

2006 研究生图论期末试题(120 分钟)

一、填空题(15 分, 每空 1 分)

1、若两个图的顶点与顶点之间, 边与边之间都存在 _____ 对应, 而且它们的关联关系也保持其 _____ 关系, 则这两个图同构。

2、完全图 K_4 的生成树的数目为 _____ ; 阶为 6 的不同构的树有 _____ 棵。

3、设无向图 G 有 12 条边, 已知 G 中度为 3 的结点有 6 个, 其余结点的度数均小于 3, 则 G 中至少有 _____ 个结点。

4、具有 5 个结点的自补图的个数有 _____ 。

5、已知图 G 的邻接矩阵 $A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 顶点集合 $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$,

则由 v_2 到 v_5 的途径长度为 2 的条数为 _____ 。

6、若 K_n 为欧拉图, 则 $n =$ _____ ; 若 K_n 仅存在欧拉迹而不存在欧拉回路, 则 $n =$ _____ 。

7、无向完全图 K_n (n 为奇数), 共有 _____ 条没有公共边的哈密尔顿圈。

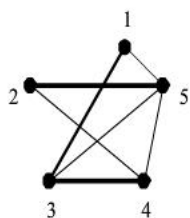
8、设 G 是具有二分类 (X, Y) 的偶图, 则 G 包含饱和 X 的每个顶点的匹配当且仅当 _____, 对所有 $S \subseteq X$ 。

9、在有 6 个点, 12 条边的简单连通平面图中, 每个面均由 _____ 条边组成。

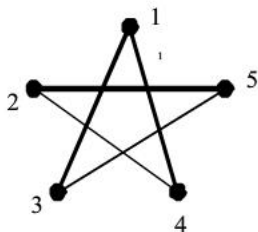
10、彼得森图的点色数为 _____ ; 边色数为 _____ ; 点独立数为 _____ 。

二、单选或多选题(15 分, 每题 3 分)

1、设 $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\}$, 则图 $G = \langle V, E \rangle$ 的补图是()。



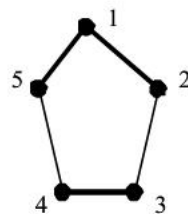
A



B

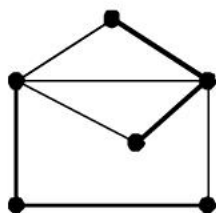


C

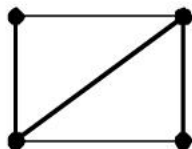


D

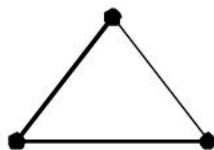
2、在下列图中，既是欧拉图又是哈密顿图的是()。



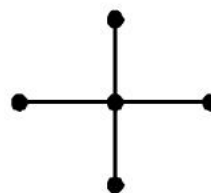
A



B

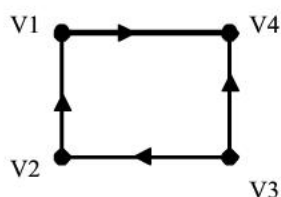


C

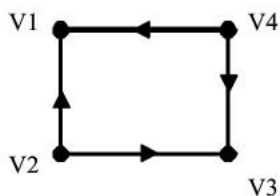


D

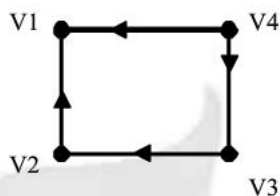
3、下列图中的()图， V_2 到 V_4 是可达的。



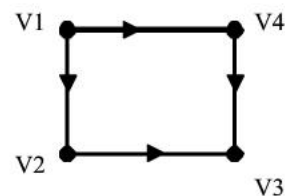
A



B



C



D

4、下列图中，可 1—因子分解的是()。



(A)



(B)



(C)



(D)

5、下列优化问题中，存在好算法的是()

(A) 最短路问题；(B) 最小生成树问题；(C) TSP 问题；(D) 最优匹配问题。

三、作图题(10 分)

1、分别作出满足下列条件的图

(1)、E 图但非 H 图；(2) H 图但非 E 图；(3) 既非 H 图又非 E 图；(4) 既是 H 图又是 E 图

2、画出度序列为(3,2,2,1,1,1)的两个非同构的简单图。

四、求下图的最小生成树，并给出它的权值之和(10 分)。

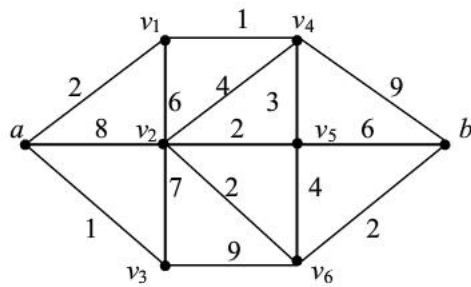
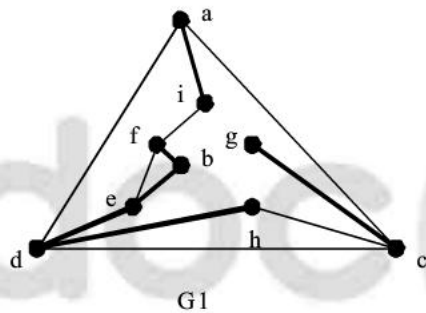
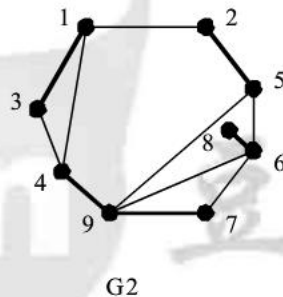


图 G

五、给出一个同构函数证明 $G_1 \cong G_2$ (10 分)



G1



G2

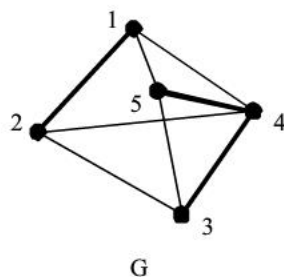
六、若图 G 为自补图，那么，它的阶 n 一定能够表示为 $4k$ 或者 $4k+1$ 的形式，其中 k 为非负整数。而且，图 G 的边有 $\frac{n(n-1)}{4}$ 条。(5 分)

七、设 T 为一棵非平凡树，度为 i 的顶点记为 n_i ，则 $n_1 = 2 + n_3 + 2n_4 + \cdots + (k-2)n_k$ 。(10 分)

八、证明：阶数为 8 的简单偶图至多有 16 条边(5 分)

九、设图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大数量，使得 G 保持其可平面性(10 分)

十、求图 G 的色多项式(10 分)



G