学院________ 姓名________ 学号________

密……封……线……以……内……答……题……无……效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2011__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每空 1 分，共 22 分)

1．若 n 阶单图 G 的最小度是 δ，则其补图的最大度 $\Delta(\bar{G})$ =$\underline{n-1-\delta}$。

2．若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图 $G=G_1\times G_2$ 的顶点数=$\underline{n_1n_2}$；边数=$\underline{n_1m_2+n_2m_1}$。

3．设 A 是图 G 的推广邻接矩阵，则 A^n 的 i 行 j 列元 $a_{ij}^{(n)}$ 等于由 G 中顶点 v_i 到顶点 v_j 的长度为__n_途径数目。

4．完全图 K_n 的邻接矩阵的最大特征值为_n_。 ?

5． 不同构的 3 阶单图共有___4___个。

6． 设 n 阶图 G 是具有 k 个分支的森林，则其边数 $m(G)=\underline{n-k}$。

7． n 阶树($n\geq 3$)的点连通度为___1___；边连通度为____1___；点色数为__2___；若其最大度为Δ，则边色数为___Δ__。

8． 图 G 是 k 连通的，则 G 中任意点对间至少有_k__条内点不交路。

批注 [xjia1]: 教材 P55 推论 1

9． 5 阶度极大非哈密尔顿图族为____$C_{1,5}$___和___$C_{2,5}$_____。

10． 完全图 K_{2n} 能够分解为$\underline{2n-1}$个边不相交的一因子之并。

11． 设连通平面图 G 具有 5 个顶点，9 条边，则其面数为__6_； n ($n\geq 3$)阶极大平面图的面数等于__2 n − 4___； n ($n\geq 3$)阶极大外平面图的顶点都在外部面边界上时，其内部面共有$\underline{n-2}$个。

12． 完全偶图 $K_{m,n}$ 的点独立数等于___2___，点覆盖数等于$\underline{\min\{m,n\}}$。

13． 完全 m 元根树有 t 片树叶，i 个分支点，则其总度数为$\underline{2mi或2(t+i-1)}$。

14． 对具有 m 条边的单图定向，能得到$\underline{2^m}$个不同的定向图。

二．单项选择(每题 3 分，共 15 分)

1．下面给出的序列中，不是某图的度序列的是(C)
(A) (1,3,5,4,7)；(B) (2,2,2,2,2)；(C) (3,2,3,3)；(D) (1,5,7,1).

2．下列无向图 $G=(n,m)$ 一定是树的是（ D）

(A) 连通图；
(B) 无回路但添加一条边后有回路的图；
(C) 每对结点间都有路的图；
(D) 连通且 $m=n-1$。

3. 以下必为欧拉图的是(C)
(A) 顶点度数全为偶数的连通图；
(B) 奇数顶点只有 2 个的图；
(C) 存在欧拉迹的图；
(D) 没有回路的连通图。

4. 设 G 是 n ($n\geq 3$)阶单图，则其最小度 $\delta \geq \frac{n}{2}$ 是 G 为哈密尔顿图的(B)

(A) 必要条件；(B)充分条件；(C)充分必要条件。

5. 下列说法正确的是(A)

(A) 非平凡树和 $n(n\geq 2)$ 方体都是偶图；

(B) 任何一个 3 正则图都可 1-因子分解；
(C) 可 1-因子分解的 3 正则图中一定存在哈密尔顿圈；
(D) 平面图 G 的对偶图的对偶图与 G 是同构的。

三、 (10 分)设无向图 G 有 12 条边，且度数为 3 的结点有 6 个，其余结点的度数小于 3，求 G 的最少结点个数。

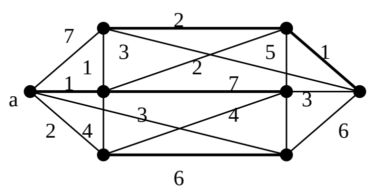
解：设 G 的最少结点个数 x，其余结点平均度数为 d，则得

$$3*6+\mathrm{d}x=2*12$$

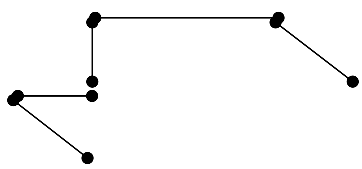
当 d=2 时，x 取最小值 3，满足 $\mathrm{m}\geq\mathrm{n}-1$。

所以……

四，(12 分) 在下面边赋权图中求：(1)每个顶点到点 a 的距离(只需要把距离结果标在相应顶点处，不需要写出过程)；(2) 在该图中求出一棵最小生成树，并给出最小生成树权值(不需要中间过程，用波浪线在图中标出即可).



