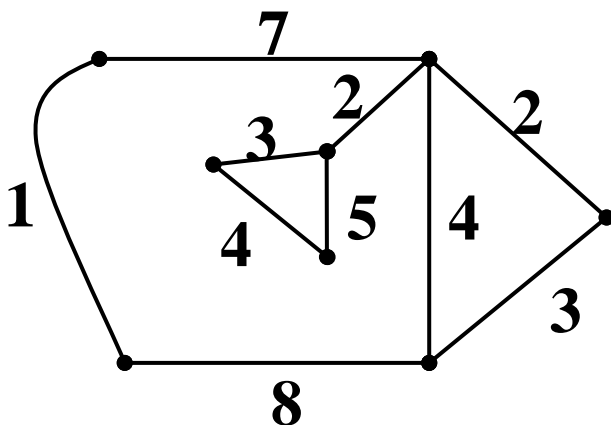
- (B) 极大外平面图的外部面边界一定为圈；
- (C) 平面图的外部面只有一个；
- (D) 平面图  $G$  的对偶图的对偶图与  $G$  是同构的。

三. (10 分) 求证：任意图中奇度点个数一定为偶数。

四. (10 分) 求证：非平凡树至少有两片树叶。

- 五. (10 分) 求证：(1)、若  $G$  中每个顶点度数均为偶数，则  $G$  没有割边；  
 (2)、若  $G$  为  $k \geq 2$  的  $k$  正则偶图，则  $G$  没有割边。

六. (10 分) 求出下图的最小生成树，并计算权值(不要中间过程，在原图中用波浪边标出最小生成树)



七、(8 分) 设图  $G$  有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得  $G$  保持其可平面性。

解：若  $G$  是非简单图，则容易知道，满足条件的 7 度顶点数可以为无穷多；

若  $G$  是简单图，设 7 度顶点的个数是  $x$ 。

由握手定理，得：

$$2m(G) = 10 \times 4 + 8 \times 5 + 7 \times x.$$

另一方面：欲使  $G$  保持其可平面性，必有

$$m(G) \leq 3n - 6.$$

从而，

$$\frac{1}{2}(10 \times 4 + 5 \times 8 + 7 \times x) \leq 3(10 + 8 + x) - 6,$$

解得  $x \leq 16$ .

八、(7 分) 如果边赋权图中只有两个奇度顶点，如何构造一条最优欧拉环游？说明构造理由。

九、(10 分) 求下图  $G$  的色多项式  $P_k(G)$ . 并求出点色数。

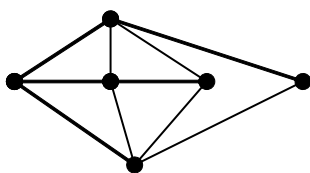


图 G