学院________ 姓名________ 学号________

密封线以内答题无效

电子科技大学研究生试卷

（考试时间：____至_____，共__2_小时）

课程名称__图论及其应用_ 教师_______ 学时_60_ 学分____

教学方式__讲授_ 考核日期_2009__年___月____日 成绩______

考核方式：__________（学生填写）

一．填空题(每题 2 分，共 20 分)

1．若自补图 G 的顶点数是 10，则 G 的边数 $m(G)$=__12___；

批注 [xjia1]: $n(n-1)/4$ 取整数

2．若图 $G_1=(n_1,m_1)$，$G_2=(n_2,m_2)$，则它们的积图 $G=G_1\times G_2$ 的顶点数=$\underline{n_1n_2}$；

边数=$\underline{n_1m_2+n_2m_1}$；

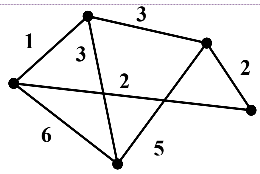
3．具有 m 条边的简单图的子图个数为$\underline{2^m}$；

4．设 G=$K_{n,n}$，则其最大特征值为_n__；（看清题目是 K n,n）

5．设 G 是 n 阶的完全 *l* 等部图，则其边数 m(G)= $\frac{n(n-1)}{2}$；

6．下图 G_1 中最小生成树的权值为_8_；

批注 [xjia2]: 1+2+2+3



G_1

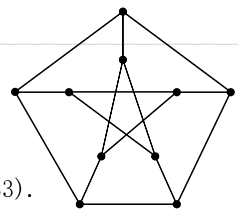
7．6 阶度极大非哈密尔顿图族是$\underline{C_{1,6}, C_{2,6}, C_{3,6}}$；

8．K_9 的 2 因子分解的数目是___4___；

9．n（n≥3）阶极大外平面图内部面个数为_$n-2$;3 阶以上的极大平面图的边数 m 和顶点数 n 的关系为__$m=3n-6$;

10．下图 G_2 的点色数为__3__;边色数为__4__。

批注 [xjia3]: 边色数三个推论见教材 P150。点色数采用着色算法。



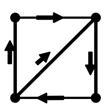
G_2

二．单项选择(每题 3 分，共 12 分)

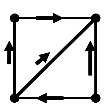
1．下面给出的序列中，不是某图的图序列的是(D)

(A) (11123)； (B) (22222)； (C) (3333)； (D) (1333).

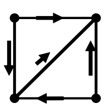
2．下列有向图中是强连通图的是(A)



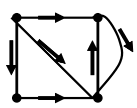
(A)



(B)



(C)



(D)

3. 关于 n 方体 $Q_n(n\geqslant 3)$，下面说法不正确的是（ D ）
(A) Q_n是正则图； (B) Q_n是偶图；(C) Q_n存在完美匹配；(D) Q_n是欧拉图。
4. 关于平面图 G 和其几何对偶图 G^*的关系，下列说法中不正确的是（ C ）
(A)平面图 G 的面数等于其对偶图的顶点数；
(B)平面图 G 的边数等于其对偶图的边数；
(C)平面图$G \cong (G^*)^*$，其中G^*表示 G 的对偶图；
(D)平面图的对偶图是连通平面图。

批注 [xjia4]: 教材 P145 习题 26
前提 G 是连通图

三、 (10 分)设根树 T 有 17 条边，12 片树叶，4 个 4 度内点，1 个 3 度内点，求 T 的树根的度数。

解： $m=n-1$，则 n=18；设树根的度数为 x，得等式

$$12*1+4*4+1*3+(18-12-4-1)x=2*17$$

解得，x=3

所以……

四，(10 分)证明：若图 G 的每个顶点的度数为偶数，则 G 没有割边。

证明： 若不然，假设 G 中割边 uv，从而在 G-uv 中不存在从 u 到 v 的路。因为图 G 中$d(u)=2, d(v)=2$, G-e 中$d(u)=1, d(v)=1$，进而 v 与 v_1是连通的，又 $d(v_1)=d(v_2)=\cdots=d(v_k)=2$，所以必定存在路 v v_1 $v_2\cdots v_k$u 使得 uv 连通。矛盾。所以……

五. (10 分) 设 G 是一个边赋权完全图。如何求出 G 的最优哈密尔顿圈的权值的一个下界？为什么？

解： 参考教材 P88

六. (10 分)求证：偶图 G 存在完美匹配的充要条件是对任意的$S\subseteq V(G)$，有 $|S|\le|N(S)|$

证明： 参考教材 P101

七. (10 分) 求证：若 G 是连通平面图，且所有顶点度数不小于 3，则 G 至少有一个面 f，使得$\deg(f)\le 5$。

证明： 设$\mathrm{def(f)}>6$，则由$2m=\sum_{f\epsilon\psi}\deg(\mathrm{f})\geq 6\phi$

又$\mathrm{n}-\mathrm{m}+\phi=\mathrm{k}+1 \overset{k=1}{\Longrightarrow} \phi=2-n+m\le\frac{m}{3}$，于是的

$2\mathrm{m}\le 3\mathrm{n}-6$。另一方面，又$\sigma(\mathrm{G})\geq 3$得，$2m\geq 3\mathrm{n}>3\mathrm{n}-6$。

这样导出矛盾，所以原证明得证。

八、(10 分)一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼩鼱(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验，动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊(幼年)、兔子和鼩鼱；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鼩鼱；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鼩鼱和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)

解：建立图论模型，狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼩鼱(s)、羚羊(w)和斑马(z)。

b->f, h, l, p, z;

f->b, h, k, l, w, z;

h->b, f, l, p, r, s;

l->b, f, h, p, r, s;

p->b, g, h, k, l, w, z;

略

九．(8 分)求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$.

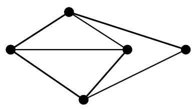
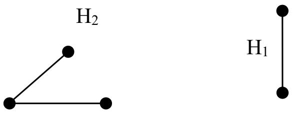


图 G

解：该图的补图$\bar{G}$如下图所示：



H2 H1

它有两个分支，对于$h(K_1,x)=x+x^2$

对于 H2：$N_3(G)=1$，$N_2(G)=2$，$N_1(G)=0$，

$$h(K_2,x)=2x^2+x^3$$

所以

$$h(\bar{G},x)=(2x^2+x^3)(x+x^2)$$
$$=2x^3+3x^4+x^5$$

于是 G 的色多项式

$$P_k(G)=2[k]_3+3[k]_4+[k]_5$$