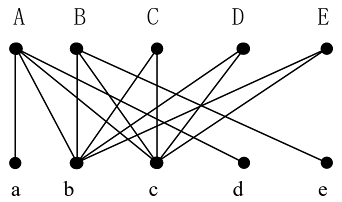
解：T=1+2+1+2+1+3+4=13



五.（10 分） 今有赵、钱、孙、李、周五位教师，要承担语文、数学、物理、化学、英语五门课程。已知赵熟悉数学、物理、化学三门课程，钱熟悉语文、数学、物理、英语四门课程，孙、李、周都只熟悉数学、物理两门课程。问能否安排他们都只上他们熟悉的一门课程，使得每门课程都有人教（用图论方法求解）。

一般不能

解：建立图论模型，设 A，B，C，D，E 分别代表赵、钱、孙、李、周五位教师。a，b，c，d，e 分别代表语文、数学、物理、化学、英语五门课程。得模型图如下：



问题转化为是否存在饱和 A, B, C, D, E 的匹配存在。
取顶点子集合S = {B, C, D, E}，因N(S) = {b, c, e}，所以|N(S)| < |S|
由霍尔定理知：不存在饱和 A, B, C, D, E,的匹配。
故不能安排他们 5 人每人只上一门自己所熟悉的课程。

~~六.（6 分）设 l 是赋权完全偶图 G=(V,E) 的可行顶点标号，若标号对应的相等子图 G_l 含完美匹配 M^*，则 M^* 是 G 的最优匹配。~~

七.（6 分）求证：在 n 阶简单平面图 G 中有 $\delta(G) \le 5$，这里 $\delta(G)$ 是 G 的最小度。

平面图部分 记

证明：若不然，设 G 是 6 连通图，$k(G) \ge 6$
由惠特尼定理得：$\delta(G) \ge k(G) \ge 6$

所以$2m = \sum_{v \epsilon v(G)} d(v) \ge 6n$

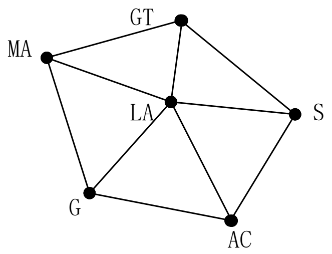
即$m > 3n - 6$
与 G 是简单图矛盾

八、(10 分）课程安排问题：某大学数学系要为这个夏季安排课程表。所要开设的课程为：图论(GT)，统计学(S)，线性代数(LA)，高等微积分(AC)，几何学(G)，和近世代数(MA)。现有 10 名学生(学生用 A_i 表示，如下所示）需要选修这些课程。根据这些信息，确定开设这些课程所需要的最少时间段数，使得学生选课不会发生冲突。(要求用图论方法求解)

A_1：LA，S ； A_2： MA，LA，G ； A_3: MA，G，LA ；
A_4: G，LA，AC ； A_5: AC，LA，S ； A_6: G，AC；
A_7: GT，MA，LA ； A_8: LA, GT，S ； A_9: AC，S，LA；

A_{10}：GT，S。

解：依题意构造图G如下：



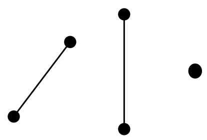
原题转换为求点色数问题。

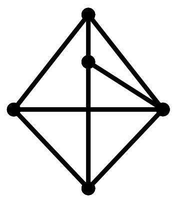
图G存在奇圈MAGACSGT，则$\chi` = 3$，又因LA邻接所以$\chi` = 4$。

故……

九．(9分)求下图G的色多项式$P_k(G)$.

解：该图的补图$\bar{G}$如下图所示





参考教材P171例题4